

第九章（常微分方程数值解）习题

1、用改进欧拉法和梯形法解初值问题：

$$y'(t) = t^2 + t - y, \quad y(0) = 0.$$

取步长 $h = 0.1$, 计算到 $t = 0.5$, 并与精确解 $y(t) = -e^{-t} + t^2 - t + 1$ 比较.

2、求出单步法

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h f(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)), \\ y(x_0) = y_0; \end{cases}$$

的截断误差主项和绝对稳定区间。

3、证明求解 $y'(x) = f(x, y)$ 的下列差分公式：

$$y_{n+1} = \frac{1}{2}(y_n + y_{n-1}) + \frac{h}{4}(4f_{n+1} - f_n + 3f_{n-1})$$

是二阶的。