

3.1.1.(b) $(0+1)^* 1 (0+1)^q$ (C) 分类讨论: 不含相邻的 1. 则: $(\epsilon+1)(0+1)^*$
 - 对紧邻的 1. $(0+1)^k 1 (0+1)^* \text{ 统上 } (\epsilon+1)(0+1)^* + (0+1)^k 1 (0+1)^*$

3.1.2 (b) $(1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^*)^* + 1^*$ 此处写为 $(1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^* 0)^* + 1^*$ 是不合理的
 后式写法结尾必为 0. 这是不合理的. + 的意思是 U 或

另: $(0 1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^*)^*$ 不合理 因为不含 1.

$(0 1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^*)^*$ 合理. $(0 1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^*)^*$ 也合理

$((0 1^*)^* 0 + 1)^*$
 就对了

3.1.3 (a) $(1^* 0 0^* 0 1^*)^* + 0^* + 1^* + 1 0 + 0 1$

$0^* (1^* 0 0 0^*)^* 1^* 0^*$

(b) $(0 1 + 1 0)^*$

写出一些就可以发现规律

前缀是连续的, 如果某处 0 比 1 多 n, 则必在之前某处 0 比 1 多 n-1.

此题中前缀 1 不比 0 多 2, 则所有后缀均不能有 1 比 0 多更多, 故最多为 1.

3.1.5 另一个语言是 $L = \{\epsilon\}$. 因为 $\epsilon w = w \epsilon = w$. 不能写为 E, 因为语言是集合

3.4.1 正规表达式是正规语言的载体, 正规表达式相同, 即所表示语言一致

① 令 R 为 a, S 为 b, T 为 c. $(RS)T$ 则为 $(ab)c$. $R(ST)$ 则为 $a(bc)$. $L((ab)c) = \{abc\} = L(a(bc))$
 ② 令 R 为 a, $(\epsilon+R)^*$ 即为 $(\epsilon+a)^*$. R^* 即为 a^* . $L(\epsilon+a)^* = L(a^*) = \{\epsilon, a, aa, \dots\}$ 故 $(\epsilon+R)^* = R^*$

3.4.2 b) 令 R 为 a, S 为 b, R^k: $(RS+R)^* R$ 即为 $(ab+a)^* a$. $L((ab+a)^* a) = L(ab+a)^* L(a)$
 $= \{ab, a\}^* \{a\}$ $R(SR+R)^* \text{ 即为 } a(ba+a)^* L(a(ba+a)^*) = L(a)L(ba+a)^* = \{a\}\{ba, a\}^*$

下证 对 $k > 0$, $\{ab, a\}^k \{a\} = \{a\}\{ba, a\}^k$.

1) 由内基出: $k=0$ 时, $\{ab, a\}^0 \{a\} = a = \{a\}\{ba, a\}^0$

归纳假设 $k=n-1$ ($n \in \mathbb{N}^+$) 时左式成立, 则 $k=n$ 时

$\{ab, a\}^n \{a\} = \{ab, a\}^{k+1} \{ab, a\} \{a\} = \{ab, a\}^k aba + \{ab, a\}^k aa$.

$\{a\} \{ba, a\}^n = \{a\} \{ba, a\}^k ba + \{a\} \{ba, a\}^k a$. 由归纳假设 $\{ab, a\}^k a = \{a\} \{ba, a\}^k$

故 $\{ab, a\}^k aba = \{a\} \{ba, a\}^k ba$ 且 $\{ab, a\}^k aa = \{a\} \{ba, a\}^k a$. 故

$\{ab, a\}^n \{a\} = \{a\} \{ba, a\}^n$

综上所述: $\forall k \geq 0$, $\{ab, a\}^k \{a\} = \{a\} \{ba, a\}^k$. 而连接运算对 U 有分配律

$L((ab+a)^* a) = \bigcup_{k=0,1,2,\dots} (\{ab, a\}^k \{a\}) L(a(ba+a)^*) = \bigcup_{k=0,1,2,\dots} (\{a\} \{ba, a\}^k)$

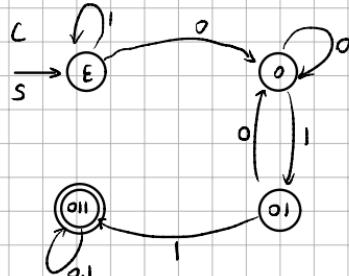
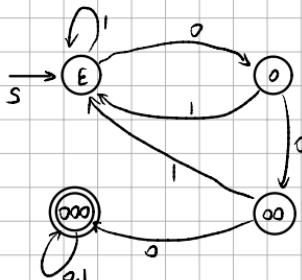
故有 $L((ab+a)^* a) = L(a(ba+a)^*)$ 即有 $(RS+R)^* R = R(SR+R)^*$

(d) 将 R 取为 a, S 取为 b 则有:

$\epsilon \in (a^* b)^*$ $\epsilon \notin (a+b)^* b$ 故二者不等价. 故证得

2.2.2 需证 $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\delta(q, x), y)$. 由归纳基础, $y = \varepsilon$ 时, $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$, 故有: $\hat{\delta}(\delta(q, x), \varepsilon) = \hat{\delta}(q, x)$.
 假设 $|y|=k-1$ 时结论成立. $k \geq 2$ 且为偶数时 $|y|=k$ 时, $y = za$, z 为 y 的前 $k-1$ 位子串.
 故有 $\delta(q, xz) = \delta(\delta(q, x), z)$. 故 $\delta(q, xy) = \delta(q, xza) = \delta(\delta(q, xz)a) = \delta(\delta(q, x), ya)$ 故得证.

2.2.4 b,c



2.2.5 d

	0	1		0	1
$\rightarrow * q_{0,0}$	$q_{1,0}$	$q_{0,1}$	$q_{2,0}$	$q_{0,0}$	$q_{2,1}$
$q_{0,1}$	$q_{1,1}$	$q_{0,2}$	$q_{2,1}$	$q_{0,1}$	$q_{2,2}$
$q_{0,2}$	$q_{1,2}$	$q_{0,3}$	$q_{2,2}$	$q_{0,2}$	$q_{2,3}$
$q_{0,3}$	$q_{1,3}$	$q_{0,4}$	$q_{2,3}$	$q_{0,3}$	$q_{2,4}$
$q_{0,4}$	$q_{1,4}$	$q_{0,0}$	$q_{2,4}$	$q_{0,4}$	$q_{2,0}$
$q_{1,0}$	$q_{2,0}$	$q_{2,1}$			
$q_{1,1}$	$q_{2,1}$	$q_{1,2}$	初态为 $q_{0,0}$, 终集为 $\{q_{0,0}\}$		
$q_{1,2}$	$q_{2,2}$	$q_{1,3}$	$\delta(q_{i,j}, 0) = q_{(i+1)(j+1)}$		
$q_{1,3}$	$q_{2,3}$	$q_{1,4}$	$\delta(q_{i,j}, 1) = q_{(i+1)(j+1)}$		
$q_{1,4}$	$q_{2,4}$	$q_{1,0}$			

2.2.7 1) 归纳基础: $|w|=0$ 时 $\delta(q, \varepsilon) = q$. 设 $|w|=k-1$, $k \geq 1$ 且 $k \in N$ 时结论成立. 则 $|w|=k$ 时令 $w=w_1a$, a 为 w 最后一位字符. $\delta(q, w) = \delta(q, w_1a) = \delta(\delta(q, w_1), a) = \delta(q, a) = q$, 证毕.

2.2.9 2) 归纳于 $|w|$. $|w|=1$ 时, $\delta(q_0, a) = \delta(q_f, a)$ 故 $|w|=1$ 时成立. 则假设 $|w|=k-1$ 时结论成立. 其中 $k \in N^+$ 且 $k \geq 2$. 令 $w=w_1a$, a 为 w 最后一位字符. $w_1 \neq \varepsilon$ 则 $\delta(q_0, w) = \delta(q_0, w_1a) = \delta(\delta(q_0, w_1), a) = \delta(\delta(q_f, w_1), a) = \delta(q_f, w_1a) = \delta(q_f, w)$

证毕

2.3.2 子集构造法

通过超集消除 NFA 的不确定性

	0	1		0	1
$\rightarrow \{p\}$	$\{q, s\}$	$\{q\}$	$\times \{q, r\}$	$\{r, s\}$	$\{p, q, r\}$
$* \{q\}$	$\{r\}$	$\{q, r\}$	$\times \{p, q, r\}$	$\{q, r, s\}$	$\{p, q, r\}$
$\{r\}$	$\{s\}$	$\{p\}$	$\times \{r, s\}$	$\{s\}$	$\{p\}$
$\times \{q, s\}$	$\{r\}$	$\{p, q, r\}$	$\times \{q, r, s\}$	$\{r, s\}$	$\{p, q, r\}$
$* \{s\}$	\emptyset	$\{p\}$	\emptyset	\emptyset	\emptyset

2.3.4(b)

$$Q = \{q_s, q_0, q_1, \dots, q_k, q_f\}, \Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$$

初态 q_s , 终态集合 $\{q_f\}$, 转移函数 $\delta(q_s, a) = \{q_k, k+a\} \cup \{q_f\}$

$$\delta(q_k, a) = \{q_{k+a}\} \quad \delta(q_k, a) = \{q_f\} \quad (k=a) \text{ 或 } k=1, 2, \dots, 9$$

NFA能接收某个串，是指某条路径能接收，而不是每条路径都能接收
只有DFA有状态交换法

2.3.4(c)

