日期:　　/

4.1. 解: ① $G_k(s)=\dfrac{k_g}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$　$k_g\geq 0$　开环极点: $S_1=0$、$S_2=-3$、$S_{3,4}=-1\pm j$

根据相位的充要条件 $\sum_{i=1}^{m}\angle(S-z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(S_i-P_j)=(2k+1)\pi$ 时 S在根轨迹上

若 $S=-2.29$ 原式为$-\pi$ 故满足相位条件 $S=-2.29$在根轨迹上

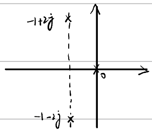
若 $S=j1.09$ 原式为 $\arctan\frac{1.09}{3}+\arctan 0.09+\arctan 2.09+\frac{\pi}{2}=\pi$ 满足相位条件 故 $S=j1.09$在根轨迹上

由于$-j1.09$和$j1.09$的对称性 故$-j1.09$也满足相角条件 是根轨迹上的点

② 由于 $s=-2.29$为根轨迹上的点 由幅度条件

$$k_g\cdot\left|\frac{1}{s(s+3)(s^2+2s+2)}\right|_{s=-2.29}=1$$ 即 $k_g=0.2309$

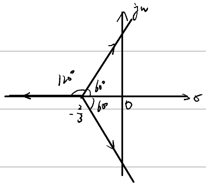
4.2 解: $G_k(s)=\dfrac{k_g}{s(s^2+2s+5)}$　$k_g\geq 0$

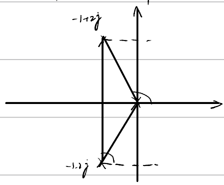


① $G_k(s)$开环极点　$S_1=0$、　$S_{2,3}=-1\pm 2j$

渐近线和实轴的交点 $-\sigma=-\dfrac{\sum_i z_i-\sum_j p_j}{n-m}=-\dfrac{2}{3}$　　倾角 $\dfrac{(2k+1)\pi}{3}$ 即$\pm 60°$、$180°$

∴渐近线为





②离开复极点的出射角 $\theta_k=\pi+\sum_i(-P_k+z_i)-\sum_j(-P_k+P_j)$　　$P_1=-1+2j$　$P_2=-1-2j$

$\theta_1=\pi-(\pi-\arctan 2+\frac{\pi}{2})=-26.6°$　　$\theta_2=-\theta_1=26.6°$

③ 闭环特征方程为 $s^3+2s^2+5s+k_g=0$　作出劳斯阵列为

s^3	1	5
s^2	2	k_g
s^1	$\frac{10-k_g}{2}$	0
s^0	$\frac{(10-k_g)k_g}{2}$	0

∴当某一行全为0时　$k_g=10$　失稳虚根为辅助方程 $2s^2+10=0$ 的根

∴ $S_1=\sqrt{5}j$　$S_2=-\sqrt{5}j$

$k_g=0$时　$S=0$为开环极点

日期:　　/

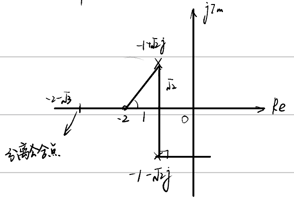
4.3 解: $G_k(s)=\frac{k_g(s+2)}{s^2+2s+3}$　$k_g\ge 0$、开环零点 $s=-2$　开环极点 $s_1=-1+\sqrt{2}j$　$s_2=-1-\sqrt{2}j$

① 计算分离会合点: $G_k(s)=k_g\cdot\frac{N(s)}{D(s)}$　$N(s)=s+2$　$D(s)=s^2+2s+3$　$N'(s)=1$　$D'(s)=2s+2$

$N'(s)D(s)-N(s)D'(s)=0$ 即 $s^2+2s+3-(s+2)(2s+2)=0$

∴ $s^2+4s+1=0$　$\sigma_1=-2+\sqrt{3}$ (舍)　$\sigma_2=-2-\sqrt{3}$　代入 $k_g=\frac{-D'(s)}{N'(s)}\Big|_{s=\sigma}=2\sqrt{3}+2$

② 作出开环零极点图　实轴上根轨迹为 $(-\infty,-2]$



$\theta_{p_1}=\pi+\arctan\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}=144.7^\circ$

根据对称性 $\theta_{p_2}=-\theta_{p_1}=-144.7^\circ$

③ 首先观察到 $(-2,0)$ 到 $(-1,\sqrt{2}j)$ 的距离为 $\sqrt{3}$.　$(-2,0)$ 至分离会合点的距离也为 $\sqrt{3}$.

闭环特征方程为 $s^2+(2+k_g)s+3+2k_g=0$　解出方程的根为 $\frac{-(2+k_g)\pm\sqrt{k_g^2-4k_g-8}}{2}=s$

k_g 为参数、s 为复数　故 $x=-1-\frac{1}{2}k_g$　$y^2=\frac{k_g^2-4k_g-8}{4}$

联立 x,y 消去 k_g 得 $(x+2)^2+y^2=3$　是圆的一部分