
人工神经网络 MLP NUMPY

赵晨阳

2020012363

清华大学计算机系

zhaochenyang20@gmail.com

2022 年 10 月 3 日

1 基本实验

1.1 参数设定

基础实验部分采用的超参数如下所示，注意到部分网络架构在该超参数设定下可能无法成功训练。

```
config = {
    'learning_rate': 1e-2,
    'weight_decay': 0,
    'momentum': 0.0,
    'batch_size': 10,
    'max_epoch': 50,
    'disp_freq': 50,
    'test_epoch': 1
}
```

1.2 图例说明

如图 1 所示，实验结果图表标题分别展示了 test_loss 与 train_loss。

每条图例曲线命名规则为：

{hidden layer num}—{activation function name}—{loss function name}—{learning rate}—{weight decay}—{batch size}

倘若没有尾缀的三个超参数，则表示采用默认参数设定。

1.3 零隐藏层实验

对于零隐藏层网络，分别使用三种损失函数，训练过程和训练结果如图 2 所示。可以发现如果只有一层线性层的话，无法达到预期的学习效果。

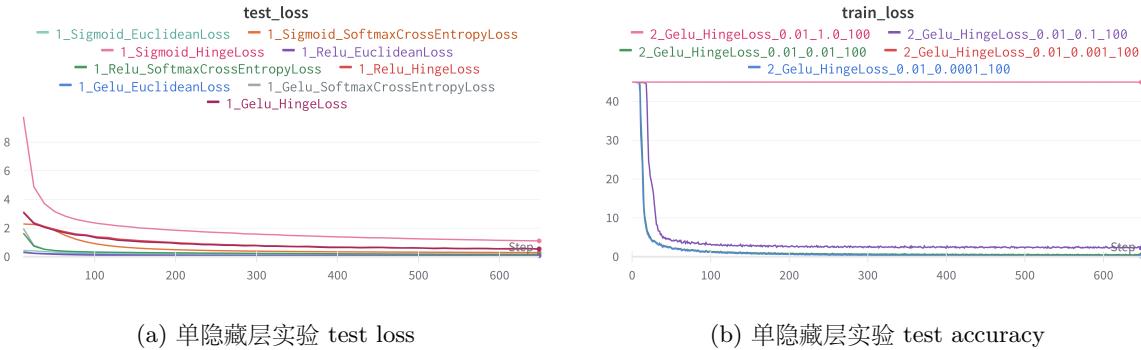


图 1: 图例说明

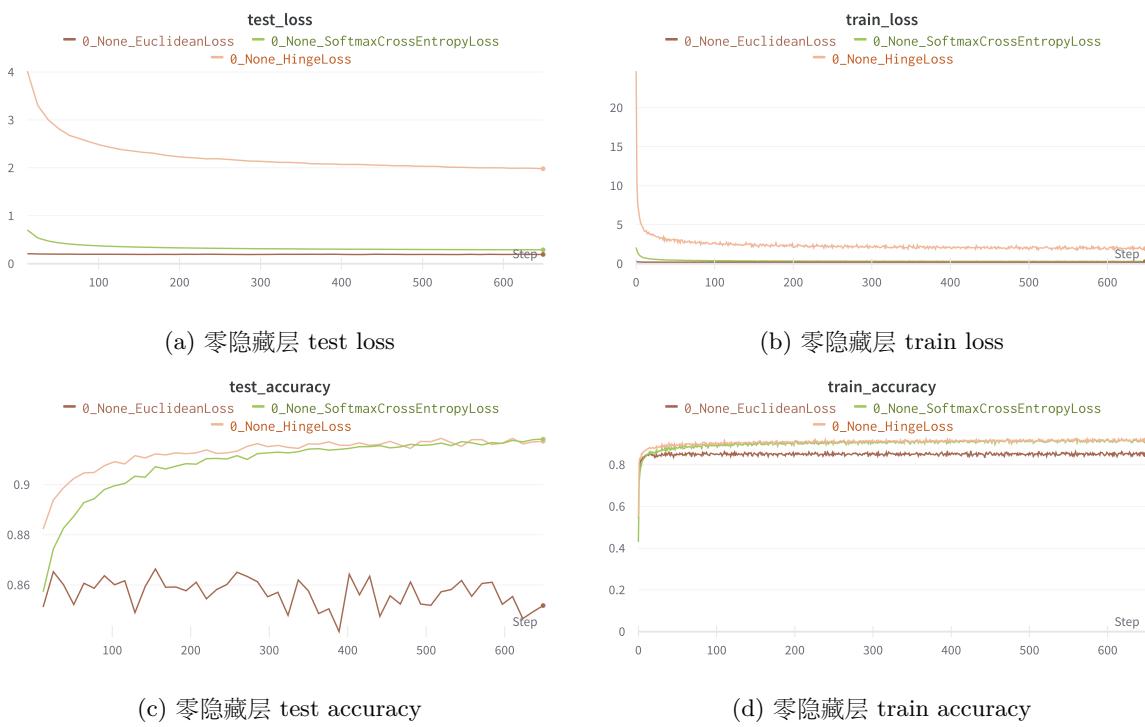


图 2: 零隐藏层实验效果

1.4 单隐藏层实验

增加单层隐藏层，隐藏层神经元数设置为 100，遍历三种损失函数和三种激活函数进行对比实验。其结果如图 3 所示。

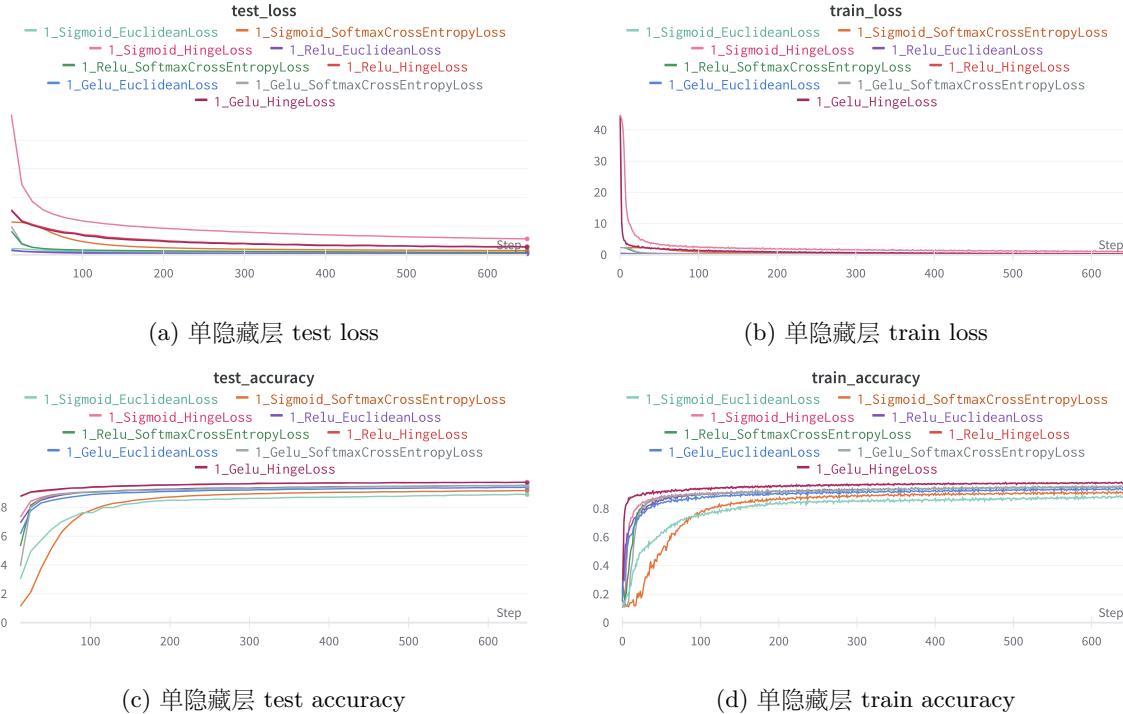


图 3: 单隐藏层实验效果

1.4.1 不同损失函数函数对比

在单隐藏层的前提下，固定激活函数为 Sigmoid，遍历三种损失函数，结果如图 4 所示。

分析结果可以发现，(1) 就准确率而言，在测试集和训练集上均是 Hinge 效果最好而 Euclidean 效果最差；(2) 就损失值而言，Hinge、SoftmaxCrossEntropy 和 Euclidean 计算出的绝对值存在着明显的差异，损失值无法横向比较，然而对比损失值下降速度，能够观察到 Hinge 收敛效果与收敛速度最为显著；(3) 就收敛速度而言，Hinge 收敛曲线斜率最高，收敛最快，而 Euclidean 收敛最慢；(4) 就训练时间而言，Hinge 耗时为 10m 49s，Euclidean 耗时为 10m 45s，SoftmaxCrossEntropy 耗时也为 10m 45s，三者并无显著差异。

比较 Hinge、SoftmaxCrossEntropy 和 Euclidean 的函数形式可见，Hinge 损失函数的计算形式最为复杂，效果出人意料更好。然而之前接触过的分类任务更多使用 SoftmaxCrossEntropy。没有选择使用 Hinge 的原因可能是 Hinge 还存在超参数 Margin 的缘故。对于 Margin 参数的 tune 也能作为实验目标。

1.4.2 不同激活函数对比

在单隐藏层的前提下，固定损失函数为 Euclidean，遍历三种激活函数，结果如图 5 所示。

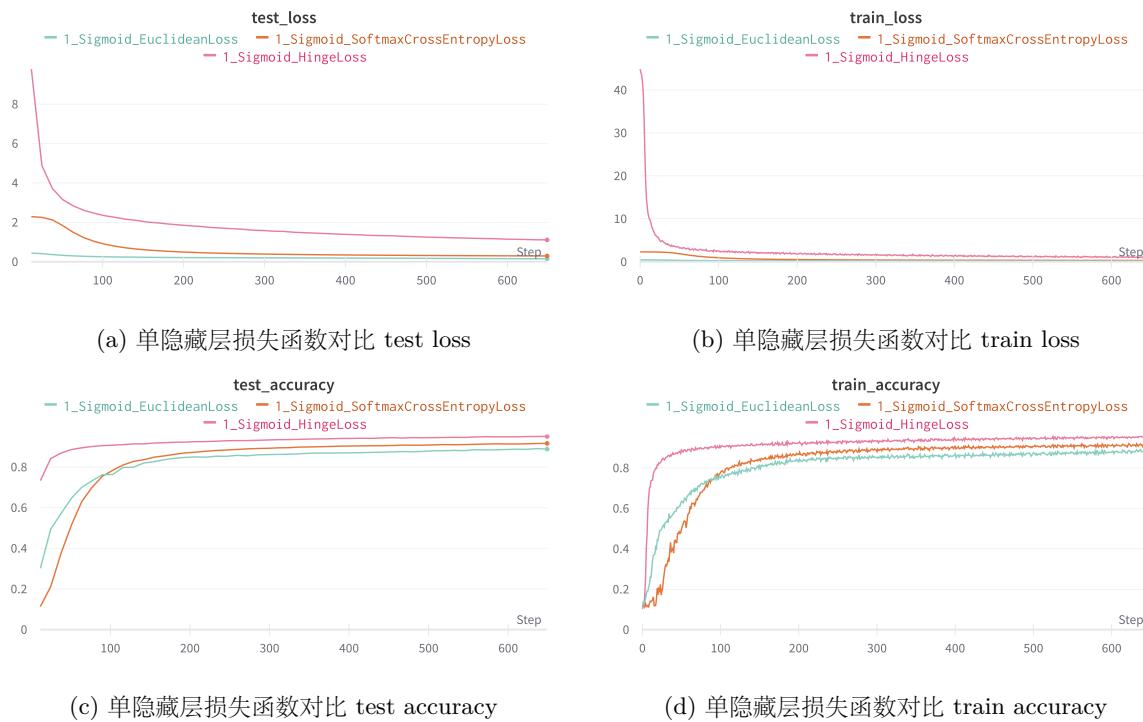


图 4: 单隐藏层对比损失函数

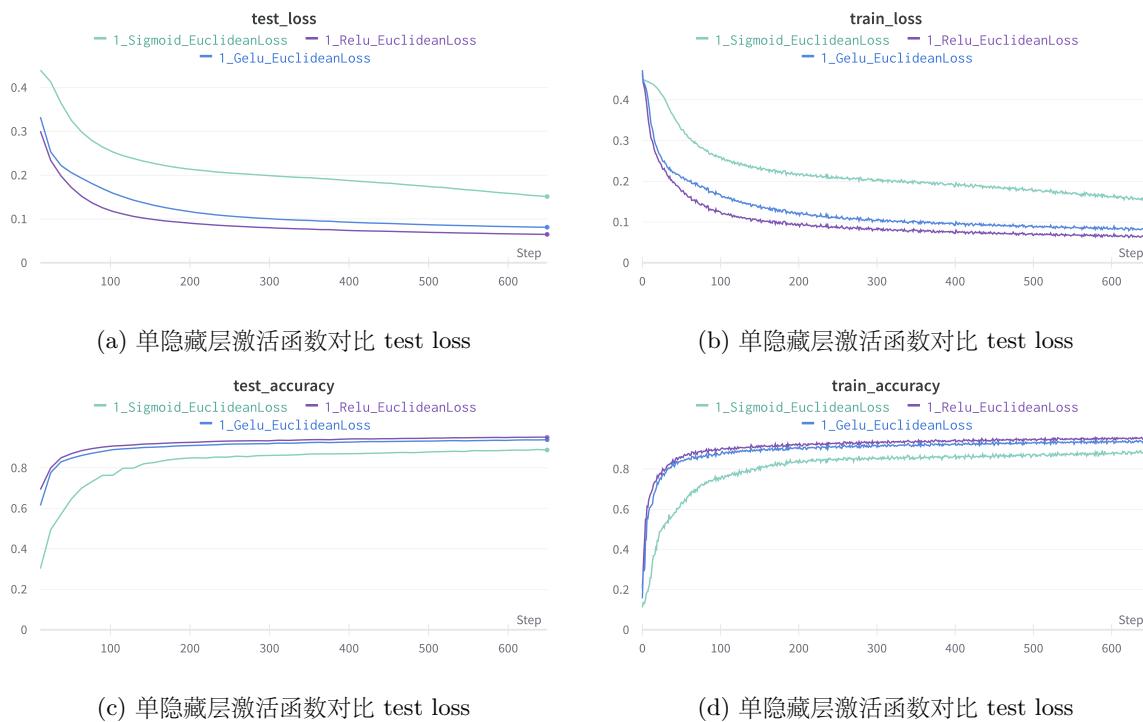


图 5: 单隐藏层对比激活函数

分析结果可以发现，(1) 就准确率而言，ReLU 结果略微高于 GeLU，而 Sigmoid 的表现与二者有一定差距；(2) 就损失值而言，ReLU 损失值略微低于 GeLU，而 Sigmoid 损失值显著大于前两者，且损失值衰减速率基本与准确率的上升速率符合；(3) 就收敛速度而言，ReLU 与 Gelu 收敛速度相当，而 Sigmoid 收敛最慢，且收敛值最低；(4) 就训练时间而言，Sigmoid 耗时为 10m 45s，Relu 为 10m 33s，Gelu 为 11m 14s，考虑到 Relu 最为简单的函数形式，具有最快的训练速度符合预期。而 Gelu 的实现方式基于微分的极限定义，计算复杂度最高，也符合预期。

对比图 ??，考虑到三者的函数定义。

- $Gelu(x) = x \times P(X \leq x) = x \times \phi(x), x \sim N(0, 1) \approx 0.5 \times x \left(1 + \tanh \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} (x + 0.044715x^3) \right] \right)$
- $Relu(x) = x^+ = \max(0, x)$
- $Sigmoid(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x+1} = 1 - Sigmoid(-x)$

Sigmoid 和 GeLU 光滑且连续可微的函数；ReLU 与 Gelu 图像和导数值相近，在损失值为正时，具有相对稳定的导数。然而，Sigmoid 的效果一贯较差是深度学习领域研究者多年得出的一贯结论。具体而言，Sigmoid 在损失值较大时，实际上倒数值偏小，梯度消失非常严重。而我们观察到对 Euclidean 损失而言，初始的损失值就是偏大的，导致 Sigmoid 一直处于倒数值偏小的区间，严重限制了收敛效率与最终的收敛效果。

1.4.3 过拟合问题

实际上在本次实验中并未出现明显的过拟合现象，基本上实验结果保证了 loss 和 accuracy 负相关。然而，这一现象实际上并不绝对，在复杂模型处理复杂任务的情况下，往往会出现严重的过拟合。

1.5 双隐藏层实验

增加双层隐藏层，隐藏层神经元数分别设置为 100 和 100，遍历不同损失函数和激活函数进行实验，得到的训练过程和训练结果分别如图 6 所示。相比同样单隐藏层训练结果，双隐藏层的网络在测试集、训练集上的表现并未与单隐藏层有显著优势。甚至在许多模型设定下不如单隐藏层。出于常识，双隐藏层网络比单隐藏层网络游拥有更多的参数，似乎该具有更强的学习能力。然而，这个结论并不必然。一方面，知识蒸馏领域便希望能够用更小的模型达到更好的效果。另一方面，在这次实验中，双层的参数复杂度上升，然而没有加入 dropout 机制，也没有设置 residual connection。考虑到 MNIST 十分类任务本身足够简单，即便是简单的单层 FFN 也能够有足够强大的表达能力。最后，双隐藏层的结果不如单隐藏层，也能够理解。最后，我没有尝试调整 momentum 参数，等效于使用了最为原始的 SGD optimizer，这也导致模型难以体现出增加隐藏层的优势。

此外，注意到实际上双隐藏层时，某些模型设定并不能成功训练。考虑到训练失败的设定是 2_Sigmoid_SoftmaxCrossEntropy 和 2_Sigmoid_Euclidean，2_Sigmoid_Hinge 成功训练；叠加双层的 Sigmoid 作为激活函数，可能会存在非常严重的梯度消失问题，只有 Hinge 能够得到训练，这也符合预期。当然，这里所指的不能成功训练是基于基础实验的超参数设计而言的，实际上将学习率从 1e-2 提高到 1 即可让 2_Sigmoid_SoftmaxCrossEntropy 成功训练；这也符合预期，因为提高学习率也是对抗梯度衰减的一大方法。实际上，扩展实验中对学习率的调节便是基于 2_Sigmoid_SoftmaxCrossEntropy

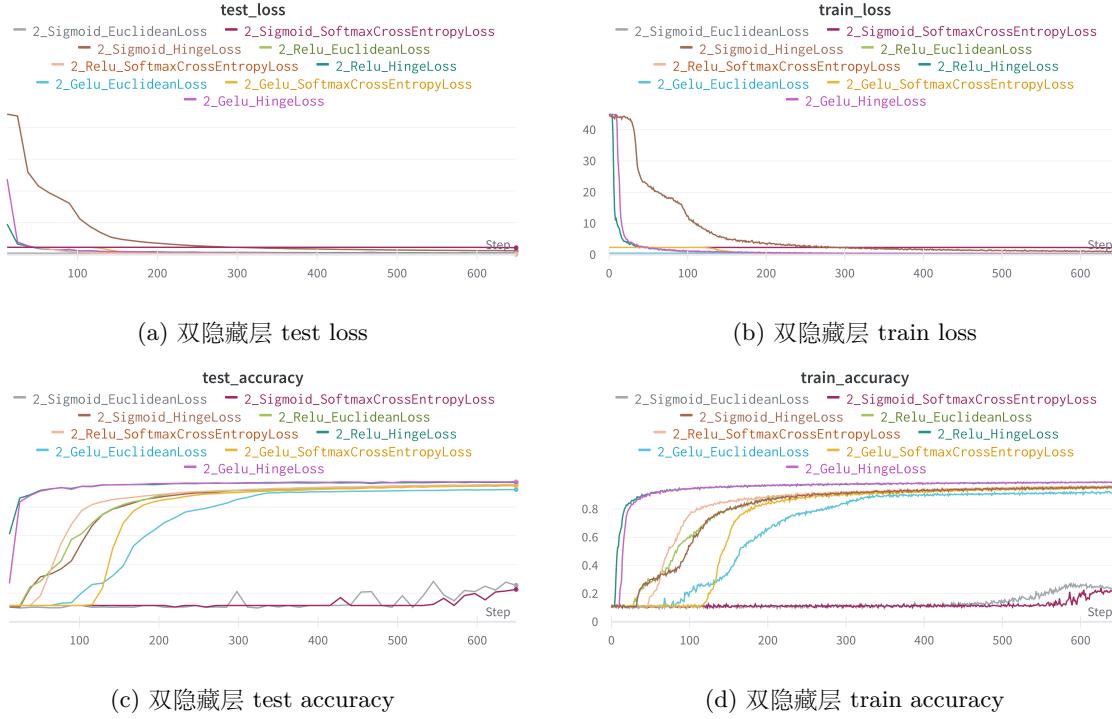


图 6: 双隐藏层实验效果

而展开。而 2_Sigmoid_Euclidean 设定即是调整了学习率，依然难以训练成功。据此推断，没有使用 residual connection 与 dropout 的情况下，层数越多 Sigmoid 导致的梯度消失问题越严重，劣势将进一步被放大。

2 扩展实验

2.1 学习率影响

保留基础实验的参数设定，模型选取 1_Sigmoid_EuclideanLoss（图 7）与 2_Sigmoid_Softmax（图 8），学习率选取为 {1e-4, 1e-3, 1e-2, 1e-1, 1}，展开学习率对比实验。

基于深度学习领域的长期共识，学习率的调整需要基于对于模型本身结构的认知，并没有普适的优秀学习率能够提供普遍优秀的学习效果；譬如大多数模型适用的 1e-2 学习率在 2_Sigmoid_Softmax 和 2_Sigmoid_Euclidean 完全失败。总体上，对于梯度消失非常严重的双层 Sigmoid 激活函数模型，需要采用较大的学习率，而基于其他激活函数的大多模型能够依靠 1e-2 成功训练。

对于 1_Sigmoid_EuclideanLoss 而言可以发现，学习率低于 1e-2 后，随着学习率的减小模型在测试集上的表现会显著降低。观察训练过程的准确率曲线可以发现，随着学习率的增大，参数更新的幅度大幅增大，模型的收敛速度也会变快；然而，模型的表现会出现较大的变动，这在学习率为 1 与 1e-1 的对比上体现的尤为明显。直观上讲，过高的 learning rate 会导致训练很不稳定，同时模型将在多个局部最优值之间反复波动。可以猜测，大于 1e-1 后，更大的学习率可能会导致模型难以接近最优的收敛解，最终模型在测试集上的表现也会降低；而较小的学习率却会导致收敛速度过慢以至于在设定的 epoch

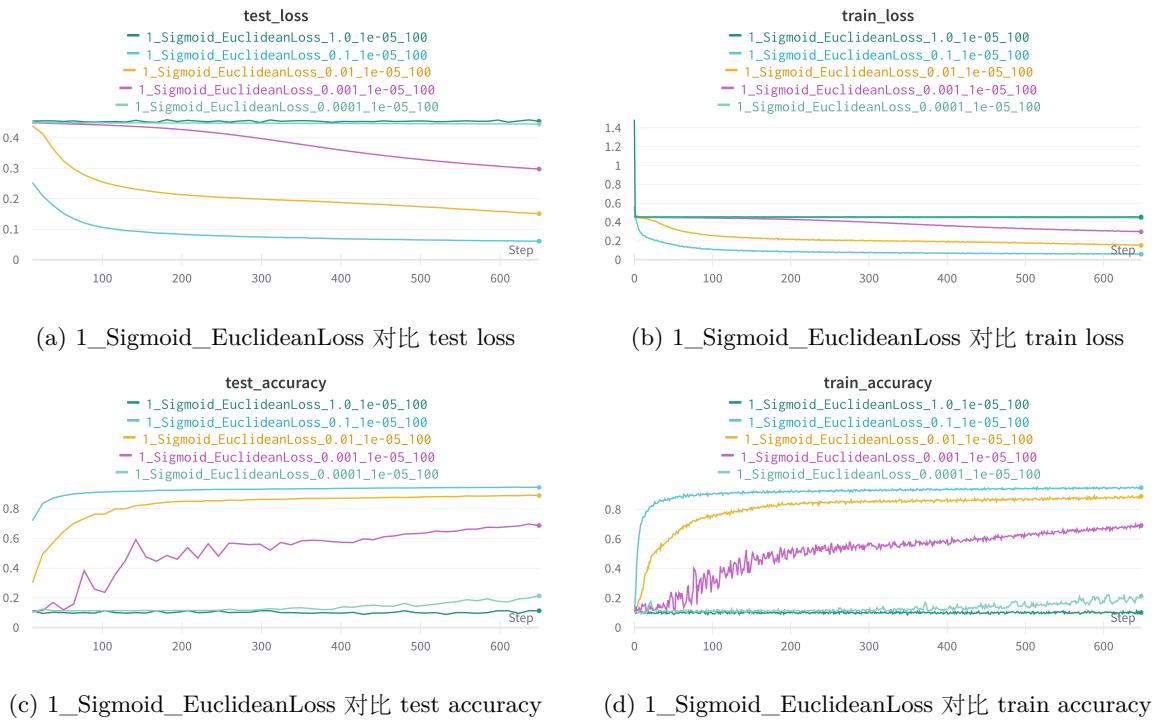


图 7: 基于 1_Sigmoid_EuclideanLoss 调节学习率

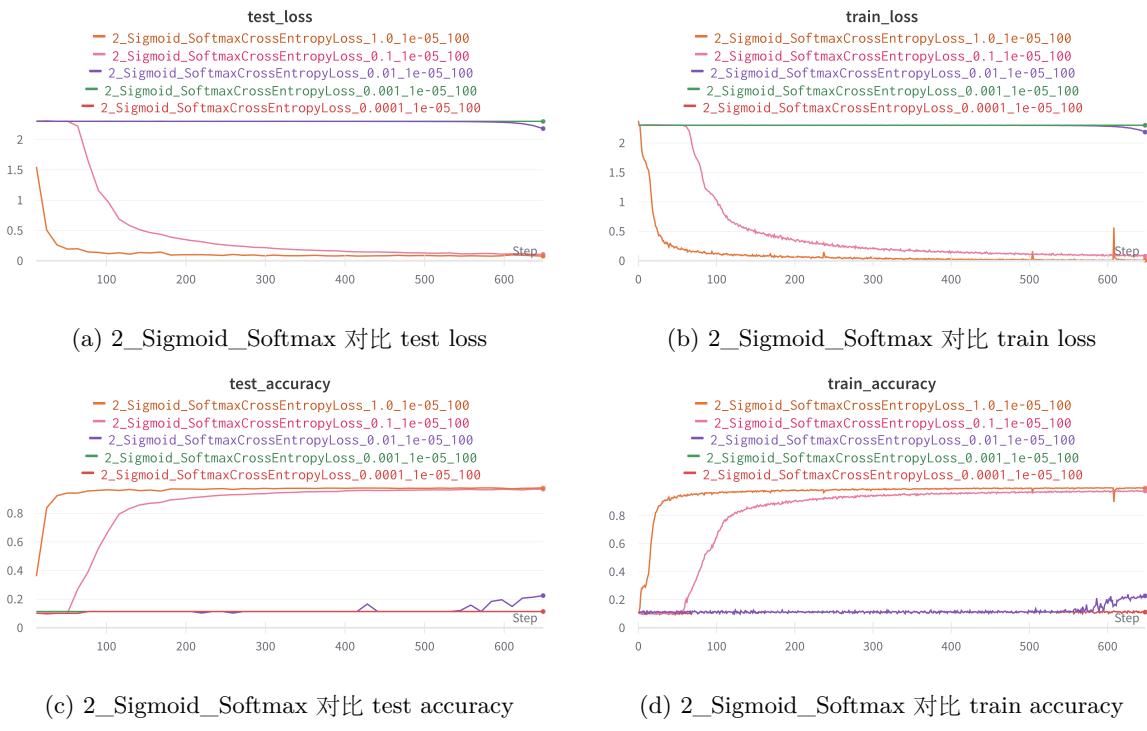


图 8: 基于 2_Sigmoid_Softmax 调节学习率

次数上训练难以达到最优解，最终模型在测试集上的表现也会降低。

最后，由于本次实验任务较为简单等缘故，实验并没有出现过拟合的情况，而在学习率较低时体现出欠拟合的情况。

2.2 消减率影响

保留除了学习率和 weight decay 之外的基础实验参数设定，模型选取 2_Gelu_HingeLoss 以 1e-2 为学习率（图 9）与 2_Sigmoid_Softmax 以 1 为学习率（图 10），消减率选取为 {1e-4, 1e-3, 1e-2, 1e-1, 1}，展开消减率对比实验。

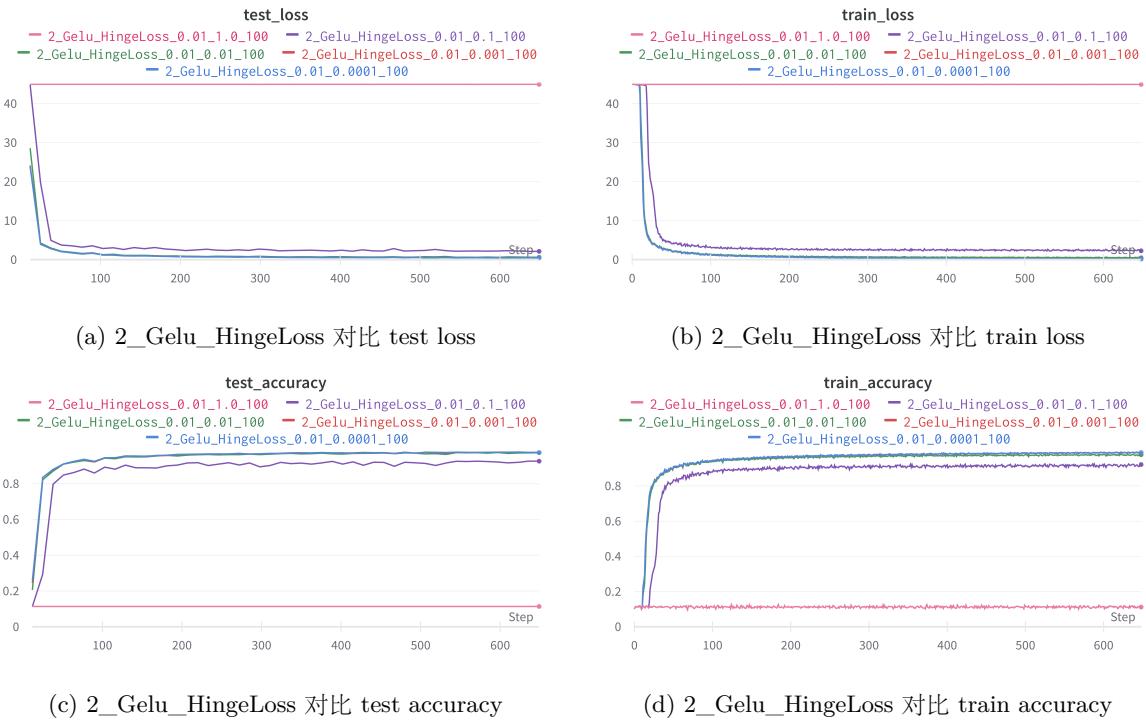


图 9: 基于 2_Gelu_HingeLoss 调节消减率

一般而言，权值消减 weight decay 的使用并不是为了提高准确率度也不是为了提高收敛速度，而是最终目的是防止过拟合。在损失函数中，weight decay 放在正则项 regularization 前作为系数。一般而言，正则项表征模型的复杂度，weight decay 用于调节模型复杂度对损失函数的影响，若 weight decay 很大，则复杂的模型损失函数的值也就大，也即模型会倾向于减少参数值之和以避免过拟合。

从另一方面来讲，当过拟合现象并不明显时，提高 weight decay 反而会抑制降低模型的表达能力。考虑到本次作业之前的数个实验并未出现显著的过拟合现象，故而提高 weight decay 更有可能导致模型在有限的训练时间里失去表达能力。具体到 2_Gelu_HingeLoss 与 2_Sigmoid_Softmax 模型而言，本身在各自最优学习率的前提下，提高 weight decay 果然降低了模型的表达能力。可以观察到，模型的表达能力和 weight decay 基本负相关，当 weight decay 为 1 时，两个模型在测试集上的准确率均在 0.105 左右波动；对于十分类问题，这等价随机输出结果，符合期望。

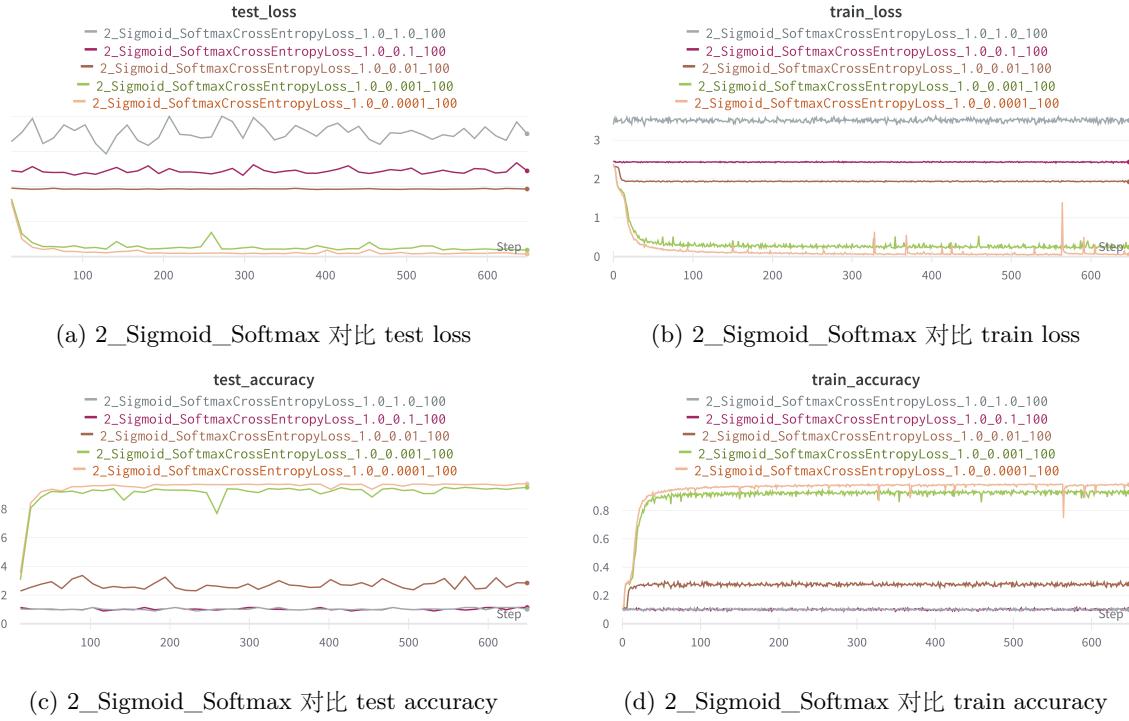


图 10: 基于 2_Sigmoid_Softmax 调节消减率

2.3 批量大小影响

模型选取 1_Sigmoid_EuclideanLoss 以 $1e-2$ 为学习率 (图 11) 与 2_Sigmoid_Softmax 以 1 为学习率 (图 12)，消减率均选取为 0。以 {10, 20, 50, 100, 200} 为批量大小，展开批量大小对比实验。

由于选取的模型基本实验结果已经接近完全正确，在 50 epoch 下并未发现显著的差距，故而首先选择 1_Sigmoid_EuclideanLoss 以 $1e-2$ 为学习率，放大前 300 step，并且集中对比 10, 200 为批量大小的实验结果；其次选择 2_Sigmoid_Softmax 以 1 为学习率，放大前 250 step，并且同样集中对比 10, 200 为批量大小的实验结果。其结果如图 13a 和图 13b 所示。

一般而言，batch size 越大，批次越少，训练时间会更快一点，但可能造成数据的很大浪费；而 batch size 越小，对数据的利用越充分，浪费的数据量越少，但批次会很大，训练会更耗时。如两图所示，batch size 更大时，能够考虑到更全局的信息，训练过程更加稳定，学习效果的波动更小；而较小的 batch size 梯度更新的频率更高，更容易引入样本噪声，训练效果相应波动性更大。不过，较小的 batch size 引入样本噪声并不一定绝对有害，实际上在 Gau-GAN 的训练过程中，小的 batch size 提升了生成器的泛化效果。

最后参考 batch size 对于训练时间的影响。2_Sigmoid_SoftmaxCrossEntropyLoss_1.0_0.0_200 用时 8m 42s，而 2_Sigmoid_SoftmaxCrossEntropyLoss_1.0_0.0_10 用时 10m 24s；1_Sigmoid_EuclideanLoss_0.01_0.0_10 用时 8m 0s，而 1_Sigmoid_EuclideanLoss_0.01_0.0_200 用时 7m 35s，符合之前的预期。

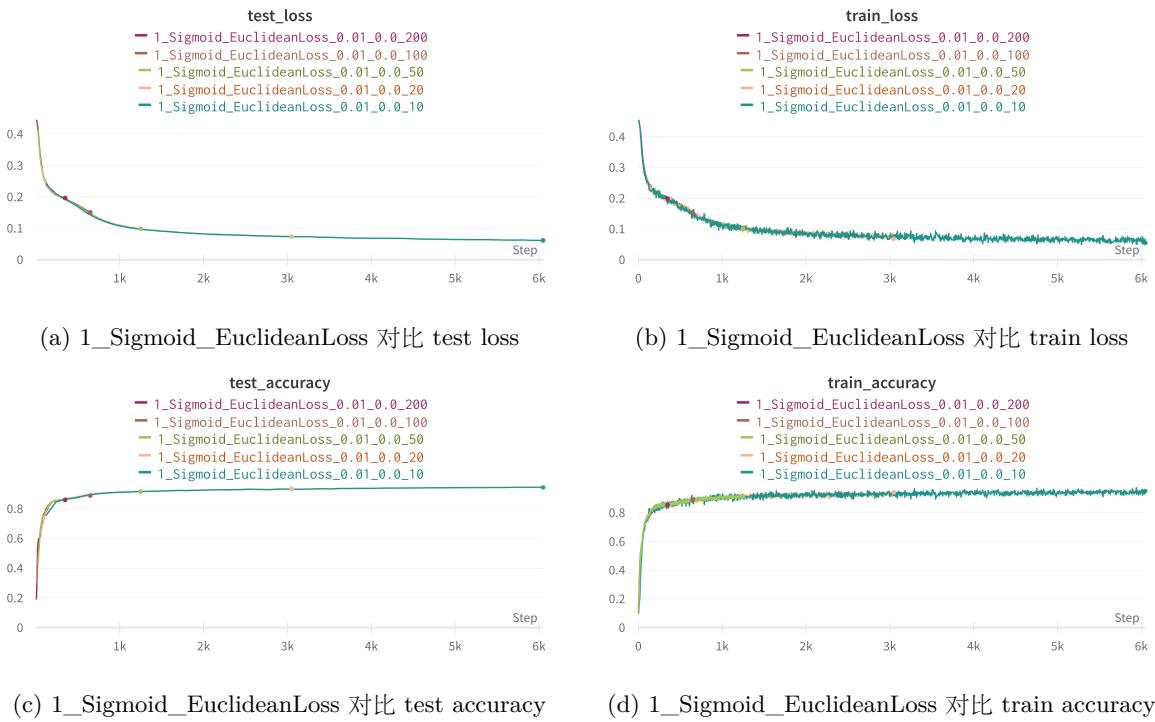


图 11: 基于 1_Sigmoid_EuclideanLoss 调节消减率

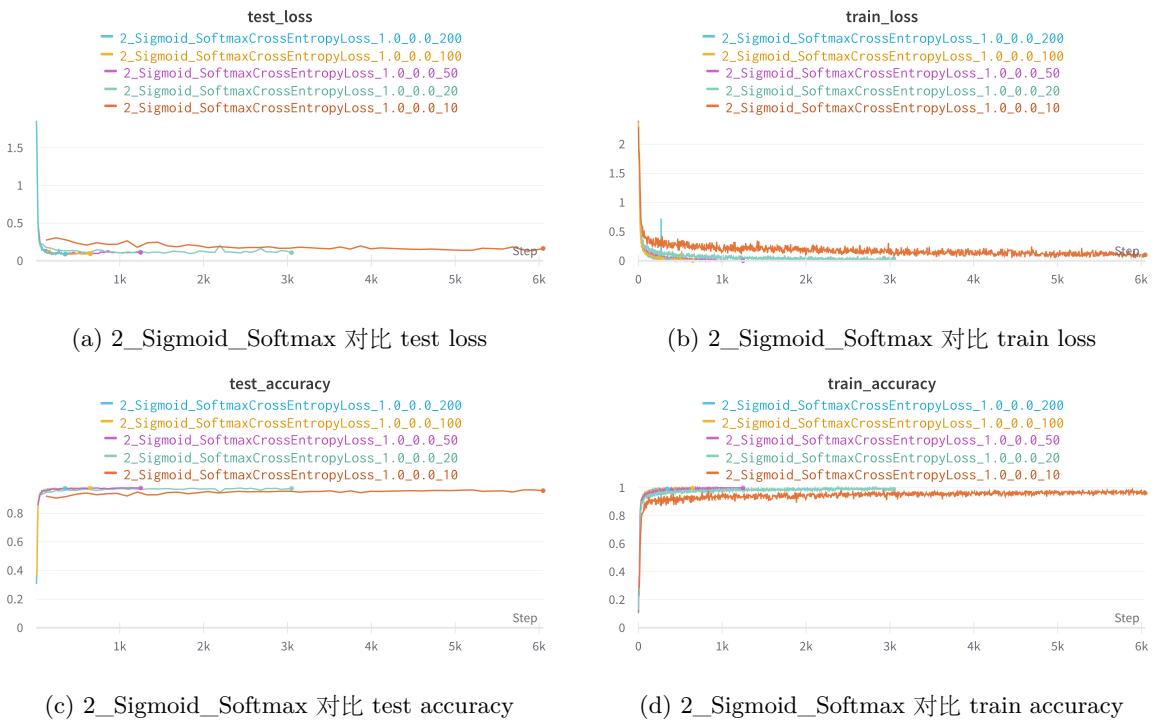
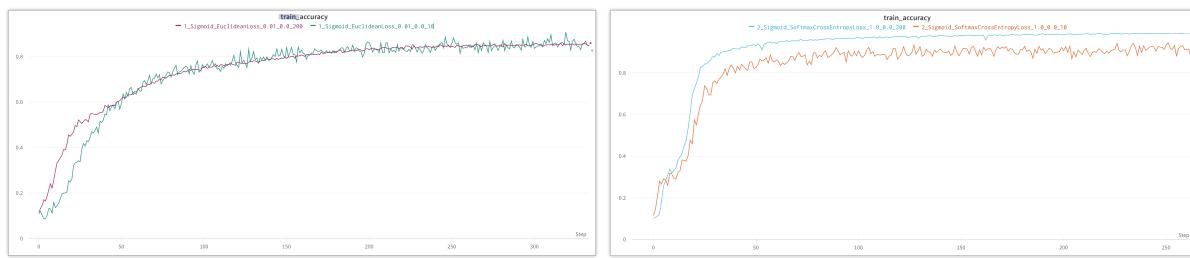


图 12: 基于 2_Sigmoid_Softmax 调节批量大小



(a) 放大前 300 step, 观察 1_Sigmoid_Euclidean 模型 (b) 放大前 250 step, 观察 2_Sigmoid_Softmax 模型

图 13: 放大调节批量大小的前 300 step 和 250 step 并进行对比