西安交通大学考试题

成绩	

课　程 复变函数与积分变换 (A 卷)

系　　别 ____________________　　考 试 日 期 2021 年 1 月 17 日

专业班号 ____________________

姓　　名 ____________________　　学　号 ________________ 期末

题号	一	二	三	四
分数				
评阅人				

一、填空题（每题 3 分，共 18 分）

1. $\ln(\sqrt{3}-i)=$ ____________.

2. 幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n(z+1)^n = \dfrac{\sin(z+i)}{(z+\sqrt{3}i)(z^2+1)^5(1-\cos z)}$ 收敛半径为_____.

3. 设 $f(z)=z^4 e^{\frac{1}{z}}$，则 $\mathrm{Res}[f(z),0]=$ _______.

4. 函数 $f(t)=\delta(t)\cos t$ 的傅里叶变换为______.

5. $\oint_{|z|=1}\left(\bar{z}-\dfrac{\tan z}{z}\right)dz=$ ______.

6. 若 $f(z)=u+iv$ 是区域 D 的解析函数，则 $v+iu$ 在区域 D 内____(填一定是或不一定是)解析函数.

二、单项选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 在点 z_0 解析与 $f(z)$ 在点 z_0 【　　】等价.

(A) 可导　　(B) 某邻域内可以展开成幂级数

(C) u,v 满足柯西-黎曼方程　　(D) u,v 可微

2. ∞ 为 $f(z)=z+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{z^2}$ 的【　　】.

(A) 一级极点　(B) 二级极点　(C) 可去奇点　(D) 本性奇点

3. 设级数 $\mathrm{Re}\,s\left(\dfrac{3\pi-z}{\sin^2 z},3\pi\right)=$ 【　　】.

(A) 1　(B) -1　(C) 3π　(D) $-\dfrac{1}{3\pi}$

4. 不等式 $z\overline{z}+i\,z-i\,\overline{z}\le -1$ 在复平面上表示的点集为【　　】

(A) $\left\{(x,y)\middle|x^2+(y-1)^2\le 1\right\}$　　(B) $\left\{(x,y)\middle|x^2+(y-1)^2\ge 1\right\}$

(C) $\left\{(x,y)\middle|x=0,y=1\right\}$　　(D) 以上答案均不对.

5.C 为简单闭曲线，D 为 C 所围区域，A 表示此区域面积，则 $\oint\limits_{C^+}\mathrm{Im}(z)dz=$

【　　】

(A) iA　　(B) $-iA$　　(C) A　　(D) $-A$

6.设 $f(t)$ 满足拉普拉斯变换定理存在的条件，则 $\mathcal{L}[tf(t)]=$【　　】

(A) $F(s)/s$　　(B) $-F(s)/s$　　(C) $F'(s)$　　(D) $-F'(s)$

三．计算题（60 分，每小题 6 分）

1.设 $f(z)=u(x+y)+iv(x,y)$ 解析，求 $f(z)$.

2.求 $f(z)=\dfrac{z^2}{z^4-2}$ 在 $|z|<3$ 内所有留数的和.

3. 计算 $\oint_C \dfrac{z^3e^{\frac{1}{z}}}{1-z}dz$，其中 C 为 $|z|=2$ 的正向.

4.设幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$在$z=1+2i$处条件收敛，能否确定该幂级数的收敛半径？如果能确定，收敛半径为多少？为什么？

5. 把函数 $f(z)=\dfrac{1}{(z-2)(z-3)^2}$ 在圆环域$0<|z-2|<1$内展开成洛朗级数.

6. 计算 $\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \dfrac{dz}{z^{10}(z-1)(z-2)}$, 其中积分路径为正向.

7. 利用留数计算$\int_0^{+\infty} \dfrac{\cos^2 x dx}{\left(x^2+1\right)^2}$.

8.利用卷积定理求 $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{a}{s\left(s^2+a^2\right)}\right]$.

9. 利用拉普拉斯变换求 $\int_0^{+\infty}\dfrac{e^{-3t}(1-\cos 2t)}{t}dt$.

10. 用拉普拉斯变换求方程 $y''-2y'+y=0$ 满足边界条件 $y(0)=0, y(a)=4$ 的解，其中 a 为已知常数.

四．证明 (4 分)

设 $f\left(z\right)$ 在 $|z|<R(R>1)$ 内解析， $f(0)=1, f'(0)=0$ ，证明

$$\int_0^{2\pi}(1+\cos\theta)f\left(e^{i\theta}\right)d\theta=2\pi.$$