江苏大学

硕士研究生入学考试样题

科目代码： 853

科目名称： 高等代数 满分： 150 分

一（15 分）设线性空间V中的向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关.

1）向量组$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$是否线性无关？说明理由.

2）求由向量组$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$生成的线性空间$W$的一组基与维数.

二（20分）设$A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ -4 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}$

求：1）A的特征多项式；

2）A的不变因子、行列式因子、初等因子；

3）A的Jordan标准形 .

三（20 分）用数学归纳法证明：属于不同特征值的特征向量必线性无关.

四（20 分）若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ （其中$\alpha_1\neq 0$）线性相关，则至少有一个α_i $(1<i\leq s)$ 可被其前面的向量$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{i-1}$线性表示.

五（20 分）设A为一n阶方阵，且$R(A)=r$. 则必存在一个n阶可逆方阵P，使得PAP^{-1}的后$n-r$行全为零.

六（20 分）设$A=(a_{ij})_{nn}$为一正定矩阵，试证：$|A|\leq a_{nn}P_{n-1}$，这里P_{n-1}是A的$n-1$级的顺序主子式.

七（20 分）设τ为一个正交变换，试证：τ的不变子空间的正交补也是τ的不变子空间.

八（15 分）设σ_1,σ_2是n维线性空间V上的线性变换，试证：$\mathrm{Im}(\sigma_2)\subseteq\mathrm{Im}(\sigma_1)$的充要条件是存在$n$维线性空间$V$上的线性变换$\sigma$，使得$\sigma_2=\sigma_1\sigma$.