本科概率论与数理统计作业卷(九)

一、填空题

1.设总体$X\sim U(0,\theta]$,$\theta>0$为未知参数,样本观测值为0.3，0.8，0.27，0.35，0.62，0.55，则θ的矩法估计值为__________.

2.为检验某种自来水消毒设备效果,现从消毒后的水中随机抽取 50 升,化验每升水中大肠杆菌的个数(设一升水中大肠杆菌个数服从参数为λ的泊松分布),化验结果如下：

大肠杆菌个数/升	0	1	2	3	4	5	6
升数	17	20	10	2	1	0	0

则据此可得λ的极大似然估计值为_______.

3.设两个独立总体X和Y的均值都为μ,方差都为σ^2,现分别从中抽取容量为n_1,n_2的两组样本,样本均值分别为$\bar{X}$和$\bar{Y}$,记$T=a\bar{X}+b\bar{Y}$,为使T成为μ的无偏估计,且使T的方差达到最小,则a=____________,b=____________.

4.某厂生产的 100 瓦灯泡的使用寿命$X\sim N(\mu,100^2)$(单位:小时).现从一批灯泡中随机抽取 5 知测得它们的使用寿命如下:1455,1502,1370, 1610,1430.由此可得这批灯泡平均使用寿命μ的置信度为95%的置信区间为___________________.已知$\mu_{0.025}=1.96$

二、选择题

1.设总体$X\sim U(0,\theta]$,$\theta>0$为未知参数,$X_1,\ldots,X_n$为样本,则θ的极大似然估计为_____

(A) $\max\left(X_1,\ldots,X_n\right)$　(B) $\min\left(X_1,\ldots,X_n\right)$　(C) $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$　(D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

2.已知总体X的数学期望为EX=0, 方差为DX=σ^2,$X_1,\ldots,X_n$为总体X的一组简单随机样本,$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$,则下列属于σ^{2}的无偏估计量的是______

(A) $n\left(\bar{X}\right)^2+S^2$　(B) $\frac{1}{2}\left[n\left(\bar{X}\right)^2+S^2\right]$　(C) $\frac{n}{3}\left(\bar{X}\right)^2+S^2$　(D) $\frac{1}{4}\left[n\left(\bar{X}\right)^2+S^2\right]$

3.设X_1,X_2是取自正态总体$N(\mu,2)$的两个样本,下列四个无偏估计中较优的是______

(A) $\hat{\mu}_1=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$　(B) $\hat{\mu}_2=\frac{2}{5}X_1+\frac{3}{5}X_2$　(C) $\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$　(D) $\hat{\mu}_4=\frac{4}{7}X_1+\frac{3}{7}X_2$

4.设$X_1,\ldots,X_n$是总体X的样本,$DX=\sigma^2$,$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$,则下列论断成立的是______

(A) S是σ的无偏估计　　(B) S是σ的极大似然估计

(C) S是σ的一致估计　　(D) S与$\bar{X}$相互独立

三、计算、证明题

1.总体X服从二项分布$B(m,p)$,设$X_1,\ldots,X_n$是X的样本,求未知参数m和p的矩估计.

2.设总体X有概率密度$p(x)=\begin{cases}\frac{4x^2}{a^3\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{a^2}}, & x>0\\ 0\ , & x\le 0\end{cases}$,$a>0$是待估参数,$X_1,\ldots,X_n$是$X$的样本,

(1) 求a的矩估计； (2) 求a的极大似然估计.

3.设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,X_1,X_2,X_3是X的一组样本,试证$\hat{\mu}_1=\frac{1}{4}(X_1+2X_2+X_3)$和$\hat{\mu}_2=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$都是总体期望$\mu$的无偏估计,并比较哪一个更有效？

4.冷抽铜丝的折断力服从正态分布.从一批铜丝中任取 10 根测它们的折断力(单位:千克)如下：578, 572, 570 ,568, 572, 570, 570, 596, 584, 572.求方差σ^2和标准差σ的90%的置信区间.已知$\chi^2_{\alpha/2}(9)=\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{1-\alpha/2}(9)=\chi^2_{0.95}(9)=3.325$

本科概率论与数理统计作业卷(十)

一、填空题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$，$x_1, \cdots, x_{16}$ 是一组样本值，$\overline{x} = \dfrac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} x_i$．已知检验问题为 $H_0: \mu = 0 \quad \Leftrightarrow \quad H_1: \mu \neq 0$．若拒绝域 $W = \{|\overline{x}| > 1.29\}$，则此检验的显著水平 $\alpha =$ _____，犯第一类错误的概率是_________.

2. 设 $X_1, \cdots, X_{25}$ 是来自总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$ 的样本，其中 μ 未知，检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0 \quad \Leftrightarrow \quad H_1: \mu > \mu_0$，若 H_0 的拒绝域为 $W = \{\overline{x} - \mu_0 > C\}$，则常数 $C =$ ____时可使检验的显著水平 $\alpha = 0.05$.

二、选择题

1.设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，现对 μ 进行假设检验，若在显著性水平 α =0.05 下接受了 $H_0: \mu = \mu_0$，则在显著性水平 $\alpha = 0.01$__________

(A)接受 H_0　(B)拒绝 H_0　(C)可能接受，可能拒绝 H_0　(D)犯第一类错误概率变大

2.设 $X_1, \cdots, X_n$ 是取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，其中 σ^2 未知，检验问题 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$，则选取的统计量及其拒绝域分别是__________

(A) $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S_n}\sqrt{n-1}, \quad |T| > t_{\alpha/2}(n-1)$　　(B) $U = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}, \quad |U| > u_{\alpha/2}$

(C) $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S_n}\sqrt{n-1}, \quad |T| > t_{\alpha/2}(n)$　　(D) $\chi^2 = \dfrac{nS_n^2}{\sigma^2}, \quad \chi^2 > \chi^2_{\alpha/2}(n-1)$

三、计算、证明题

1.已知某灯泡厂生产的灯泡寿命服从正态分布，即 $X \sim N(1800, 100^2)$（单位:小时）.今从生产的一批灯泡中抽取 25 只灯泡进行检测，测得其灯泡平均寿命为 $\overline{x} = 1730$ 小时.假定标准差保持不变，问能否认为这批灯泡的平均寿命仍为 1800 小时？

2.某厂生产的维尼纶纤度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 σ^2 未知，正常生产时有 $\mu \geq 1.4$.现从某天生产的维尼纶中随机抽取 5 根，测得其纤度为 1.32，1.24，1.25，1.14，1.26.问该天的生产是否正常？　（$\alpha = 0.05$）

3.某厂用自动包装机包装奶粉，今在某天生产的奶粉中随机抽取 10 袋，测得它们的重量(单位:克)如下: 495, 510, 505, 489, 503, 502, 512, 497, 506, 492.设包装机包装出的奶粉重量服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，若(1)已知 $\mu = 500$；(2) μ 未知，分别检验各袋净重的标准差是否为 $\sigma_0 = 5$ 克？(取显著性水平 $\alpha = 0.05$)

4.设甲乙两车间生产罐头食品，由长期积累的资料知，它们的水分活性均服从正态分布，且均方差分别为 0.142 和 0.105.今各取 15 罐，测得它们的水分活性平均值分别为 0.811 和 0.862.问甲乙两车间生产的罐头食品水分活性均值有无显著差异？(取显著性水平 $\alpha = 0.05$)