

江苏大学

2012 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 854 科目名称: 概率论与数理统计 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

854 概率论与数理统计 第 1 页 共 3 页

一、填空题 (每空5分, 共计40分)

1. 设事件 A, B 独立, 且 $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。
2. 从一大批次品率为 0.2 的产品中任取 10 件, 随机变量 ξ 表示 10 件中的次品数, 则 ξ 的分布率为_____, $D\xi =$ _____。
3. 设随机变量 ξ 的方差为 2, 利用切比雪夫不等式估计 $P\{|\xi - E\xi| \geq 4\}$ _____。
4. 设随机变量 ξ, η 相互独立, 且 $D\xi = 3$, $D\eta = 4$, 则 $D(3\xi - 4\eta) =$ _____。
5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, 则 $Y = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 服从分布_____。
6. 设总体 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 均未知, 已知 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 为总体 ξ 的一个简单随机样本, 则 μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为_____。
7. 将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数, 则 X 与 Y 的相关系数等于_____。

二、(15 分) 甲乙两部机器制造同一种零件, 甲出现废品率为 3%, 乙出现废品率为 4%。甲制造的零件数是乙机器制造的零件数的 2 倍。若加工出来的零件混合后放在一起。(1) 求任取一个零件是废品的概率; (2) 若任取一个零件是废品, 求它为甲机器制造的概率。

三、(12 分) 设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 是 θ 的两个独立的无偏估计量, 且假定 $D\hat{\theta}_1 = 2D\hat{\theta}_2$, 求常数 C_1, C_2 , 使得 $\hat{\theta} = C_1\hat{\theta}_1 + C_2\hat{\theta}_2$ 是 θ 的无偏估计, 并使 $D\hat{\theta}$ 达到最小。

四、(15 分) 设总体 $X \sim N(40, 5^2)$, X_1, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 样本均值为 \bar{X} ,

(1) 抽取容量为 36 的样本, 求 $P\{38 < \bar{X} < 43\}$;

(2) 问: 抽取样本容量 n 为多大时, 才能使 $P\{|\bar{X} - 40| < 1\} = 0.95$.

(已知 $\phi(2.4) = 0.9918, \phi(3.6) = 0.9998, \phi(1.96) = 0.9750$)

五、(15 分) 设随机变量的 ξ 的分布律如下:

ξ	-2	0	1	3	4
p	$\frac{5}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{9}{20}$	α	$\frac{1}{20}$

求: (1) α 的值, (2) 随机变量 $\eta = \xi^2$ 的分布律,

(3) $E\xi, D\xi$, (4) $E(2\xi + 3), D(3\xi - 2)$

六、(16 分) 设二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + kxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

(1) 求常数 k ; (2) 求关于 ξ 及关于 η 的边缘概率密度;

(3) 问 ξ 和 η 是否相互独立, 为什么? (4) 求概率 $P\left\{\xi < \frac{1}{2}, \eta < \frac{1}{2}\right\}$ 。

七、(10 分) 设总体 ξ 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \lambda x^{\lambda-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中参数 $\lambda > 0$ 未知,

x_1, x_2, \dots, x_n 是 ξ 的一组样本值, 试求 λ 的最大似然估计值。

八、(12 分) 某切割机正常工作时, 切割每段金属棒的平均长度为 10.5 厘米, 今在某段时间

内随机地抽取 15 段进行测量, 结果如下: (单位: 厘米)

10.4, 10.6, 10.1, 10.4, 10.5, 10.3, 10.2, 10.9,

10.6, 10.8, 10.5, 10.7, 10.2, 10.7, 10.3

假定金属棒长度服从正态分布, 问这段时间内该切割机工作是否正常? ($\alpha = 0.05$)

九、(15 分) 在考查硝酸钠的可溶性程度时, 对一系列不同的温度观察它在 100ml 的水中溶解的硝酸钠的重量, 得观察结果如下:

温度 x_i	0	4	10	15	21	29	36	51	68
重量 y_i	66.7	71.0	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6	125.1

从经验和理论知 y_i 与 x_i 之间有关系式: $y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, 9$. 且各 ε_i 独立同分布于 $N(0, \sigma^2)$. 试用最小二乘法估计 a, b .

附表 1: 标准正态分布表

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$\Phi(x)$	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938	0.9987

附表 2: t 分布的上 α 分位表

n	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.005$
14	0.6924	1.7613	2.1448	2.9768
15	0.6912	1.7531	2.1315	2.9467
16	0.6901	1.7459	2.1199	2.9208