

江苏大学

硕士研究生入学考试样题

科目代码: 854

科目名称: 概率论与数理统计

满分: 150 分

一、填空题 (每空5分, 共计40分)

1. 设事件 A, B 的概率分别为 $\frac{1}{4}$ 与 $\frac{1}{3}$, 若 A 与 B 互斥, 则 $P(\overline{BA}) = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $A \subset B$, 则 $P(\overline{BA}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 某人忘记了电话号码, 因而他随意地拨号, 则他拨号不超过三次而接通所需要的电话的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设 X 服从正态分布 $N(2, 4)$, Y 服从参数为 3 的泊松分布, Z 服从 $[1, 5]$ 上的均匀分布。
令 $V = 4X + 3Y - Z$, 则期望 $E(2V - 3) = \underline{\hspace{2cm}}$, 方差 $D(3V - 5) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设总体 X 服从正态分布, 均方差 (标准差) 为 0.9. 从中抽取容量为 9 的简单随机样本, 算得样本均值 $\overline{X} = 25$, 试求总体 X 的均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 2^2)$, 而 X_1, X_2, \dots, X_{15} 是来自总体 X 的简单随机样本, 则随机变量 $Y = \frac{X_1^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 设随机变量 X 的期望和方差都存在, 且 $DX = 1$, 则根据切比雪夫不等式估计 $P(|X - EX| < 4) \underline{\hspace{2cm}}$.

二、(12 分) 在电报通讯中不断发出信号 ‘0’ 和 ‘1’, 统计资料表明, 发出 ‘0’ 和 ‘1’ 的概率分别为 0.6 和 0.4, 由于存在干扰, 发出 ‘0’ 时, 分别以概率 0.7 和 0.1 接收到 ‘0’ 和 ‘1’, 以 0.2 的概率收为模糊信号 ‘x’; 发出 ‘1’ 时, 分别以概率 0.85 和 0.05 收到 ‘1’ 和 ‘0’, 以概率 0.1 收到模糊信号 ‘x’.

- (1) 求收到模糊信号 ‘x’ 的概率;
- (2) 当收到模糊信号 ‘x’ 时, 译成哪个信号为好? 为什么?

三、(12 分) 设随机变量 $X \sim N(3, 4)$, 求 (1) $P(2 < X < 5)$; (2) $P(X > 0)$; (3) $P(|X - 3| > 4)$;
(4) 求 c 的值, 使得 $P(X > c) = P(X \leq c)$

四、(16 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(2x+3y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数 A ; (2) 联合分布函数 $F(x, y)$

(2) 求边缘密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$; (4) 求 $P(X+2Y \leq 1)$ 。

五、(15 分) 对某一目标连续射击, 直至命中 n 次为止. 设每次射击的命中率为 p , 求消耗的子弹数 X 的数学期望.

六、(16 分) 系统 L 由子系统 L_1 和 L_2 组合而成, 其中 L_2 是备用的 (当 L_1 损坏时, L_2 立即启动). 设子系统 L_1 和 L_2 的使用寿命 X 和 Y 分别服从参数为 λ_1 和 λ_2 的指数分布. 求系统 L 的使用寿命 Z 的密度函数.

七、(15 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{2\sqrt{x}} e^{-\theta\sqrt{x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的样本, 求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

八、(12 分) 为改建城市中央绿地, 建工学院有 5 位学生彼此独立地测量了中央绿地的面积, 得如下数据 (单位: km^2) 1.23 1.22 1.20 1.26 1.23, 设测量误差服从正态分布. 以前认为这块绿地的面积是 $\mu = 1.23 km^2$, 是否有必要修改以前的结果? ($\alpha = 0.05$)

九、(12 分) 设 X_1, \dots, X_5 为取自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的样本, 记

$$Z = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2 + cX_5^2$$

试确定 a, b, c 使得 Z 服从 χ^2 分布.

附 标准正态分布数值表

| x | 0.5 | 1 | 1.5 | 1.96 | 2 |
|-----------|--------|--------|--------|-------|--------|
| $\Phi(x)$ | 0.6915 | 0.8413 | 0.9332 | 0.975 | 0.9772 |

t 分布表

| n | 3 | 4 | 5 |
|------------------|--------|--------|--------|
| $\alpha = 0.05$ | 2.3534 | 2.1318 | 2.0150 |
| $\alpha = 0.025$ | 3.1824 | 2.7764 | 2.5706 |