行列式公式 代数余子式

2022年6月8日　　10:02

行列式公式，代数余子式。

推导 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的值

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 0 \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$= \cancel{\begin{vmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{vmatrix}} + \begin{vmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b \\ c & 0 \end{vmatrix} + \cancel{\begin{vmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{vmatrix}}$$

$$= \begin{vmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b \\ c & 0 \end{vmatrix}$$

$$= ad - cb.$$

那么有没有啥能求解3阶，4阶任意阶矩阵的方法呢？

如果是3X3呢？

一分三　　有很多是0，那些不为零

三分九　　的的行列式是哪些呢？

九分二十七

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{32}a_{23} - a_{21}a_{12}a_{33} + a_{31}a_{12}a_{23} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13}$$

对于 4×4 的呢?

有没有通用的公式求行列式值呢?

利用代数余子式，代数余子式的作用是把 n 阶行列式化简为 $n-1$ 阶行列式。

从3X3开始. 写成代数余子式的概念

$$\det = a_{11}\underbrace{(a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32})} + a_{12}(\qquad) + a_{13}(\qquad)$$

这括号里面的就是代数余子式 正好是去掉 a_{11} 所在行列剩余的元素的行列式

现在遇到的问题是代数余子式的符号咋判断?

什么是 a_{ij} 的代数余子式

是 $C_{ij} = \pm \det($ n-1 矩阵行列式 擦掉第i行第j列)

当i+j是偶数时是正、当i+j是奇数是负。

$$\det A = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \cdots a_{1n}C_{1n}$$