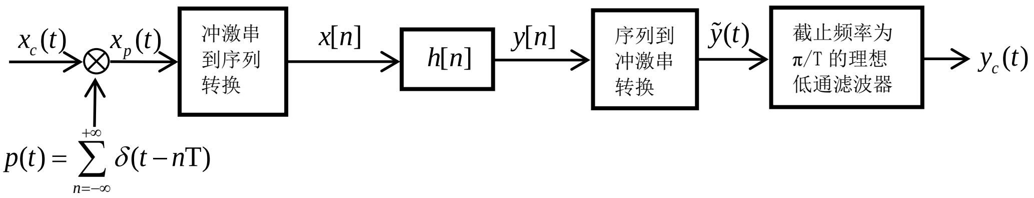
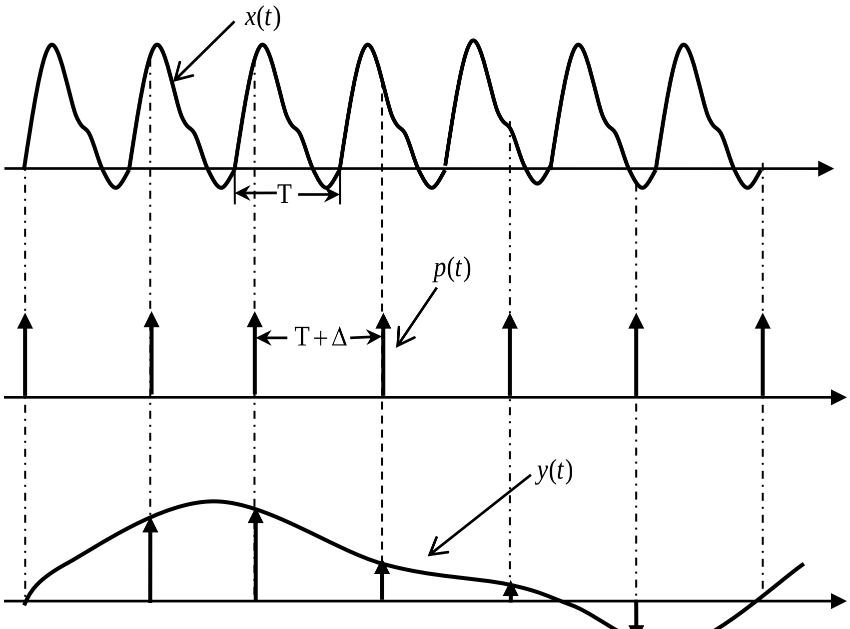
《第三次习题作业》

31 下图示出一个系统，该系统利用一个数字滤波器 $h[n]$ 来处理连续时间信号，该数字滤波器是线性的，因果的，且满足下面差分方程：$y[n]=y[n-1]/2+x[n]$

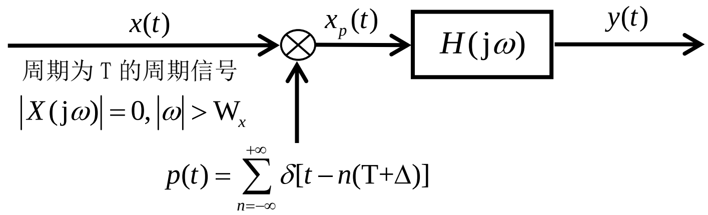


对于带限输入的信号，即 $X_c(\mathrm{j}\omega)=0$，$|\omega|>\pi/\mathrm{T}$，图中的系统等效为一个连续时间 LTI 系统。确定从输入 $x_c(t)$ 到输出 $y_c(t)$ 的整个系统的等效频率响应 $H_c(\mathrm{j}\omega)$。

38 往往需要在示波器的屏幕上显示出具有极短时间的一些波形部分（例如，千分之几的毫微秒量级），由于最快的示波器的上升时间也要比这个时间长，因此这种波形无法直接显示。然而，如果这个波形是周期的，那么可以采用一种称之为取样示波器的仪器来间接地得到所需要的结果。图 (a)的想法就是用来对快速变化的波形 $x(t)$ 进行采样，采样时每个周期采一次，但在相邻的下一个周期内，采样依次推迟。增量 Δ 应该是根据 $x(t)$ 的带宽而适当选择的一个采样间隔。如果让所得到的冲激串通过一个合适的低通内插滤波器，那么输出 $y(t)$ 将正比于减慢了的、或者在时间上被展宽了的原始快变化波形[即：$y(t)$ 正比于 $x(at)$，其中 $a<1$]。若 $x(t)=A+B\cos[(2\pi t/\mathrm{T})+\theta]$，求出 Δ 的取值范围，使得图(b)中的 $y(t)$ 正比于 $x(at)$，$a<1$；同时，用 T 和 Δ 确定 a 的值。



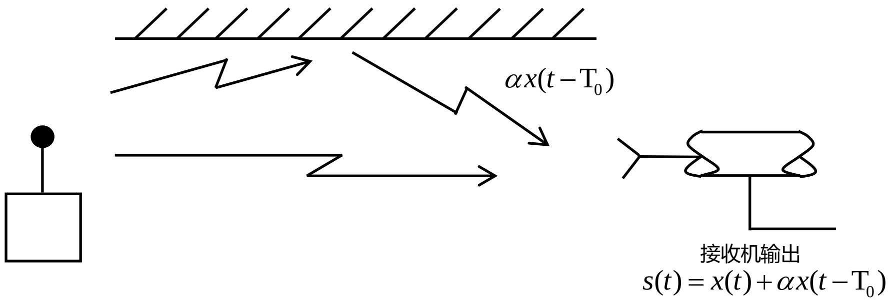
(a)



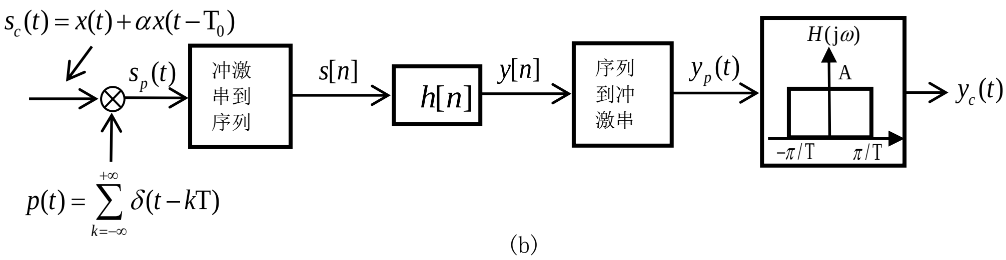
$$H(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\dfrac{\pi}{\mathrm{T}+\Delta}\\ 0, & \text{其余}\,\omega\end{cases}$$

(b)

41 在许多实际场合，是在有回波的情况下记录信号的，因而希望能通过适当的处理消除这些回波。例如，下图(a)中说明了一个系统，在该系统中接收机同时接收到信号 $x(t)$ 和一个回波，该回波是用衰减并延迟了的 $x(t)$ 来表示的。于是，接收机的输出是 $s(t)=x(t)+ax(t-T_0)$，其中 $a<1$。为了恢复 $x(t)$，先将 $s(t)$ 变换成一个序列，并用合适的数字滤波器 $h[n]$ 对接收机的输出进行处理，如图(b)所示。



(a)



(b)

假定 $x(t)$ 带限[即 $X(j\omega)=0, |\omega|>\omega_M$]，且 $\alpha<1$。

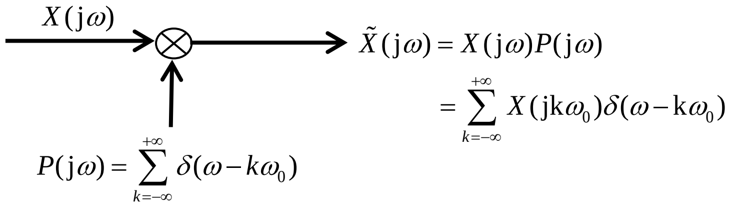
(a) 若 $\mathrm{T}_0<\pi/\omega_M$，并取采样周期等于 T_0（即 $\mathrm{T}=\mathrm{T}_0$），确定数字滤波器 $h[n]$ 的差分方程，以使 $y_c(t)$ 正比于 $x(t)$。

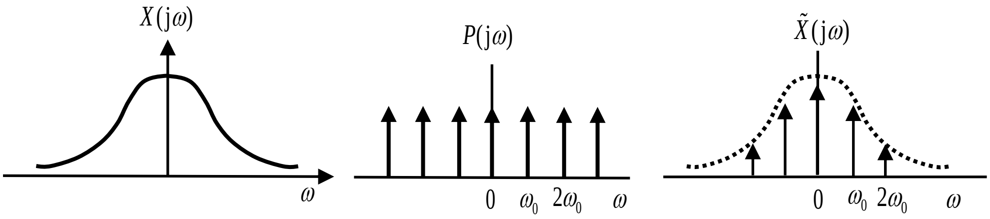
(b) 在(a)的假定条件下，确定理想低通滤波器的增益 A，以使 $y_c(t)=x(t)$。

52 在本题中要建立与时域采样定理对偶的**频域采样**定理，借此一个时限信号可以由它的频域样本得到重建。为了得到这一结果，考虑下图中的频域采样。

(a) 证明 $\tilde{x}(t)=x(t)*p(t)$，其中 $\tilde{x}(t)$，$x(t)$，$p(t)$ 分别是 $\tilde{X}(\mathrm{j}\omega)$，$X(\mathrm{j}\omega)$，$P(\mathrm{j}\omega)$ 的傅里叶反变换。

(b) 假设 $x(t)$ 是时限的，即 $x(t)=0,\quad |t|\geq\pi/\omega_0$，证明：通过一个“低时窗”的运算，$x(t)$ 可以从 $\tilde{x}(t)$ 中恢复，即 $x(t)=\tilde{x}(t)w(t)$。





其中

$$w(t)=\begin{cases}\omega_0, & |t|\leq\pi/\omega_0\\ 0, & |t|>\pi/\omega_0\end{cases}$$

(c) 证明：若 $x(t)$ 在 $|t|\geq\pi/\omega_0$ 不限制为零，$x(t)$ 就不能从 $\tilde{x}(t)$ 中恢复。