

Group Theory Fall 2019

Yuxuan Zhang, XJTU, 2160909016

The opening

Notes on Lesson 1

Friday Sep 6

Defination of Group

一般性群运算 集合 $G = \{g_1, g_2, \dots, g_\alpha, \dots\}$, 在 G 中定义乘法运算: $G * G \rightarrow G$, 如果 G 中元素在这种定义下满足:

例: 空间反演群 对三位实向量 \vec{r} 构成的群 R^3 , 空间反演操作 I 定义为 $I \cdot \vec{r} = -\vec{r}$, 那么 $I^2 = E$, 即 $G = \{E, I\}$ 是一个群。

群的阶

群按阶的分类

循环群

乘法表

	E	I
E	E	I
I	I	E

例: n 阶置换群 将 n 个元素的集合 $X = \{1, 2, \dots, n\}$ 映射为自身的置换为:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \end{pmatrix}$$

注意区分群置换和矩阵变换

群可以按交换性分类 满足交换性的群也被称为 Abel 群。

例: 二面体群 D_3 乘法表 如下图所示, 正三角形 ABC , 定义如下操作:

生成元

生成关系

End of Week1

The opening

Notes on Lesson 1

Friday Sep 20

重排定理 设 $G = g_\alpha$, $u \in G$, 当 α 去遍所有可能值时, 乘积 $u g_\alpha$ 不重复地覆盖 G 的所有元素。

	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	
b	b		a

	e	a
e	e	a
a	a	e

	e	a
e	e	a
a	a	e