西安交通大学考试题

成绩	

课　程 复变函数与积分变换 (A 卷)

系　　别 ____________________　　考试日期　2020 年 1 月 10 日

专业班号 ____________________

姓　　名 ____________________　　学　号 ______________ 期末

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
分数								

一、(每小题 3 分, 共 18 分) 填空题

1. $1^{\mathrm{i}} =$ ______________.

2. $\oint_{|z|=2}(\bar{z}-\frac{\cos z}{z})\mathrm{d}z =$ ______________.

3. 若级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n (z-z_0)^n$ 在 z_1 处条件收敛，则级数 $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{na_n}{n+1}(z-z_0)^n$ 的收敛半径为______________.

4. $\mathrm{Res}[z^2 \mathrm{e}^{\frac{1}{z}}, 0] =$ ______________.

5. 将点 $z=-1,0,1$ 分别映射为 $w=1,i,-1$ 的分式线性映射为 $w=$ ________.

6. 若 $f(t)$ 在 Fourier 变换下的像函数为 $\delta(\omega)$，则 $f(t)=$ ______________.

二、(每小题 3 分, 共 18 分) 单项选择题

1. $\oint_{|z|=1}\frac{\cos z}{z^2}\mathrm{d}z$ 的值是【　　】.

   (A) $-2\pi\mathrm{i}$;　　　　(B) $2\pi\mathrm{i}$;

   (C) 0;　　　　(D) 1.

2. 下列结论中不正确的是【　　】.

(A) $\oint_{|z|=1}\frac{1}{z-3}\mathrm{d}z=0$;　　(B) $\oint_{|z|=1}\frac{1}{z^2}\mathrm{d}z=0$;

(C) $\oint_{|z|=1}(z^5+e^z)\mathrm{d}z=0$;　　(D) $\oint_{|z|=1}\frac{1}{z-\frac{1}{2}}\mathrm{d}z=0$.

3. 双边幂级数 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}2^{-|n|}(z-3)^n$ 的收敛域为【　　】.

(A) $|z-3|<2$;　　(B) $2<|z-3|<+\infty$;

(C) $\frac{1}{2}<|z-3|<2$;　　(D) $\frac{1}{2}<|z-3|<+\infty$.

4. 1是函数 $f(z)=\cos\frac{1}{z-1}$ 的【　　】.

(A) 零点;　　(B) 本性奇点;

(C) 可去奇点;　　(D) 一级极点.

5. 映射 $w=z^2$ 在 $z=-i$ 处的伸缩率与旋转角分别是【　　】.

(A) $k=1,\alpha=\frac{\pi}{2}$;　　(B) $k=2,\alpha=-\frac{\pi}{2}$;

(C) $k=1,\alpha=-\frac{\pi}{2}$;　　(D). $k=2,\alpha=\frac{\pi}{2}$

6. $f(t)=\sin(3t)$ 的 Laplace 变换是【　　】.

(A) $\frac{3}{s^2+9}$;　　(B) $\frac{3}{s^2+3}$;

(C) $\frac{1}{s^2+9}$;　　(D) $\frac{1}{s^2+3}$.

三、(每小题 6 分，共 18 分) 计算下列积分

1. $\oint_{|z|=1}\frac{1-e^{2z}}{z^4}\mathrm{d}z$.

2. $\oint_{|z|=4} \frac{z^{15}}{(z^2+1)^2(z^4+2)^3}\mathrm{d}z$.

3. $\oint_{|z|=2} \frac{z}{(\sin z)^3}\mathrm{d}z$.

四、(6 分) 求 $u = x^2 + 2xy - y^2$ 的共轭调和函数 $v(x, y)$，满足 $v(0,0)=1$.

五、(8 分) 将 $f(z) = \frac{1}{(z^2-1)^2}$ 在 $|z-1| > 2$ 内展开成以 $z=1$ 为中心的 Laurent 级数.

六、(8 分) 求将圆盘 $|z| < 2$ 映射为上半平面 $\mathrm{Re}(w) > 0$ 且满足条件 $f(0)=1$, $f'(0) = \frac{\pi}{2}$ 的分式线性映射 $w = f(z)$.

七、(8 分) 用 Laplace 变换解方程

$$y'(t)-\int_0^t y(\tau)d\tau=1，\quad t>0，\quad y(0)=0.$$

八、(每小题 8 分, 共 16 分) 计算下列实积分.

1. 用留数定理计算积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\cos^2 x}{(1+x^2)^2}\mathrm{d}x$.

2. 用 Laplace 变换求积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{e}^{-t}\sin^2 t}{t}\mathrm{d}t$.