

本科概率论与数理统计作业卷(三)

一、填空题

1. 设有随机变量 $X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, 则 X 的分布函数为_____.

2. 如果离散型随机变量 X 的分布律如下表所示, 则 $C=$ _____.

| | | | | |
|-----|---------------|----------------|----------------|----------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{1}{C}$ | $\frac{1}{2C}$ | $\frac{1}{3C}$ | $\frac{1}{4C}$ |

3. 已知 X 的分布律如下表所示

| | | | | | | |
|------------|----------------|---------------|---------------|----------------|---------------|---------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $P\{X=x\}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

则 $Y = (X-2)^2$ 的分布律为

| | |
|------------|--|
| Y | |
| $P\{Y=y\}$ | |

二、选择题

1. 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 是某两个随机变量的分布函数, 为使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 成为某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数值中应取_____.

(A) $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$ (B) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$ (C) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$ (D) $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$

2. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\} = b\lambda^k, (k=1, 2, 3, \dots)$ 且 $b>0$, 则 λ 为_____

(A) $\lambda > 0$ 的任意实数 (B) $\lambda = b+1$ (C) $\lambda = \frac{1}{1+b}$ (D) $\lambda = \frac{1}{b-1}$

三、计算、证明题

1. 一个袋中有 5 只球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 在其中任取 3 只, 以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码, 求 X 的概率分布.

2. 一汽车沿一街道行使需要通过三个均设有红绿信号的路口, 每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立, 且红、绿两种信号显示时间差相等, 以 X 表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口个数, 求 X 的概率分布.

3. 设随机变量 X 的可能取值为 -1, 0, 1, 且取这三个值的概率比为 1:2:3, 求 X 的概率分布.

本科概率论与数理统计作业卷(四)

一、填空题

1. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布,且已知 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$,则 $P\{X=4\}=\underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设随机变量 X 服从参数为 $(2,p)$ 的二项分布,随机变量 Y 服从参数为 $(3,p)$ 的二项分布,若 $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$,则 $P\{Y \geq 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设随机变量 $X \sim U(0,2)$,则 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内有概率密度 $f_Y(y)=\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,以 Y 表示对 X 的三次独立重复观测中事件 $\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数,则 $P\{Y=2\}=\underline{\hspace{2cm}}$.
(A) $\frac{9}{64}$ (B) $\frac{7}{64}$ (C) $\frac{3}{64}$ (D) $\frac{9}{16}$
2. 设随机变量 X 具有对称的概率密度,即 $f(-x)=f(x)$,则对任意 $a>0$, $P(|X|>a)=\underline{\hspace{2cm}}$.
(A) $1-2F(a)$ (B) $2F(a)-1$ (C) $2-F(a)$ (D) $2[1-F(a)]$
3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$,记 $p_1 = P\{X \leq \mu - 4\}$, $p_2 = P\{Y \geq \mu + 5\}$, 则 $\underline{\hspace{2cm}}$.
(A) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 = p_2$ (B) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 < p_2$
(C) 只对 μ 的个别值, 才有 $p_1 = p_2$ (D) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 > p_2$
4. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma > 0$ 且二次方程 $y^2 + 4y + X = 0$ 无实根的概率为 0.5, 则 $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$.
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

三、计算、证明题

1. 连续型随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求
(1) 系数 A ; (2) X 落在区间内的概率 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$; (3) X 的分布函数.
2. 某地区的月降水量 X (单位 mm) 服从正态分布 $N(40, 4^2)$, 试求该地区连续 10 个月降水量都不超过 $50mm$ 的概率.
3. 某地区一个月内发生交通事故的次数 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 据统计资料知, 该地区一个月内发生 8 次交通事故的概率是发生 10 次交通事故概率的 2.5 倍, 求
(1) 一个月内分别发生 8 次和 10 次交通事故的概率;
(2) 一个月内至少发生 1 次交通事故的概率;
(3) 一个月内最多发生 2 次交通事故的概率.
4. 设随机变量 X 的概率密度 $f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 求随机变量 $Y=e^X$ 的概率密度 $f_Y(y)$.