

2023 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点(1,1,0)在
 - A. Oxy 平面上
 - B. Oxz 平面上
 - C. Oyz 平面上
 - D. z 轴上
2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} x \sin \frac{1}{xy}$
 - A. 等于 0
 - B. 等于 1
 - C. 等于 3
 - D. 不存在
3. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 是
 - A. 可分离变量的微分方程
 - B. 齐次方程
 - C. 一阶线性齐次微分方程
 - D. 一阶线性非齐次微分方程
4. 下列无穷级数中,收敛的无穷级数是
 - A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-2}{3n+1}$
 - B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$
 - C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{2^{n+1}}$
 - D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

5. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 4$, 则二重积分 $\iint_D (2-x-y) dx dy =$

- A. 0
- B. 4π
- C. 8π
- D. 16π

6. 设向量 $\alpha = \{2, 1, -9\}$, $\beta = \{1, 0, 1\}$, 则 $\alpha \cdot \beta =$

- A. -9
- B. -7
- C. 1
- D. 2

7. 设函数 $f(x, y) = \frac{4xy}{x^2 - y^2}$, 则 $f(1, \frac{y}{x}) =$

- A. $\frac{4y}{x^2 - y^2}$
- B. $\frac{4y}{y^2 - x^2}$
- C. $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$
- D. $\frac{4xy}{y^2 - x^2}$

8. 设积分区域 $\Omega: |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} 2 dx dy dz =$

- A. 2
- B. 4
- C. 8
- D. 16

9. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3}{n^2} \cos nx$,

则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $b_1 =$

- A. -3
- B. 0
- C. 3
- D. $\frac{15}{4}$

10. 微分方程 $y'' + (x^2 + 1)y' + y = 2$ 的一个特解 $y^* =$

- A. 2
- B. $2x$
- C. $2 + x$
- D. x^2

第二部分 非选择题

二、计算题:本大题共 10 小题,每小题 6 分,共 60 分。

11. 求平面 $\Pi: 2x + y - z = 3$ 和直线 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ 的交点坐标。

12. 已知常数 $k > 0$, 且原点到平面 $x + ky - 2z = 9$ 的距离为 3, 求常数 k 的值。

13. 设函数 $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求全微分 du 。

14. 设方程 $e^{-xy} - 3z + e^z = 0$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。

15. 设函数 $f(x, y) = e^x \cos y$, 求梯度 $\text{grad} f(0, \frac{\pi}{4})$.

16. 计算二重积分 $\iint_D (2x - y) dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $x + y = 2, y = x$ 及 x 轴所围区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\oint_L (x^2 + y^2) ds$, 其中 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 4$.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_L e^{x+y} dy$, 其中 L 是从点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的直线段.

19. 将函数 $f(x) = \ln(1 + x)$ 展开为 x 的幂级数.

20. 求微分方程 $y'' + 5y' + 6y = 0$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{3n+1})^n$ 的敛散性.

22. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} x dx dy$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z = 3$ 被三个坐标面所截得部分, 取上侧.