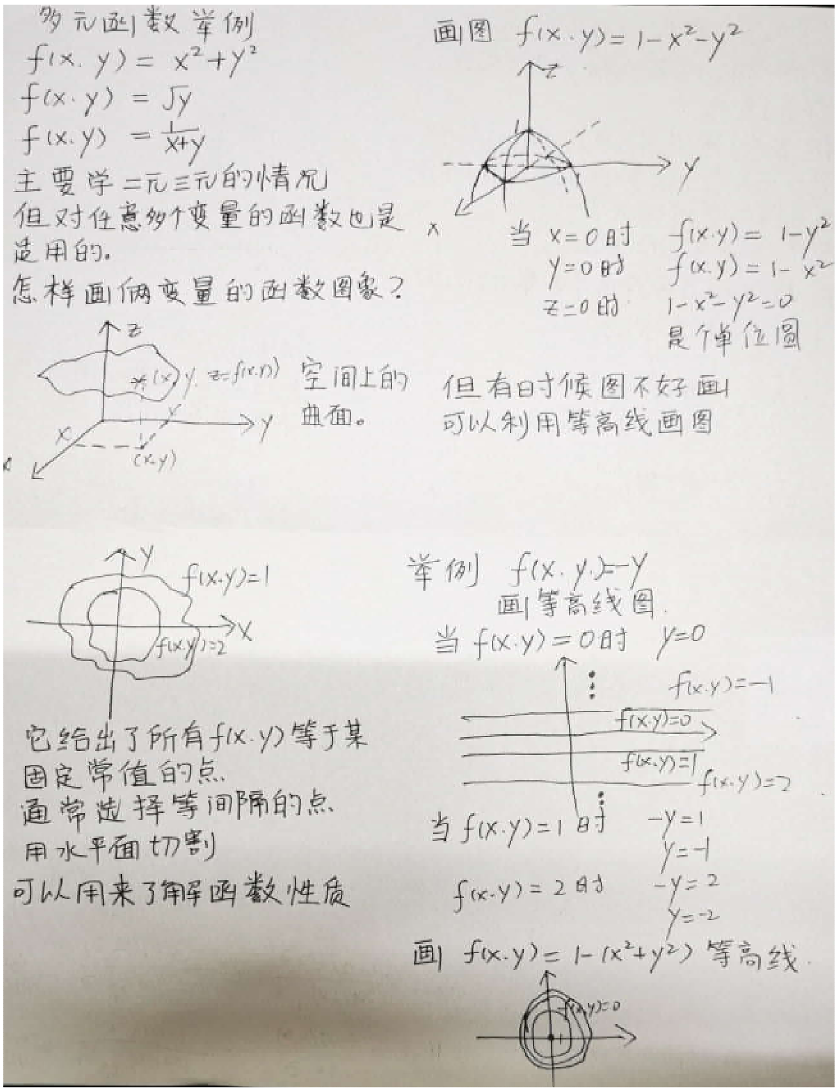
等值面 偏导数

2022年3月31日 17:27



多元函数举例

$f(x,y)=x^2+y^2$

$f(x,y)=\sqrt{y}$

$f(x,y)=\frac{1}{x+y}$

主要学二元三元的情况

但对任意多个变量的函数也是适用的。

怎样画俩变量的函数图象？

空间上的曲面。

画图 $f(x,y)=1-x^2-y^2$

当 $x=0$ 时 $f(x,y)=1-y^2$

$y=0$ 时 $f(x,y)=1-x^2$

$z=0$ 时 $1-x^2-y^2=0$ 是个单位圆

但有时候图不好画

可以利用等高线画图

它给出了所有 $f(x,y)$ 等于某固定常值的点.

通常选择等间隔的点

用水平面切割

可以用来了解函数性质

举例 $f(x,y)=-y$

画等高线图.

当 $f(x,y)=0$ 时 $y=0$

当 $f(x,y)=1$ 时 $-y=1$

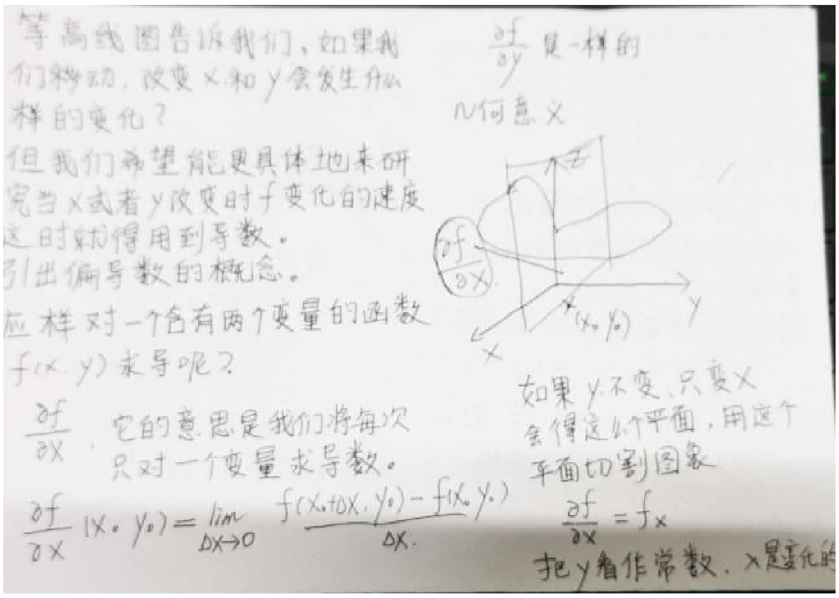
$y=-1$

$f(x,y)=2$ 时 $-y=2$

$y=-2$

画 $f(x,y)=1-(x^2+y^2)$ 等高线.

介绍等值面



等高线图告诉我们，如果我们移动，改变x和y会发生什么样的变化？

但我们希望能更具体地来研究当x或者y改变时f变化的速度

这时就得用到导数。

引出偏导数的概念。

怎样对一个含有两个变量的函数 $f(x,y)$ 求导呢？

$\frac{\partial f}{\partial x}$ 它的意思是我们将每次只对一个变量求导数。

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$$

$\frac{\partial f}{\partial y}$ 是一样的

几何意义

如果y不变，只变x 会得这么个平面，用这个平面切割图象

$\frac{\partial f}{\partial x}=f_x$

把y看作常数，x是变化的

介绍偏导数以及偏导数的几何意义