

矩阵乘法和逆矩阵

2022年5月3日 21:27

矩阵乘法

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ m \times n \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \times p \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ m \times p \\ \vdots \end{bmatrix} \quad x_{ij} \rightarrow i \text{ 行 } j \text{ 列 的元素。}$$

条件呢?

别的方法呢?

$$\begin{bmatrix} A \\ m \times n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ n \times p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ m \times p \end{bmatrix}$$

A矩阵 \times B矩阵的第一列 得 C矩阵第一列
 A矩阵 \times B矩阵第二列 得 C矩阵第二列
 \vdots
 C中的每一列都是A中各列的线性组合

第三种方法是考虑行

$$\begin{bmatrix} A \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ \vdots \end{bmatrix}$$

考虑成A的一行乘以B中的每一行得C中的一行。
 C中的一行就是B中各行的线性组合。

第四种方式

第一列乘以第一行，第二列乘以第二行...相加

第五种，不能将矩阵切割成块，对块进行乘法。

讲了几个算矩阵乘法的方法
 有两个是把矩阵看做是做行变换或者是列变换

逆矩阵

逆矩阵不一定存在。

如果存在，如何求逆

$$A^{-1}A = I = AA^{-1}$$

不好证。

如果是方阵，放两边都行。

这些是可逆矩阵。

那么不可逆的呢?

如果其中一列对线性组合毫无贡献，该矩阵不可能有逆

是一条直线， $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 不在这条直线上

如果能找到一个矩阵X使 $AX=0$ 那么A不可逆。

矩阵可逆的情况呢?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

不可能的，因为 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ 是成比例的，它们的线性组合

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

如何算A的逆?

矩阵的逆不一定存在
 如果存在的话 可以利用高斯消元的方法求逆矩阵

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

把左侧化成单位阵 右侧
的矩阵就是逆矩阵

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

I A^{-1}

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A A^{-1} I