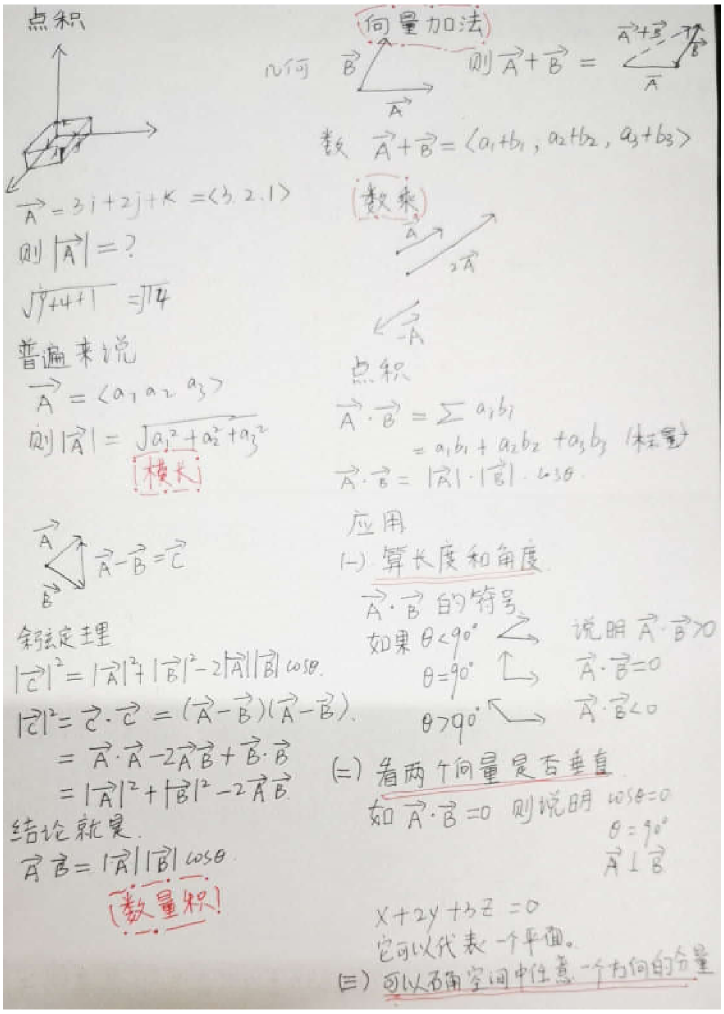
有关向量的一些基本概念

2022年3月28日 08:34



点积

$\vec{A} = 3i + 2j + k = \langle 3, 2, 1 \rangle$

则 $|\vec{A}| = ?$

$\sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$

普遍来说

$\vec{A} = \langle a_1\ a_2\ a_3 \rangle$

则 $|\vec{A}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

模长

$\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$

余弦定理

$|\vec{C}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$.

$|\vec{C}|^2 = \vec{C} \cdot \vec{C} = (\vec{A} - \vec{B})(\vec{A} - \vec{B})$.

$= \vec{A} \cdot \vec{A} - 2\vec{A}\vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{B}$

$= |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2\vec{A}\vec{B}$

结论就是

$\vec{A}\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$

数量积

向量加法

几何 则 $\vec{A} + \vec{B} =$

数 $\vec{A} + \vec{B} = \langle a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3 \rangle$

数乘

$\vec{A}$ $2\vec{A}$ $-\vec{A}$

点积

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum a_i b_i$

$= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ (标量)

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$.

应用

(一) 算长度和角度

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ 的符号

如果 $\theta < 90°$ 说明 $\vec{A} \cdot \vec{B} > 0$

$\theta = 90°$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$\theta > 90°$ $\vec{A} \cdot \vec{B} < 0$

(二) 看两个向量是否垂直

如 $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ 则说明 $\cos\theta = 0$

$\theta = 90°$

$\vec{A} \perp \vec{B}$

$x + 2y + 3z = 0$

它可以代表一个平面。

(三) 可以求空间中任意一个方向的分量

介绍基本概念

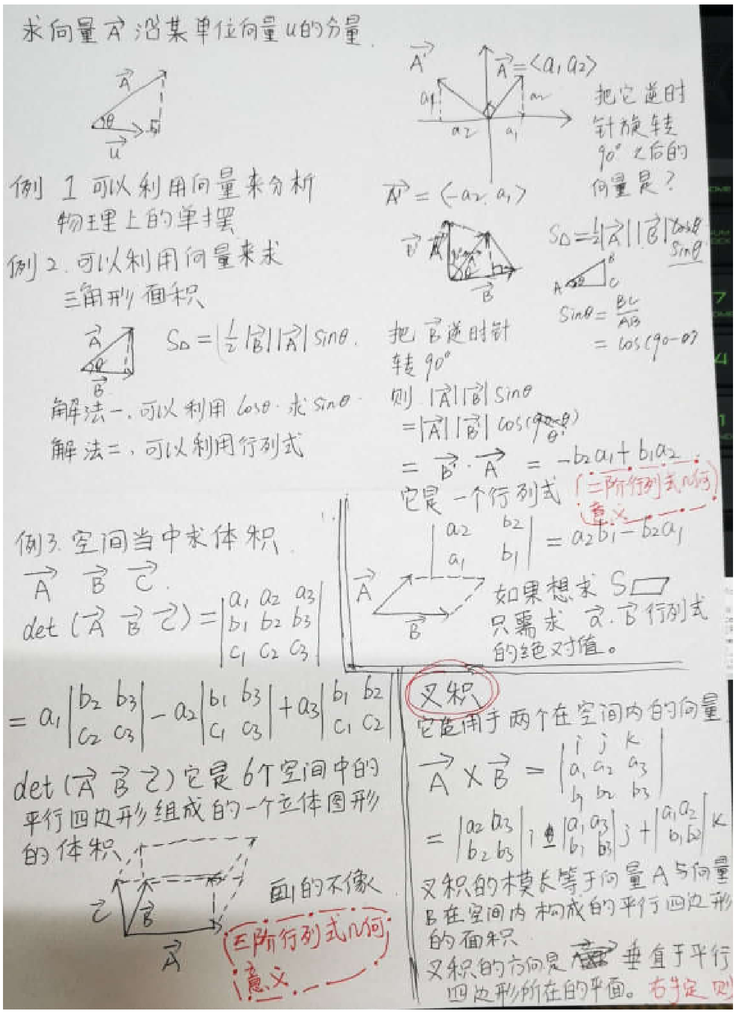
模长

数量积

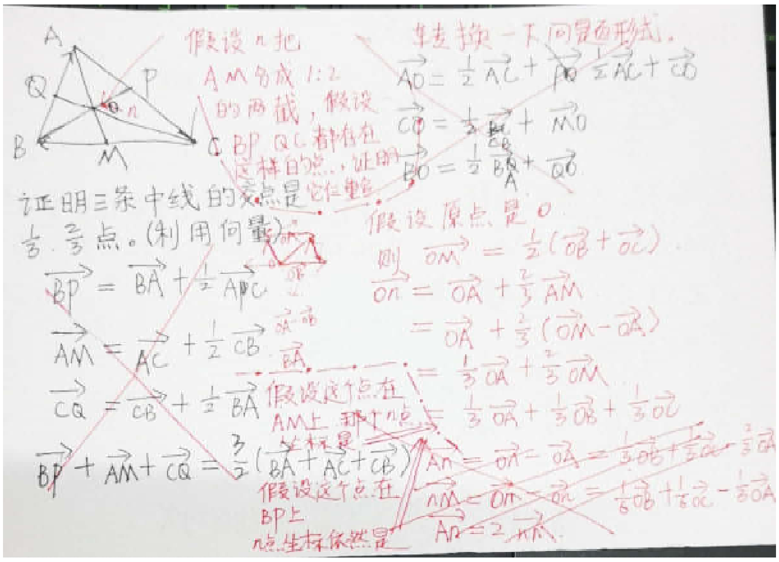
向量加法

数乘

数量积的三种应用



这里介绍了二阶三阶行列式的几何意义



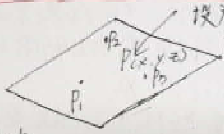
这里应用向量一个小案例
证明三角形三条中线的交点 是三等分点

外积的一个应用

空间中有三个点，P_1 P_2 P_3

我们找到它们决定的平面方程

设为该平面上的任意一点。



解法一

$\overrightarrow{P_1P_2}$ $\overrightarrow{P_1P}$ $\overrightarrow{P_1P_3}$ 看这三个向量三阶行列式是否是一个扁的立方体，只有一个面.

解法二 利用已知向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ $\overrightarrow{P_1P_3}$ 求这俩向量的 $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3}$ 得出垂直于该平面的法向量 再利用 $\overrightarrow{N} \cdot \overrightarrow{P_1P} = 0$ 这样的方法求.

其实这两种方式等价

$\overrightarrow{N} \cdot \overrightarrow{P_1P} = 0$

$\Rightarrow \underbrace{(\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P} = 0}_{\text{这个叫做混合积}}$

可以利用外积求解平面方程