

## 第三章 习题

**习题 1** 两个质点在引力作用下彼此相对做圆形轨道运动, 周期为  $\tau$ . 在一给定时刻, 它们的运动突然停止, 然后被释放并允许它们相互接近. 证明它们将在时间  $\frac{\tau}{4\sqrt{2}}$  以后碰撞.

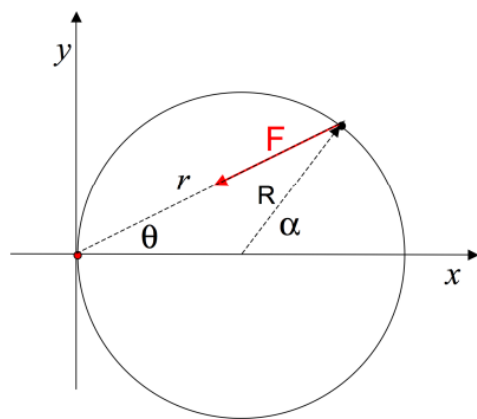
**习题 2**

a) 证明: 如果一个质点在指向圆周上一点的有心吸引力作用下描绘圆形轨道, 则这个力将按距离的五次方反比规律变化.

b) 证明: 质点的总能量为零.

c) 求运动周期.

d) 求  $\dot{x}, \dot{y}$  和  $v$ , 并表达成绕圆周的角度  $\theta$  的函数. 证明: 当质点通过力心时, 速度趋于无限大.



习题 2 图

**习题 3** 证明: 引力场中椭圆轨道运动的径向速率为

$$\dot{r} = \frac{\omega a}{r} \sqrt{a^2 e^2 - (r - a)^2}.$$

引进偏(心)近点角变量  $\psi$  以替代  $r$ , 并证明: 最后得到的关于  $\psi$  的微分方程能直接求积得

开普勒方程.

习题 4 分析由相斥有心力  $f = kr^{-3}$  引起的散射. 证明微分散射截面为

$$\sigma(\Theta)d\Theta = \frac{k}{2E} \frac{(1-x)dx}{x^2(2-x)^2 \sin \pi x},$$

式中  $x = \Theta/\pi$ ;  $E$  是常量.