

第八章（数值积分与数值微分）习题

1、确定下列求积公式中待定系数或节点，使其代数精度尽可能高，并指出其代数精度。

(1) $\int_0^2 f(x)dx \approx C_0 f(0) + C_1 f(1) + C_2 f(2).$

(2) $\int_0^1 f(x)dx \approx C_0 f(0) + C_1 f(x_1).$

2、用复合梯形公式和复合 Simpson 公式计算下列积分：

(1) $n = 2, \int_0^1 \frac{x}{4+x^2} dx (= 0.111\ 571\ 775\ 657 \dots);$

(2) $n = 4, \int_1^3 \sqrt{x} dx (= 2.797\ 434\ 948\ 471 \dots).$

3、用下列方法计算积分 $\int_1^3 \frac{1}{y} dy (= 1.098\ 612\ 288\ 668\ 110 \dots)$ ，并比较其结果：

(1) 三点 Gauss-Legendre 求积公式；

(2) 复合的两点 Gauss-Legendre 求积公式 ($n=2$).

4、用奇点分离方法计算积分 $\int_0^1 \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx$. 无奇点部分可用 Simpson 或者 两点 Gauss 积分公式计算。

（提示： $\frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} = \frac{1+x-x}{(1+x)\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{1+x}.$ ）

5、假设有以下数据

j	1	2	3
x_j	1.0	1.1	1.2
$f(x_j)$	0.2500	0.2268	0.2066

请分别用三点插值型求导公式和数值积分求导公式计算 $f'(x_j)$, ($j = 1, 2, 3$).