第三章 习题

习题 1 两个质点在引力作用下彼此相对做圆形轨道运动, 周期为 τ. 在一给定时刻, 它们的运动突然停止, 然后被释放并允许它们相互接近. 证明它们将在时间 $\frac{\tau}{4\sqrt{2}}$ 以后碰撞.

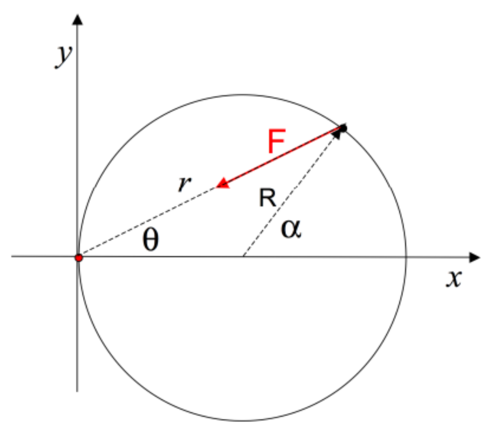
习题 2

a) 证明: 如果一个质点在指向圆周上一点的有心吸引力作用下描绘圆形轨道, 则这个力将按距离的五次方反比规律变化.

b) 证明: 质点的总能量为零.

c) 求运动周期.

d) 求 $\dot{x}, \dot{y}$ 和 v, 并表达成绕圆周的角度 θ 的函数. 证明: 当质点通过力心时, 速度趋于无限大.



习题 2 图

习题 3 证明: 引力场中椭圆轨道运动的径向速率为

$$\dot{r} = \frac{\omega a}{r}\sqrt{a^2e^2 - (r-a)^2}.$$

引进偏(心)近点角变量 ψ 以替代 r, 并证明: 最后得到的关于 ψ 的微分方程能直接求积得

开普勒方程.

习题 4 分析由相斥有心力 $f=kr^{-3}$ 引起的散射. 证明微分散射截面为

$$\sigma(\Theta)d\Theta=\frac{k}{2E}\frac{(1-x)\mathrm{d}x}{x^2(2-x)^2\sin\pi x},$$

式中 $x=\Theta/\pi$; E 是常量.