第二章 离散傅里叶变换

2. 设 $x(n)=\begin{cases}1, & 0\le n\le 3\\ 0, & \text{其它}n\end{cases}$，$y(n)=\begin{cases}1, & 4\le n\le 6\\ 0, & \text{其它}n\end{cases}$，$\tilde{x}(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(n+7r)$，

$\tilde{y}(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}y(n+7r)$，求 $\tilde{x}(n)$ 与 $\tilde{y}(n)$ 的周期卷积序列 $\tilde{f}(n)$，以及 $\tilde{F}(k)$。

3. 用封闭形式表达以下有限长序列的 $\mathrm{DFT}\left[x(n)\right]$

（1） $x(n)=e^{j\omega_0 n}R_N(n)$；

（2） $x(n)=\cos(\omega_0 n)R_N(n)$；

（3） $x(n)=\sin(\omega_0 n)R_N(n)$；

（4） $x(n)=nR_N(n)$。

4. 已知以下 $X(k)$，求 $\mathrm{IDFT}\left[X(k)\right]$

（1） $X(k)=\begin{cases}\dfrac{N}{2}e^{j\theta}, & k=m\\ \dfrac{N}{2}e^{-j\theta}, & k=N-m\\ 0, & \text{其它}k\end{cases}$

（2） $X(k)=\begin{cases}-\dfrac{N}{2}je^{j\theta}, & k=m\\ \dfrac{N}{2}je^{-j\theta}, & k=N-m\\ 0, & \text{其它}k\end{cases}$

其中 m 为某一正整数 $0<m<\dfrac{N}{2}$。

6. 有限长为 $N=10$ 的两序列

$x(n)=\begin{cases}1, & 0\le n\le 4\\ 0, & 5\le n\le 9\end{cases}$，$y(n)=\begin{cases}1, & 0\le n\le 4\\ -1, & 5\le n\le 9\end{cases}$

用作图表示$x(n)$、$y(n)$，以及$f(n)=x(n)\otimes y(n)$。

11. 若长为N的有限长序列$x(n)=R_N(n)$，

（1）求$\mathcal{Z}\left[x(n)\right]$，并画出其零极点分布图；

（2）求频谱$X\left(e^{j\omega}\right)$，并作幅度曲线图；

（3）求$\mathrm{DFT}\left[x(n)\right]$，要求用封闭形式表达，并对照$X\left(e^{j\omega}\right)$。

12. 已知$x(n)$是长为N的有限长序列，$X(k)=\mathrm{DFT}\left[x(n)\right]$，现将长度扩大$r$倍，得长度为$rN$的有限长序列$y(n)$

$$y(n)=\begin{cases}x(n), & 0\le n\le N-1\\ 0, & N\le n\le rN-1\end{cases}$$

求：$\mathrm{DFT}\left[y(n)\right]$与$X(k)$的关系。

16. 已知序列$x(n)=a^n u(n)$，$0<a<1$，仅对其 z 变换$X(z)$在单位圆上N等分采样，采样值为$X(k)=X(z)\big|_{z=W_N^{-k}}$，求有限长序列$\mathrm{IDFT}\left[X(k)\right]$。

18. 若系统$H(z)$的输入为周期单位脉冲序列

$$\tilde{x}(n)=\tilde{\delta}(n)=\begin{cases}1, & n=mN, m\text{为任意整数}\\ 0, & \text{其它}n\end{cases}$$

并测得系统的输出序列$\tilde{y}(n)$及$\mathrm{DFS}\left[\tilde{y}(n)\right]=\tilde{Y}(k)$，问：系统函数$H(z)$在单位圆上的采样值$H\left(W_N^{-k}\right)$等于多少？