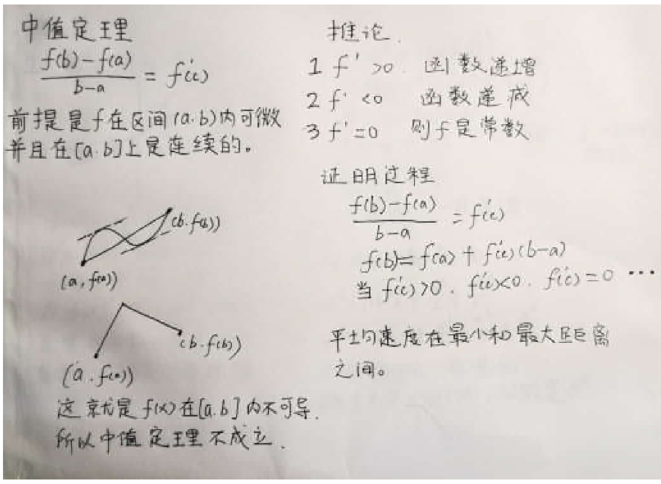
中值定理

2022年1月18日 20:45



中值定理

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$

前提是f在区间(a.b)内可微
并且在[a.b]上是连续的。

这就是f(x)在[a.b]内不可导.
所以中值定理不成立.

推论
1 $f'>0$ 函数递增
2 $f'<0$ 函数递减
3 $f'=0$ 则f是常数

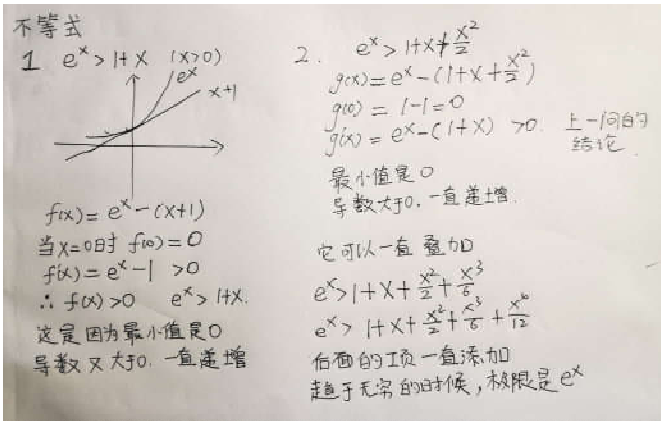
证明过程

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$

$f(b)=f(a)+f'(c)(b-a)$

当 $f'(c)>0$, $f'(c)<0$, $f'(c)=0$ …

平均速度在最小和最大距离之间。



不等式

1 $e^x>1+x$ $(x>0)$

$f(x)=e^x-(x+1)$
当 $x=0$ 时 $f(0)=0$
$f'(x)=e^x-1>0$
$\therefore f(x)>0$ $e^x>1+x$.
这是因为最小值是0
导数又大于0, 一直递增

2. $e^x>1+x+\frac{x^2}{2}$
$g(x)=e^x-(1+x+\frac{x^2}{2})$
$g(0)=1-1=0$
$g'(x)=e^x-(1+x)>0$. 上一问的结论
最小值是0
导数大于0, 一直递增.

它可以一直叠加
$e^x>1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}$
$e^x>1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{12}$
后面的项一直添加
趋于无穷的时候, 极限是 e^x

左边的这个定理就是拉格朗日中值定理
比如你0点从上海出发 然后12点到北京 一共行驶了1500公里
那么在（0，12）这个时间段内
必有某时刻的速度等于平均速度

罗尔定理是指
如果f(0) = 0，f(1) = 0
那么函数f(x)在(0,1)的范围内至少有一个x使得f(x)
的导数是0