四个基本子空间

2022年5月11日 21:05

四个基本子空间

①列空间 $C(A)$

②零空间 $N(A)$

③行空间 ← A的行的所有组合

④A转置的零空间 ← A转置的列的所有组合 (A^T)的列空间

$N(A^T)$

"左零空间"

对于每个空间都分析一下

基是啥?

维度是多少

对于列空间来说

基就是主元所在的那些列.维度就是秩 r

行空间

行空间维数是是 r

零空间.

零空间的一组基就是特殊解们

$(n-r)$ 个特殊解

就是自由变量个数

维数是 $n-r$ 维

左零空间

维数 $m-r$

讨论行空间的基.

举个例子

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3&1\\1&1&2&1\\1&2&3&1\end{bmatrix}$$

对它作行变换，把它变成行最简.

$$\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}=R$$

$C(A) \neq C(R)$.

经过行变换之后，行空间是不变的

列空间变了，R的行空间的基也是

A的列空间的基。

所以行空间的一组基是

行最简的前 r 行

r 是秩数。

讨论左零空间

$A^T y = 0$

$[\ ][\ ] = [0]$ 对应式子转置

$[y^T][A] = 0^T$ $[0,0,0]$

↑
左零空间来源.

怎么求基向?

$$[A_{m\times n} \quad I_{m\times m}] \longrightarrow [R_{m\times n} \quad E_{m\times m}] \ ?$$

然后利用消元法求矩阵的行最简形,
前面做啥变换 E都记下来了。

$EA = R.$

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \longrightarrow R$$

E

通过E不但能得到左零空间的维数,还能求整个基数.
试着找一个产生零行向量的行组合

一种新的向量空间.
所有的 3x3 矩阵 M
把所有的矩阵看成"向量"

它的一个子空间是啥?
- 所有的上三角矩阵
- 所有的对称矩阵.
- 它俩的交集也是

R^n的概念延伸到 $R^{n\times n}$