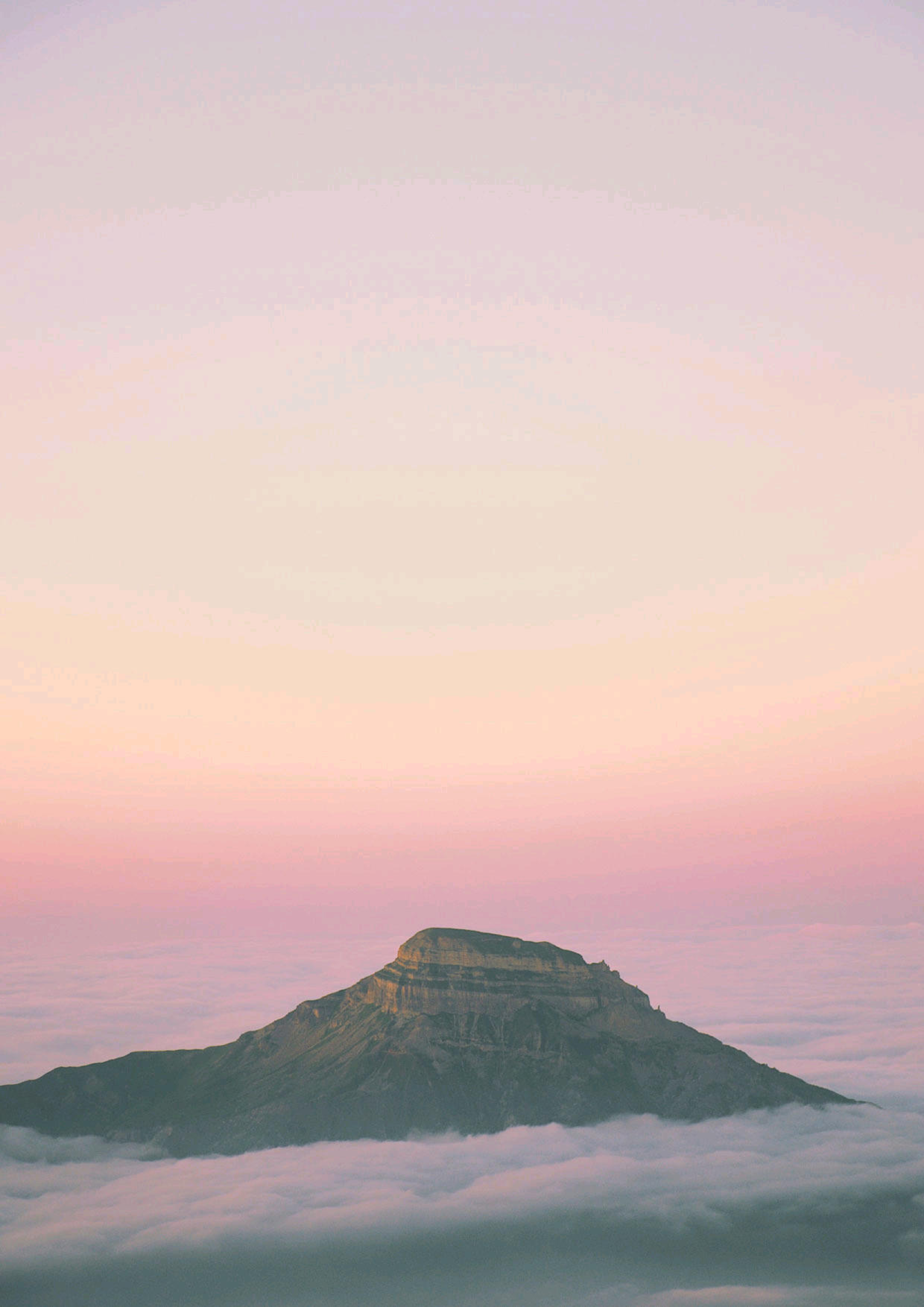


9.6 解: ∵ $x(t)$绝对可积，则$x(t)$的拉氏变换ROC包含$j\omega$轴

(a) 时域有限的信号ROC为整个s平面，故$x(t)$不可能为有限持续期的。

(b) 由于ROC包含$j\omega$轴，则ROC必然为$\sigma=2$的左侧，则$x(t)$是一个左边信号。

(c) $x(t)$不可能是右边的，右边信号ROC为最右侧极点之右，但$\sigma=2$之右不包含$j\omega$轴，故不可能为右边

(d) 可能为双边信号，ROC为包含$j\omega$轴的带状区域即可。

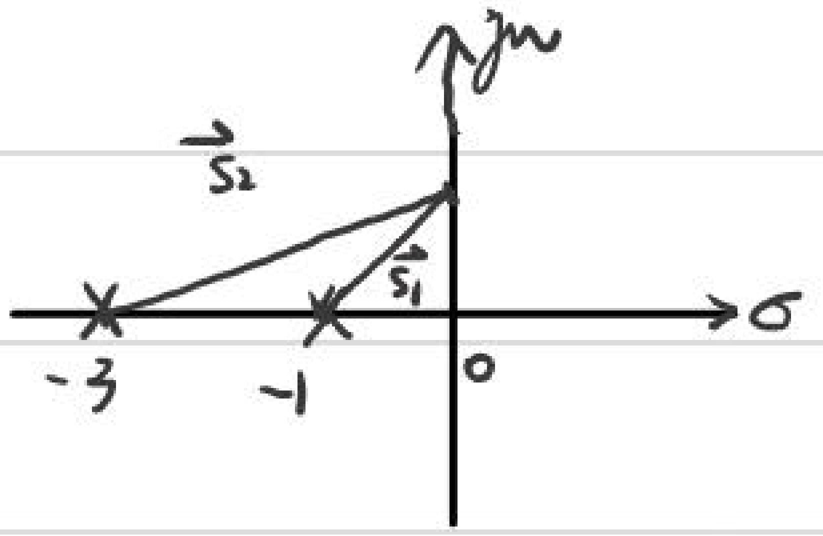
9.8 解: $x(t) \xleftrightarrow{L} X(s)$ $\quad g(t)=e^{2t}x(t) \xleftrightarrow{L} X(s-2)$

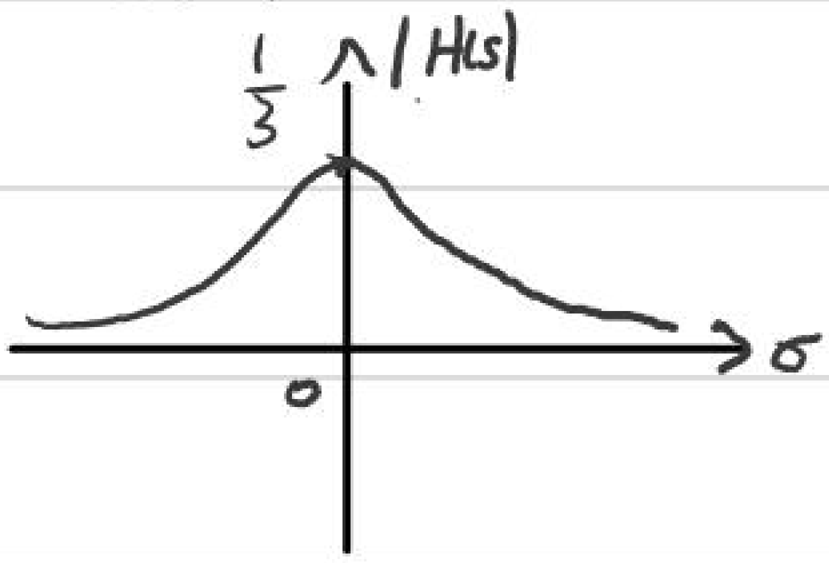
∵ $X(s)$有极点$s=-1$和$s=-3$ 则$X(s-2)$有极点$s=1$和$s=-1$

∴ $g(t)$的F变换$G(j\omega)$收敛 则ROC包含$j\omega$轴

∴ $x(t)$是双边信号。

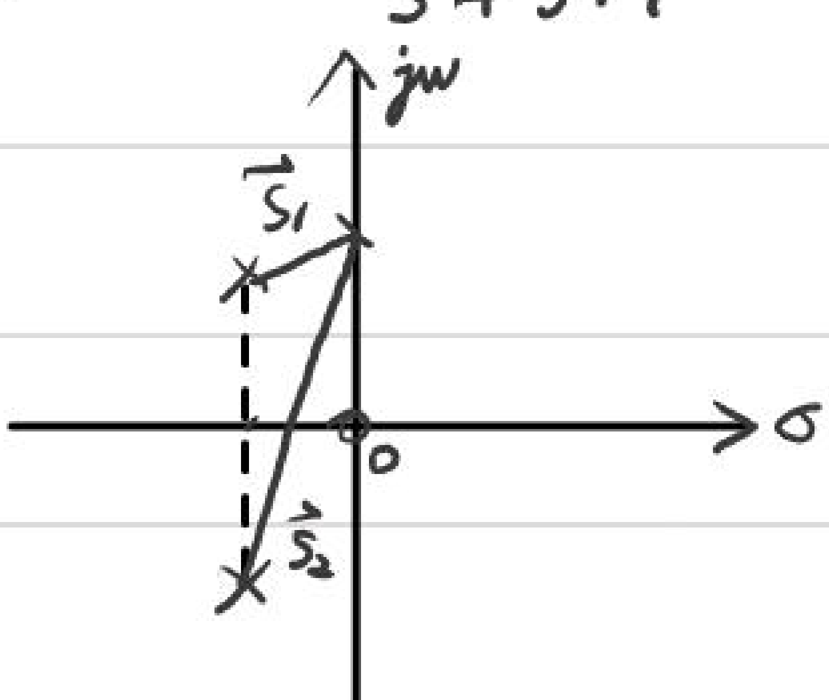
9.10 (a) $H_1(s)=\frac{1}{(s+1)(s+3)}$ $\quad Re\{s\}>-1$ $\quad$ 极点为$s=-1$和$s=-3$

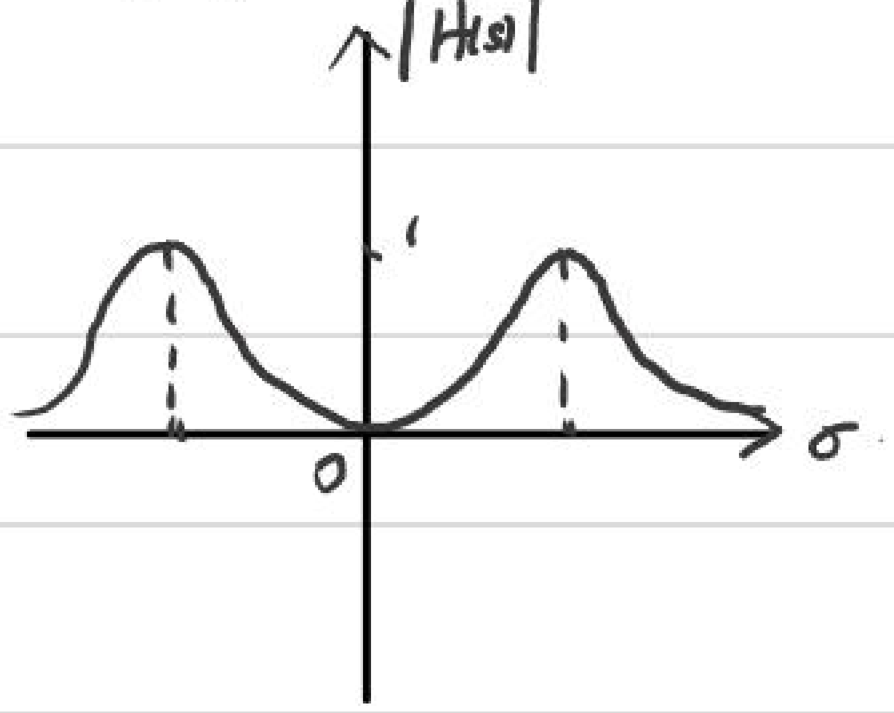




近似为低通

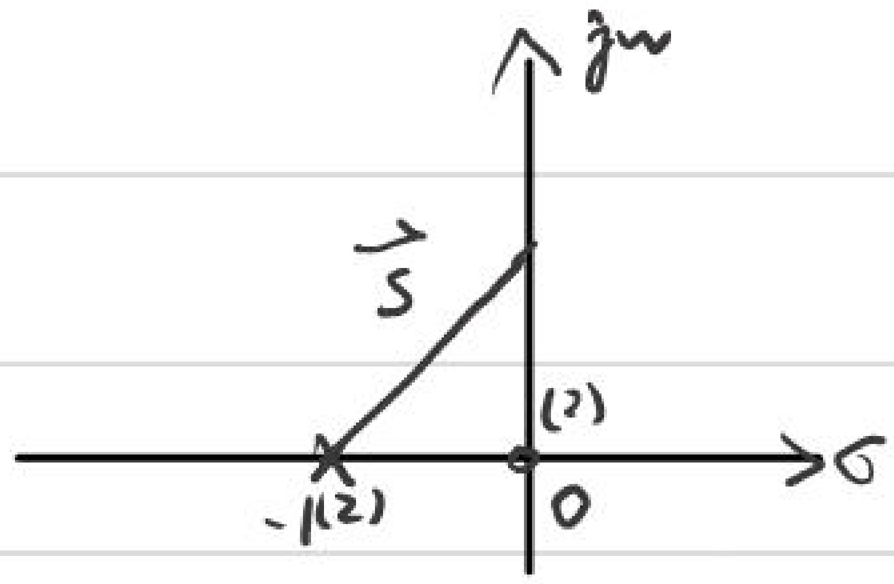
(b) $H_2(s)=\frac{s}{s^2+s+1}$ $\quad Re\{s\}>-\frac{1}{2}$ $\quad$ 极点为$s=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ 零点为$s=0$

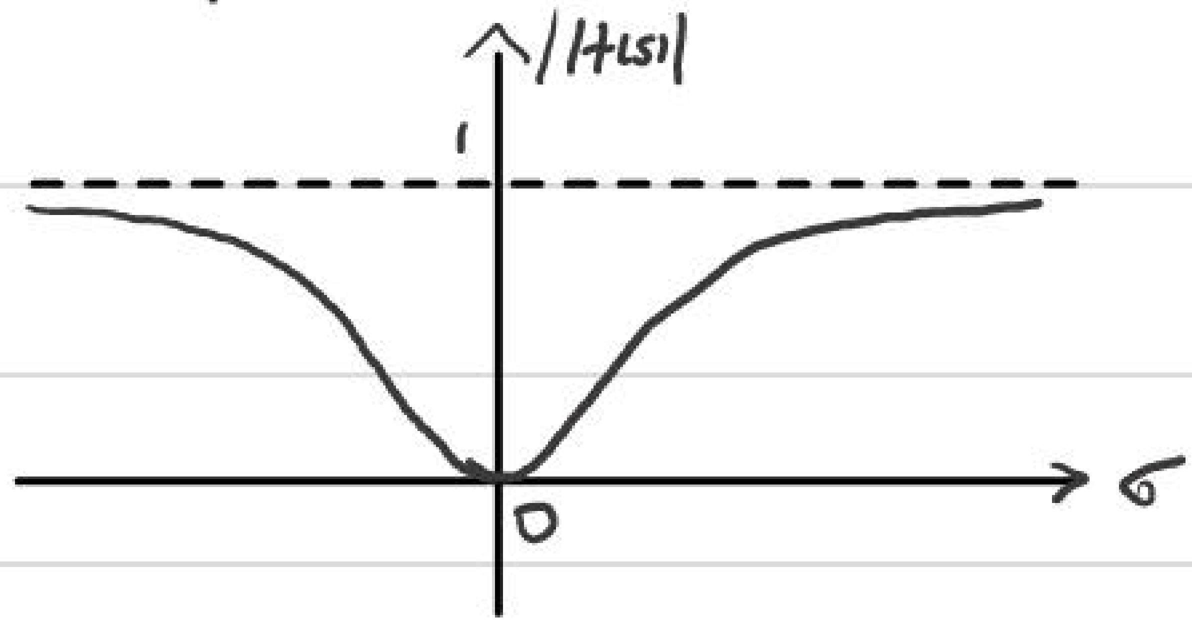




近似为带通

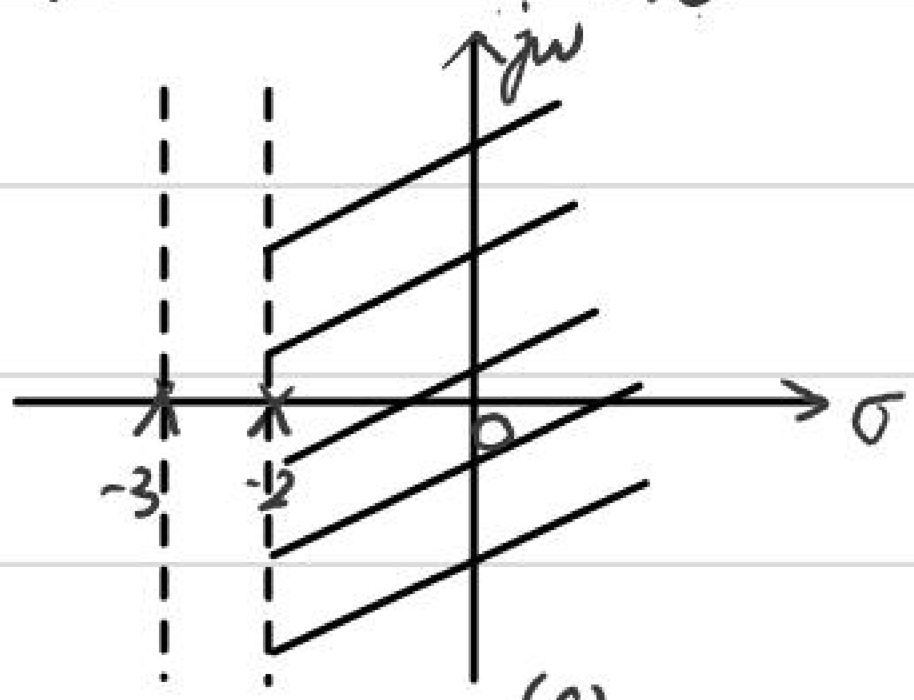
(c) $H_3(s)=\frac{s^2}{s^2+2s+1}$　　$Re\{s\}>-1$　极点 $s=-1^{(2)}$　零点 $s=0^{(2)}$



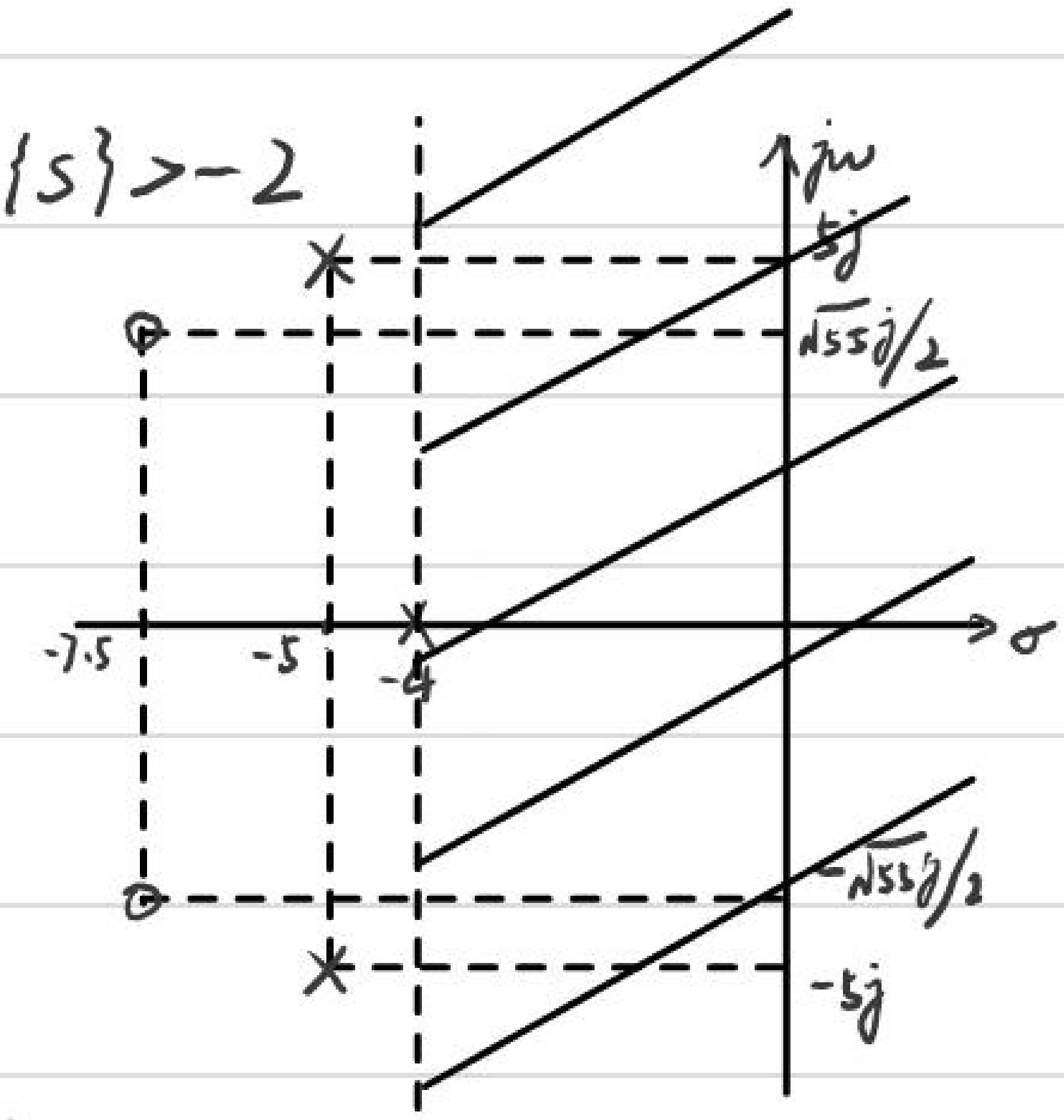


近似为高通

9.21 (a) $X(s)=\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+3}$　　ROC: $Re\{s\}>-2$



(a)



(b) $x(t)=e^{-4t}u(t)+e^{-5t}\sin 5t\,u(t)$

$$=e^{-4t}u(t)+e^{-5t}\frac{1}{2j}(e^{5jt}-e^{-5jt})u(t)$$

$$=e^{-4t}u(t)+\frac{1}{2j}e^{-(5-5j)t}u(t)+\frac{1}{2j}e^{-(5+5j)t}u(t)$$

$$X(s)=\frac{1}{s+4}+\frac{1}{2j}\frac{1}{s+5-5j}+\frac{1}{2j}\cdot\frac{1}{s+5+5j}$$　　ROC: $\sigma>-4$

$$=\frac{1}{s+4}+\frac{5}{(s+5)^2+25}$$　　零点: $s=-7.5\pm\frac{\sqrt{55}}{2}j$

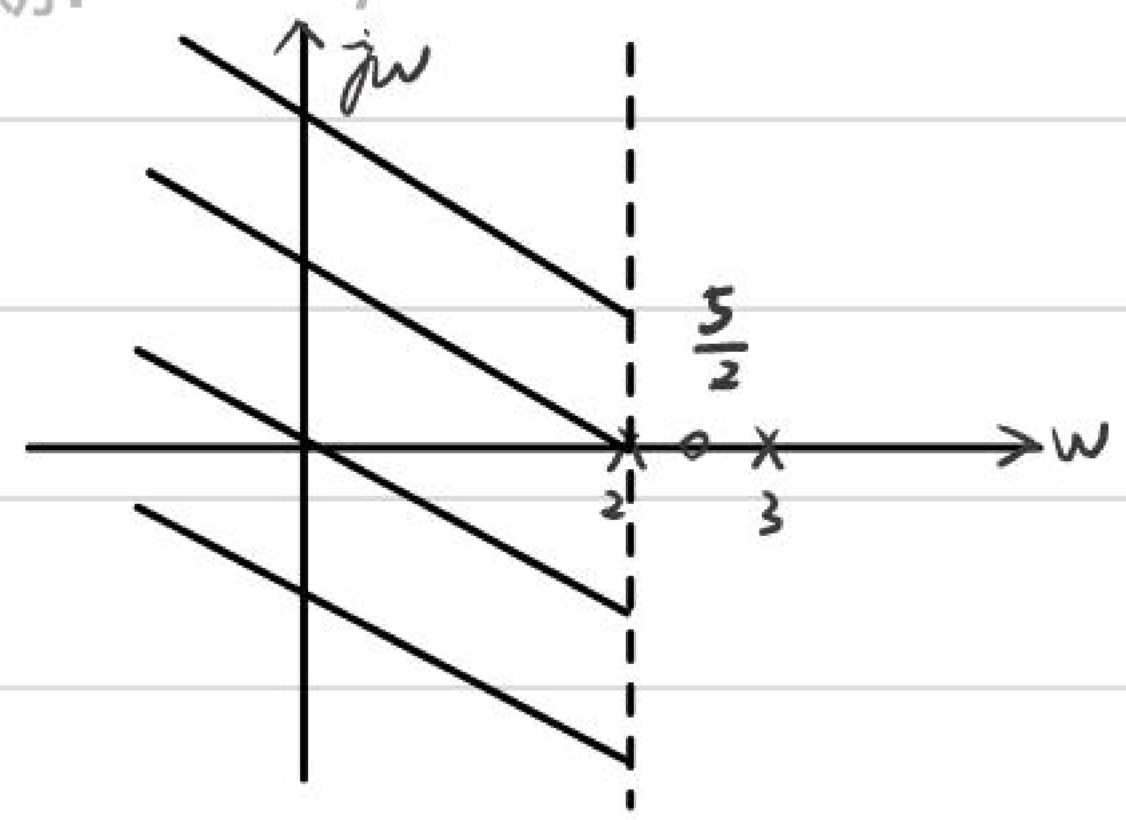
$$=\frac{s^2+15s+70}{s^3+14s^2+90s+200}$$　　极点: $s=-4$ 和 $s=-5\pm5j$

(c) $x(t)=e^{2t}u(-t)+e^{3t}u(-t)$　　$X(s)=-\frac{1}{s-2}-\frac{1}{s-3}=-\frac{5-2s}{s^2-5s+6}$

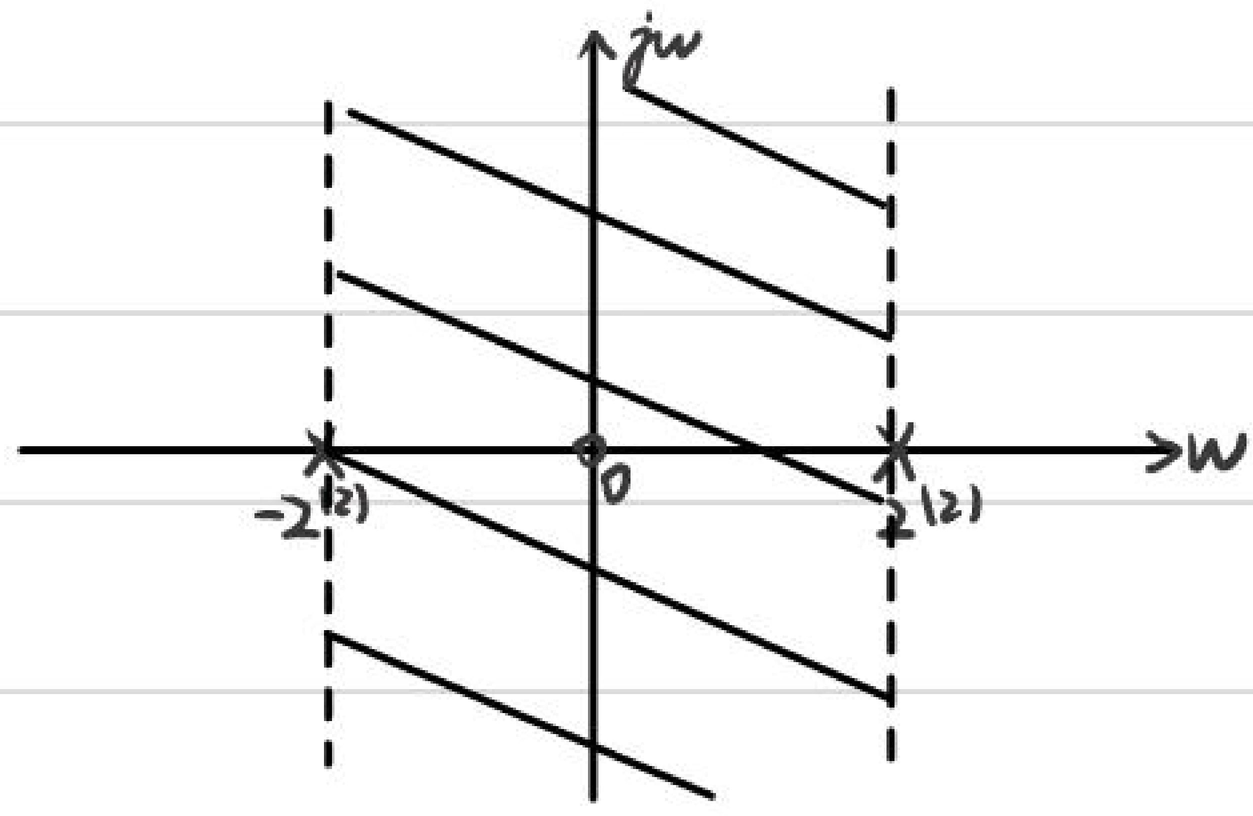
极点: $s=2$ 和 $s=3$　零点: $s=\frac{5}{2}$　　ROC: $\sigma<2$.

(d) $x(t)=te^{-2t}u(t)+te^{2t}u(-t)$ 由微分性质

$$X(s)=\left(\frac{1}{s+2}\right)'-\left(\frac{1}{s-2}\right)'=\frac{1}{(s+2)^2}-\frac{1}{(s-2)^2}=\frac{-8s}{(s^2-4)^2}$$　　ROC: $-2<\sigma<2$



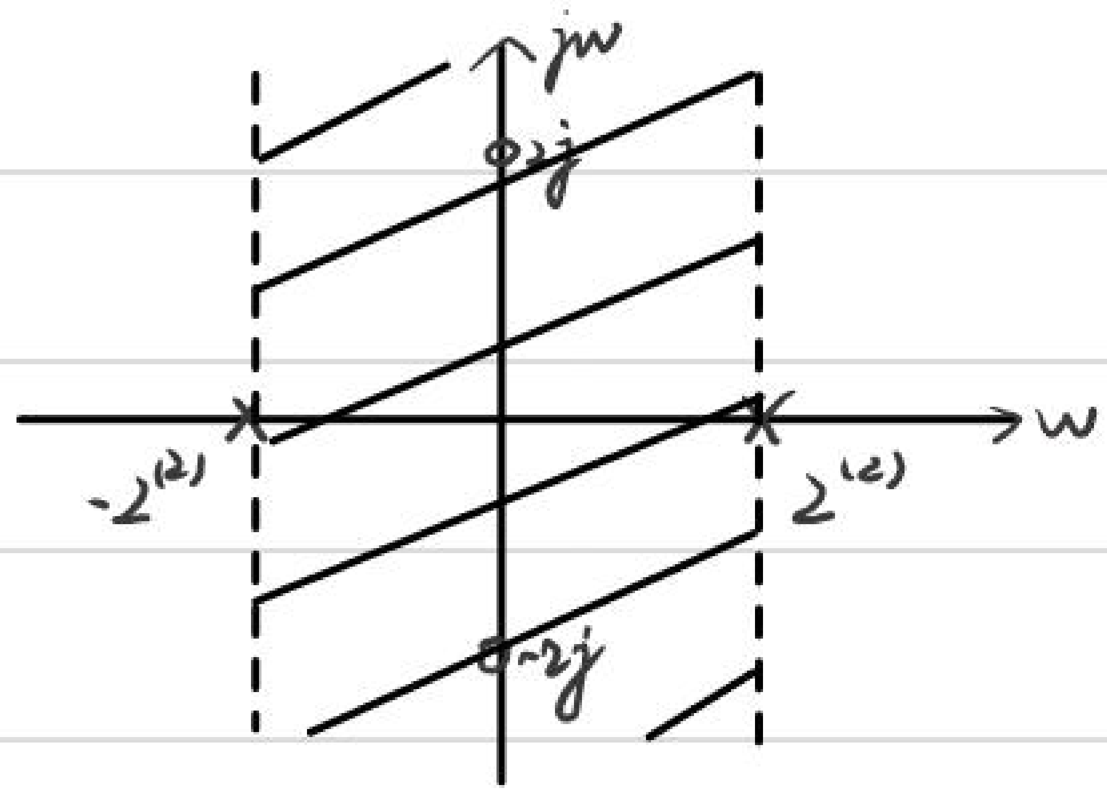
(c)

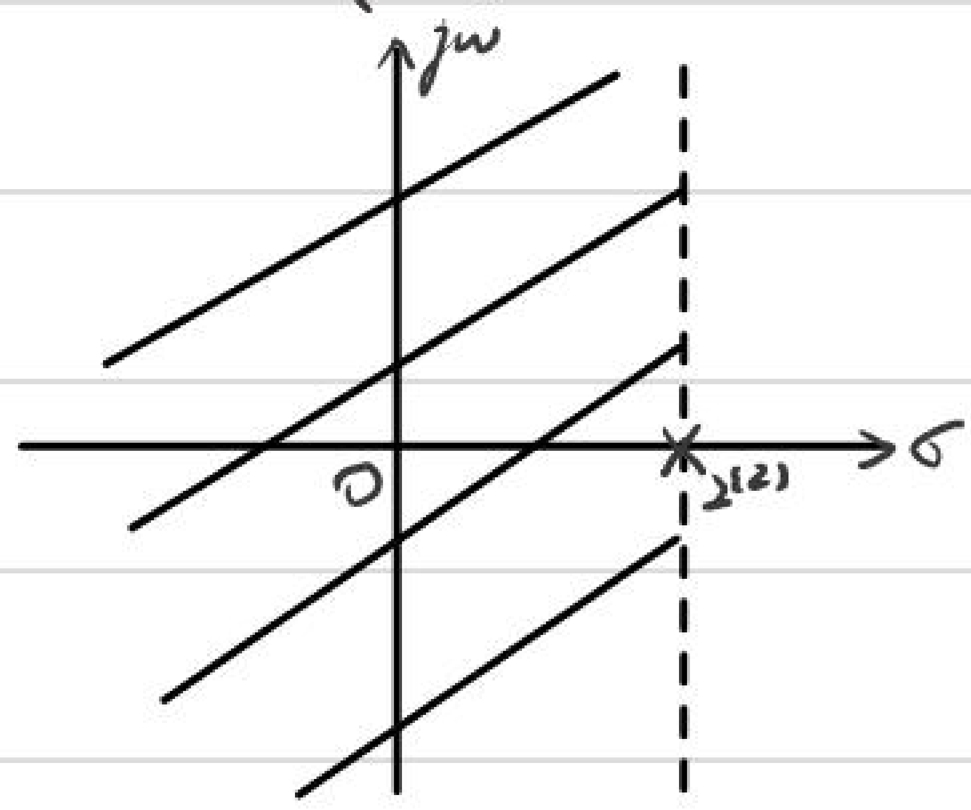


(d)

(e) $x(t) = te^{-2t}u(t) - te^{2t}u(-t)$ 由微分性质

$$X(s) = \left(\frac{1}{s+2}\right)^2 + \frac{1}{(s-2)^2} = \frac{1}{(s+2)^2} + \frac{1}{(s-2)^2} = \frac{2s^2+8}{(s^2-4)^2}$$ ROC: $-2 < \sigma < 2$



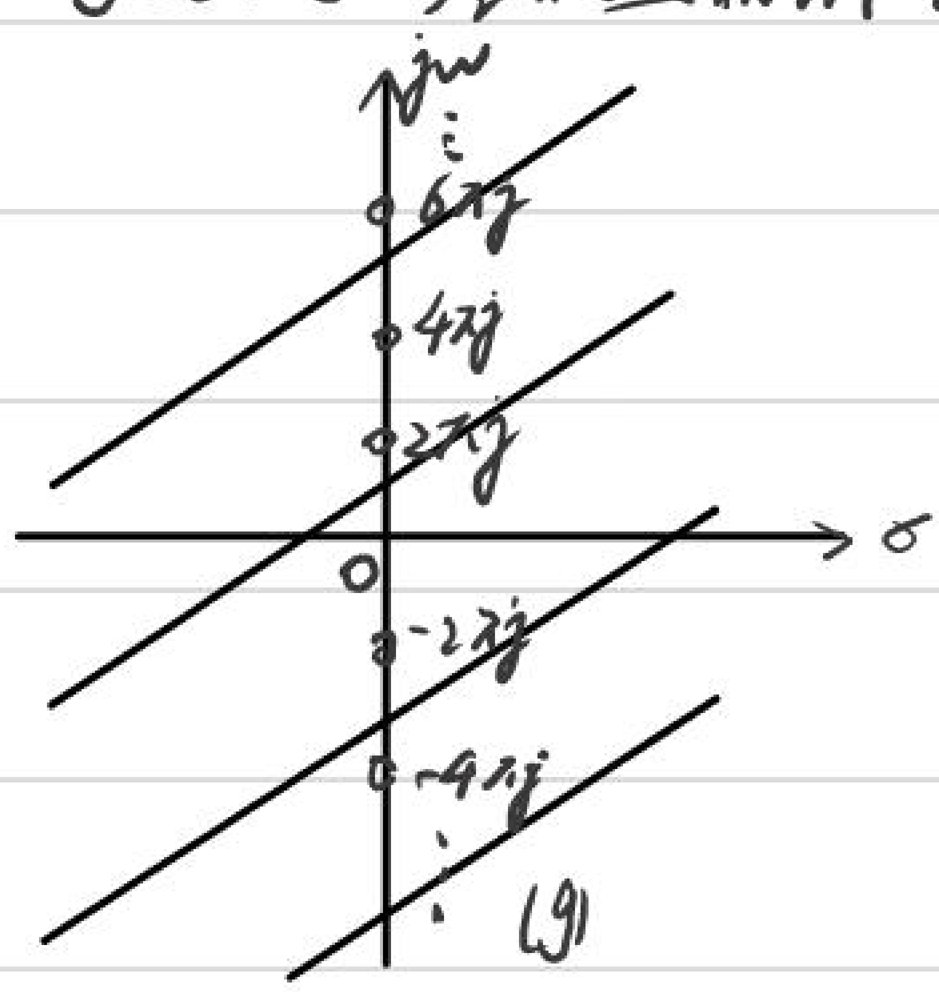


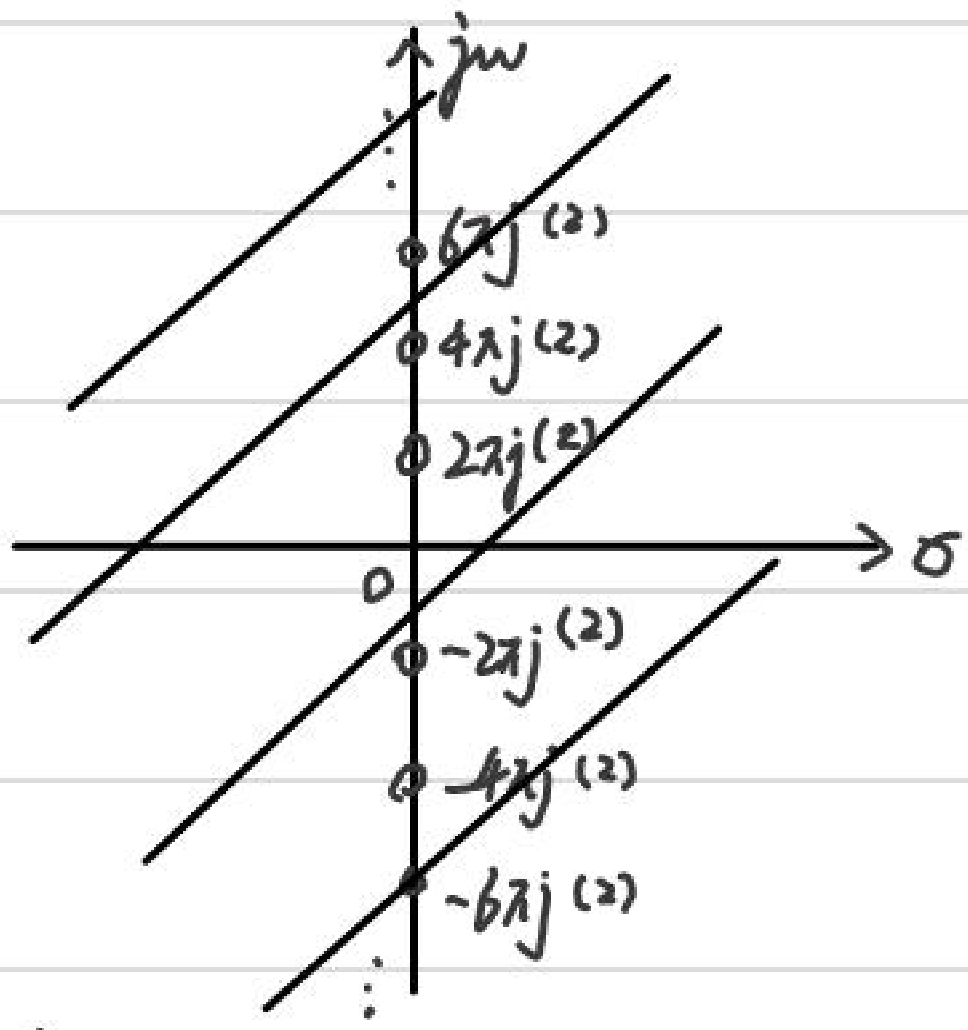
(e)

(f) $x(t) = -te^{2t}u(-t) \Rightarrow X(s) = \frac{1}{(s-2)^2}$ ROC: $\sigma < 2$

(g) $x(t) = \begin{cases} 1 & 0<t<1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} = u(t) - u(t-1)$ $X(s) = \frac{1}{s} - e^{-t}\frac{1}{s} = (1-e^{-s})\frac{1}{s}$

$s=0$处的零极点相消 仍在jw上有穷多零点





(h) $x(t) = t(u(t) - u(t-1)) + (2-t)(u(t-1) - u(t-2))$

$= tu(t) - 2(t-1)u(t-1) + (t-2)u(t-2)$

日期:　　/

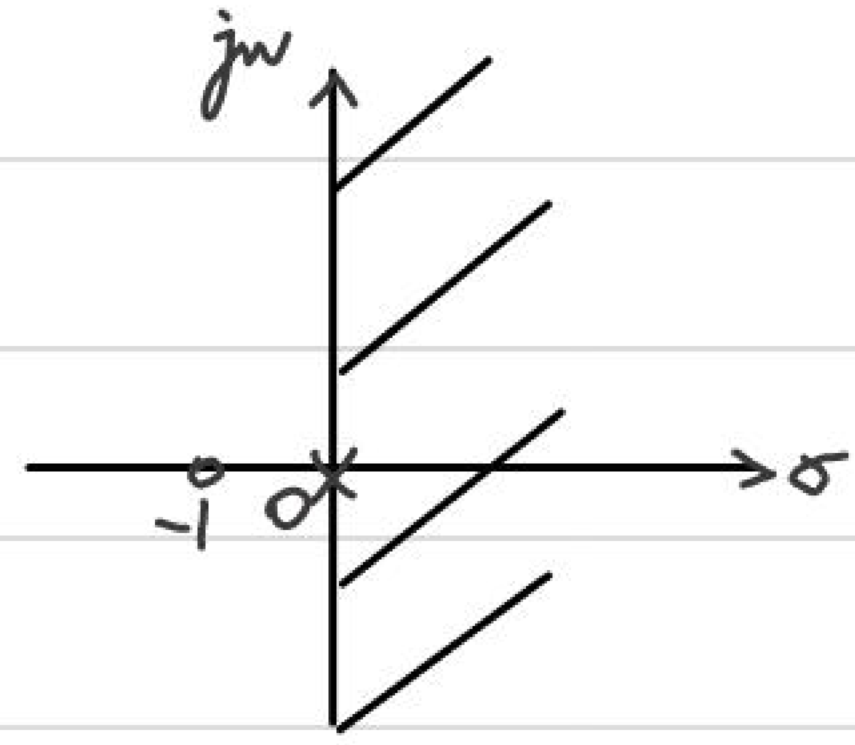
由微分性质 $tu(t)\xleftrightarrow{L}\frac{1}{s^2}$　则 $X(s)=\frac{1}{s^2}-2e^{-s}\frac{1}{s^2}+e^{-2s}\frac{1}{s^2}$

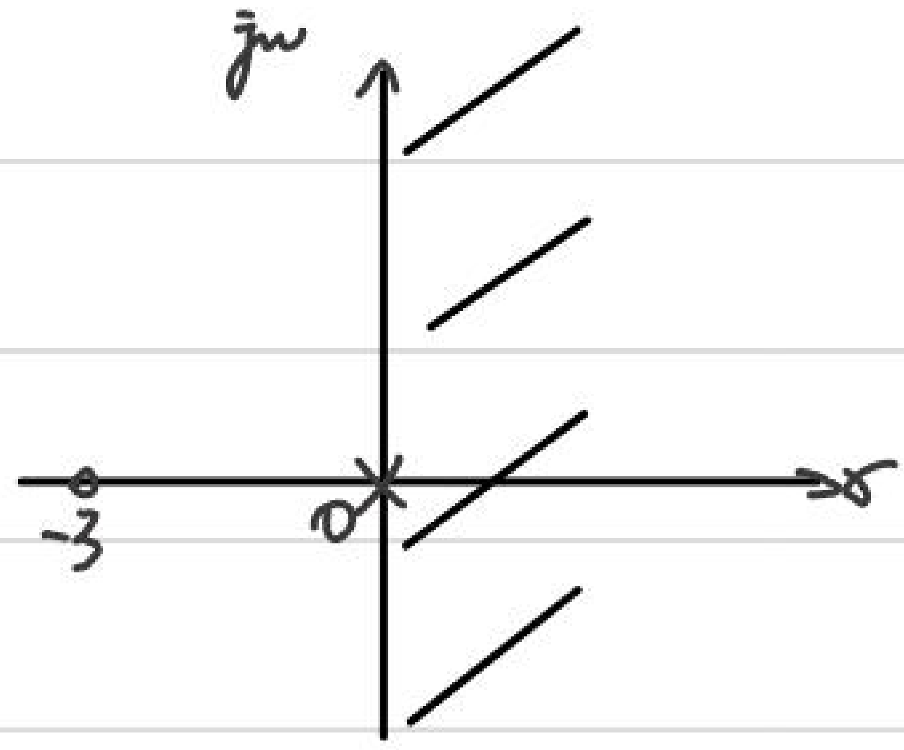
$X(s)=\frac{1}{s^2}(1-e^{-s}+e^{-2s})$　　$s=0$处零极点相消

$s=2\pi nj$ 为零点 且均为二阶

(i) $x(t)=\delta(t)+u(t)$　$X(s)=1+\frac{1}{s}=\frac{s+1}{s}$　$\sigma>0$

(ii) $x(t)=\delta(3t)+u(3t)$　$X(s)=\frac{1}{3}+\frac{1}{s}=\frac{s+3}{3s}$　$\sigma>0$





9.14 解: $x(t)$为实偶 $\Rightarrow X(s)=X^*(s^*)$　$X(s)$的极点共轭成对出现.

$s_1=\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$　则 $s_2=\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

又∵ $x(t)$为偶信号 $\Rightarrow X(s)=X(-s) \Rightarrow s_3=-\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$　$s_4=-\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

∴设 $X(s)=\frac{A}{(s-\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}})(s-\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}})(s+\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}})(s+\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}})}$

$\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-st}dt\Big|_{s=0}=X(0)=4 \Rightarrow A=\frac{1}{4}$

∴ $X(s)=\frac{1}{4}\frac{1}{(s^2-\frac{\sqrt{2}}{2}s+\frac{1}{4})(s^2+\frac{\sqrt{2}}{2}s+\frac{1}{4})}$　由 $s_1、s_2、s_3、s_4$的实部比较得

当$s=0$在ROC中时　ROC为 $-\frac{\sqrt{2}}{4}<\sigma<\frac{\sqrt{2}}{4}$.

9.23 解: 1. $x(t)e^{-3t}$绝对可积 $\Rightarrow X(s+3)$的零极点图ROC包含$j\omega$轴

对于图1. ROC为$Re\{s\}>2$　　对于图2 ROC为 $Re\{s\}>-2$

日期:　　/

对于图3. ROC为 $Re\{s\}>2$　　对于图4. ROC为S平面.

2. $x(t)*(e^{-3t}u(t))$ 绝对可积 $\Rightarrow X(s)\cdot\frac{1}{s+3}$ in ROC包含 jw 轴

且ROC应包含 $ROC(x)\cap\{\sigma|\sigma>-3\}$　即 $R\cap\{\sigma|\sigma>-3\}$ 包含 jw 轴

对图(1) ROC: $-2<Re\{s\}<2$　　对图2: $Re\{s\}>-2$

对图3: ROC: $Re\{s\}<2$　　对图4: ROC为S平面

3. $x(t)=0$ $t>1$. 则 $x(t)$ 为左边信号. ROC为最左边极点之左

图1: $Re\{s\}<-2$　　图2: $Re\{s\}<-2$

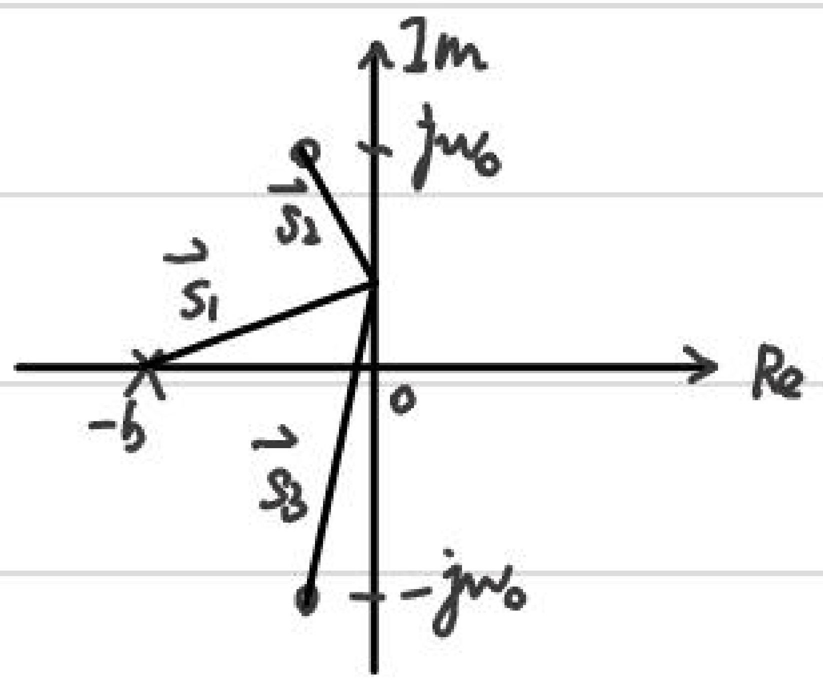
图3: $Re\{s\}>2$　　图4: S平面

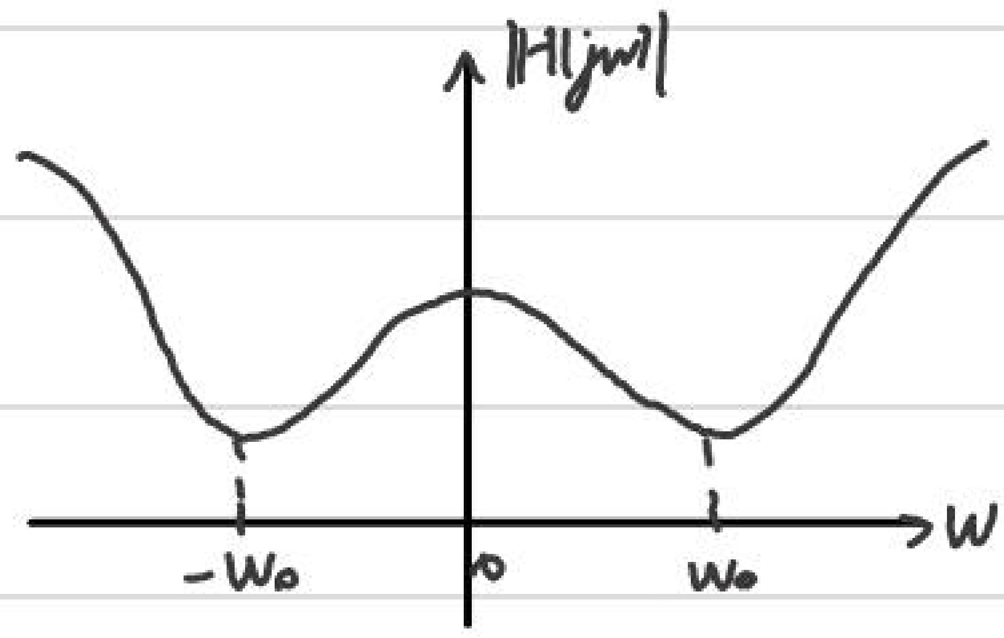
4. $x(t)=0$ $t<-1$. 则 $x(t)$ 为右边信号. ROC为最右边极点之右

图1: $Re\{s\}>2$　　图2: $Re\{s\}>-2$

图3: $Re\{s\}>2$　　图4. S平面

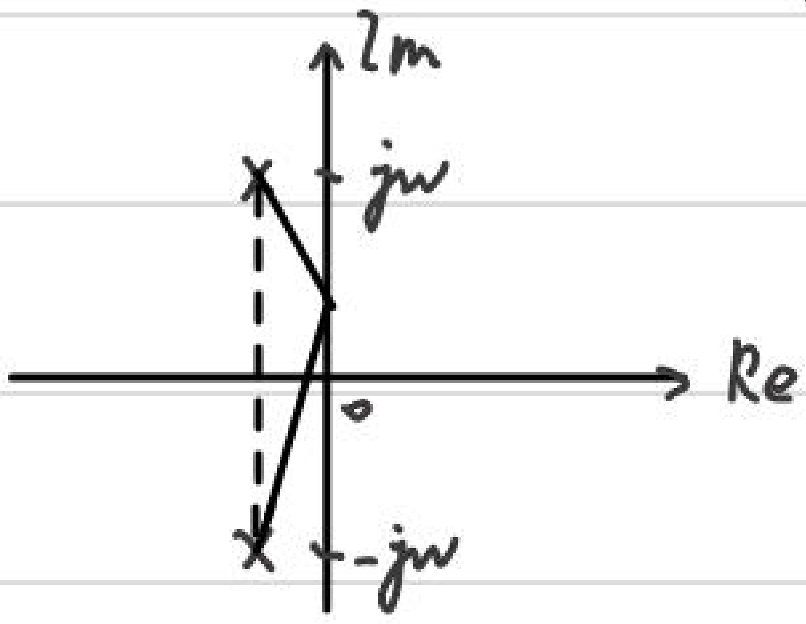
9.25 解: 1.

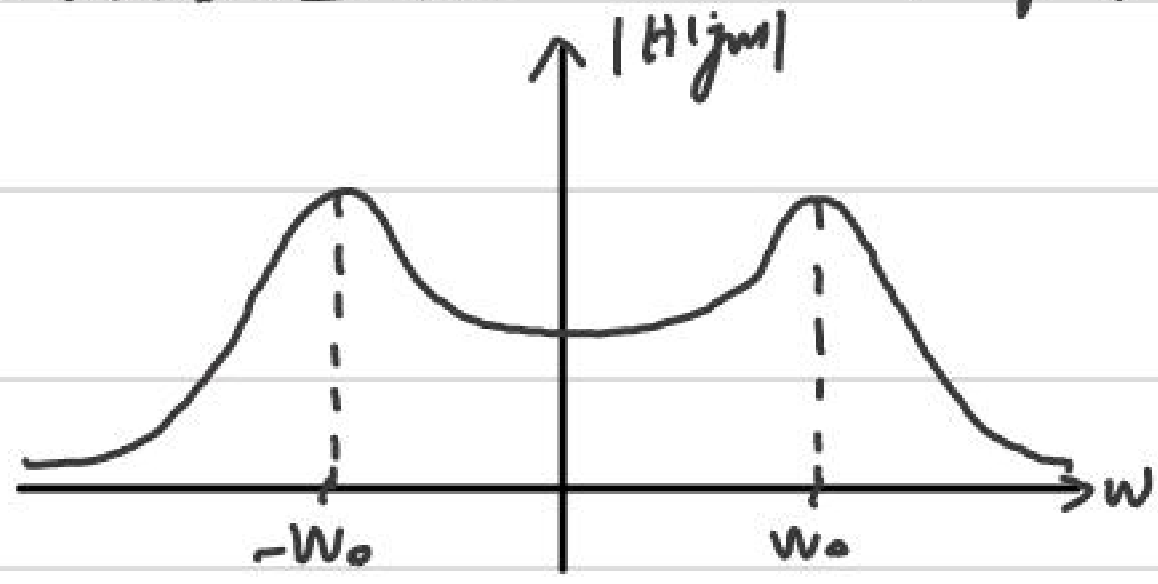




$w=\pm w_0$ 时 零点矢量最小　$w\to\infty$ $|H(jw)|\to\infty$

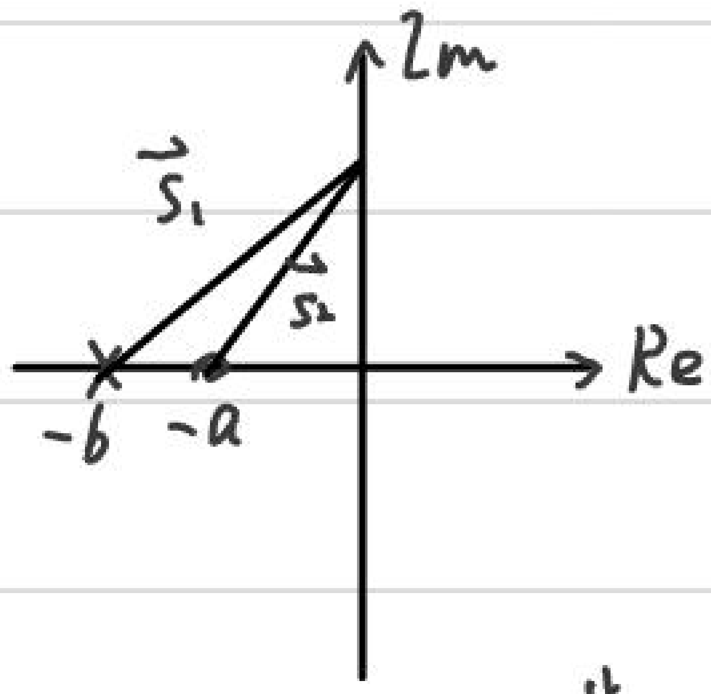
2.

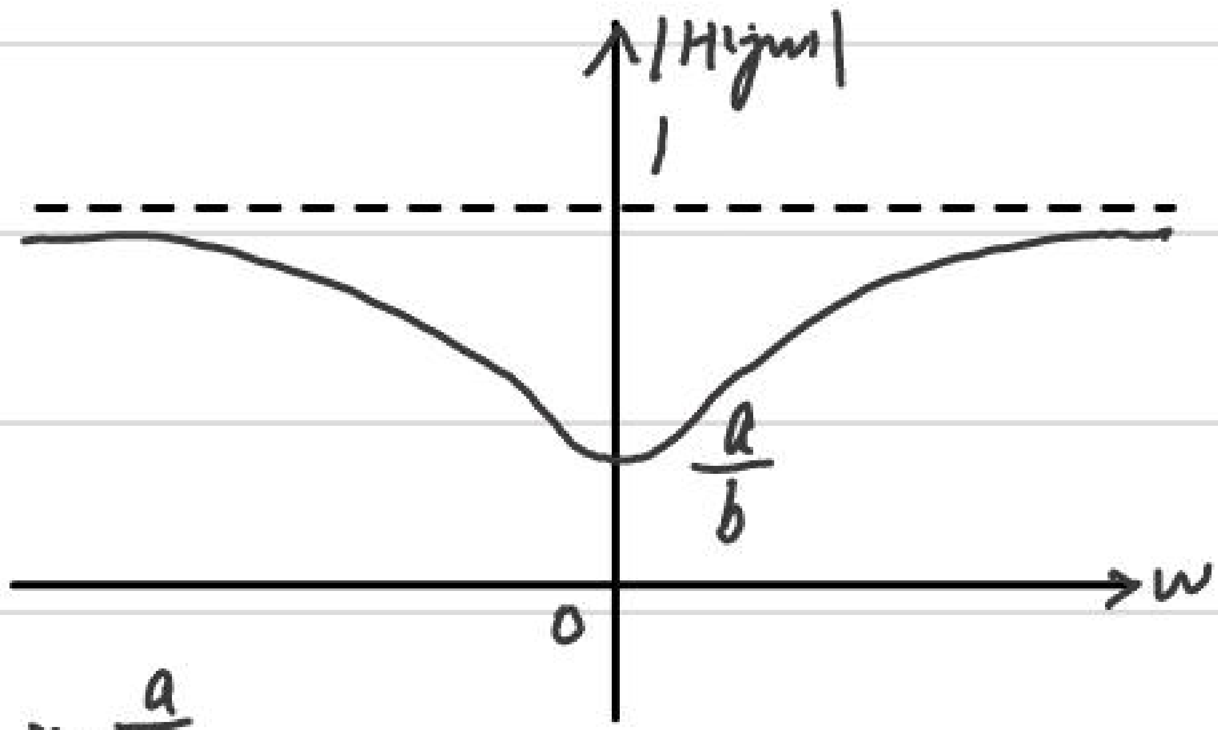




$w=\pm w_0$ 时 极点矢量最小　$w\to\infty$ $|H(jw)|\to 0$

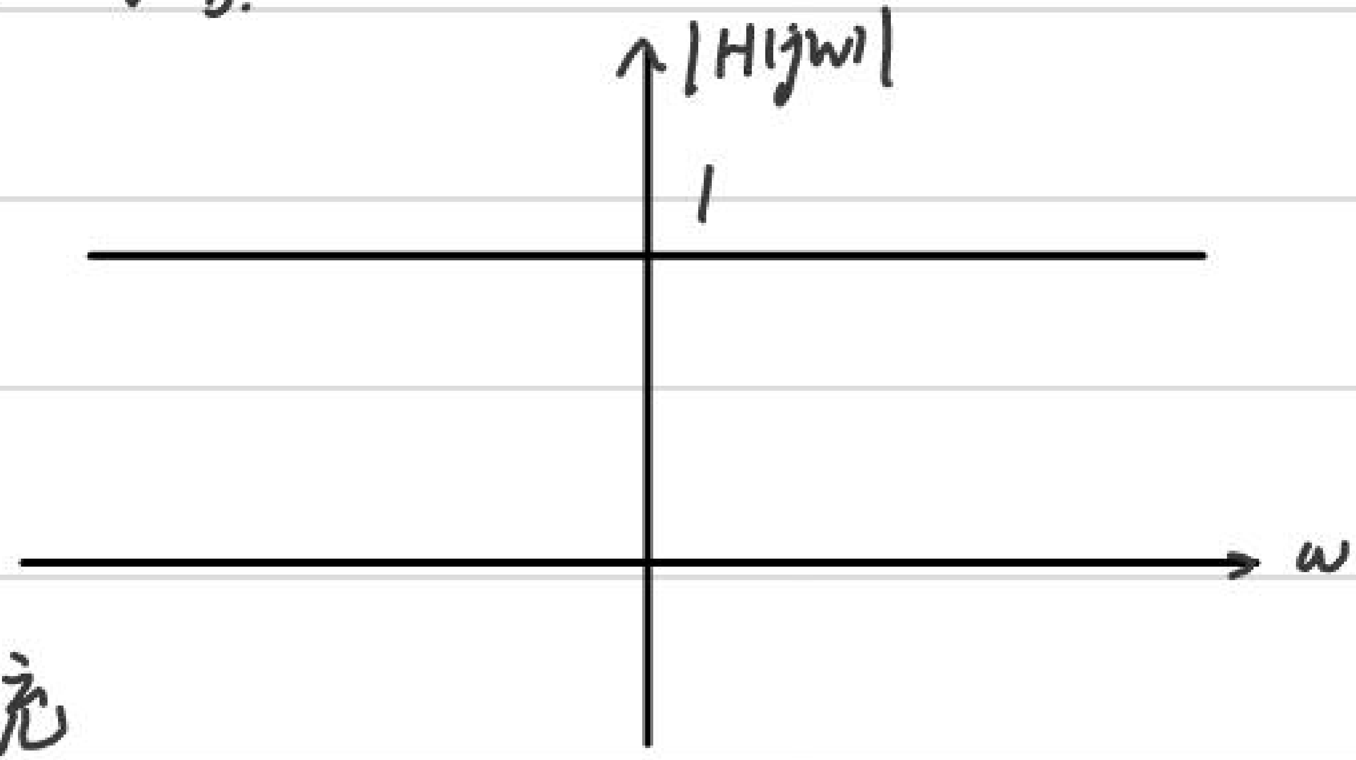
3.





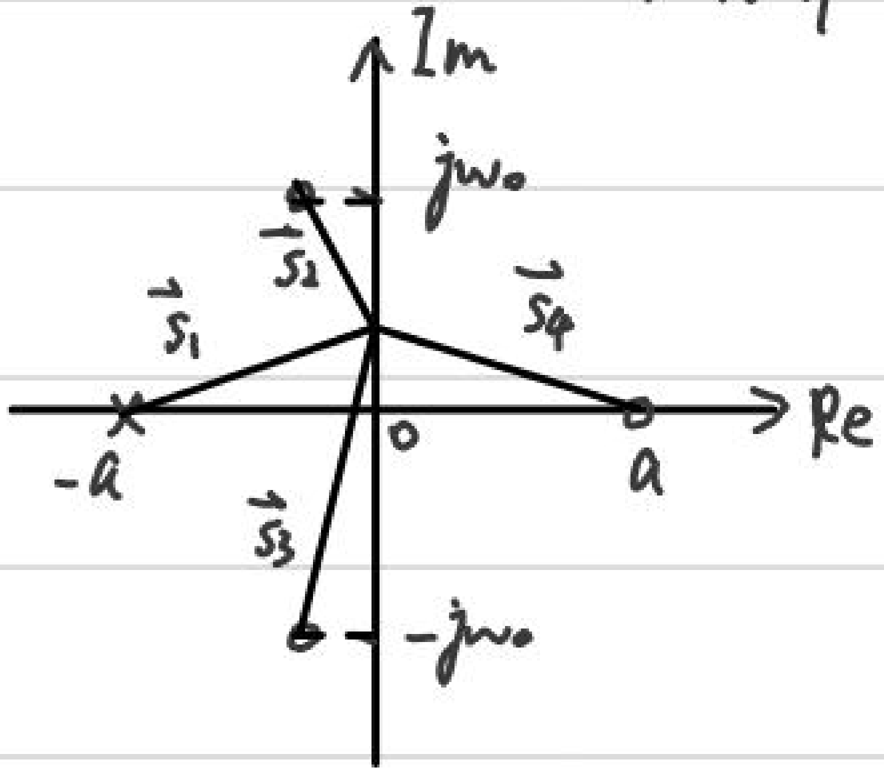
当 $w=0$ 时. $|H(jw)|$ 最小为 $\frac{a}{b}$.

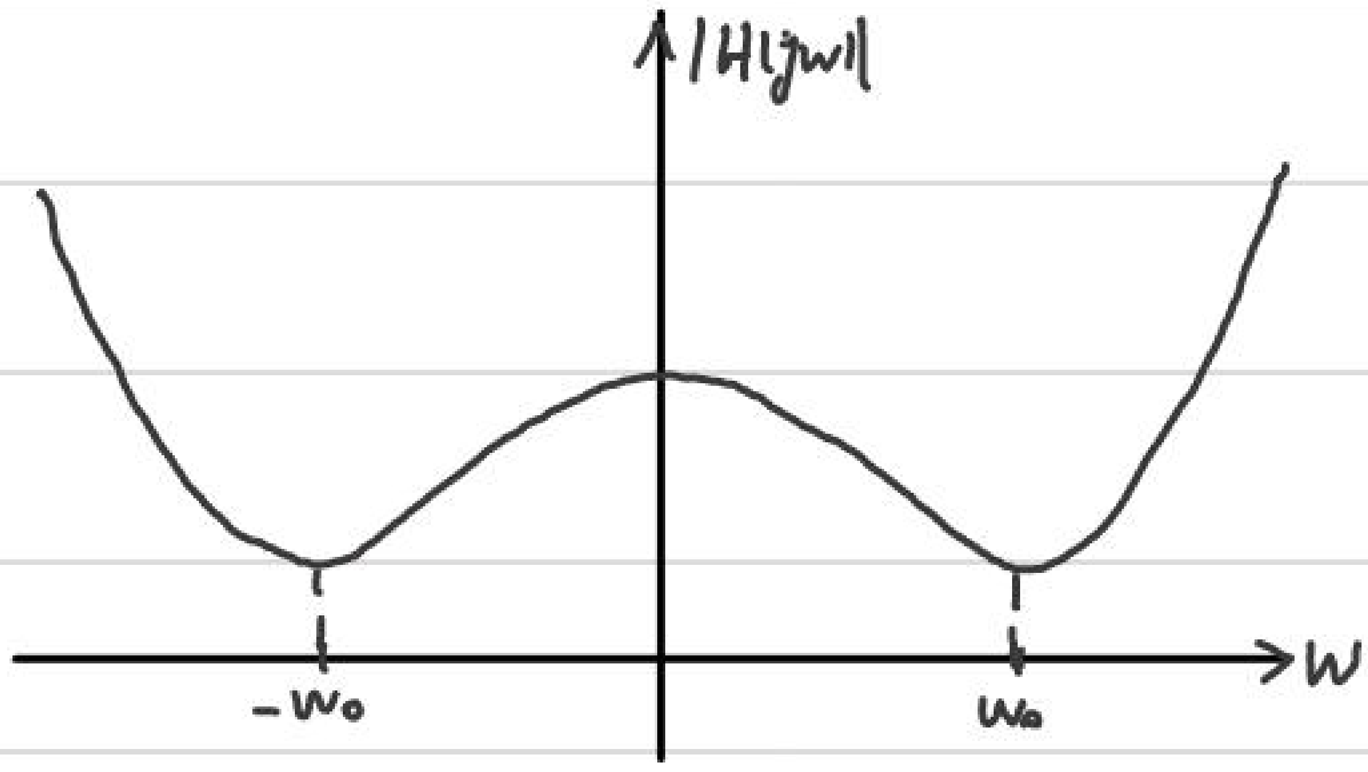
4.



对称分布 ⇒ 全通系统

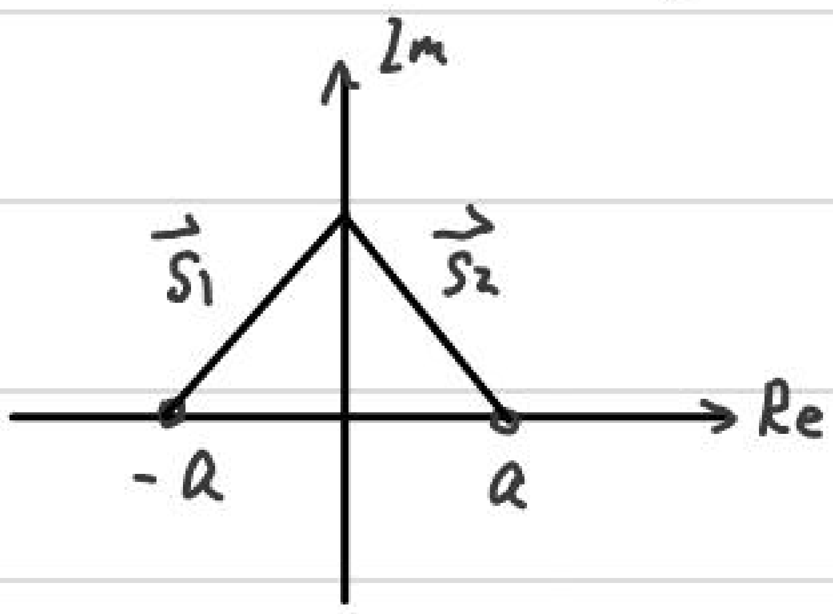
5.

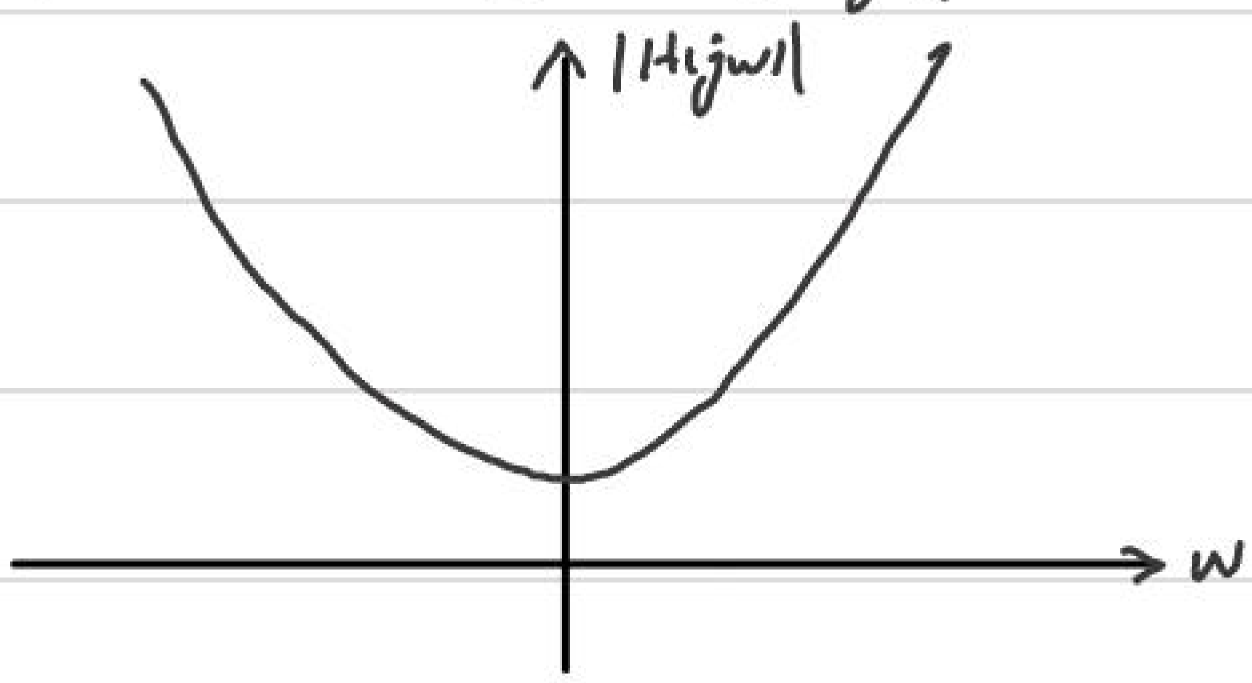




$w=\pm w_0$. 零点矢量最小. $w\to\pm\infty$ $|H(jw)|\to\infty$

6,





$w=0$ 零点矢量最小

9.27. 解: 由于 $x(t)$ 为实信号. 极点共轭对称 $s_1=-1+j=\sqrt{2}e^{j\frac{3}{4}\pi}$ $s_2=\sqrt{2}e^{-j\frac{3}{4}\pi}$

$\therefore X(s)=\frac{A}{[s-(-1+j)][s-(-1-j)]}=\frac{A}{s^2+2s+2}$ $X(0)=8 \Rightarrow A=16.$

由于 $e^{2t}x(t)$ 不绝对可积 $X(s-2)$ 的ROC不含 jw 轴. 故 $X(s)$ ROC为 $Re\{s\}>-1$

$\therefore X(s) = \frac{16}{s^2+2s+2}$　　ROC: $Re\{s\} > -1$.

9.35 解: (a) 设输入端加法器的输出为 $p(t) \xleftrightarrow{L} P(s)$

分别对两个加法器列出代数方程 $\begin{cases} P(s) = X(s) - \frac{2}{s}P(s) - \frac{1}{s^2}P(s) \\ Y(s) = P(s) - \frac{1}{s}P(s) - \frac{6}{s^2}P(s) \end{cases}$

得 $(1+\frac{2}{s}+\frac{1}{s^2})Y(s) = (1-\frac{1}{s}-\frac{6}{s^2})X(s)$

即微分方程为 $y(t)+2\frac{dy}{dt}+\frac{d^2y}{dt^2} = -6x(t) - \frac{dx}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2}$.

(b) $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2-s-6}{s^2+2s+1} = \frac{s^2-s-6}{(s+1)^2}$　　二阶极点 $s=-1$

$\because$ 系统因果　$\therefore$ ROC: $Re\{s\}>-1$ 包含 $j\omega$ 轴 则系统是稳定的.

9.40 解: (a) 对微分方程作单边拉氏变换.

$$s^3Y(s) - s^2y(0^-) - sy'(0^-) - y''(0^-) + 6s^2Y(s) - 6sy(0^-) - 6y'(0^-) + 11sY(s) - 11y(0^-) + 6Y(s) = X(s)$$

即. $(s^3+6s^2+11s+6)Y(s) = s^2y(0^-)+sy'(0^-)+y''(0^-)+6sy(0^-)+6y'(0^-)+11y(0^-)+X(s)$

$$Y(s) = \frac{s^2y(0^-)+sy'(0^-)+y''(0^-)+6sy(0^-)+6y'(0^-)+11y(0^-)}{s^3+6s^2+11s+6} + \frac{X(s)}{s^3+6s^2+11s+6}$$

当 $x(t) = e^{-4t}u(t)$ 时 $X(s) = \frac{1}{s+4}$　$Re\{s\}>-4$　代入 $Y(s)$.

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} \cdot \frac{1}{s+4} = \frac{1}{6}\frac{1}{s+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{s+2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s+3} - \frac{1}{6}\frac{1}{s+4}$$

$\therefore y(t) = (\frac{1}{6}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{1}{6}e^{-4t})u(t)$

(b) 代有 $Y(s) = \frac{s^2+5s+6}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{1}{s+1}$　　$y(t) = e^{-t}u(t)$

日期: /

(c) 方程的解由特解和齐次解组成

则 $y(t)=\left(\frac{7}{6}e^{-t}-\frac{1}{2}e^{-2t}+\frac{1}{2}e^{-3t}-\frac{1}{6}e^{-4t}\right)u(t)$.

9.47. 解: (a) $Y(s)=\frac{1}{s+2}$ $Re\{s\}>-2$ $H(s)=\frac{s-1}{s+1}$

故 $X(s)=\frac{Y(s)}{H(s)}=\frac{s+1}{(s+2)(s-1)}$ 极点 $s=1$、$s=-2$ 零点 $s=-1$

若 ROC: $\sigma>1$ $X(s)=\frac{2}{3}\frac{1}{s-1}+\frac{1}{3}\frac{1}{s+2}$ $x(t)=\frac{1}{3}e^{t}u(t)+\frac{1}{3}e^{-2t}u(t)$

若 ROC: $\sigma<-2$ $x(t)=-\frac{2}{3}e^{t}u(-t)-\frac{1}{3}e^{-2t}u(-t)$.

(b) 由于 $\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|dt<\infty \Rightarrow X(s)$ 的 ROC 包含 $j\omega$ 轴

则 $x(t)=\frac{1}{3}e^{-2t}u(t)-\frac{2}{3}e^{t}u(-t)$

(c) ∵ 系统稳定. 则 ROC 包含 $j\omega$ 轴 $H(s)=\frac{X(s)}{Y(s)}=\frac{s+1}{s-1}$

$X(s)=\frac{s+1}{s-1}\cdot\frac{1}{s+2}=\frac{2}{3}\frac{1}{s-1}+\frac{1}{3}\frac{1}{s+2}$ 极点 $s=1$ 和 $s=-2$

∴ $x(t)=\frac{1}{3}e^{-2t}u(t)-\frac{2}{3}e^{t}u(-t)$

$H(s)=\frac{s+1}{s-1}=1+\frac{2}{s-1} \Rightarrow h(t)=\delta(t)-2e^{t}u(-t)$

作卷积、$y(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}y(\tau)h(t-\tau)d\tau$

$=e^{-2t}u(t)-2\int_{0}^{\infty}e^{-2\tau}e^{t-\tau}u(\tau-t)d\tau$

$=\frac{1}{3}e^{-2t}u(t)-\frac{2}{3}e^{t}u(-t)=x(t)$ 得证

9.50 解: (a) 错. 例如 $H(s)=\frac{1}{s-1}$ ROC: $Re\{s\}<1$.

(d) 错 极点在左半平面即可. 例如 $H(s)=\frac{s-1}{s+1}$ ROC: $Re\{s\}>-1$.

日期:　　　/

日期: /