Statistique Bayésienne

October 25, 2016

Contents

0 Introduction

1 Inference Bayésienne

1.1 Inference statistique et théorie de la décision

def: Modele statistique

$$u = (Y, F, P) \tag{1}$$

Si P est (?) de loi a (?), les (?)

P_θ pt de depend de l'inference statistique: ou cherche a "(?)" la valeur d'une (?)

g(theta) in Z est (?) le concept d'(?)

def: un estimateur ou regle de decision, thtre facteurs (?) delta: Y-¿Z

On veut construire *delta* de sorte que ayant observe "$Y = y$", $\delta(y)$ sait une "(?)" approximative de $g(\theta)$

def: On appelle fonction de perte, une fonction

$$L : P \times -> \mathbb{R}_+ \tag{2}$$

ou

$$L : \Theta \times Z -> \mathbb{R}_+ \tag{3}$$

dans le cas d'une famille paramtrique.

et telle que

i) $\forall \theta \in \Theta \ L(\theta, g(\theta)) = 0$

ii)si l'absence $Y = y$ et que l'on (?) le regle de decision δ, alors la quantite $L(\theta, \delta(y))$ represente le coeur associe a la decision $S(y)$ pour la loi $P_\theta \in \mathscr{P}$

Archetype de fonction de perte: perte quadratique

$$L(\theta, \delta(y)) = (g(\theta) - s(y))^2 \tag{4}$$

- autre fonctions de pertes:

value absolue C^1, pertes 0-1 (tests d'hypothese)

(?) pertes joules ou l'entropie

(?) en euros

def: la performance de la regle de decision δ est quanti-free a (?), definie comme la perte moyenne

$$R(\theta, S) = E_{y \in \mathscr{P}_\theta}\{L(\theta, \delta(y))\} = \int_Y L(\theta, \delta(y)) dP_\theta(y) = \int_y L(\theta, \delta(y)) P_\theta(y) dy \tag{5}$$

1.2 Methode de construction (?)

1.2.1 (?) d'une regle optimal dans une sous-classe

objectif: construire un δ^* dans une classe de regles de decision τ telle que $\forall \delta \in \tau$

$$R(\theta, \delta^*) <= R(\theta, \delta) \tag{6}$$

pour tout $\theta \in \Theta$

Cas particulier important

-¿ recherche d'estimateurs sans biais de variance minimale

-¿ de tels elements optimale (?), dans le cadre des (?) (voir cours 1A)

1.2.2 Optimisation d'un critere

-¿ recherche une estimateur avec minimiseur ou maximiseur d'un critere