实验三 数字滤波器的设计与实现

一. 实验目的

1、理解滤波器参数的意义。

2、掌握脉冲响应不变法和双线性变换法设计 IIR 数字滤波器的方法。

3、掌握窗函数数法设计 FIR 数字滤波器的方法。

4、掌握利用 MATLAB 完成各型数字滤波器设计的方法。

5、掌握分析滤波器是否达到性能指标的方法。

二. 理论依据

（一）IIR（无限长单位脉冲响应）数字滤波器

假定模拟滤波器的传递函数$H_a(s)$的公式表述为：

$$H_a(s)=\sum_{i=1}^{N}\frac{A_i}{s-s_i}$$

（1）脉冲响应不变法：

脉冲响应不变法从时域出发，使求得的 IIR 数字滤波器的单位脉冲响应$h(n)$正好等于模拟滤波器的单位冲激响应$h_a(t)$的采样值，即：$h(n)=h_a(t)|_{t=nT}=h_a(nT)$，$T$为采样周期。

对$H_a(s)$取拉氏反变换可得模拟滤波器的冲激响应$h_a(t)=\sum_{i=1}^{N}A_i\,e^{s_it}u(t)$，以$T$为周期对$h_a(t)$进行均匀采样，得到数字滤波器的单位脉冲响应序列$h(n)$，即$h(n)=h_a(nT)=\sum_{i=1}^{N}A_i\,e^{s_inT}u(nT)$。

最后，对$h(n)$序列取Z变换得到数字滤波器的传递函数$H(z)$，从而完成 IIR 数字滤波器的设计：

$$H(z)=\sum_{i=1}^{N}\frac{A_i}{1-e^{s_iT}\cdot z^{-1}}$$

由于脉冲响应不变法是在时域当中进行采样，因此要求 IIR 滤波器的频率响应必须是带限于折叠频率$\frac{F_T}{2}$ $\left(F_T=1/T\text{为采样频率}\right)$之内，否则会在频域造成混叠失真。

$|\omega|<\pi$时，脉冲响应不变法通过$\omega=\Omega T$可保证模拟角频率Ω和数字角频率ω之间的线性关系。

（2）双线性变换法：

双线性变换通过频率的压缩和两次单值映射完成整个 **S** 平面到 **Z** 平面的映射。但是，双线性变换中模拟角频率Ω和数字角频率ω之间呈现非线性关系，具体如公式所示：

$$\Omega = \frac{2}{T} tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$|\Omega T| < \frac{\pi}{8}$时，$\Omega$与$\omega$的关系几乎是线性的，$\omega$越大非线性越明显，引起频率响应曲线的失真，但是这种由于非线性引起的失真可通过预畸变得到校正。

（二）FIR（有限长单位脉冲响应）数字滤波器

FIR 滤波器相比 IIR 滤波器的最大特点是滤波器系统总是稳定的且易于实现线性相位。

（1）窗口法：

理想数字滤波器的单位脉冲响应$h_d(n)$通常是无穷长的实数序列，窗口法设计 FIR 数字滤波器，是通过选择使用合适类型和窗宽的窗函数对理想滤波器单位脉冲响应进行截断，得到满足设计需求的滤波器单位脉冲响应$h(n) = h_d(n)w(n)$。与理想滤波器的逼近程度取决于窗的宽度 N 和窗口的类型，过渡带宽$\Delta\omega = |\omega_s - \omega_p|$。

常用窗函数幅频特性参数表

窗函数	旁瓣峰值衰减（dB）	过渡带宽Δω近似值	过渡带宽Δω精确值	阻带最小衰减（dB）
矩形窗	-13	4π/N	1.8π/N	-21
三角窗	-25	8π/N	4.2π/N	-25
升余弦窗（hanning）	-31	8π/N	6.2π/N	-44
改进升余弦窗（hamming）	-41	8π/N	6.6π/N	-53
二阶升余弦窗（blackman）	-57	12π/N	11π/N	-74
凯赛窗（β=7.865）	-57	10π/N	10π/N	-80

（2）频率采样法：

从频域出发，对理想滤波器的频率响应$H_d(e^{j\omega})$在 ω 取 0～2π 的范围内进行 N 点的等间隔采样，得到频域抽样序列$H(k)$：

$$H(k) = H_d(e^{j2\pi k/N}) \qquad k = 0,1,\cdots,N-1$$

对$H(k)$进行 IDFT 得到滤波器的单位脉冲响应$h(n)$，从而完成数字滤波器设计。

需要注意：频率采样法设计 FIR 滤波器与实验二“频率采样型 FIR 滤波器结

构特点”从理论依据均为频率采样理论，但频率采样法设计 FIR 滤波器得到的传递函数$H(z)$不涉及滤波器的结构。其结果既可以用频率采样型结构来实现，也可以采用横截型或级联型等结构来实现。

（3）最佳一致逼近法：

通过合理选择所设计滤波器的频率响应$H(e^{j\omega})$，使其与理想滤波器频率响应$H_d(e^{j\omega})$的误差函数$\left|H(e^{j\omega})-H_d(e^{j\omega})\right|$在设计的频域范围内比较均匀一致，且使误差函数的最大值达到最小。

三．实验内容

滤波器参数如下：f_p为模拟滤波器通带截止频率；f_s为模拟滤波器阻带起始频率；$\omega_p=\Omega_p\cdot T=\frac{2\pi f_p}{F_T}$ 为数字滤波器通带截止频率；ω_s为数字滤波器阻带起始频率；δ_p为滤波器通带内允许最大衰减；δ_s为滤波器阻带内应达到的最小衰减；$F_T=1/T$为采样频率。

①、利用 buttord、butter 函数编程实现巴特沃兹模拟低通滤波器，要求$f_p=200Hz$，$\delta_p\le 3dB$，$f_s=350Hz$，$\delta_s\ge 35dB$，T=1ms。画出滤波器的幅频特性曲线（纵坐标单位为 dB，横坐标为 Hz）。

②、运用脉冲响应不变法和双线性变换法，分别完成实验内容①中指标的巴特沃兹 IIR 数字低通滤波器设计，绘制出 T_1=1ms、T_2=0.1ms 时的数字滤波器幅频特性曲线（纵坐标单位为 dB，横坐标为$\pi\ rad$），对比分析模拟滤波器和设计的数字滤波器特性差异。

③、设计一个契比雪夫I型 IIR 数字高通滤波器，$0\le f_s\le 40Hz$，$\delta_s\ge 60dB$，$f_p>150Hz$，$\delta_p\le 1dB$，采样频率F_T=20×f_p。绘制出滤波器幅频特性及滤波器零极点图。

④、将 N=51 的“矩形窗、三角窗、汉宁窗、汉明窗、布莱克曼窗”的窗体波形结果绘制在同一图窗中。设计 FIR 数字低通滤波器，要求满足$f_p=1kHz$，$f_s=2kHz$，$\delta_s\ge 50dB$，采样间隔$T=0.1ms$。说明选定的窗体和窗宽，绘制出数字滤波器幅频及相频特性曲线（纵坐标单位为 dB，横坐标为 Hz）。

四．实验思考题

（1） 运用脉冲响应不变法和双线性变换法完成同样指标的数字滤波器设计，设计结果是否相同，为什么？

（2） 不同的采样频率对数字滤波器设计结果会产生何种影响？

（3） 对于同样指标要求的 IIR 滤波器与 FIR 滤波器，设计结果有何区别？

（4） 窗口法设计 FIR 滤波器，窗口的长度是否越长越好？为什么不直接选择阻带衰减最大的窗函数？

（5） 上次实验二中内容④r=0.999 时，设计得到的 FIR 低通滤波器，其通带 3dB 截止频率结果是多少赫兹？

五、实验要求

1、 按照实验内容编写 MATLAB 程序，给出运行结果（图），并逐项进行分析讨论。

2、 回答思考题。

3、 撰写实验报告。