

$$a(k) = \frac{2}{N} \sum_{r=0}^{N-1} a(r) e^{-j2\pi k \frac{r}{N}} = a_k + b_k j \quad (8)$$

式中: $a(r)$ 为一个采样数据个数为 N 的加速度序列; $a(k)$ 为 $a(r)$ 经过 FFT 后在频域的复序列. $a(k)$ 表示为

$$a(k) = A_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \quad (9)$$

式中: $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; $\varphi_k = \arctan \frac{b_k}{a_k}$; f_k 为对应于 $a(k)$ 的频率.

则位移 $s(k)$ 表示为

$$s(k) = \frac{A_k}{\omega_k^2} \cos(2\pi f_k t + \varphi_k - \pi) \quad (10)$$

结构位移可以累加表示为

$$s(t) = \sum_{k=1}^N s(k) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\omega_k^2} \cos(2\pi f_k t + \varphi_k - \pi) \quad (11)$$

因此,频域积分方法用 FFT 和 IFFT 表示为^[3]

$$s(t) = -F^{-1} \left[\frac{1}{\omega^2} F(a(t)) \right] \quad (12)$$

低频衰减方法可通过设置目标频率,引入目标精度系数,在消除低频趋势干扰的情况下,最大限度地保留目标频率附近的成分. 低频衰减算法的积分公式^[3]为

$$s(t) = -F^{-1} \left[\frac{\omega^2}{\omega^4 + \delta} F(a(t)) \right] \quad (13)$$

其中

$$\delta = \frac{1 - \alpha}{\alpha} (2\pi f_i)^4 \quad (14)$$

式中: δ 为正则化系数,用于控制被测加速度的趋势项误差; α 为目标精度系数; f_i 为目标频率.

低频衰减算法相当于设置了高通滤波器,设置目标频率为 2 Hz,该滤波器的幅频响应特性如图 2 所示. 在高频段,传递函数幅值趋近于 1,在低频段,随着频率的减小,幅值迅速趋近于 0,因此该高通滤波器可以有效保留目标频率附近的信息,同时衰减低频信息. 本文研究过程中的分析目标精度系数均取 0.95,实现在目标频率设置较小时,也能保证较好的积分精度.

2 算法编程以及模拟验证

本文利用 FFT 的低频衰减算法并结合滑动平均法去除噪声和趋势项的干扰,能有效积分位移结果. 基于上述考虑,给出了一种加速度积分方案,流程图如图 3 所示.

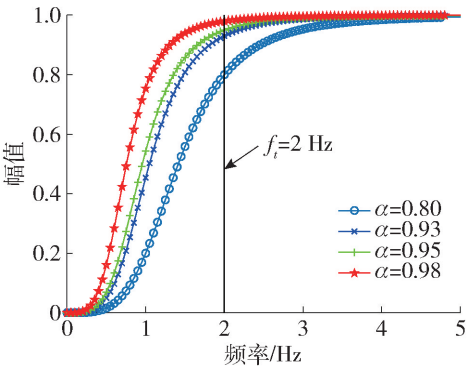


图 2 低频衰减滤波器的频率特性

Fig. 2 Frequency characteristics of the low frequency attenuation filter

- 1) 加速度信号文件导入和预处理;
- 2) 绘制加速度时程曲线;
- 3) 加速度前处理:平滑和初始滤波,去除漂移项和去噪声处理;
- 4) 利用 FFT 计算加速度信号双侧频谱和偶数信号长度计算加速度信号单侧频谱;
- 5) 低频衰减频域积分以及 IFFT;
- 6) 计算积分位移信号双侧频谱,基于双侧频谱和信号长度计算位移信号单侧频谱;
- 7) 绘制位移时程曲线.

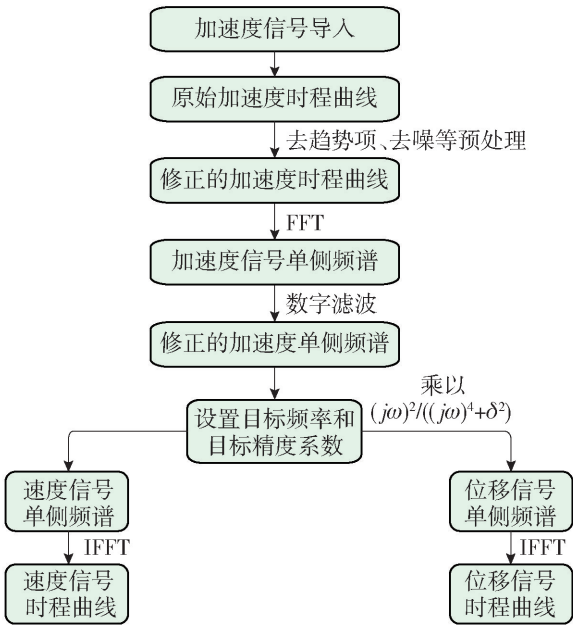


图 3 加速度积分位移流程图

Fig. 3 Flow chart of acceleration integral displacement

下面通过正弦叠加信号来验证算法的有效性,模拟的正弦信号由 3 个频率分量叠加而成,分别为