

## 第七章（函数逼近与最小二乘拟合）习题

1、计算下列函数  $f(x)$  关于  $C[0, 1]$  的  $\|f\|_\infty$ ,  $\|f\|_1$  与  $\|f\|_2$ :

- (1)  $f(x) = (x-1)^3$ ,
- (2)  $f(x) = |x - \frac{1}{2}|$ ,
- (3)  $f(x) = x^m(1-x)^n$ ,  $m$  与  $n$  为正整数,
- (4)  $f(x) = (x+1)^{10}e^{-x}$ .

2、对于  $f(x), g(x) \in C^1[a, b]$ , 定义

- (1)  $(f, g) = \int_a^b f'(x)g'(x)dx$ ,
- (2)  $(f, g) = \int_a^b f'(x)g'(x)dx + f(a)g(a)$ ,

问它们是否构成内积?

3、设  $[a, b] = [-1, 1]$ , 权函数  $\rho(x) = \sqrt{1-x^2}$ ,  $P_0(x) \equiv 1$ , 试用 Gram-Schmidt 正交化方法计算  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ .

4、求下列函数  $f(x)$  在指定区间上对于  $\mathcal{P}_1 = \text{span}\{1, x\}$  的最佳平方逼近多项式:

- (1)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $[1, 3]$ ;
- (2)  $f(x) = e^x$ ,  $[0, 1]$ ;
- (3)  $f(x) = \cos \pi x$ ,  $[0, 1]$ ;
- (4)  $f(x) = \ln x$ ,  $[1, 2]$ .

5、已知实验数据如下

$x_j$	19	25	31	38	44
$y_j$	19.0	32.3	49.0	73.3	97.8

用最小二乘法求形如  $y = a + bx^2$  的经验公式, 并计算均方误差。

6、求  $f(x) = \ln(1+x)$  在  $x=0$  处的  $(3, 2)$  阶帕德逼近  $R_{32}(x)$ .