

第五节 PID控制

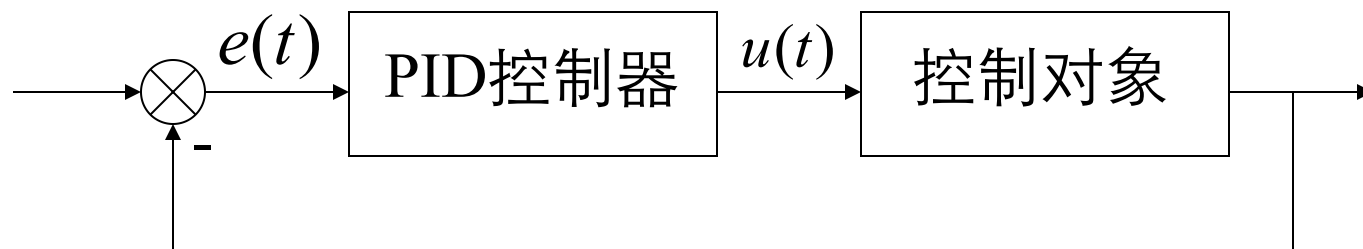
概述

在当今应用的工业控制器中，很多采用了PID或变形PID控制方案。PID控制器的实现方式有模拟和数字方式两种。模拟PID控制器通常是电子、气动或液压型的，数字PID控制器是由计算机实现的。

大多数PID控制器的参数是现场调节的。PID控制的价值取决于它对于大多数控制系统广泛的适应性。也就是说，PID控制器现在还大量地在工业现场使用着。虽然在许多特定的情况下还不能提供最优控制。

什么是PID控制？它是比例、积分和微分控制的简称。即：
Proportional-Integral-Differential Controller

下图表示了一种最常见的PID控制形式。它是串联在系统的前向通道中的。



PID控制器的时域表达式为：

$$u(t) = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

式中， $u(t)$ 是PID控制器的输出信号， $e(t)$ 是PID控制器的输入信号，也就是系统的误差信号。 k_p 称为比例系数， T_i 、 T_d 分别称为积分和微分时间常数。

上式所示的PID表达式即是通常所谓的常规PID控制器。常规PID控制器可以采用多种形式进行工作。主要有以下几种，分别称为：

❑ 比例控制器： $u(t) = k_p e(t)$

❑ 比例-积分控制器： $u(t) = k_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt)$

❑ 比例-微分控制器： $u(t) = k_p (e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt})$

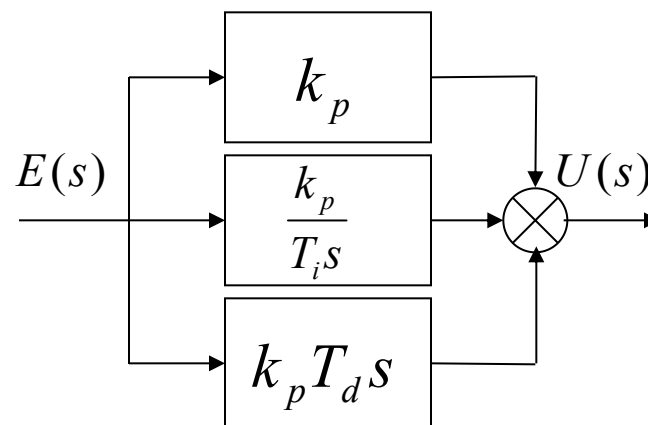
❑ 比例-积分-微分控制器： $u(t) = k_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt})$

在某些特殊的情况下，PID控制器可以进行适当的变形，以适应系统控制的要求。这些控制器称为变形的PID控制器。比如，积分分离PID控制器，变速积分PID控制器，微分先行PID控制器，抗积分饱和PID控制器，*Fuzzy* PID控制器等。

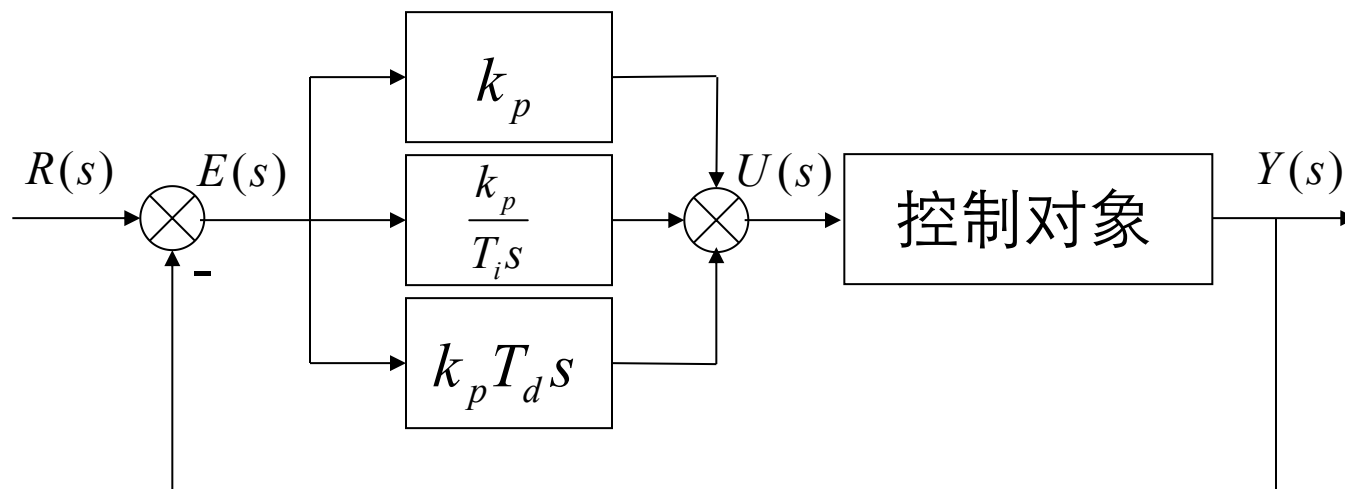
❖ PID控制器的传递函数

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

❖ PID控制器的方块图



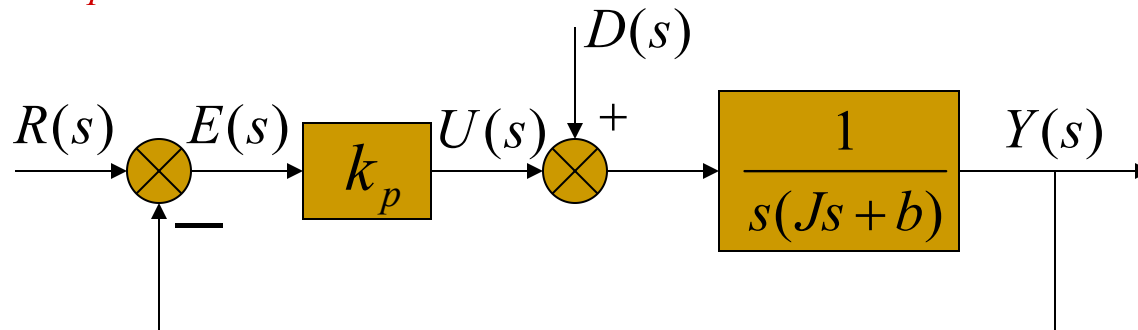
❖ 将PID控制器应用于控制系统示例：



【PID控制器对系统的控制作用】

- **比例部分**：增加比例系数可加快系统的响应速度，减小稳态误差；但比例系数太大会影响系统的稳定性。
- **积分部分**：积分时间常数越小，积分作用越强。积分控制作用可以减小或消除系统的稳态误差；但积分作用太大，会使系统的稳定性下降。
- **微分部分**：微分时间常数越大，微分作用越强。微分作用能够反映误差信号的变化速度。变化速度越大，微分作用越强，从而有助于减小震荡，增加系统的稳定性。但微分作用对高频信号很敏感。如果系统引入高频小幅值的噪音，则它形成的微分作用可能会很大。另外，对**稳态误差无能为力**。

比例作用 k_p 对控制系统的影响



考虑 k_p 对扰动作用 $D(s) = \frac{1}{s}$ 的影响时, 令 $R(s)=0$

$$\text{则: } \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{Js^2 + bs + k_p}, \quad E(s) = -Y(s) = -\frac{1}{Js^2 + bs + k_p} \frac{1}{s}$$

$$\text{稳态误差为: } e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\frac{1}{k_p}$$

可见, 增加比例系数可以减小扰动稳态误差。

再来看 k_p 对响应速度的影响：

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{k_p J}}$$

该系统是二阶系统，带宽 ω_b 与 ω_n 成正比。而

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{J}}$$

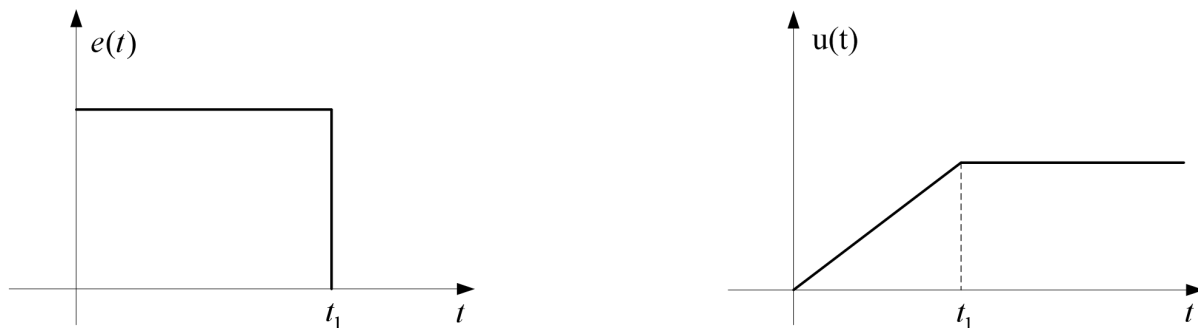
比例系数增加时，系统的带宽增加，这样就提高了系统的响应速度（提高了快速性）。但是 k_p 过大，系统会减低相对稳定性。该系统的特征方程为： $J s^2 + b s + k_p = 0$ ，特征根为： $s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4Jk_p}}{2J}$ ，可以看出：当 k_p 较小时，特征根为负实根，当 k_p 增大时，特征根变为共轭复根，且虚部随 k_p 的增大而增大，而虚部表示响应曲线的震荡频率。所以 k_p 增大，影响二阶系统的相对稳定性，对于高阶系统还会影响绝对稳定性。

●积分作用对系统的影响

积分控制器的传递函数为： $G_c(s) = \frac{1}{T_i s}$

T_i 为积分时间常数，积分器的输出量 $u(t)$ 是输入量 $e(t)$ 对时间的积分，即 $u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$

比如：积分器的输入信号 $e(t)$ 和输出信号 $u(t)$ 如下图所示



积分控制器有对输入信号进行积累的作用，因此当输入误差信号为零时，积分控制仍然可以有不为零的输出。正是由于这一独特的作用，它可以用来消除稳态误差。

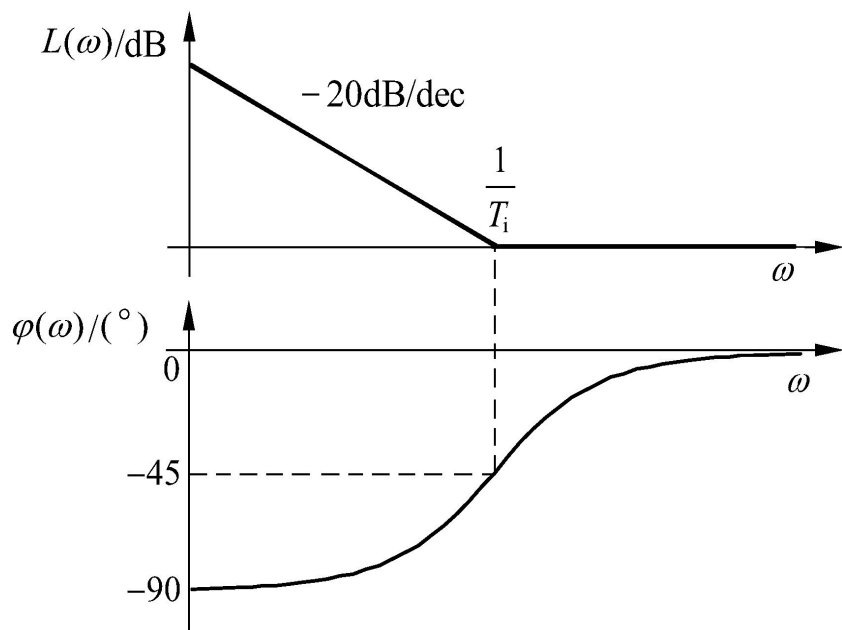
【说明】

- 在控制系统中，采用积分器可以提高系统的型别，消除或减小系统的稳态误差，使系统的稳态性能得到改善。
- 积分控制器的引入，会影响系统的稳定性。
- 由于积分器是靠对误差的积累来消除稳态误差的，势必会使系统的反应速度降低。因此，积分控制器一般不单独使用，而是和比例控制器一起构成比例-积分控制器。

【比例积分(PI)控制器】

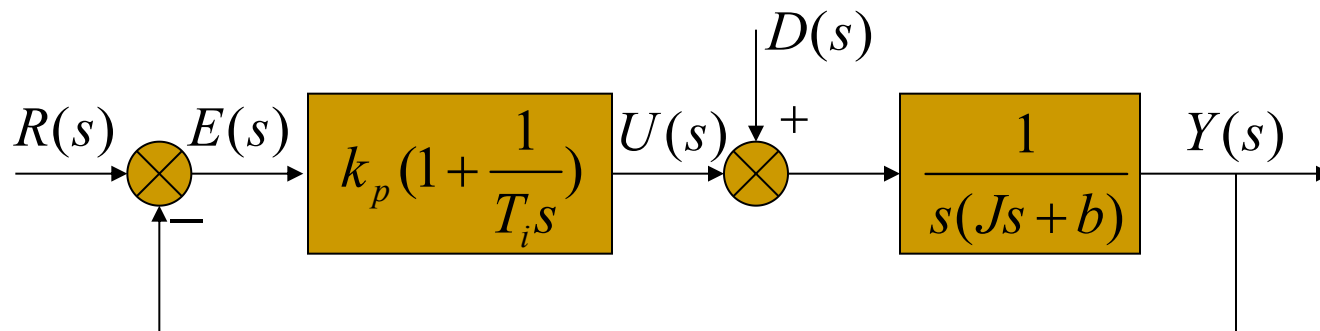
比例积分控制器是一种滞后校正装置。其传递函数为

$$G_c(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



由图可见，PI控制器在低频处增益较大，因而可改善系统的稳态性能。对中频和高频特性的影响较小，使系统能基本上保持原来的稳定裕度。但是，因为作为低通滤波器的PI控制器衰减了信号的高频分量，所以这时的响应速度减低。

上例中，若控制器选择比例-积分控制器，则：



扰动传递函数为(令 $R(s)=0$): 扰动误差为：

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{s}{Js^3 + bs^2 + k_p s + \frac{k_p}{T_i}}, \quad E(s) = -Y(s) = -\frac{s}{Js^3 + bs^2 + k_p s + \frac{k_p}{T_i}} \frac{1}{s}$$

系统对单位阶跃扰动响应的稳态误差为：

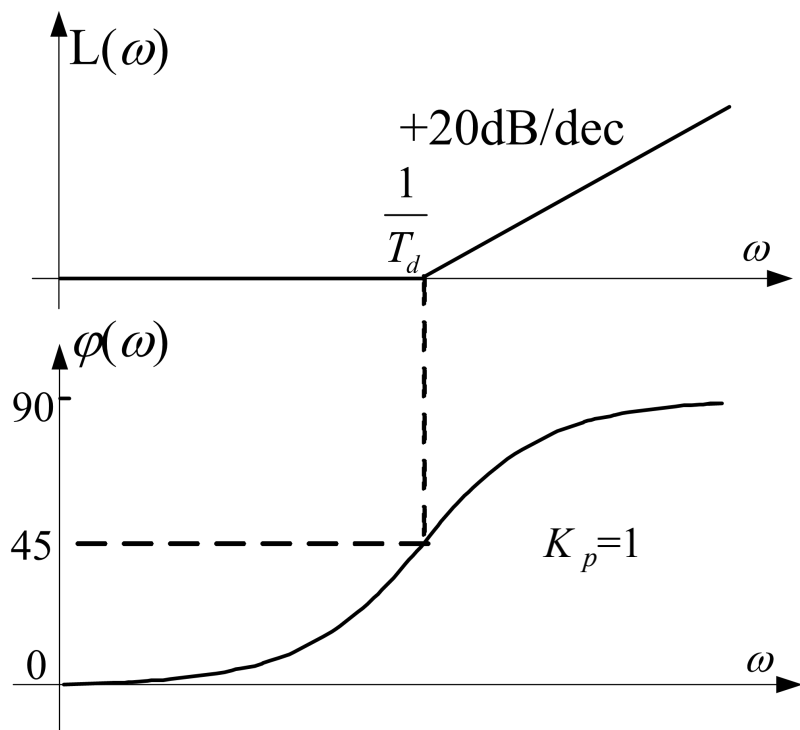
$$e_{ssd} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = 0$$

可见，增加积分作用可以消除或减小稳态误差。

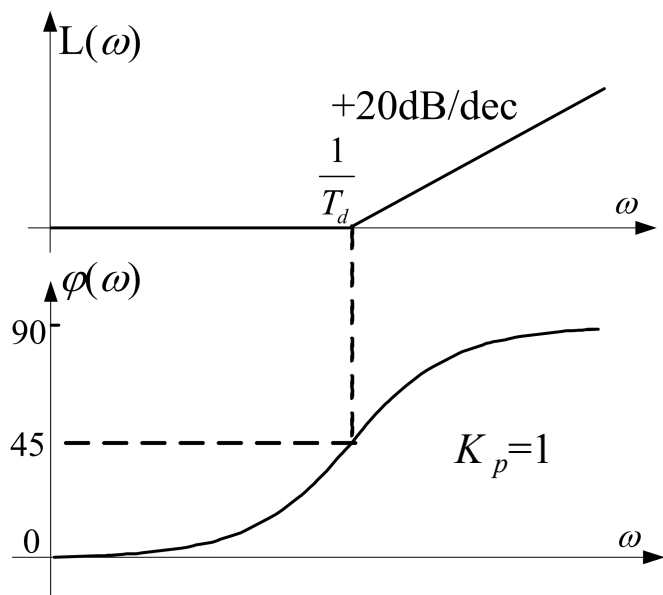
●比例-微分作用对系统的影响

PD控制器是超前校正装置的一种简化形式。其传递函数为

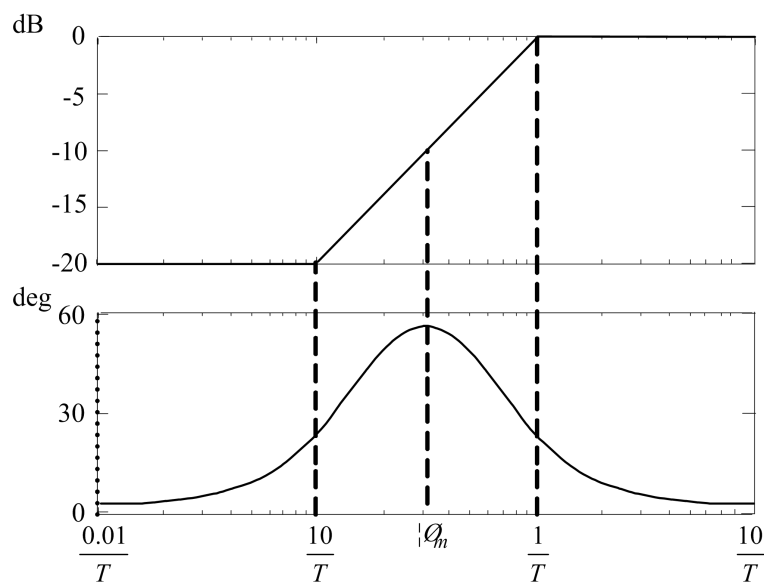
$$G_c(s) = k_p(1 + T_d s)$$



只要适当地选取微分时间常数，就可以利用PD控制器提供的相位超前，使系统的相位裕度增大。而且，由于校正后系统的幅值穿越频率 ω_c 增大，系统的响应速度变快了。

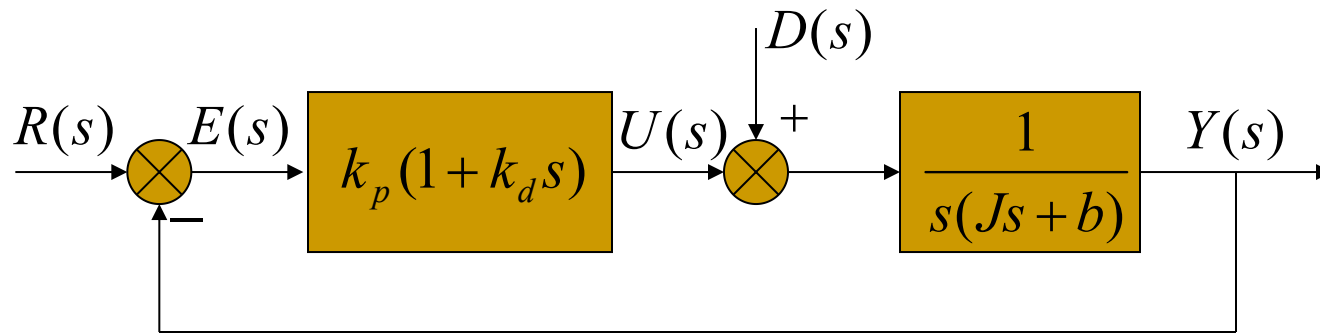


然而，在频率 $\omega > 1/T_d$ 时，虽然相位裕度可以增大，但是PD控制器的幅值也在继续增加。这种幅值的增加并不是所希望的，因为它放大了可能引入系统的高频噪声。



因此，超前校正优于PD控制。超前校正可以提供充分的相位超前，但它在高频域的幅值增加比PD控制小得多。

上例中，控制器选择比例-微分控制器，则：



闭环传递函数为：

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_p + k_p k_d s}{Js^2 + (b + k_p k_d)s + k_p}$$

该系统的阻尼系数为：

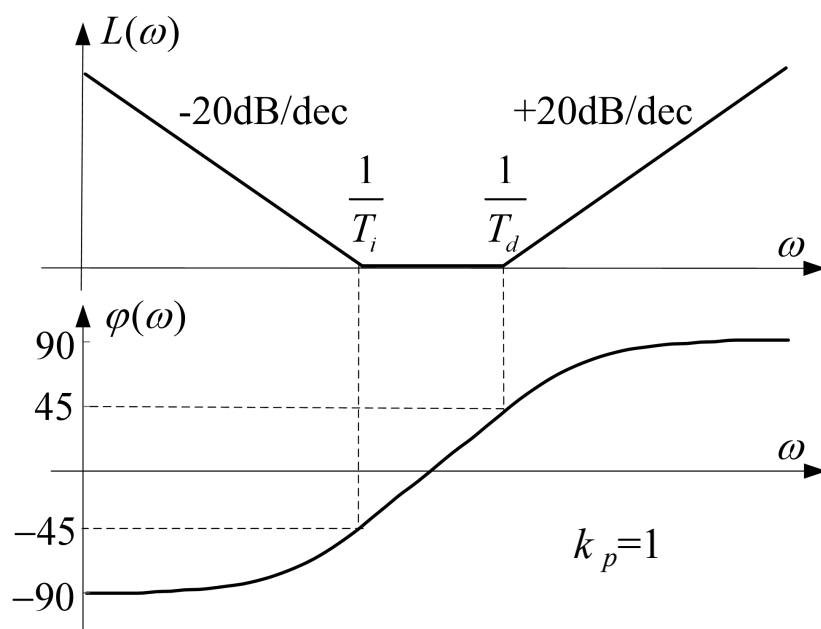
$$\zeta = \frac{b + k_p k_d}{2\sqrt{k_p J}}$$

可见，增加微分作用可以使系统的阻尼系数增加，从而减小超调量，增加稳定性。

【比例-积分-微分(PID)控制器】

PID控制器是一种滞后-超前校正装置。是PI控制器和PD控制器的组合，其传递函数为

$$G_c(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$



在低频区，主要是PI控制器起作用，用以提高系统型别，消除或减小稳态误差；在中高频区，主要是PD控制器起作用，用以增大幅值穿越频率和相位裕度，提高系统的响应速度。因此，PID控制器可以全面地提高系统的性能。

PID控制器参数与系统时域性能指标间的关系

$$G_c(s)=K_p+K_i/s+K_d s$$

参数名称	上升时间	超调量	调整时间	稳态误差
$K_p \uparrow$	减小	增大	微小变化	减小/消除
$K_i (1/T_i) \uparrow$	减小	增大	增大	消除
$K_d (T_d) \uparrow$	微小变化	减小	减小	不变

PID控制器参数的选择（称为参数整定）：

PID控制器在误差一定时，参数不同，其控制量不同。

如何整定（选择合适的PID参数）？

【PID控制器的参数整定方法一】试凑法

【试凑法】工程上行之有效的整定方法，是实验整定的方法。

- 先将PID参数调整在某些初值上，比如 $K_p=1$ ， $K_i=0$ ， $K_d=0$ ，运行系统，观察响应曲线。
- 如果性能指标满足要求，结束调试。
- 如果性能指标不满足要求，则以PID三个参数对性能指标的影响为指导，反复调整该三个参数，直到性能指标满足要求为止，结束调试。
- PID参数整定的次序：先比例，后积分，再微分。

PID控制器的参数整定-- PID参数对控制品质的影响

比例： 增加比例系数，加快系统响应，减小稳态误差。 K_p 太大会使系统有较大的超调和振荡，甚至破坏系统的稳定性。

积分： 主要用于减小系统的稳态误差。减小积分系数 K_i 有利于减小超调，提高系统的稳定性，但消除稳态误差的速度将随之减慢。

微分： 增大微分系数 K_d 可以加速系统的响应，使超调量减小，增加系统的稳定性。微分对稳态误差无能为力，同时系统抗干扰能力下降。

PID控制器的参数整定- 试凑法步骤

- **整定比例系数 K_p** : 置 $K_i=0$, $K_d=0$, 将 K_p 由小变大, 使系统响应曲线略有超调。如果此时系统的稳态误差已落入误差带范围内, 则系统只使用比例控制就可以结束调试。
- **整定积分系数 K_i** : 在比例控制的基础上, 若系统还有较大的稳态误差, 则需要加入积分控制。首先将调好的比例系数减小10%~30%(为啥?), 再将积分系数 K_i 由小到大调节, 直到稳态误差落入误差带内为止。
- **整定微分系数 K_d** : 在稳态误差消除的基础上, 若系统的瞬态性能还是不能满足要求, 可酌情加入微分控制。使 K_d 从小到大增加, 反复调试, 直至满足各个性能指标的要求为止。

【PID控制器参数整定的其它方法】

- 临界比例度法、响应曲线法、归一法-----传统实验法
- 优化法、模糊控制法等

【说明】 同样的控制效果，参数 K_p 、 K_i 和 K_d 的选择不是唯一的。通常一个参数的变化可以由另一个参数的变化来补偿。

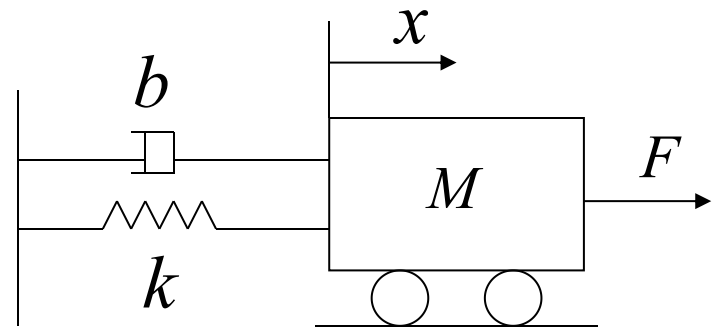
用Matlab讨论PID控制器的效果

【例】考虑如下的质量-弹簧-阻尼系统，其中外力 F 为输入，位移 x 为输出。参数为： $M=1\text{kg}$ ， $b=10\text{N.s/m}$ ， $k=20\text{N/m}$ ， $F=1(t)$ 。其传递函数为：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

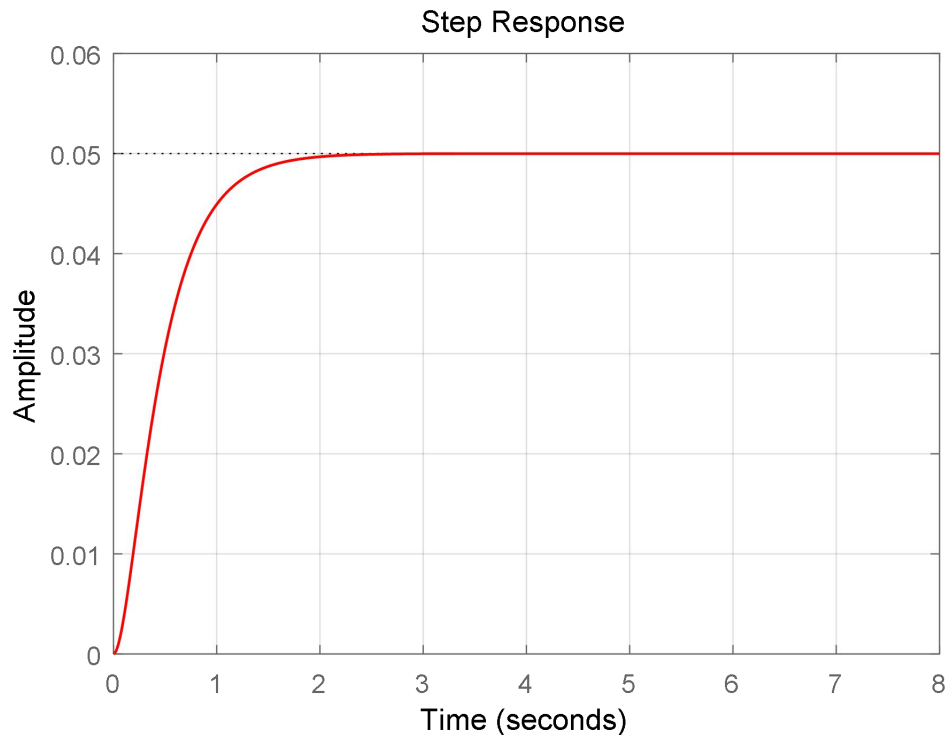
试设计P、PD、PI、PID控制器，使单位阶跃响应满足：

- 输出稳态值为1；
- 较快的上升时间和调整时间；
- 较小的超调量；
- 稳态误差为零。



[解]:
$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

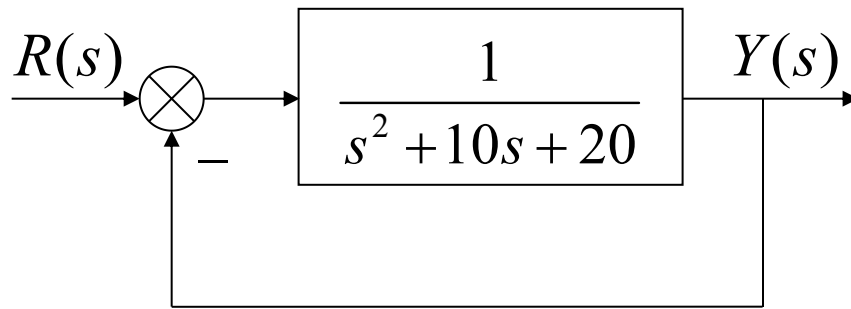
原系统的单位阶跃响应



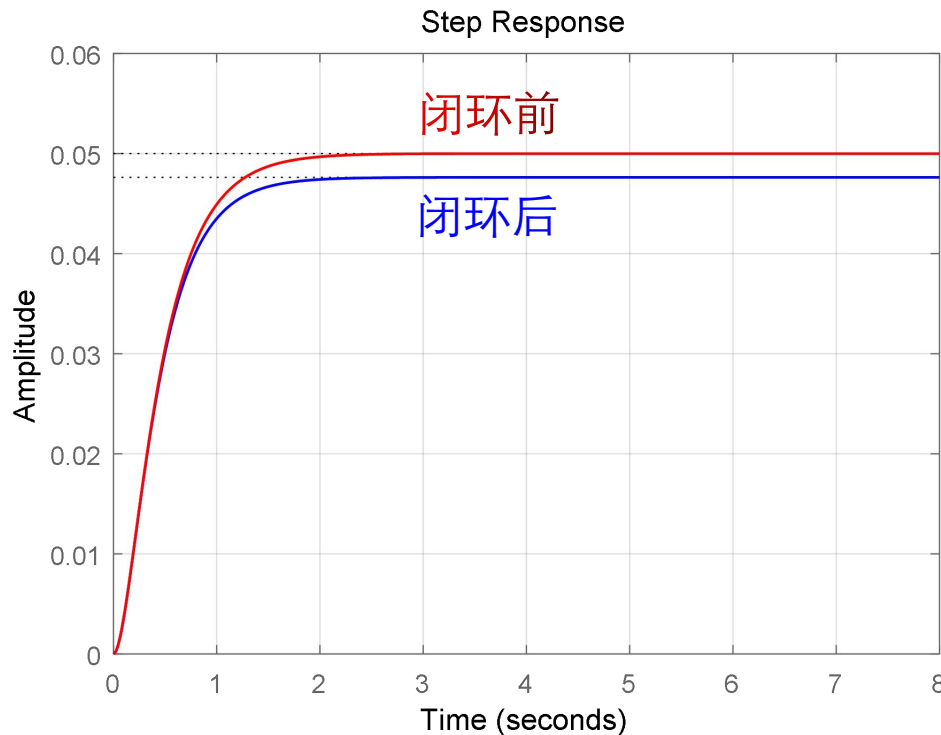
```
clear all;  
num=[0 0 1];  
den=[1 10 20];  
h=tf(num,den);  
step(h)
```

稳态误差过大，不能满足要求。做个闭环看看。

将原系统构成闭环系统的单位阶跃响应



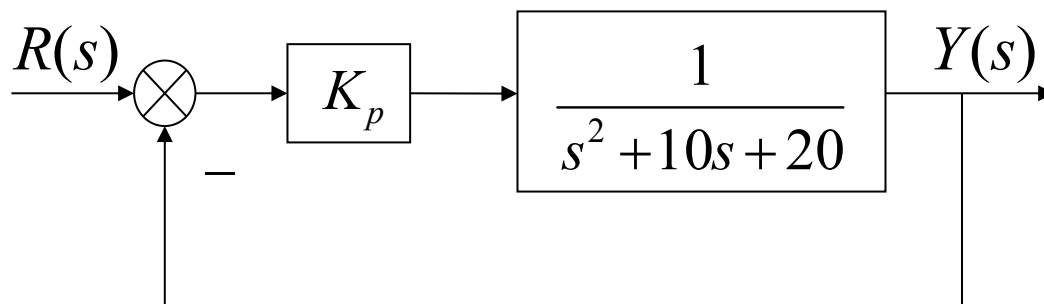
$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 21}$$



稳态值还不如前者(?), 不能满足要求。先考虑将响应曲线抬上去, 可使用比例控制 (增加开环增益)。

比例控制器 (P) 设计:

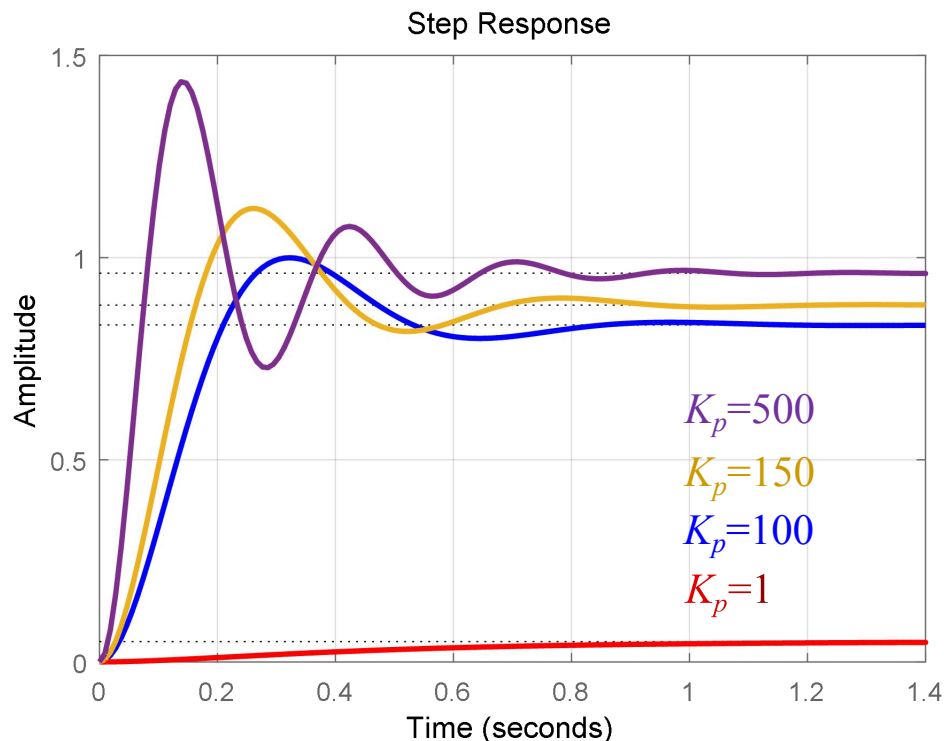
增加比例系数 K_p 可减小稳态误差，提高快速性，因此首先选择比例控制，也就是在系统中串联一个比例放大器。



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$

K_p 从小到大增加，比如
 $K_p=1, 100, 150, 500$ 。观察效果。

加入比例控制器后的阶跃响应分析

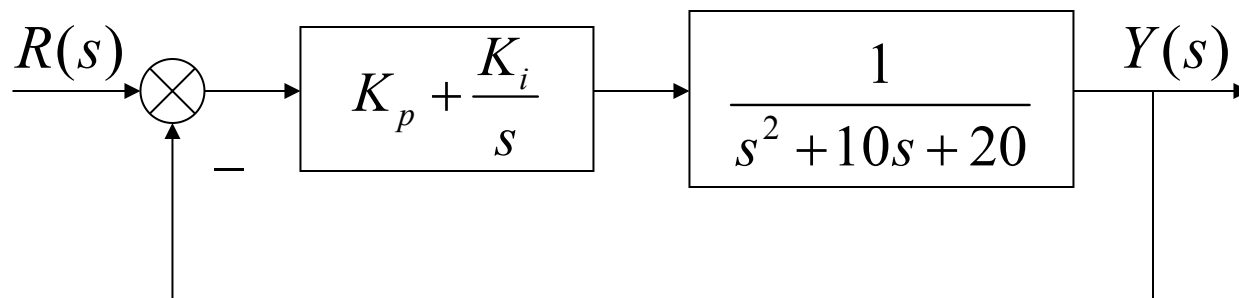


```
num1=[0 0 1];den1=[1 10 20];  
num2=[0 0 100];den2=[1 10 120];  
num3=[0 0 150];den3=[1 10 170];  
num4=[0 0 500];den4=[1 10 520];  
h1=tf(num1,den1);  
h2=tf(num2,den2);  
h3=tf(num3,den3);  
h4=tf(num4,den4);  
step(h1,h2,h3,h4)
```

随着比例系数 K_p 增加到500，响应速度加快，超调量增加。稳态误差减小，但还未完全消除。再继续增加 K_p ？超调量已很大了，不可。
 K_p 取150或更小一点是合适的。减小稳态误差可考虑在比例的基础上引入积分来完成。

比例+积分（PI）控制器设计

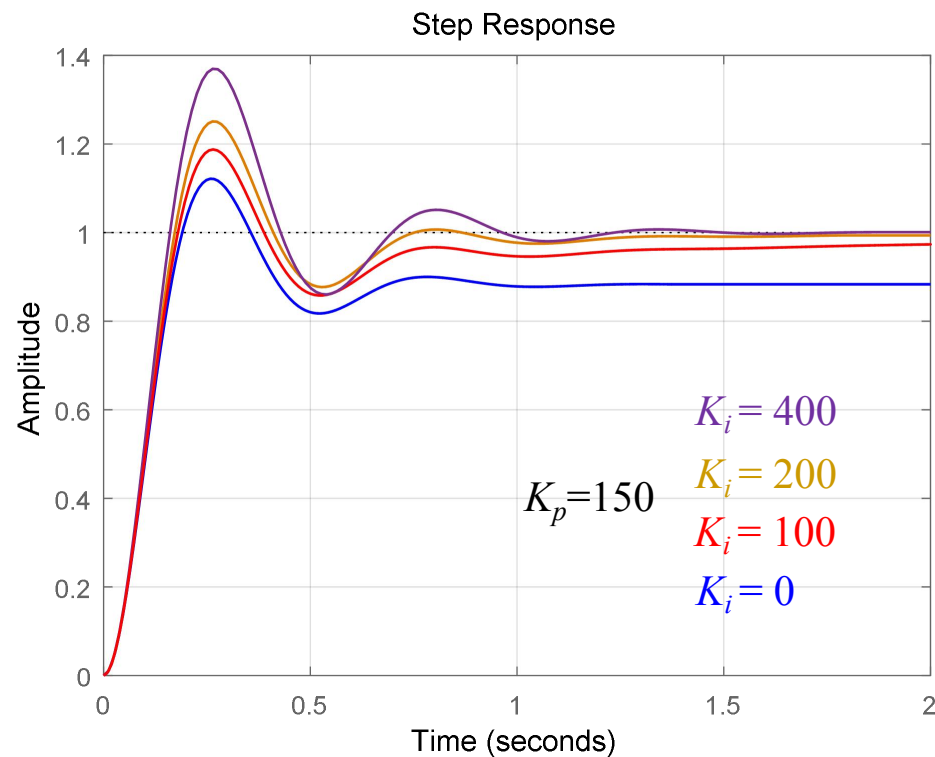
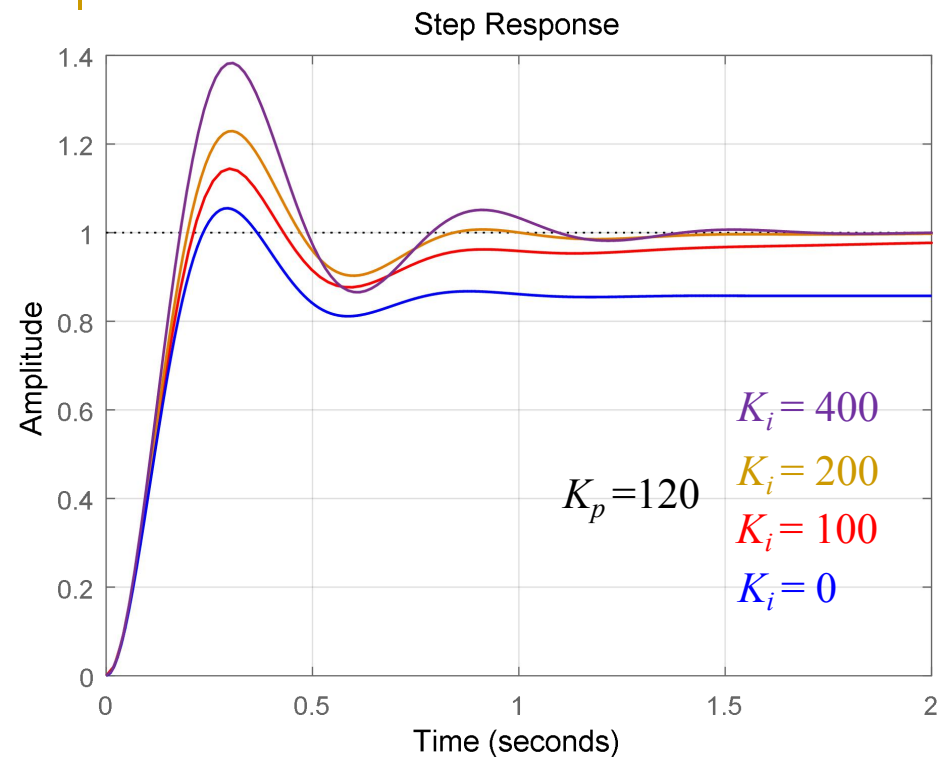
增加积分系数 K_i 可以消除稳态误差。为了消除稳态误差，可考虑在比例的基础上加入积分控制，也就是在比例放大器上并联一个积分器置于前向通道中。



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

考虑到加入积分会影响稳定性，在加入积分作用时，要减小比例作用，比例控制时 $K_p=150$ ，可减小 K_p 至120。然后 K_i 从小到大变化调试。

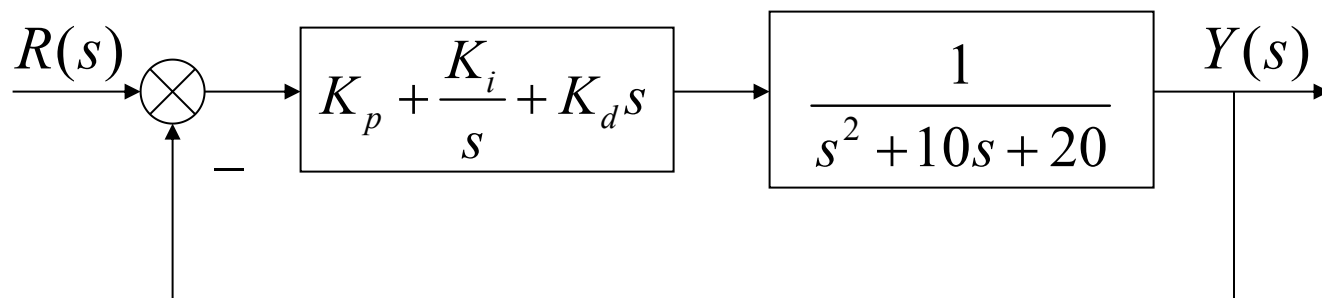
加入比例+积分控制器后的阶跃响应分析



左图显示了 $K_p=120$ 时， K_i 取不同值时的单位阶跃响应曲线。加入积分作用时，需减小比例作用。显然， K_i 取200是合适的。右图显示了不减小比例作用时的结果，至少在超调量上是不如左图的。在 K_p 、 K_i 分别为120和200时，若超调量和调整时间还是不满足要求，可再加入微分作用。

比例+积分+微分（PID）控制器设计

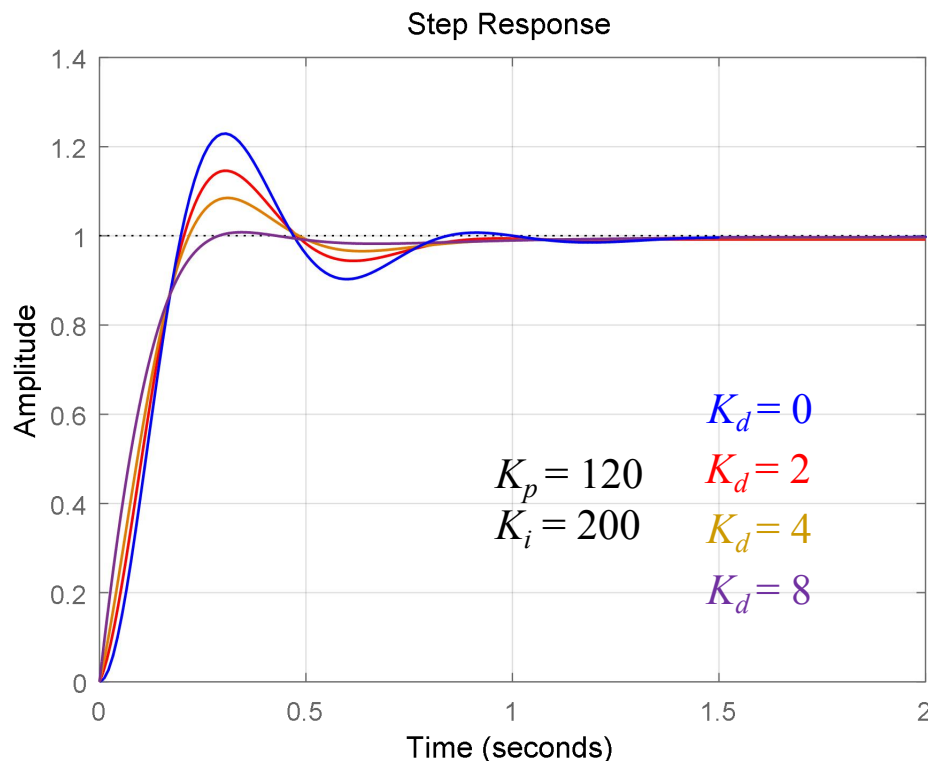
在上述PI控制的基础上再加入微分作用以构成PID控制器。
对于相当多的实际系统，采用PID控制一般都能取得满意的控制效果。



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s^3 + (10 + K_d)s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

在 K_p 、 K_i 分别为120和200时，将 K_d 从小到大变化进行调试，直到各性能指标满足要求为止。

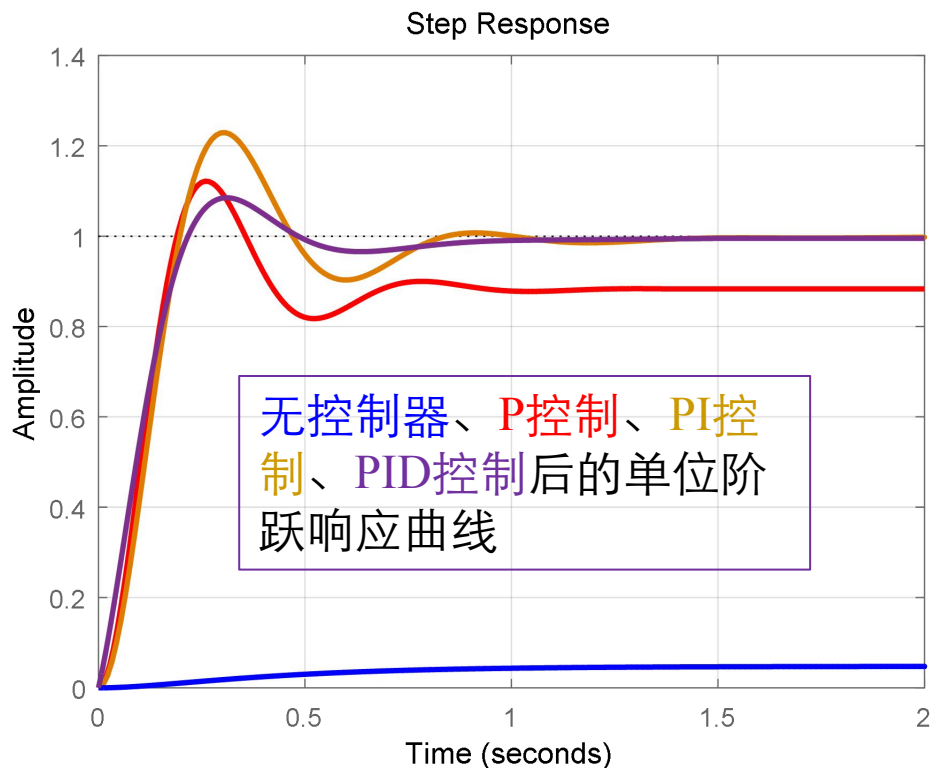
加入比例积分微分控制器后的阶跃响应分析



本次调试结果： $K_p=120$ ， $K_i=200$ ， $K_d=2$ 或4。超调量 $\delta\%=15\%$ 或8%，调整时间 $t_s=0.4$ （ $\Delta=5$ ）

随着 K_d 的增加，系统的超调量和调整时间均减小。 $2 \leq K_d \leq 8$ 时，超调量在20%以下，选择 $K_d=2$ 或4是合适的。

【梳理PID控制器参数的整定过程】



本例中，根据性能指标的不同，可酌情选择P控制或PI控制或PID控制。

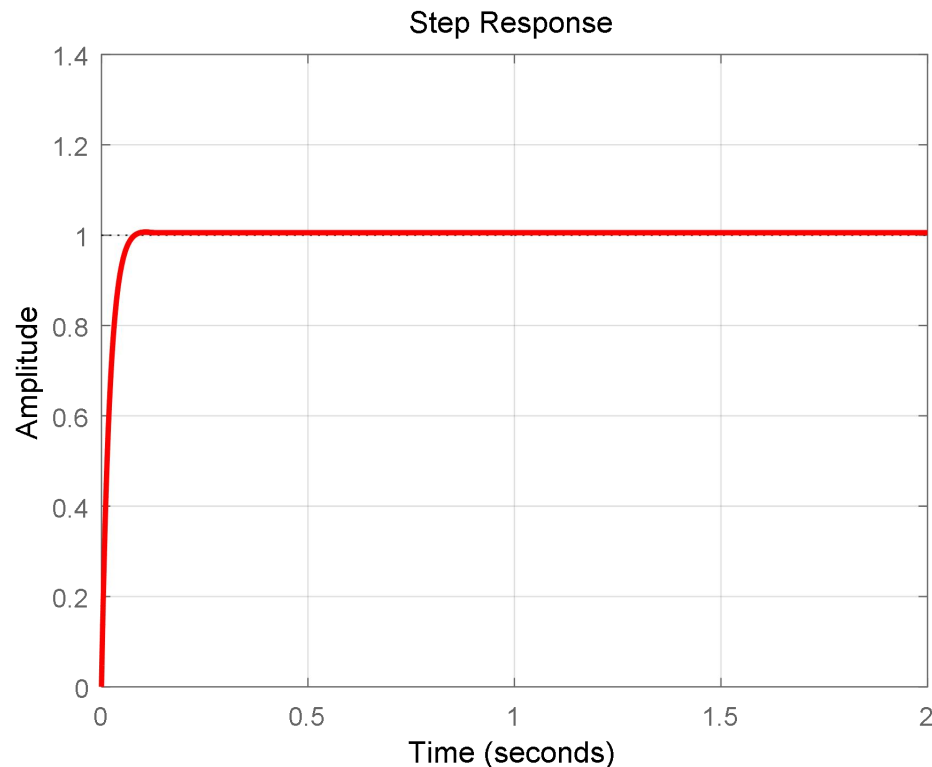
能否选择PD控制？

- 蓝色：闭环，无控制器
- 红色：闭环，P控制
- 黄色：闭环，PI控制
- 紫色：闭环，PID控制
- 先比例，后积分，再微分
- 每个整定步骤结束后，若已满足性能指标，可结束调试。否则继续。

【提醒】PID三个参数的选择不唯一。但需考虑物理可实现

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s^3 + (10 + K_d)s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

【例如】 $K_p = 600$, $K_i = 700$, $K_d = 50$



小结

- PID控制器的时域表达式
- PID控制器的传递函数
- PID控制器参数对系统性能的影响
- PID控制器参数的整定方法
- 应用Matlab工具进行系统PID控制的仿真（选择）