

暴力求解法之枚举算法

一. 简单枚举算法	1
1. 7650 不定方程求解.....	2
2. 1749:数字方格	2
3. 1812:完美立方	3
4. 砝码称重.....	3
5. 周长最大三角形.....	4
6. 换钱问题.....	4
7. 排列（三个三位数）	5
8. 除法 uva 725.....	5
9. 分数拆分 uva 10976.....	5
10. 火柴棒等式[NOIP2008].....	6
11. 拨钟问题（POJ1166）	7
12. 四大湖问题.....	8

“暴力求解法”：把问题所有的可能情况都列举出来，然后根据要求逐一判断，最后找到问题的解。是一种“没有办法的办法”，看上去很“笨”，但在问题范围不是很大的情况下往往很有效，而且准确率也很高，有些题目使用这种“暴力求解”方法，能得部分分。

一. 简单枚举算法

一一列举问题所有可能的情况，找出问题的解，往往使用循环嵌套+选择结构实现，所以比较简单。

1.基本思想

枚举法的基本思想是根据提出的问题枚举所有可能状态，并用问题给定的条件检验哪些是需要的，哪些是不需要的。能使命题成立，即为其解。

一般简单的枚举结构：**循环+判断语句**。

2 枚举法的条件

虽然枚举法本质上属于搜索策略，但是它与后面讲的回溯法有所不同。因为适用枚举法求解的问题必须满足两个条件：

- (1)可预先确定状态的元素个数 n ;
- (2)状态元素 a_1, a_2, \dots, a_n 的可能值为一个连续的值域。

3 枚举法的框架结构

设 a_{i1} —状态元素 a_i 的最小值; a_{ik} —状态元素 a_i 的最大值($1 \leq i \leq n$), 即 $a_{11} \leq a_1 \leq a_{1k}, a_{21} \leq a_2 \leq a_{2k}, a_{i1} \leq a_i \leq a_{ik}, \dots, a_{n1} \leq a_n \leq a_{nk}$ 。

结构格式:

```

for a1←a11 to a1k do
  for a2←a21 to a2k do
    .....
    for ai←ai1 to aik do
      .....
      for an←an1 to ank do
        if 状态(a1, ..., ai, ..., an)满足检验条件
          then 输出问题的解;
  
```

4 枚举法的优缺点

枚举法的优点：

- (1) 由于枚举**算法**一般是现实生活中问题的“直译”，因此**比较直观，易于理解**；
- (2) 由于枚举算法建立在考察大量状态、甚至是穷举所有状态的基础上，所以**算法的正确性比较容易证明**

枚举法的缺点：

枚举算法的效率取决于枚举状态的数量以及单个状态枚举的代价，因此**效率比较低**。

直译”枚举：直接根据题意设定枚举对象、范围和约束条件。

注意认真审题，不要疏漏任何条件

5.枚举算法的优化：

- (1) 减少枚举的状态（减少循环层数）。
- (2) 减少状态的枚举范围（缩小状态的上下界）。
- (3) 选择合适的枚举对象和顺序。

1. 7650 不定方程求解

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/7650/>

【描述】

给定正整数 a, b, c 。求不定方程 $ax+by=c$ 关于未知数 x 和 y 的所有非负整数解组数。

【输入】

一行，包含三个正整数 a, b, c ，两个整数之间用单个空格隔开。每个数均不大于 1000。

【输出】

一个整数，即不定方程的非负整数解组数。

【样例输入】

2 3 18

【样例输出】

4

2. 1749:数字方格

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/1749/>

【描述】

a1	a2	a3
----	----	----

如上图，有 3 个方格，每个方格里面都有一个整数 a_1, a_2, a_3 。已知 $0 \leq a_1, a_2, a_3 \leq n$ ，而且 $a_1 + a_2$ 是 2 的倍数， $a_2 + a_3$ 是 3 的倍数， $a_1 + a_2 + a_3$ 是 5 的倍数。

你的任务是找到一组 a_1, a_2, a_3 ，使得 $a_1 + a_2 + a_3$ 最大。

【输入】

一行，包含一个整数 n ($0 \leq n \leq 100$)。

【输出】

一个整数，即 $a_1 + a_2 + a_3$ 的最大值。

【样例输入】

3

【样例输出】

5

3. 1812:完美立方

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/1812/>

【描述】

形如 $a^3 = b^3 + c^3 + d^3$ 的等式被称为完美立方等式。例如 $12^3 = 6^3 + 8^3 + 10^3$ 。

编写一个程序，对任给的正整数 N ($N \leq 100$)，寻找所有的四元组 (a, b, c, d) ，使得 $a^3 = b^3 + c^3 + d^3$ ，其中 a, b, c, d 大于 1，小于等于 N ，且 $b \leq c \leq d$ 。

【输入】

一个正整数 N ($N \leq 100$)。

【输出】

每行输出一个完美立方。输出格式为：

Cube = a, Triple = (b, c, d)

其中 a, b, c, d 所在位置分别用实际求出四元组值代入。

请按照 a 的值，从小到大依次输出。当两个完美立方等式中 a 的值相同，则 b 值小的优先输出、仍相同则 c 值小的优先输出、再相同则 d 值小的先输出。

【样例输入】

24

【样例输出】

Cube = 6, Triple = (3, 4, 5)

Cube = 12, Triple = (6, 8, 10)

Cube = 18, Triple = (2, 12, 16)

Cube = 18, Triple = (9, 12, 15)

Cube = 19, Triple = (3, 10, 18)

Cube = 20, Triple = (7, 14, 17)

Cube = 24, Triple = (12, 16, 20)

4. 砝码称重

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/8755/>

【问题描述】设有 1g、2g、3g、5g、10g、20g 的砝码各若干枚（其总重 ≤ 1000 ），求用这些砝码能称出不同的重量个数。



【文件输入】输入 1g、2g、3g、5g、10g、20g 的砝码个数。

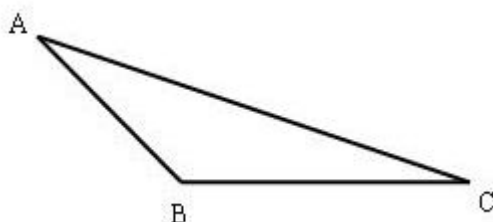
【文件输出】输出能称出不同重量的个数。

【样例输入】1 1 0 0 0 0

【样例输出】3

5. 周长最大三角形

有 n ($n \leq 100$) 根木棍，已知他们的长度 (≤ 10000)，现在从中选出 3 根木棍组成周长尽可能长的三角形。



请计算出最大周长，如果无法组成三角形输出“no”。

输入第一行：n

第二行：n 根木棍的长度。

如：

输入：

6

2 3 10 4 1 6

输出：

13

(选 3 4 6)

思考：

是否还有效率更高（循环次数少）的算法？当 $n=100000$ 。

6. 换钱问题

要将一张 100 元的大钞票，换成等值的 10 元、5 元、2 元、1 元一张的小钞票，每次换成 40 张小钞票，每种至少 1 张。如，有一种换法：

10 元：	1 张
5 元：	5 张
2 元：	31 张
1 元：	3 张



问：一共有多少种换法。

扩展：

问题 1: 10 张 100 元的换成 400 张？

问题 2: 50 张 100 元的 换成 2000 张？

注意枚举顺序：先枚举 10 元的和先枚举 1 元的哪个效果更好？

7. 排列（三个三位数）

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/8757/>

用 1~9 组成 3 个三位数 abc, def, ghi ，每个数字恰好使用一次，要求 $abc: def: ghi = 1: 2: 3$ 。

请按“ $abc: def: ghi = 1: 2: 3$ ”的格式输出所有的解。

【分析】

只需枚举 abc ，范围：123 到 329（ ghi 最大 987，然后除以 3=329）。

可求出 def 和 ghi ，然后验证即可。

知识点：

判断 $a[1] \sim a[9]$ 正好是 1~9 的一个全排列的方法：

(1) $f[1 \sim 9] = 0$ ，然后 $f[a[1] \sim a[9]] = 1$ 之后，看 $f[1 \sim 9]$ 的和是否为 9。

(2) 把 $a[1 \sim 9]$ 从小到大排序，判断是否满足 $a[i] = i$ ($i: 1 \sim 9$)。

另外，可以利用 `sprintf` 把数值转为为字符数组，减少分离每一位数。

8. 除法 uva 725

给你一个数 $n (2 \leq n \leq 79)$ 。

输出所有形如 $abcde/fghij=n$ 的表达式，期中 $a \sim j$ 是 0~9 的一个排列（可以包含前导 0，如 02345 也算）。

0 表示输入结束。

In ase there are no pairs of n umerals satisfying the ondition, y ou m ust write \There are no solutions for N .".

Separate the output for t w o dierent v alues of N b y a blank line.

Sample Input

61

62

0

Sample Output

There are no solutions for 61.

79546 / 01283 = 62

94736 / 01528 = 62

9. 分数拆分 uva 10976

给你一个数 k ，求所有使得 $1/k = 1/x + 1/y$ 成立的 $x \geq y$ 的整数对。 $0 < k \leq 10000$ 。

Sample Input

2

12

sample Output

2

$1/2 = 1/6 + 1/3$

$1/2 = 1/4 + 1/4$

8

$1/12 = 1/156 + 1/13$

$1/12 = 1/84 + 1/14$

$1/12 = 1/60 + 1/15$

$1/12 = 1/48 + 1/16$

$1/12 = 1/36 + 1/18$

$1/12 = 1/30 + 1/20$

$1/12 = 1/28 + 1/21$

$1/12 = 1/24 + 1/24$

10. 火柴棒等式[NOIP2008]

【问题描述】

给你 n 根火柴棍，你可以拼出多少个形如 “ $A+B=C$ ” 的等式？

等式中的 A 、 B 、 C 是用火柴棍拼出的整数（若该数非零，则最高位不能是 0）。

用火柴棍拼数字 0-9 的拼法如图所示：



注意：

1. 加号与等号各自需要两根火柴棍
2. 如果 $A \neq B$ ，则 $A+B=C$ 与 $B+A=C$ 视为不同的等式（ A 、 B 、 $C \geq 0$ ）
3. n 根火柴棍必须全部用上

【输入】

输入文件 matches.in 共一行，又一个整数 n （ $n \leq 24$ ）。

【输出】

输出文件 matches.out 共一行，表示能拼成的不同等式的数目。

【输入输出样例 1】

matches.in	matches.out
14	2

【输入输出样例 1 解释】

2 个等式为 $0+1=1$ 和 $1+0=1$ 。

【输入输出样例 2】

matches.in	matches.out
18	9

【输入输出样例 2 解释】

9 个等式为：

$$0+4=4$$

$$0+11=11$$

$$1+10=11$$

$$2+2=4$$

$$2+7=9$$

$$4+0=4$$

$$7+2=9$$

$$10+1=11$$

$$11+0=11$$

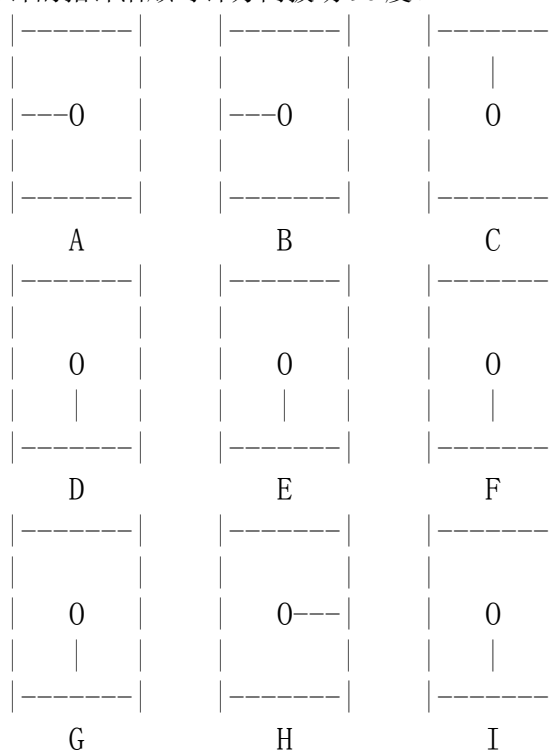
11. 拨钟问题 (POJ1166)

<http://noi.openjudge.cn/ch0201/1816/>

描述

有 9 个时钟，排成一个 3*3 的矩阵。

现在需要用最少的移动，将 9 个时钟的指针都拨到 12 点的位置。共允许有 9 种不同的移动。如下表所示，每个移动会将若干个时钟的指针沿顺时针方向拨动 90 度。



移动 影响的时钟

- | | |
|---|------|
| 1 | ABDE |
| 2 | ABC |
| 3 | BCEF |
| 4 | ADG |

5	BDEFH
6	CFI
7	DEGH
8	GHI
9	EFHI

输入

9 个整数，表示各时钟指针的起始位置，相邻两个整数之间用单个空格隔开。其中，0=12 点、1=3 点、2=6 点、3=9 点。

输出

输出一个最短的移动序列，使得 9 个时钟的指针都指向 12 点。按照移动的序号从小到大输出结果。相邻两个整数之间用单个空格隔开。

样例输入 1

3 3 0

2 2 2

2 1 2

样例输出 1

4 5 8 9

样例输入 2

1 1 1

2 2 2

3 3 3

样例输出 2:

1 1 2 3 3 5 5 7 7 8 8 8 9 9

12. 四大湖问题

上地理课时，四个学生回答我国四个淡水湖大小时说：

A 学生：鄱阳湖第 3，洞庭湖第 1，洪泽湖第 4。

B 学生：洞庭湖第 4，洪泽湖第 1，鄱阳湖第 2，太湖第 3

C 学生：洪泽湖第 4，洞庭湖第 3

D 学生：太湖第 4，鄱阳湖第 1，洪泽湖第 2，洞庭第 3

对于湖的大小，每个学生仅答对一个，请编程判断四个湖的大小。

依次输出：鄱阳湖，洞庭湖，洪泽湖，太湖的名次（1, 2, 3, 4 表示）。