常微分方程数值解实验题

考虑以下问题

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -2000u(t) + 999.75v(t) + 1000.25, \\ \frac{dv}{dt} = u(t) - v(t), \end{cases}$$

初始条件为 u(0) = 0, v(0) = -2. 其精确解为

$$\begin{cases} u(t) = -1.499875e^{-0.5t} + 0.499875e^{-2000.5t} + 1 \\ v(t) = -2.99975e^{-0.5t} - 0.00025e^{-2000.5t} + 1 \end{cases}$$

请分别用古典四级四阶显式 Runge-Kutta 方法和隐式二级四阶 Runge-Kutta 方法计算, 计算区间取成 [0,20], 并与精确解比较。