矩阵 逆矩阵

2022年3月29日 21:41

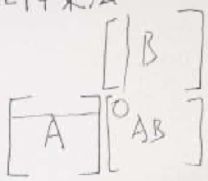
矩阵 逆矩阵

我们可以在变量之间找到线性关系。

$$\begin{cases} u_1 = 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \\ u_2 = 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \\ u_3 = x_1 + x_2 + 2x_3 \end{cases}$$

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}} \underset{X}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}} = \underset{U}{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}}$$

矩阵乘法



必须A的宽是B的高

AB表示的意思，先作变换B再作变换A

$(AB)X = A(BX)$

AB和BA不等

I是单位矩阵

$IX = X$

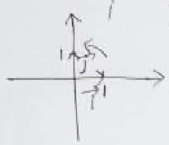
介绍矩阵乘法

例子

在一个平面上作90°逆时针旋转变换。

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \underset{\vec{i}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}} = \underset{\vec{j}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$$



$u_1 = 2x_1 + 3x_2 + 3x_3$

$u_2 = 2x_1 + 4x_2 + 5x_3$

$u_3 = x_1 + x_2 + 2x_3$

现在是用 x_1 x_2 x_3 表示 u_1 u_2 u_3 通过变换也可以利用 u_1 u_2 u_3 表示 x_1 x_2 x_3

也可以用矩阵表示，就变成逆矩阵了。

如何找一个矩阵的逆矩阵？

假设矩阵A的逆矩阵是M

则 $AM = I$

$MA = I$

逆矩阵用途：解方程组。

$AX = B \quad A^{-1}AX = A^{-1}B \quad X = A^{-1}B$

通过一个例子说明矩阵乘法的几何意义是做变换

如何手算逆矩阵.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

①余子式

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

② 代数余子式

$$\begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & +1 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

是负的就+
[illegible]

③ 转置

把矩阵的行写成列

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$ 伴随矩阵

④ 用行列式A来除

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

⑤ $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

可以用来解线性方程组.

介绍了求解逆矩阵的方法
利用逆矩阵可以解方程组