江苏大学
硕士研究生入学考试样题

科目代码： 854

科目名称： 概率论与数理统计　　　　满分： 150　分

一、填空题（每空 4 分，共计 40 分）

1. 据以往资料表明，某一 3 口之家，患某种传染病的概率有以下规律：$P\{孩子得病\}=0.6$，$P\{母亲得病|孩子得病\}=0.5$，$P\{父亲得病|母亲及孩子得病\}=0.4$，则母亲及孩子得病但父亲未得病的概率为________.

2. 两人相约11点到12点之间在某地会面，先到者等候另一人20分钟，过时就可离去，则这两人能会面的概率为__________.

3. 设随机变量 X 为连续型，分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}A+B\times e^{-x^2/2}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

则 $P(1<X<2)=$__________.

4. 设随机变量 $X\sim U(-1,3)$，$Y\sim N(-3,5^2)$，且 X，Y 相互独立，则 $D(2X-Y)=$______.

5. 已知 $E(X)=3$，$D(X)=1$，利用切比雪夫不等式估计 $P(1<X<5)=$__________.

6. 设随机变量序列 X_1，X_2，…，X_n，…相互独立同分布，记 $Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{9}X_i^2$．若 X_i 服从参数为2的指数分布，则当 $n\to\infty$ 时，$Y_n\xrightarrow{P}$________.

7. 设 X_1，X_2，…，X_9 是来自总体 $N(0,4^2)$ 的样本，记 $Y=\frac{1}{5}\sum_{i=5}^{9}X_i$．若统计量

$$aX_1^2+b(X_2+X_3+X_4)^2+c\sum_{i=5}^{9}(X_i-Y)^2$$

服从自由度为6的 χ^2-分布，则常数 $a=$_____，$b=$_____，$c=$______．

8. 从正态总体 $X\sim N(\mu,0.9^2)$ 中抽取容量为9的样本，得样本均值 $\bar{X}=5$，求未知参数 μ 的置信水平为0.95的置信区间______________________.

二、（10 分）一教授将两篇论文分别交给两个打字员打印，以 X，Y 分别表示第一篇第二篇论文的印刷错误．设 X 服从参数为 λ 的泊松分布 $X\sim P(\lambda)$，Y 服从参数为 μ 的泊松分布 $Y\sim P(\mu)$，且 X，Y 相互独立.

（1）求 (X,Y) 的联合分布律.

（2）求两篇论文总共至多 1 个错误的概率.

三、（10 分）设随机变量X的密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

令 $Y=X^2$，求随机变量 Y 的密度函数.

四、（16 分）在电源电压不超过 $200V$，$200\sim 240V$ 和在 $240V$ 以上的三种情形下，某电子

元件损坏的概率分别为0.1，0.001，0.2．设电源电压 $X \sim N\left(220, 25^2\right)$，求：

（1） 该电子元件损坏的概率；

（2） 该电子元件损坏时，电源电压在 $200 \sim 240V$ 的概率.

五、（16 分）设二维随机变量 (X,Y) 联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

(1) 求边缘密度函数 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$；

(2) 对于给定值 $x(0<x<1)$ 时，求 $f_{Y|X}(y|x)$；

(3) 求概率 $P\{X>0.5 \mid Y>0\}$.

六、（15 分）设随机变量 (X, Y) 具有密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2,\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求 EX，EY，$Cov(X,Y)$，ρ_{XY}，$D(X+Y)$.

七、（12 分）设总体 X 具有密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta^2}xe^{-x/\theta}, & x>0,\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，X_1，X_2，…，X_n 是来自 X 的样本，求 θ 的最大似然估计量.

八、（15 分）产品的某种性能指标的测量值 X 是随机变量，设 X 的密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}xe^{-x/2}, & x>0,\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

测量误差 $Y \sim U(-\varepsilon,\varepsilon)$，$X$，$Y$ 相互独立. 求 $Z=X+Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$，并验证

$$P(Z>\varepsilon)=\frac{1}{2\varepsilon}\int_0^{2\varepsilon} e^{-u^2/2}du$$

九、（16 分）为了比较两种枪弹的速度（单位：m/s），在相同条件下进行速度测定，得样本均值和样本标准差分别如下：

枪弹甲 $m=110$，$\bar{X}=2805$，$S_1=120.96$

枪弹乙 $n=100$，$\bar{Y}=2680$，$S_2=105.53$

设枪弹速度服从正态分布，在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，检验：

（1）两种枪弹的速度在均匀性方面有无显著差异？

（2）甲种枪弹的速度是否较乙种枪弹的速度高？

附 标准正态分布表：

x	0.10	0.40	0.60	0.80	1.00	1.40	1.96
$\Phi(x)$	0.530	0.655	0.726	0.788	0.841	0.919	0.975

F 分布表： $\alpha=0.025$

n_2 \ n_1	99	109
99	1.50	1.48
109	1.46	1.42

t 分布表

n	$\alpha=0.95$
208	1.65