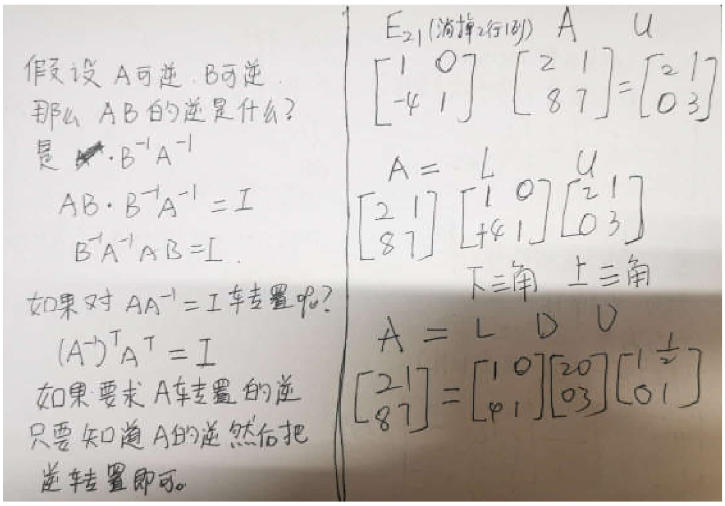
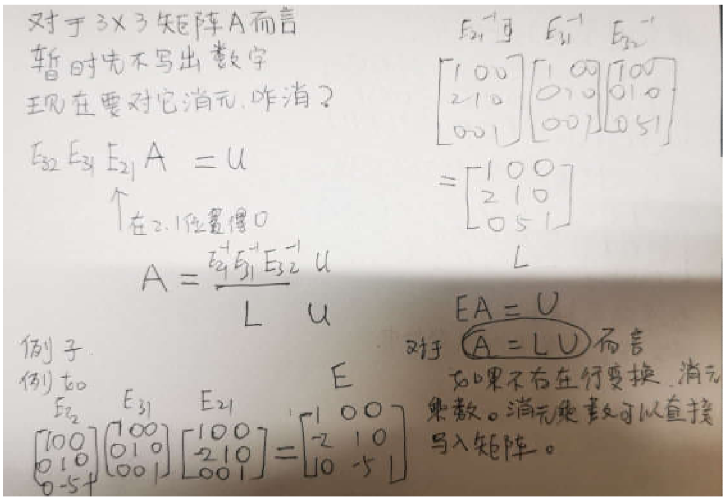
矩阵A的LU分解

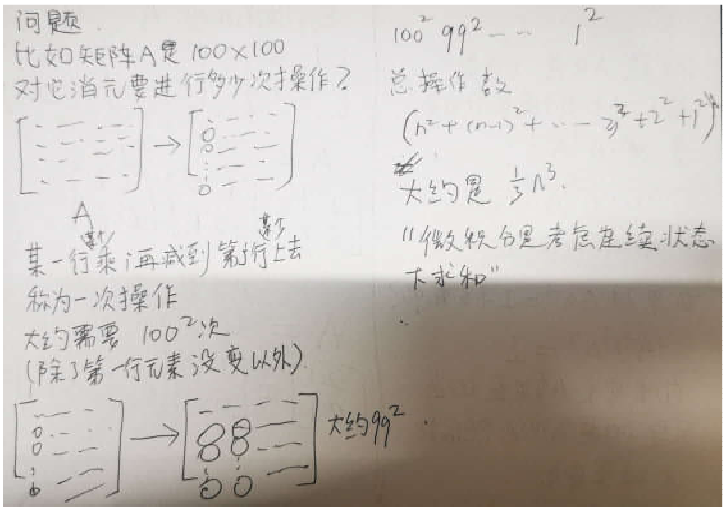
2022年5月4日 21:01



就是把一个矩阵分解成上三角矩阵和下三角矩阵的样子
还能把一个矩阵分解成上三角 主元 下三角的样子
这样估计更容易观察出来相关的性质吧



这个是把3*3矩阵分解成LU矩阵的例子
这个下三角矩阵能够看出来矩阵做了哪些转换



这些数字还挺有意思的

但如果需要行交换呢?

$$\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$$

这些矩阵都对行进行了一次互换。

$$\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

如果两两相乘

不管咋乘都在这N个单矩阵中.

对于任何可逆矩阵,都有

$$PA = LU$$

U → 上三角矩阵

L → 下三角矩阵

P是让A进行行变换的矩阵.

permutations 是让行重新排列了的单位矩阵。

并且 $P^{-1} = P^T$

n阶矩阵一共有多少种行变换?

一共有n的阶乘种.

$$n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

所有的置换矩阵都有一个很好的性质.可逆。各行还原后得单位阵.

研究了一下P置换矩阵的性质

一共有n的阶乘种行变换

所有的置换矩阵都是可逆的

...

转置矩阵

$$\begin{bmatrix}1&3\\2&3\\4&1\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}1&2&4\\3&3&1\end{bmatrix}$$

$$(A^T)_{ij} = A_{ji}$$

对称矩阵.

转置以后矩阵没变.

$$A^T = A$$

$A \cdot A^T$ 总是对称的

$$\begin{bmatrix}1&3\\2&3\\4&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&4\\3&3&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10&11&7\\11&\cdot&\cdot\\7&\cdot&\cdot\end{bmatrix}$$

为啥 $A \cdot A^T$ 总是对称的呢?

$$(R^TR)^T = R^TR^{TT}$$
$$= R^TR$$

因此总是对称的。

介绍了转置矩阵的一些概念