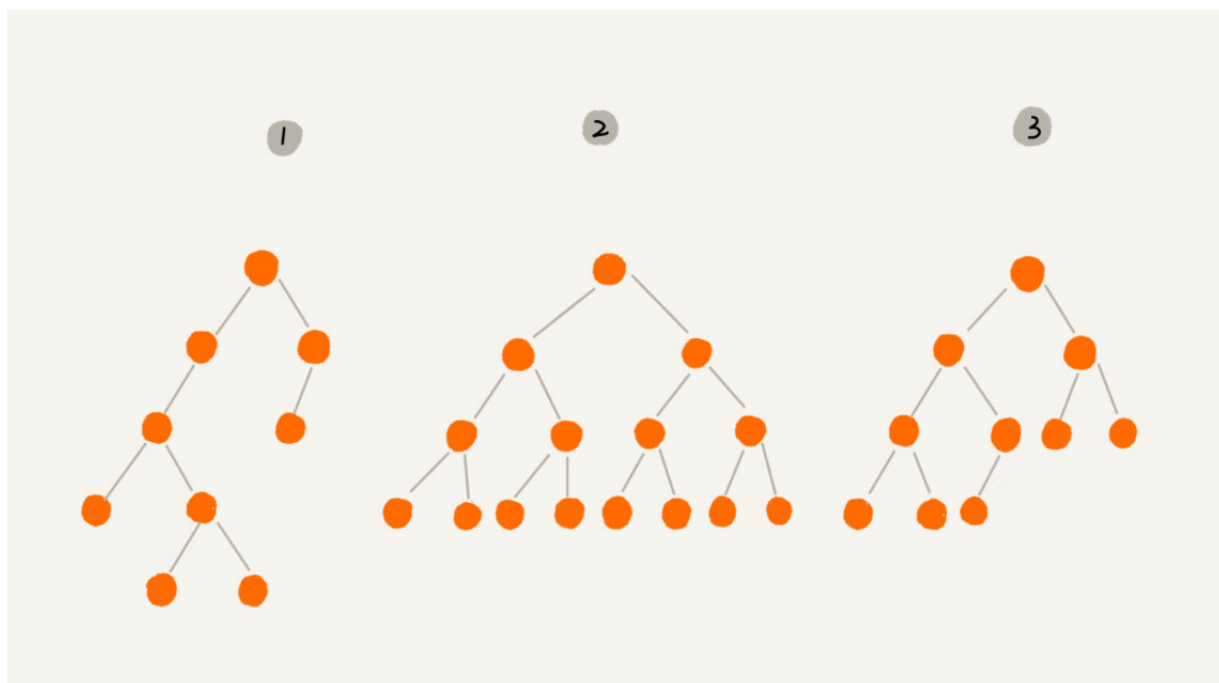


## 定义

二叉树，顾名思义，每个节点最多有两个“叉”，也就是两个子节点，分别是左子节点和右子节点。不过，二叉树并不要求每个节点都有两个子节点，有的节点只有左子节点，有的节点只有右子节点。



这个图里面，有两个比较特殊的二叉树，分别是编号 2 和编号 3。

编号 2 的二叉树中，叶子节点全都在最底层，除了叶子节点之外，每个节点都有左右两个子节点，这种二叉树就叫做**满二叉树**。

编号 3 的二叉树中，叶子节点都在最底下两层，最后一层的叶子节点都靠左排列，并且除了最后一层，其他层的节点个数都要达到最大，这种二叉树叫做**完全二叉树**。

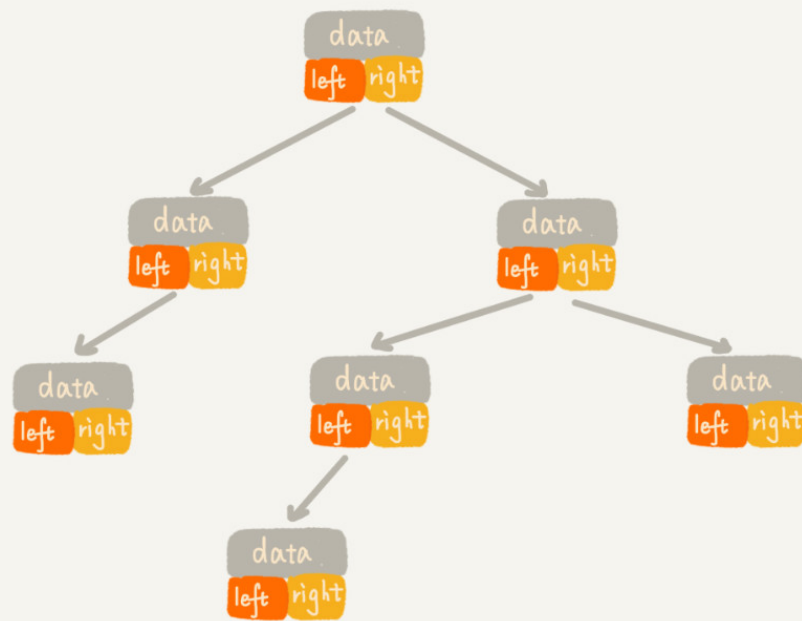
## 存储方式

完全二叉树看起来就是芸芸众树中的一种，没什么不同，为什么要单独拿出来定义呢？这就与如何存储二叉树有关了。

- 基于指针或引用的二叉链式存储法

是一种比较简单直观的存储方法，比较常用。大部分二叉树代码通过这种方式实现。

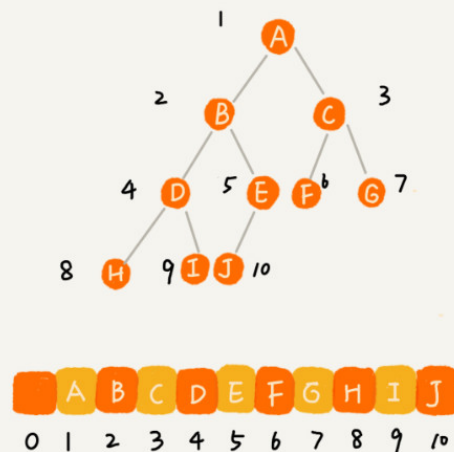
每个节点有三个字段，其中一个存储数据，另外两个是指向左右子节点的指针。我们只要拎住根节点，就可以通过左右子节点的指针，把整棵树都串起来。



- 基于数组的顺序存储法

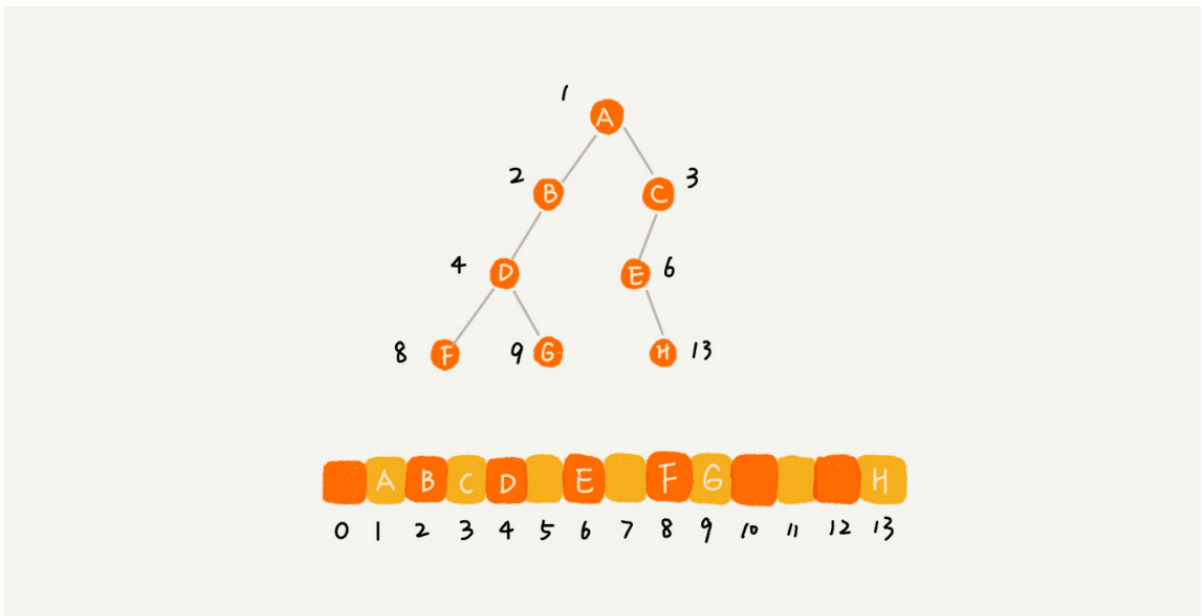
适合于完全二叉树。

我们把根节点存储在下标  $i = 1$  的位置，那左子节点存储在下标  $2 * i = 2$  的位置，右子节点存储在  $2 * i + 1 = 3$  的位置。以此类推，B 节点的左子节点存储在  $2 * i = 2 * 2 = 4$  的位置，右子节点存储在  $2 * i + 1 = 2 * 2 + 1 = 5$  的位置。



即如果节点 X 存储在数组中下标为  $i$  的位置，下标为  $2 * i$  的位置存储的就是左子节点，下标为  $2 * i + 1$  的位置存储的就是右子节点。反过来，下标为  $i/2$  的位置存储就是它的父节点。通过这种方式，我们只要知道根节点存储的位置（一般情况下，为了方便计算子节点，根节点会存储在下标为 1 的位置），这样就可以通过下标计算，把整棵树都串起来。

缺点：上面的例子是一棵完全二叉树，所以仅仅“浪费”了一个下标为 0 的存储位置。如果是非完全二叉树，其实会浪费比较多的数组存储空间。



所以，如果某棵二叉树是一棵完全二叉树，那用数组存储无疑是最节省内存的一种方式。因为数组的存储方式并不需要像链式存储法那样，要存储额外的左右子节点的指针。这也是为什么完全二叉树会单独拎出来的原因，也是为什么完全二叉树要求最后一层的子节点都靠左的原因。

## 遍历

如何将所有节点都遍历打印出来呢？经典的方法有三种，前序遍历、中序遍历和后序遍历。其中，前、中、后序，表示的是节点与它的左右子树节点遍历打印的先后顺序。

- 前序遍历是指，对于树中的任意节点来说，先打印这个节点，然后再打印它的左子树，最后打印它的右子树。

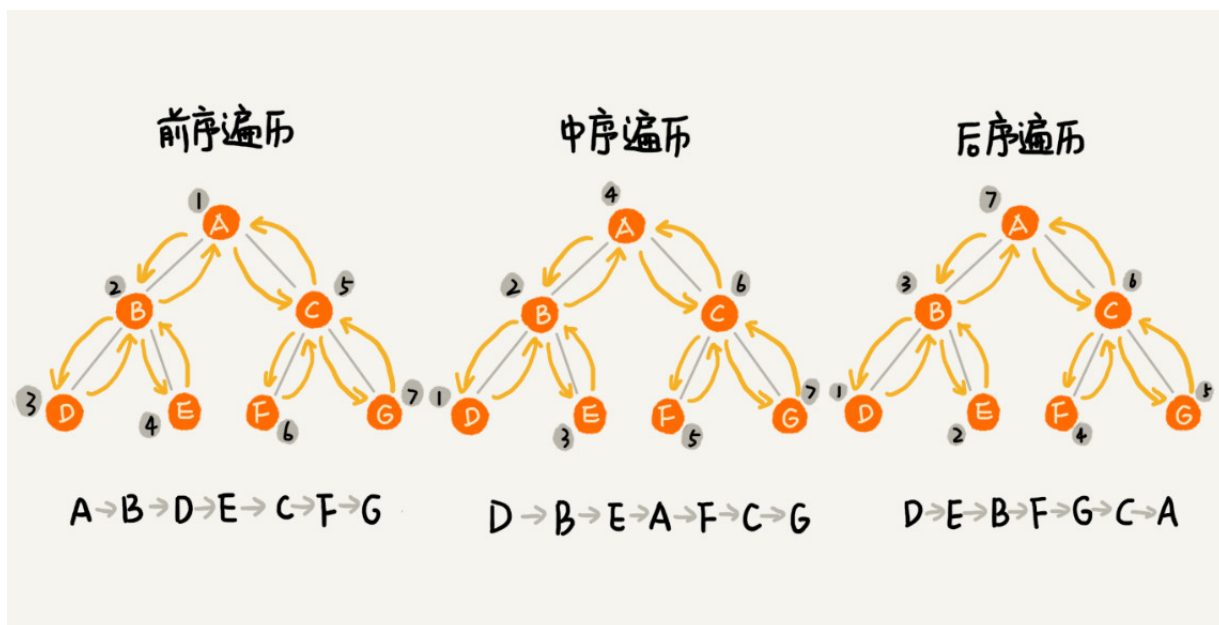
递归公式：preOrder(r) = print r->preOrder(r->left)->preOrder(r->right)

- 中序遍历是指，对于树中的任意节点来说，先打印它的左子树，然后再打印它本身，最后打印它的右子树

递归公式：inOrder(r) = inOrder(r->left)->print r->inOrder(r->right)

- 后序遍历是指，对于树中的任意节点来说，先打印它的左子树，然后再打印它的右子树，最后打印这个节点本身。

递归公式：postOrder(r) = postOrder(r->left)->postOrder(r->right)->print r



时间复杂度：O(n)

从前、中、后序遍历的顺序图，可以看出来，每个节点最多会被访问两次，所以遍历操作的时间复杂度，跟节点的个数  $n$  成正比。