本科概率论与数理统计作业卷(五)

一、填空题

1.设 X 和 Y 为两个随机变量,且 $P\{X\geq 0, Y\geq 0\}=3/7$, $P\{X\geq 0\}=P\{Y\geq 0\}=4/7$,则 $P\{\max(X,Y)\geq 0\}=$__________.

2.设随机变量 X 和 Y 相互独立,且 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$, $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$,则二次方程 $\mu^2-2X\mu+Y=0$ 具有实根的概率为______________.

3.已知随机变量 X 和 Y 相互独立且均服从 $N(\mu, 0.5)$,若 $P\{X+Y\leqslant 1\}=0.5$,则 $\mu=$______.

4.设随机变量 X 与 Y 相互独立,下表列出了二维随机变量(X,Y)联合分布律及关于 X 和关于 Y 的边缘分布律中的部分数值,试将其余值填入表中的空白处.

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_{i\cdot}$
x_1		$\frac{1}{8}$		
x_2	$\frac{1}{8}$			
$P\{Y=y_j\}=p_{\cdot j}$	$\frac{1}{6}$			1

二、选择题

1. 设相互独立的随机变量 X 和 Y 具有同一分布律,且 X 的分布律为 $P\{X=0\}=P\{X=1\}=\frac{1}{2}$,则随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律为____________________.

(A) $Z\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$　(B) $Z\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4}\end{pmatrix}$　(C) $Z\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$　(D) $Z\sim\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{2}{4}\end{pmatrix}$

2.设 $p(x,y)$和 $g(x,y)$ 均为二维连续型随机变量的联合密度,令 $f(x,y)=ap(x,y)+bg(x,y)$. 要使 $f(x,y)$是某个二维连续型随机变量的联合密度,则 a,b 应满足______________.

(A) $a+b=1$　(B) $a>0, b>0$　(C) $0\leq a\leq 1, 0\leq b\leq 1$　(D)$a\geq 0, b\geq 0$, 且$a+b=1$

3.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且 $X\sim N(0,1)$, Y 的概率分布为 $P\{Y=0\}=P\{Y=1\}=1/2$. 则 $Z=XY$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 的间断点个数为____________.

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

三、计算、证明题

1. 已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布 $X_1\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$, $X_2\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ 且 $P\{X_1X_2=0\}=1$

(1) 求 X_1 和 X_2 的联合分布;　(2) 判断 X_1 和 X_2 是否独立并说明理由.

2.设二维随机变量(X, Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, & 0<x<y\\ 0, & 其他\end{cases}$,求

(1) 随机变量 X 的密度 $f_X(x)$;　(2) 求概率 $P\{X+Y\leq 1\}$

3.设随机变量 X 和 Y 相互独立且均服从$[0,a]$上的均匀分布 求 $Z=X+Y$ 的分布密度.