

江苏大学

硕士研究生入学考试样题

科目代码: 854

科目名称: 概率论与数理统计

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题 (每空 5 分, 共 40 分)

1. 设 $P(A) = P(B) = p$, 且 A, B 至少有一个发生的概率为 0.2, A, B 至少有一个不发生的概率为 0.6, 则 $p =$ _____。
 2. 一个袋内有 5 个红球, 3 个白球, 2 个黑球, 任取 3 个球恰为一红、一白、一黑的概率为 _____。
 3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 且 $P\{X > a\} = 0.784$, 则 $a =$ _____。
 4. 设 X 是 10 次独立重复试验的成功次数, 若每次试验成功的概率为 0.4, 则 $EX^2 =$ _____。
 5. 设 $X \sim N(1, 4), Y \sim E(\frac{1}{2})$, 且 X 与 Y 独立, 则 $D(2X - Y + 3) =$ _____。
 6. 设总体 $X \sim N(0, 4)$, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是 X 的样本, 统计量 $Y = a(X_1 + X_2)^2 + b(X_3 - X_4 - X_5)^2$, ($ab \neq 0$) 服从 χ^2 分布, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。
 7. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_{15})$ 是来自总体的样本, 则统计量 $Y = \frac{2(X_1^2 + \dots + X_5^2)}{X_6^2 + \dots + X_{15}^2}$ 服从的分布是 _____。
- 二、(15 分) 甲、乙、丙三人对同一目标进行射击, 三人击中的概率分别为 0.3, 0.4, 0.5。目标被一人击中而被摧毁的概率为 0.2, 被两人击中而被摧毁的概率为 0.5, 被三人击中而被摧毁的概率为 0.8, (1) 求目标被摧毁的概率; (2) 已知目标被摧毁, 求目标被两人击中的概率。

三、(15 分) 设随机变量 X, Y 相互独立, 其概率密度函数分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

求随机变量 $Z = 2X + Y$ 的概率密度函数。

四、(15 分) 一电子仪器由两个部件构成, 以 X 和 Y 分别表示两个部件的寿命 (单位: 千小时), 已知 X 和 Y 的联合分布函数为:

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-0.5x} - e^{-0.5y} + e^{-0.5(x+y)} & \text{若 } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 问 X 和 Y 是否独立?

(2) 求两个部件的寿命都超过 100 小时的概率。

五、(15 分) 设总体 X 的分布函数为

$$F(x, \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1, \end{cases}$$

其中未知参数 $\beta > 1$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 求:

(1) β 的矩估计量;

(2) β 的最大似然估计量。

六、(15 分) 一民航机场的送客车载有 20 位旅客机场开出, 沿途旅客有 10 个车站可以下车, 如到达一个车站没有旅客下车就不停车。假设每位旅客在各个车站下车是等可能的, 并设各旅客是否下车相互独立。以 X 表示停车的次数, 求 $E(X)$ 。

七、(15 分) 为了考察中学 A、B 的物理课教学效果, 现从 A、B 学校分别抽取同年级的 10 个班级的全部学生参加测试, 测试后得到的班级平均分数据如下表:

| | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A 校 | 75.5 | 77.3 | 76.2 | 78.1 | 76.3 | 78.4 | 77.4 | 78.4 | 76.7 | 78.0 |
| B 校 | 77.3 | 79.1 | 79.1 | 81.0 | 80.2 | 79.1 | 82.1 | 80.0 | 77.3 | 79.1 |

假设每个学校的班级平均分都服从正态分布, 问 B 校的物理课教学效果是否比 A 校的物理课教学效果好 ($\alpha = 0.05$)? (已知 $F_{0.95}(9, 9) = 3.18$, $F_{0.975}(9, 9) = 4.03$, $u_{0.05} = -1.96$)。

八、(20 分) 合成纤维的强度 Y (kg/mm^2) 与其拉伸倍数 X 有关, 测试得到数据如下:

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 2.0 | 2.5 | 2.7 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 5.2 | 6.3 | 7.1 | 8.0 | 9.0 | 10 |
| y_i | 1.3 | 2.5 | 2.5 | 2.7 | 3.5 | 4.2 | 5.0 | 6.4 | 6.3 | 7.0 | 8.0 | 8.1 |

- (1) 试求 Y 对 X 的回归直线方程;
 - (2) 检验回归模型的显著性 ($\alpha=0.05$);
 - (3) 求回归系数 b 的置信区间 ($\alpha=0.05$);
 - (4) 若 $x_0 = 6$, 求 y_0 的预测区间 ($\alpha=0.05$)。
- (已知 $F_{0.95}(1,10) = 4.96$, $t_{0.975}(10) = 2.228$)。