

《第三次课后作业》

43 (a) 一个周期为 T 的连续时间周期信号 $x(t)$, 若在其傅里叶级数表示式

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk(2\pi/T)t}$$

中, 对全部非零的偶数 k , 有 $a_k = 0$, 则称 $x(t)$ 是奇谐 (odd-harmonic) 的。

(i) 证明: 若 $x(t)$ 是奇谐的, 则有

$$x(t) = -x(t + \frac{T}{2})$$

(ii) 证明: 若 $x(t)$ 满足上式, 则它是奇谐的。

(b) 假设 $x(t)$ 是一个周期为2的奇谐周期信号, 且有

$$x(t) = t, \quad 0 < t < 1$$

画出 $x(t)$ 并求出它的傅里叶级数系数。

45 设 $x(t)$ 是一个实周期信号, 其正弦-余弦形式的傅里叶级数表示为

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos k\omega_0 t - C_k \sin k\omega_0 t]$$

(a) 求 $x(t)$ 的偶部和奇部的指数形式的傅里叶级数表示; 也就是利用上式的系数求下面

两式中的 α_k 和 β_k ,

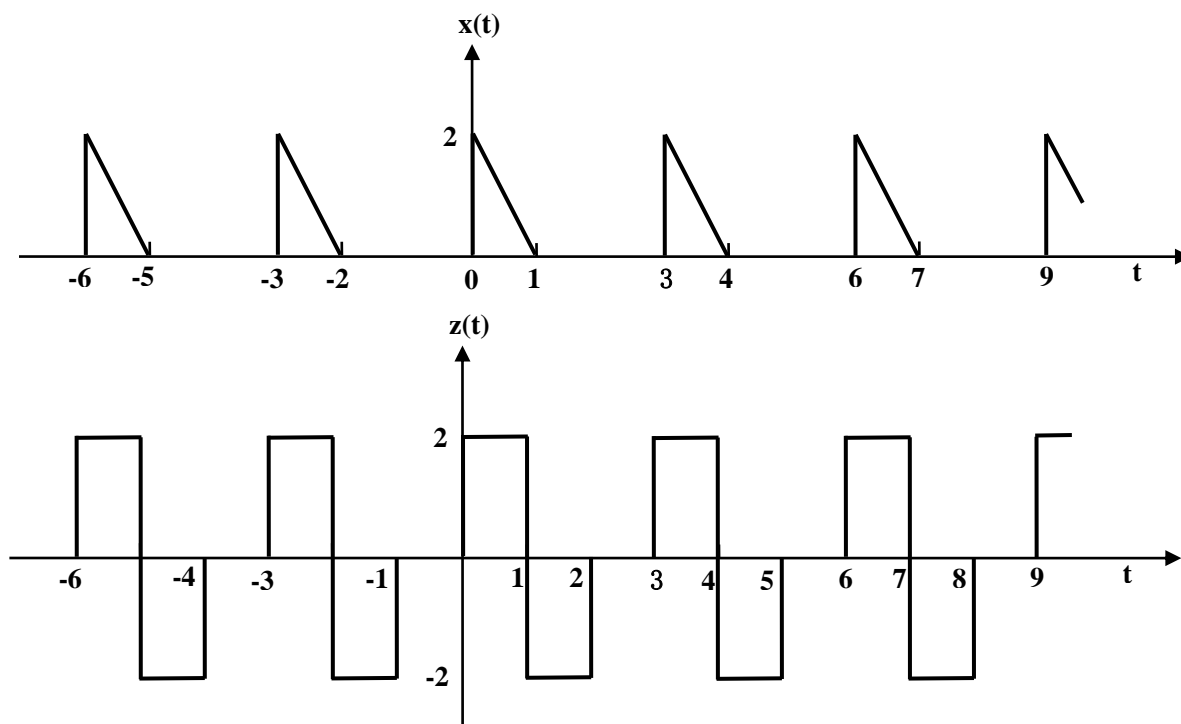
$$\mathcal{E}a\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{jk\omega_0 t} \quad \mathcal{O}d\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k e^{jk\omega_0 t}$$

(b) 在(a)中 α_k 和 α_{-k} 之间是什么关系? β_k 和 β_{-k} 之间是什么关系?

(c) 假设信号 $x(t)$ 和 $z(t)$ 如下图所示, 它的正弦-余弦形式的级数表示式为

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos(\frac{2\pi kt}{3}) - C_k \sin(\frac{2\pi kt}{3})]$$

$$z(t) = d_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \cos(\frac{2\pi kt}{3}) - F_k \sin(\frac{2\pi kt}{3})]$$



试画出信号

$$y(t) = 4(a_0 + d_0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[B_k + \frac{1}{2} E_k \right] \cos(\frac{2\pi kt}{3}) + F_k \sin(\frac{2\pi kt}{3}) \right\}$$

48 令 $x[n]$ 是一个周期为 N 的周期序列，其傅里叶级数表示为

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$$

下列每个信号的傅里叶级数系数都能用上式中的 a_k 来表示，试导出如下信号的表示式：

- (a) $x[n - n_0]$ (b) $x[n] - x[n - 1]$ (c) $x[n] - x[n - \frac{N}{2}]$ (N 为偶数)
- (d) $x[n] + x[n + \frac{N}{2}]$ (N 为偶数；注意该信号是周期的，周期为 $N/2$)