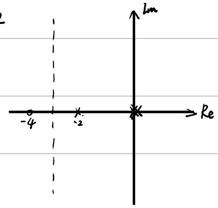
日期:　　/

4.11 解: ① $G_K(s)=\dfrac{k_g(s+4)}{s^2(s+2)}$ 开环零极点 $z_1=-4$ $p_1=p_2=0$ $p_3=-2$



∴实轴上的根轨迹范围为$(-4,-2)$ 共两条渐近线分别为$90°$和$-90°$

分离会合点: $N(s)=s+4$ $N'(s)=1$

$D(s)=s^3+2s^2$ $D'(s)=3s^2+4s$

由$N'(s)D(s)-N(s)D'(s)=0$ 故 $s(s^2+7s+8)=0$ 解得 $s_1=0$ $s_2=-1.43$ $s_3=-5.56$ (均舍)

入射出射角: $0°$、$180°$ 、和实轴交点 $\dfrac{-4-2}{3-1}=-3$

闭环特征方程 $s^3+2s+k_gs+4k_g=0$ 劳斯阵列

s^3	1	k_g
s^2	2	$4k_g$
s^1	$-k_g$	0
s^0	$4k_g$	0

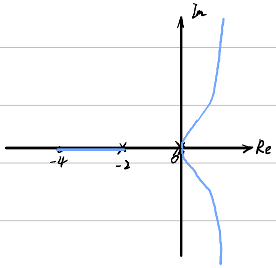
∴当$k_g=0$时 出现全0行、系统临界稳定

工程上认为不稳定

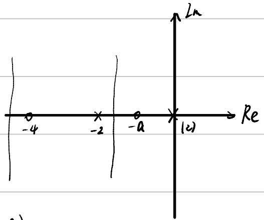
由于当k_g增大时、根轨迹向右移动.

故对任意k_g值均不稳定.

根轨迹为:



② 加入开环零点之后 $G_K=\dfrac{k_g(s+4)(s+a)}{s^2(s+2)}$



实轴上的根轨迹范围$(-\infty,-4)\cup(-2,-a)$ 渐近线$180°$

分离会合点: $N(s)=s^2+(4+a)s+4a$ $N'(s)=2s+(4+a)$

$D(s)=s^3+2s^2$ $D'(s)=3s^2+4s$

$N(s)D'(s)-N'(s)D(s)=0$ 即: $s^3+(8+2a)s^2+(8+14a)s+16a=0$

令 $f(s)=s^3+(8+2a)s^2+(8+14a)s+16a$　　$f(-4)=-8a+32>0$　　$f(-8)=32a-64<0$

由零点的存在性定理 原方程必然在 $(-8,-4)$ 之间存在实根

入射出射角: 0°、180°

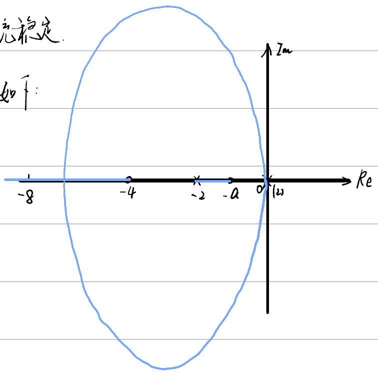
闭环特征方程为 $s^3+(2+k_g)s^2+(4+a)k_g s+4ak_g=0$、劳斯阵列为

s^3	1	$(4+a)k_g$
s^2	$2+k_g$	$4ak_g$.
s^1	$\frac{k_g(8-2a+k_g(4+a))}{2+k_g}$	0
s^0	$4ak_g$	0

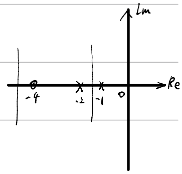
当 $k_g\neq0$ 时 不存在全0行 故和虚轴无交点

系统稳定

根轨迹如下:



4.12 解: $G_K(s)=\frac{k_g(s+4)}{(s+1)(s+2)}$　　$k_g>0$



① 开环零极点: $z_1=-4$　$p_1=-1$, $p_2=-2$、实轴的根轨迹 $(-\infty,-4)\cup(-2,-1)$

渐近线: 180°　和实轴的交点: $-4-1-2=-7$.

分离会合点: $N(s)=s+4$　　$N'(s)=1$　　$N(s)D'(s)-N'(s)D(s)=s^2+8s+10=0$

$D(s)=s^2+3s+2$　　$D'(s)=2s+3$　　$S_1=-4+\sqrt{6}$　　$S_2=-4-\sqrt{6}$

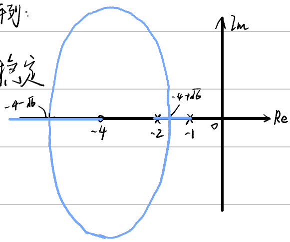
入射出射角: 0. 180°

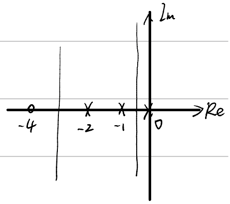
和虚轴交点: 闭环特征方程: $s^2+(3+k_g)s+2+4k_g=0$、劳斯阵列:

s^2	1	$2+4k_g$
s^1	$3+k_g$	0
s^0	$2+4k_g$	0

不存在全0行　故系统稳定

$k_g\geq0$ 即可





② 引入极点后、实轴上的根轨迹范围为 $(-4,-2)\cup(-1,0)$

渐近线倾角: $\pm 90^\circ$、和实轴的交点: $\frac{-4-2-1-0}{2} = -\frac{7}{2}$

分离会合点 $D(s)= s+4$ $\quad D'(s)=1$

$N(s)= s^3+3s^2+2s$ $\quad N'(s)=3s^2+6s+2.$ $\quad N(s)D'(s) - N'(s)D(s)=0$

故: $2s^3+15s^2+24s+8=0$ $\quad s_1=-0.4547.$ $s_2=-1.6219$(舍) $s_3=-5.4233$(舍)

或采用试根法 $f(s)=2s^3+15s^2+24s+8$ $\quad f(0)=8$ $f(-1)=-3$ $f(-2)=4$ $f(-4)=24$

$f(-5)=13$ $f(-6)=-28$、根据根的存在性定理 $(-1,0)$、$(-2,-1)$ $(-6,-5)$ 内各存一个零点

而由实轴上的根轨迹范围仅留下在$(-1,0)$之间的根

闭环特征方程 $s^3+3s^2+(2+kg)s+4kg=0$

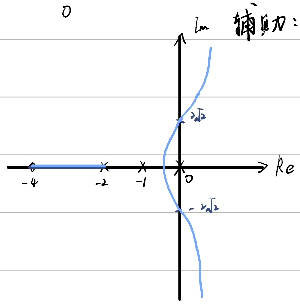
s^3	1	$2+kg$
s^2	3	$4kg$
s^1	$\frac{6-kg}{3}$	0
s^0	$4kg$	0

∴当$kg=6$时 出现全零行

∴当$0\le kg<6$时 系统稳定

辅助: $3s^2+24=0 \Rightarrow s=\pm 2\sqrt{2}j$

作出根轨迹



4.14 解: $G_k = \frac{kg(s+2)}{s(s+1)(s+4)}$ $\quad kg\ge 0$ $\quad z_1=-2$ $p_1=0$ $p_2=-1$ $p_3=-4$ $\quad (-4,-2)\cup(-1,0)$

由于闭环主导极点的$\beta=60^\circ$ 则 $\zeta=\cos\beta=\frac{1}{2}$、根轨迹如图所示.

超调量 $\sigma=e^{-\pi\cot\beta}\times100\% = 16.3\%$

$\pm 90^\circ$, 分离会合点 $(-1,0)$之间

稳定 和虚轴无交点

设方程 $s=x\pm j\sqrt{3}x$ 代入闭环特征方程中.

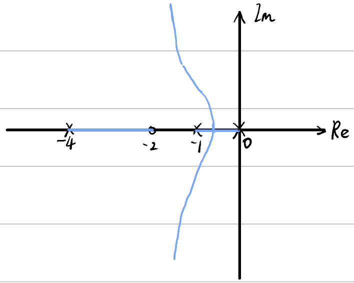
日期: /

$s^3+2s^2+(2+k_g)s+4k_g=0$

$(x+j\sqrt{3}x)^3+2(x+j\sqrt{3}x)^2+(2+k_g)(x+j\sqrt{3}x)+4k_g=0$

分别列出实部和虚部方程:

$$\begin{cases} -8x^3-4x^2+(2+k_g)x+4k_g=0 \\ 4\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{3}k_g x=0 \end{cases}$$



解得: $x=-1$

调整时间 $t_s=\begin{cases} 3 & \Delta=5 \\ 4 & \Delta=2 \end{cases}$

由幅值条件. $\left|\dfrac{k_g(s+2)}{s(s+1)(s+4)}\right|_{s=-1+\sqrt{3}j}=1$. 故 $k_g=6$

误差系数 $K_v=\lim\limits_{s\to 0} sG_k(s)=\dfrac{k_g}{2}=3$.