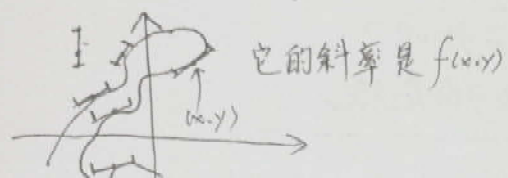


# 微分方程的几何解法

2022年3月28日 08:34

微分方程在几何上对应所谓的“方向场”  
其解对应叫作“积分曲线”

什么是“方向场”？

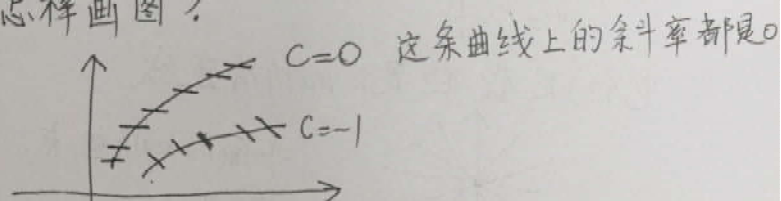


积分曲线是穿过平面的一条曲线  
在每一点处与线素相切的曲线

积分曲线可以用其每点处的方向加以区分。

微分方程表达的是所有积分曲线在一些  
点处的切线方向。

怎样画图？



先画等斜线

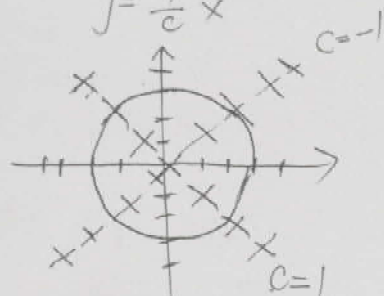
画线素

画方向场。

例如  $y' = -\frac{x}{y}$

等斜线  $-\frac{x}{y} = c$

$y = -\frac{1}{c}x$



线素和等斜线是垂直的。

画积分曲线。

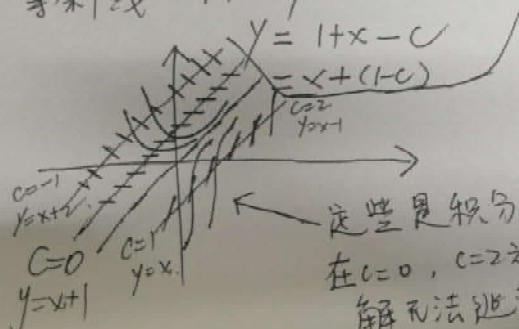
几何上是圆

$x^2 + y^2 = C^2$

$2x + 2y y' = 0$

例  $y' = 1 + x - y$

等斜线  $1 + x - y = c$



这些是积分曲线。  
在  $c=0, c=2$  之间是怎样的?  
解无法逃避。

两条积分曲线不能相切

这是因为存在和唯一性定理

$f(x, y)$  必须是连续的

能保证存在性

啥能保证唯一性呢?

关于  $y$  的偏导必须是连续的。

例  $xy' = y - 1$

$\frac{dy}{y-1} = \frac{dx}{x}$

$\ln|y-1| = \ln|x| + C$

$y-1 = Cx$

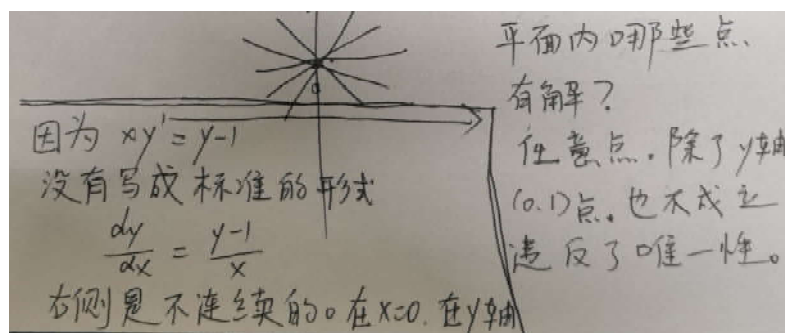
$y = Cx + 1$

它们是截距是1的所有直线



平面内哪些点有解?

最后这里



最后这里

需要注意标准形式下的取值范围问题