

# Group Theory Fall 2019

Yuxuan Zhang, XJTU, 2160909016

## Week 1

*The opening*

### Notes on Lesson 1

Friday Sep 6

#### Defination of Group

一般性群运算 集合  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_\alpha, \dots\}$ , 在  $G$  中定义乘法运算:  $G * G \rightarrow G$ , 如果  $G$  中元素在这种定义下满足:

例: 空间反演群 对三位实向量  $\vec{r}$  构成的群  $R^3$ , 空间反演操作  $I$  定义为  $I \cdot \vec{r} = -\vec{r}$ , 那么  $I^2 = E$ , 即  $G = \{E, I\}$  是一个群。

群的阶

群按阶的分类

循环群

乘法表

	E	I
E	E	I
I	I	E

例:  $n$  阶置换群 将  $n$  个元素的集合  $X = \{1, 2, \dots, n\}$  映射为自身的置换为:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \end{pmatrix}$$

注意区分群置换和矩阵变换

群可以按交换性分类 满足交换性的群也被称为 Abel 群。

例: 二面体群  $D_3$  乘法表 如下图所示, 正三角形  $ABC$ , 定义如下操作:

生成元

生成关系

End of Week1

## Notes on Lesson 1

Friday Sep 20

**重排定理** 设  $G = g_\alpha$ ,  $u \in G$ , 当  $\alpha$  去遍所有可能值时, 乘积  $u g_\alpha$  不重复地覆盖  $G$  的所有元素。

	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	
b	b		a

	e	a
e	e	a
a	a	e

	e	a
e	e	a
a	a	e