

## 本科概率论与数理统计作业卷(六)

### 一、填空题

1. 设随机变量  $X$  服从参数为 1 的指数分布, 则数学期望  $E(X + e^{-2X}) =$  \_\_\_\_\_.
2. 设离散型随机变量  $X$  的分布律为  $P\{X = 2^k\} = \frac{2}{3^k}, k = 1, 2, \dots$ , 则  $EX =$  \_\_\_\_\_.
3. 已知离散型随机变量  $X$  服从参数为 2 的泊松分布, 则  $E(3X-2) =$  \_\_\_\_\_.
4. 箱中有  $N$  只球, 其中白球数是随机变量  $X$  且  $EX = n$ , 则从箱中任取一球为白球的概率为 \_\_\_\_\_.
5. 设  $X$  与  $Y$  是两个独立且均服从正态分布  $N(0, \frac{1}{2})$  的随机变量, 则  $E|X - Y| =$  \_\_\_\_\_.

### 二、选择题

1. 设  $P(X = n) = a^n, (n = 1, 2, \dots)$  且  $EX = 1$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.  
(A)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  (B)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
2. 设随机变量  $X$  服从参数为 1 的指数分布, 则  $Y = X^3 + e^{-2X}$  的数学期望为 \_\_\_\_\_.  
(A)  $\frac{8}{3}$  (B)  $\frac{10}{3}$  (C)  $\frac{14}{3}$  (D)  $\frac{19}{3}$
3. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 则数学期望  $EX =$  \_\_\_\_\_.  
(A) 0 (B) 1 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{6}$

### 三、计算、证明题

1. 设在一规定时间间隔里某电器设备处于最大负荷的时间  $X$  (以分计) 是一个随机变量, 其密度函数为  $p(x) = \begin{cases} \frac{x}{(1500)^2}, & 0 \leq x \leq 1500 \\ \frac{3000-x}{(1500)^2}, & 1500 < x \leq 3000 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 求数学期望  $EX$ .
2. 若在  $n$  把外形相同的钥匙中只有一把能打开门上的锁, 现随机取一把去试开 (试开后除去) 直到打开门上的锁为止, 试用下面两种方法求试开次数  $X$  的数学期望:  
(1) 写出  $X$  的分布律; (2) 不写出  $X$  的分布律.
3. 从甲地到乙地的汽车上有 20 位乘客, 沿途经过 10 个车站, 设每位乘客在各个车站下车是等可能的, 到达一个车站时没有乘客下车就不停车. 以  $X$  表示停车次数, 求  $EX$ .
4. 在半圆直径上任取一点  $P$ , 过  $P$  作直径的垂线交圆周于  $Q$ , 设圆的半径为 1, 求数学期望  $E(PQ)$  和方差  $D(PQ)$ .

## 本科概率论与数理统计作业卷(七)

### 一、填空题

1. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} a+bx^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 已知  $EX = \frac{3}{5}$ , 则  $DX =$  \_\_\_\_\_.
2. 设随机变量  $X_1, X_2, X_3$  相互独立, 且都服从参数为  $\lambda$  的泊松分布. 令  $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ , 则  $Y^2$  的数学期望等于 \_\_\_\_\_.
3. 设 10 次独立射击中命中目标次数为  $X$ , 每次射击命中目标概率为 0.4, 则  $EX^2 =$  \_\_\_\_\_.
4. 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$ , 则  $EX =$  \_\_\_\_\_,  $DX =$  \_\_\_\_\_.
5. 设随机变量  $X$  的方差为 2, 则据切比雪夫不等式有估计  $P\{|X - EX| \geq 2\} \leq$  \_\_\_\_\_.

### 二、选择题

1. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $\varphi(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 已知  $EX = 0.5, DX = 0.15$ , 则关于系数  $a, b, c$  的正确选项为 \_\_\_\_\_  
(A)  $a = 12, b = -12, c = 3$  (B)  $a = 12, b = 12, c = 3$   
(C)  $a = -12, b = 12, c = 3$  (D)  $a = -12, b = -12, c = 3$
2. 设离散型随机变量  $X$  服从 0-1 分布, 即  $P\{X = 0\} = p, P\{X = 1\} = 1 - p$ , 则正确的是 \_\_\_\_\_  
(A)  $EX = p$  (B)  $EX < 1 - p$  (C)  $DX = p^2$  (D)  $DX \leq 0.25$
3. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且  $X \sim B(10, 0.3), Y \sim B(10, 0.4)$ , 则  $E(2X - Y)^2 =$  \_\_\_\_\_  
(A) 12.6 (B) 14.8 (C) 15.2 (D) 18.9
4. 设  $(X, Y)$  是二维随机变量,  $DX = 4, DY = 1$ , 相关系数  $\rho_{XY} = 0.6$ , 则  $D(3X - 2Y) =$  \_\_\_\_\_  
(A) 40 (B) 34 (C) 25.6 (D) 17.6
5. 若抛投  $n$  次硬币中出现正面次数为  $X$ , 反面次数为  $Y$ , 则  $X$  和  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY} =$  \_\_\_\_\_  
(A) -1 (B) 0 (C) 0.5 (D) 1

### 三、计算、证明题

1. 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}, -\infty < x < +\infty$   
(1) 求  $EX$  和  $DX$ ; (2) 若已知  $\int_{-\infty}^c p(x) dx = \int_c^{+\infty} p(x) dx$ , 求常数  $c$ .
2. 设  $X$  服从参数为  $\lambda > 0$  的泊松分布, 且已知  $E[(X-1)(X-2)] = 1$ , 求  $\lambda$ .
3. 设  $X$  为随机变量,  $C$  为常数且  $C \neq EX$ , 证明  $DX < E(X - C)^2$ .
4. 设某种电子元件寿命服从均值为 100 小时的指数分布. 现从中随机取出 16 只, 设它们的寿命相互独立, 求这 16 只元件的寿命总和  $X$  大于 1920 小时的概率.