数学运算题型详讲（上）

行程问题　相遇问题　追及问题　速度叠加　工程问题

比例问题　百分比问题　利润问题　浓度问题

1. 行程问题

此题型各种技巧较多，但实际上规律不难，只要把握住路程=速度×时间这个基本公式，对不同的题型灵活应用即可。

1. 解答行程问题的首要步骤是分析题目描述的情境中运动状态的改变，而后按照不同运动状态各个击破。**行程问题中，路程往往是不变量，速度变化导致时间变化。**

2. 当行程问题中引入“平均速度”的概念时，一定牢记，**平均速度=分段路程和÷分段时间和**，切忌认为平均速度就是速度的简单平均。

在去程速度为 V_1 回程速度为 V_2 的往返运动中，往返的平均速度 $=2V_1V_2/(V_1+V_2)$ 或者 $2S/(S/V_1+S/V_2)$

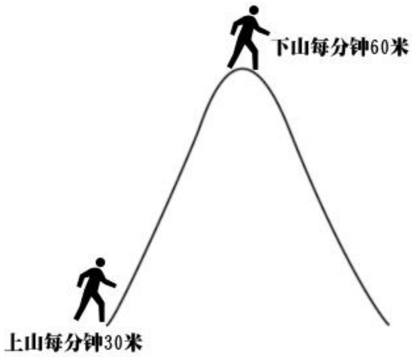
3. 题目中出现数电线杆、数大树、数台阶问题时，当数了 N 个定点时，**N 个定点间只有 N-1 段距离**。

4. 在解答行程问题中较难的题目时。画图的方法可以使题目更加直观，因此用**画图的方法寻找数量间的关系**是解答行程问题的重要辅助手段之一。

【例题 1】某人旅游爬一座小山，上山时每分钟走 30 米，下山时每分钟走 60 米，问在上下山的过程中平均速度是每分钟多少米？

A．40　　B．43

C．45　　D. 48



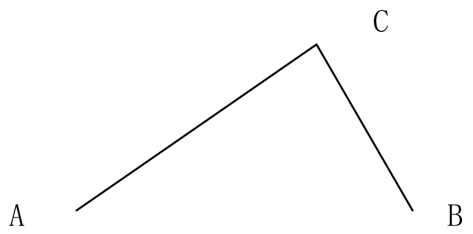
【例题解析】我们设山上山下的距离为 l，则有上山时间为 $\frac{l}{30}$，下山时间为 $\frac{l}{60}$，总距离为 $2l$。

列方程解得 $\frac{2l}{\frac{l}{30}+\frac{l}{60}}$=40 米/秒。

或者，将山上山下的路程看作“整体 1”，则有 $\frac{2}{\frac{1}{30}+\frac{1}{60}}$=40 米/秒。故应选择 A 选项。

【重点提示】在涉及往返的问题中，往返的平均速度=$2V_1V_2/(V_1+V_2)$

【例题 2】游乐场的溜冰滑道如下图所示，溜冰车上坡时每分钟行驶 400 米，下坡时每分钟行驶 600 米，已知溜冰车从 A 点到 B 点需要 3.7 分钟，从 B 点到 A 点只需要 2.5 分钟。AC 比 BC 长多少米?



A. 1200　　B. 1440　　C. 1600　　D. 1800

【例题解析】设 AC 距离为 x 米,BC 距离为 y 米

可列方程组

$$\begin{cases} \dfrac{x}{400}+\dfrac{y}{600}=3.7 \\ \dfrac{x}{600}+\dfrac{y}{400}=2.5 \end{cases}$$

将方程组中两方程通分，再相减，可直接解得 x-y=1440 米

答案为 B

【例题 3】某环形公路长 15 千米，甲、乙两人同时同地沿公路骑自行车反向而行，0.5 小时后相遇，若他们同时同地同向而行，经过 3 小时后，甲追上乙，问乙的速度是多少？

A. 12.5 千米/小时　　B. 13.5 千米/小时

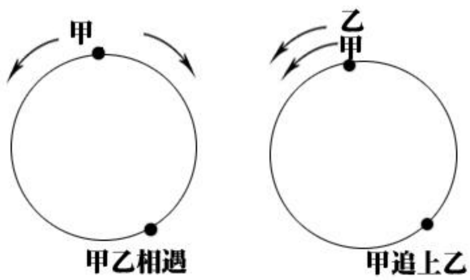
C. 15.5 千米/小时　　D. 17. 5 千米/小时

【例题解析】设甲的速度为 xKm/h,乙的速度为 yKm/h,

因为反向而行，0.5 小时后相遇，

可列方程，（x+y）×0.5=15

同时同地同向而行，若使甲能追上乙，需使甲行驶的路程比乙行驶的路程多一圈，经过 3 小时后，甲追上乙，可列方程（x-y）×3=15



解得 y=12.5Km/h

答案为 A

2. 相遇问题

相遇问题是人才测评考试中经常考查的一种问题，解答人才测评中的相遇问题最关键的方法是一定要认真想象题目所述的时空概念，将运动体在题目所述过程中的运动状态（即速度、路程、时间关系）分析清楚，从其相互间的可列方程的等量关系着手解决。

解答相遇问题的注意事项：

1. 相遇问题的基本公式是：**相遇路程=（A速度+B速度）×相遇时间**

2. 在通常情况下，**相遇问题中的相遇时间是相等的。**

3. 如果题目中某方先出发，注意把他先行的路程去掉，剩下的部分依然是相遇问题。

4. **环形路上的相遇问题**，两者若同时同地反向出发，则相遇距离一定为环形路的全长。若两者第一次相遇时距中点 M 米，则两者在第二次相遇时相距 2M 米。

5. 折返跑问题中，两者从两地出发，第一次相遇路程为 M，以后再相遇，相遇路程均为 2M。

6. 解答相遇问题中的“列车错车”问题时，计算相遇路程时还要注意算上两列列车本身的长度。

7. 在解决**相遇个数问题**时，（例如乘坐某公交车从一终点站到另一终点站用 N 小时，全程遇到相向而来的同路线公交车 M 量，那么这路公交车就每隔 $\frac{2N}{M}$ 小时发车一辆）尤其要注意对题意时空情境的想象，解答问题。

（1）一般相遇问题

【例题 1】红星小学组织学生排队去郊游,每分钟步行 60 米，队尾的王老师以每分钟 150 米的速度赶到排头,然后立即返回队尾,共用去 10 分钟.求队伍的长度。

A.630 米　　B.750 米　　C.900 米　　D.1500 米

【例题解析】本题可将王老师与队伍的关系视作先为对队首的追及，后为对队尾的相遇，设队伍长度为 x

x÷（150-60）+x÷（150+60）=10　　解得 x=630 米

答案为 A

【例题 2】甲、乙两辆清洁车，执行东、西城间的公路清扫任务。甲车单独清扫需 10 小时，乙车单独清扫需 15 小时，两车同时从东、西城相向开出，相遇时甲车比乙车多清扫 12 千米。问：东、西两城相距多少千米？

A.45　　　B.50　　　C.55　　D.60

【例题解析】甲车与乙车的所用时间比为 10:15，则速度比为 3:2，这样相遇时所用时间是相同的则所走过的距离比是 3:2，这样甲比乙多走的应该是全程的$\frac{1}{5}$，12÷$\frac{1}{5}$=60 千米。故应选择 D 选项。

【例题 3】A、B 两城相距 60 千米，甲、乙两人都骑自行车从 A 城同时出发，甲比乙每小时慢 4 千米，乙到 B 城当即折返，于距 B 城 12 千米处与甲相遇，那么甲的速度是（　　）千米。

A．8　B．10　C．12　D．15

【例题解析】甲乙两人在距 B 处 12 千米处相遇，则乙比甲多走 24 千米，甲比乙每小时慢 4 千米，则说明相遇时已走了 24÷4=6 小时，甲的速度为（60-12）÷6=8 千米/小时。

答案为 A

（2）特殊相遇问题

【例题 1】（09 黑龙江 6 题）甲、乙、丙三辆车的时速分别为 80 公里、70 公里和 60 公里，甲从 A 地，乙和丙从 B 地同时出发相向而行，途中甲遇到乙后 15 分钟又遇到丙，那么 A、B 两地相距多少公里？（ ）

A．650 公里　B.525 公里　C．480 公里　D．325 公里

【例题解析】甲与乙相遇后 15 分钟又遇到丙，这说明这 15 分钟甲和丙走的距离就是乙比丙多走的距离，我们可以求出：（80+60）×1/4=35，所以从出发至甲乙相遇，乙车共超丙车 35 千米，而乙车每小时比丙车快 10 千米，所以当甲车和乙车相遇时他们共走了 3.5 小时。

所以 AB 两地相距为（80+70）×3.5＝525

答案为 B

【例题 2】甲从 A 地，乙从 B 地同时以均匀的速度相向而行，第一次相遇离 A 地 6 千米，继续前进，到达对方起点后立即返回，在离 B 地 3 千米处第二次相遇，则 A,B 两地相距多少千米？

A.10　　B.12　　C.18　　D.15

【例题解析】

方法一：

如图所示，设两次相遇中间部分的路程为 x 千米。

由题目知，甲乙均是匀速行进，所以甲乙相同时间内行进的路程的比值是相

同的，第一次相遇时，甲行了 6 千米，乙行了 x+3 千米；第二次相遇时，甲行了 x+3+3 千米，乙行了 6+6+x 千米，由此可列方程：$\frac{6}{x+3}=\frac{x+3+3}{6+6+x}$

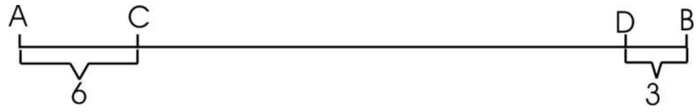
解得 x=6

所以 AB 两地相距 6+6+3=15 千米

答案为 D

方法二：

如图，从甲、乙第一次相遇到甲、乙在 D 点第二次相遇，甲、乙应该加起来共走了两个全程。从第一次相遇到第二次相遇的过程中，甲走了 $CD+2DB$，乙走了 $CD+2AC$，这样在此过程中乙就比甲多走 $2AC-2DB=6$ 公里，也就是说从第一次相遇到第二次相遇的过程中乙比甲多走 6 公里，这一过程甲、乙共走了两个全程，则有甲、乙共走一个全程时乙比甲多走 3 公里。



在第一次相遇时，乙比甲多走 3 公里，甲走了 6 公里，则全程为 $6+6+3=15$ 公里

【例题 3】A、B 两地以一条公路相连。甲车从 A 地，乙车从 B 地以不同的速度沿公路匀速率相向开出。两车相遇后分别掉头，并以对方的速率行进。甲车返回 A 地后又一次掉头以同样的速率沿公路向 B 地开动。最后甲、乙两车同时达到 B 地。如果最开始时甲车的速率为 X 米/秒，则最开始时乙车的速率为（　　）。

A. 4X 米/秒　　B. 2X 米/秒　　C. 0.5X 米/秒　　D. 无法判断

【例题解析】很明显，如果甲、乙相遇各自不掉头，也不“交换”速率，那么，甲、乙会以同样的时间同时到达 B 地。在此过程中，乙车行使两倍的 AB 路程，甲车行使一倍的 AB 路程，所以，乙车的速率是甲车的 2 倍。

答案为 B

（3）相遇次数问题　难点

【例题 1】在一个 400 米的圆形跑道上，甲、乙二人从同一地点背向出发各跑 5000 米。甲每分钟 240 米，乙每分钟 160 米。问甲、乙二人相遇（　）次？

A. 19　　B. 20　　C. 12　　D. 31

【例题解析】这道题可能出错之处是，有人可能认为甲每跑一圈会与乙相遇一次，而实际上乙也在跑，甲、乙加起来每跑一圈相遇一次。甲每分钟 240 米，乙每分钟 160 米，相加正好是 400 米，也就是说每分钟相遇一次，甲跑了 5000÷ 260≈ 19（取整），所以相遇 19 次。

答案为 A

【例题 2】甲、乙两人在长 30 米的泳池内游泳，甲每分钟游 37.5 米，乙每分钟游 52.5 米，两人同时分别从泳池的两端出发，触壁后原路返回，如是往返。如果不计转向的时间，则从出发开始计算的 1 分 50 秒内两人共相遇了多少次？

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 5

【例题解析】甲、乙两人速度和为 90 米/分钟，1 分 50 秒内两人可游 165 米。两人第一次相遇时，两人须共游 30 米，而后每次相遇，两人须共游 60 米，（165-30）÷60≈2，2+1=3 次，故两人共相遇了 3 次。故应选择 B 选

【例题 3】甲乙两人在相距 90 米的直路上来回跑步，甲的速度是每秒跑 3 米，乙的速度是每秒跑 2 米。如果他们同时分别从直路两端出发，10 分钟内共相遇几次？

A. 16　　B. 17　　C. 20　　D. 45

【例题解析】甲、乙第一次相遇时所走过的路程和应该是 90 米，从第一次相遇之后，每次相遇之间，甲、乙走过的路程和就应该是 2 倍的 90 米了

所以第一次相遇，是出发后的 90÷（3+2）=18 秒，在此之后每 36 秒相遇一次（10×60-18）÷36≈16（取整）这样 10 分钟之内，甲、乙共相遇 16+1=17 次。

答案为 B

3. 追及问题

人才测评中的追及问题是考查考生时空情境想象能力、抽象能力、分析能力的一种题型，其难点也往往是在题目所述过程中速度、路程、时间关系的分析上。

解答追及问题的注意事项：

1.在一般追及问题中，追及速度等于两运动体的**速度之差（大速度－小速度）**。追及问题的基本公式为**追及路程=（大速度-小速度）×追及时间**

2. 环形路（如跑道）上的追及问题，两者若同时同地同向出发，大速度者若要追上小速度者一圈，需要追及的路程一定为环形路的总长。

3. 间歇追及问题实际上是一般追及问题的变形，重点在于把握过程中间歇次数不同所造成的**新的路程差**。

4. “追队伍，追列车”问题中，很多情况下，追及路程还需加上队伍和列车本身的长度。

【例题 1】姐弟俩出游，弟弟先走一步，每分钟走 40 米，走了 80 米后姐姐去

追他。姐姐每分钟走 60 米，姐姐带的小狗每分钟跑 150 米。小狗追上了弟弟又转去找姐姐，碰上了姐姐又转去追弟弟，这样跑来跑去，直到姐弟相遇小狗才停下来。问小狗共跑了多少米？（　　）。

A. 600 米　　B. 800 米　　C. 1200 米　　D. 1600 米

【例题解析】小狗跑的时间就是姐姐追上弟弟所用的时间。从姐姐出发到姐姐追上

弟弟所用时间为 80÷（60-40）=4 分钟【追及路程=（大速度-小速度）×追及时间】，则 4 分钟内小狗跑的距离为 150×4=600 米。

答案选 A　设总长为 l，则 1/60=(l-80)/40　推出 l=240，t=4 分钟

【例题 2】甲乙两位同学在环形跑道上的同一地点同时开始跑步，如果两位同学反向而行，3 分钟后相遇，甲比乙多跑 50 米，如果两位同学同向而行，18 分钟后相遇。请问跑道的长度是多少米？

A. 200 米　　B. 250 米　　C. 300 米　　D. 400 米

【例题解析】甲 3 分钟比乙多跑 50 米，则 1 分钟比乙多跑 $\frac{50}{3}$ 米。甲 18 分钟追上乙，追及距离为 18×$\frac{50}{3}$=300 米。在环形跑道上，追及距离就应该正好是跑道一圈的长度。

答案为 C

【重点提示】环形路上的追及问题，追及路程一定为环形路的总路程。

【例题 3】甲、乙二人同时同地绕 400 米的循环环行跑道同向而行，甲每秒跑 8 米，乙每秒跑 9 米，多少秒后甲、乙第 3 次相遇？

A. 400　B. 800　C. 1200　D. 1600

【例题解析】由于乙每秒比甲快 1 米，所以第一次乙追上甲是在 400 秒后，也即是乙超过了甲一周，同样乙第二次追上甲是在 800 秒后，所以 1200 秒后甲乙第三次相遇。

答案为 C

4. 速度叠加

无论是水流问题还是扶梯问题，解决此类问题的一个共同前提就是将水流、扶梯看作匀速，与运动物体的速度关系是相加或相减的关系。

（1）水流问题

解决水流问题的注意事项

一、水流问题中，船速和水流速度恒定匀速。

顺水速度=船速+水流速度

逆水速度=船速-水流速度

顺水速度-逆水速度=2×水流速度

二、在水流问题中，沿水流方向的相遇和追及问题同水流速度无关。

当 A、B 两船在同一河流相向而行时，（A 船顺水而行，B 船逆水而行）

A 船顺水速度+B 船逆水速度=A 船船速+B 船船速

当 A、B 两船在同一河流同向行驶时，（A 船船速＞B 船船速）

两船距离拉大/缩小速度=A 船船速-B 船船速

三、无动力状态下，船（木筏、竹排）的航行速度=水流速度

【例题 1】一艘游轮逆流而行，从 A 地到 B 地需 6 天；顺流而行，从 B 地到 A 地需 4 天。问若不考虑其他因素，一块塑料漂浮物从 B 地漂流到 A 地需要多少天?

A. 12 天 B. 16 天 C. 18 天 D. 24 天

【例题解析】设水的速度为 x，船的速度为 y，路程为“整体 1”。

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}=4 \\ \dfrac{1}{y-x}=6 \end{cases}$$

解得：$x=\dfrac{1}{24}$，所以需要 24 天。

答案为 D

【思路点拨】考生应抓住“整体 1”思想，利用方程求出水流速度进而解答该题。无动力状态下，物体的航行速度=水流速度

【例题 2】某船第一次顺流航行 21 千米又逆流航行 4 千米，第二天在同河道中顺流航行 12 千米，逆流航行 7 千米，结果两次所用的时间相等。假设船本身速度及水流速度保持不变，则顺水船速与逆水船速之比是：

A. 2.5：1　　B. 3：1　　C. 3.5：1　　D. 4：1

【例题解析】设顺水船速为 x，逆水船速为 y

则有 $\dfrac{21}{x}+\dfrac{4}{y}=\dfrac{12}{x}+\dfrac{7}{y}$

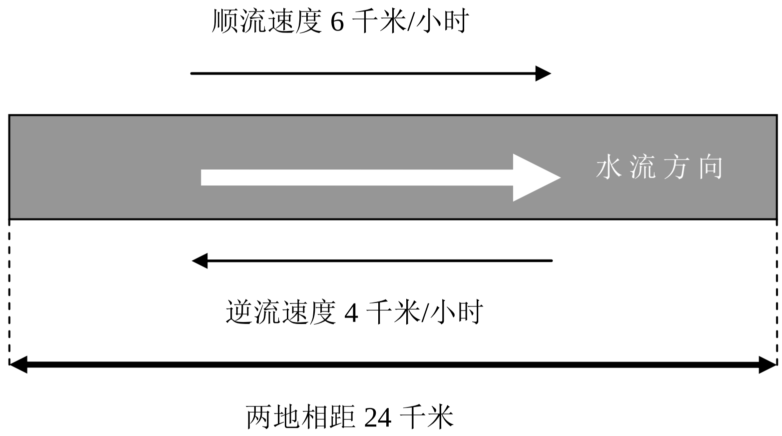
解得 x：y=3:1

故应选择 B 选项。

【例题 3】一船顺水而下，速度是每小时 6 千米，逆流而上每小时 4 千米。求

往返两地相距 24 千米的码头间平均速度是多少?(　　)

A. 5　　B. 4.8　　C. 4.5　　D. 5.5



【例题解析】顺流而行时，需行驶 24 千米÷6 千米/小时=4 小时，逆流而行时，需行驶 24 千米÷4 千米/小时=6 小时，共用了 10 小时，平均速度为 24×2÷10=4.8 公里/小时，所以答案为 B 选项。

【思路点拨】考生在答题此题时，要注意平均速度并非速度的平均。

（2）扶梯问题

一、扶梯问题与水流问题类似。

当人步行方向与扶梯运行方向相同时，

人在扶梯上运行的速度=人步行速度+扶梯的运行速度

当人步行方向与扶梯运行方向相反时，

人在扶梯上运行的速度=人步行速度-扶梯的运行速度

二、扶梯问题与相遇、追及问题的转化

扶梯问题相对于水流问题较复杂，较难理解，在此给大家推介一种较好理解的方法。

由于当扶梯运行方向与人行走方向同向时，须将扶梯速度与人行走速度叠加，故我们可以将扶梯看做与人相向而行的运动体，将扶梯问题看做相遇问题。

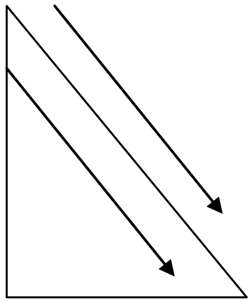
由于当扶梯运行方向与人行走方向逆向时，须将扶梯速度与人行走速度相减，故我们可以将扶梯看做与人同向而行的运动体，将扶梯问题看做追及问题。

【例题 1】商场内有一部向下运行的扶梯，一位顾客从上向下走，共走了 20 级台阶，以同样的速度从下向上走，共走了 60 级台阶，问电梯停住时，能看到多少级台阶？

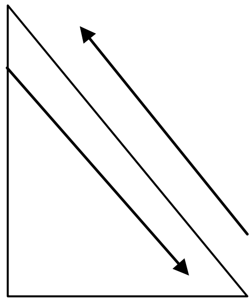
A、20 级　　B、30 级　　C、40 级　　D、50 级

【例题解析】顾客是匀速的，所以顾客走 60 级用的时间应该是走 20 级用的时间的 3 倍。设扶梯静止时为 x 级，当顾客每走 20 级台阶，扶梯运动 y 级，则有：

$$\begin{cases} x-y=20 \\ x+3y=60 \end{cases}$$ 解得：x=30 故应选择 B 选项。



顾客和电梯方向均向下，走 20 级。



顾客和电梯方向相反，走了 60 级。

【例题 2】商场的自动扶梯以匀速由下往上行驶，两个孩子嫌扶梯走得太慢，于是在行驶的扶梯上，男孩每秒钟向上走 2 个梯级，女孩每 2 秒钟向上走 3 个梯级。结果男孩用 40 秒钟到达，女孩用 50 秒钟到达。则当该扶梯静止时，可看到的扶梯梯级有：

A、80 级 B、100 级 C、120 级 D、140 级

【例题解析】设扶梯的速度是每秒 x 级，扶梯上升与男孩、女孩向上走是速度叠加关系。

40 秒内男孩走的加上 40 秒内扶梯走的是静止时扶梯总级数。

50 秒内女孩走的加上 50 秒内扶梯走的是静止时扶梯总级数

$40\times（2+x）=50\times(\frac{3}{2}+x)$ 解得 $x=\frac{1}{2}$

代得：扶梯总级数为 100 级

答案为 B 选项

【思路点拨】这里再向大家推介一种更好理解的方法，辅助考生解答扶梯问题。

由于扶梯与两个孩子同向而行，速度需叠加在一起。故可将电梯看做甲，与男孩、女孩同时出发，相向而行。题目就可看做，两孩子在 A 地，甲在 B 地，三者同时出发，男孩与甲相遇需要 40 秒，女孩与甲相遇需要 50 秒，男孩每秒钟走 2 个梯级，女孩每秒钟走 1.5 个梯级，设甲的运动速度为 x，

则根据相遇路程相等列出等式方程为：

40(2+x)=50(1.5+x)解得 x=0.5

扶梯梯级共有（0.5+2）×40=100 级

对应的，当扶梯与人逆向而行时，可看做追及问题求解。

5. 工程问题

工程问题是国家及地方考试中最常见的题型之一，而且近年来在考试中，此类型题目难度有明显的加大趋势。其实，工程问题万变不离其宗，绝大多数情况都可以**采用所谓“整体 1”的方法**。

解答工程问题时，要熟练掌握相关技巧，灵活作答。

本种题型应注意事项：

1、工程问题中最常见的解题思路是将总量看作整体“1”。若设整项工程的工作量为“整体 1”，那么，如果一个人用 n 个单位时间完成，则每单位时间的工作量就是 $\frac{1}{n}$，其它技巧往往是在此基础上的变化。

2、近几年的考试中，工程问题往往出现“交替工作”的情况。遇到此种情况，考生可将 N 人的工作效率“打包”相加，看做 N 人合作 N 天的效率和，大大简化了题目的复杂程度。

3、在工程问题中，常常会出现多人完成的整项工程，某人“停顿”N 天的情况。遇到此类问题，考生可先对这一“停顿忽略不计”，用几人合作的工作效率和×实际工作时间得到一个超过“整体 1”的工作量。这一工作量与“整体 1”的差值就是某人单独在 N 天的工作量。

甲完成某项工作需要 40 天，乙完成某项工作需要 30 天，两人合作，共同完成这一工作，由于乙中途休息了一段时间，这项工作最终 20 天完成，问乙中途休息了多长时间？

设整项工作为“整体 1”，则甲的工作效率为 $\frac{1}{40}$，乙的工作效率为 $\frac{1}{30}$，两人的效率和为 $\frac{1}{40}+\frac{1}{30}=\frac{7}{120}$。若两人一直合作，则能完成整项工作的 $\frac{7}{120}\times20=\frac{7}{6}$，比工作量多出 $\frac{7}{6}-1=\frac{1}{6}$。这多出的 $\frac{1}{6}$ 就是多算的乙休息时间的工作量，故乙休息了 $\frac{1}{6}\div\frac{1}{30}=5$ 天。

4、工程问题中，当出现“水池蓄、放水”问题时，要尤其注意认真审题，以避免与隐含其中的“此消彼长”问题（蓄水的同时漏水、放水的同时注水）相混淆。

【例题 1】甲、乙两队从两端向中间修一条 330 米的公路，甲队每天修 15 米，修 2 天后，乙队也来修，共同修了 10 天后，两队还相距 30 米，乙队每天修多少米？

A．16　　B．10　　C．15　　D．12

【例题解析】此题由三个阶段构成，先是甲独做的两天，再是两人同做

的 10 天，最后是尚未做的 30 米。要求乙队的工作效率，须从两人同做的 10 天入手。由条件“甲队每天修 15 米，修 2 天”，可知甲单独工作两天的工作总量为 15×2，两队合作的总工作量为 330-30-30=270 米。

合作效率=合作总量÷合作时间，即 270÷10=27 米/天。

乙独做的效率为 27-15=12 米/天。

故应选择 D 选项。

【思路点拨】作答此题，应先将工作总量分段，即分成甲独做、两人合作和尚未做三部分，而后各个击破，轻松作答。

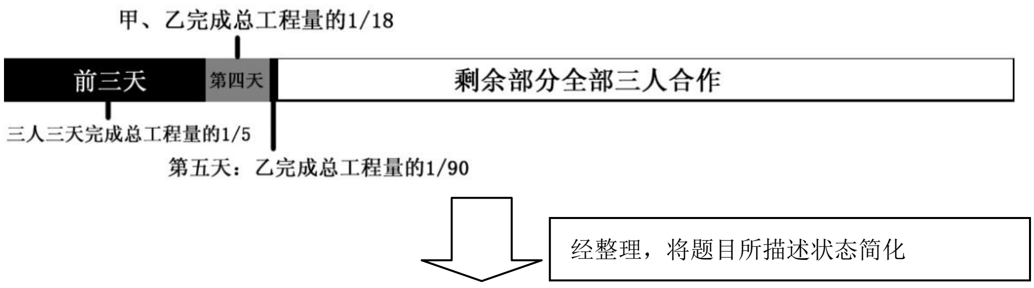
【例题 2】甲、乙、丙共同编制一标书，前三天三人一起完成了全部工作量的 $\frac{1}{5}$，第四天丙没参加，甲、乙完成了全部工作量的 $\frac{1}{18}$，第五天甲、丙没参加，乙完成了全部工作量的 $\frac{1}{90}$，从第六天起三人一起工作直到结束，问这份标书的编制一共用了多少天？

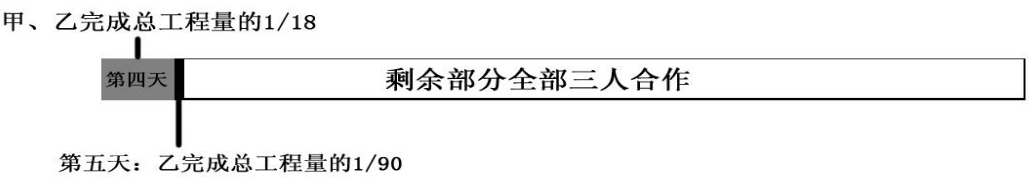
A. 13　　B. 14　　C. 15　　D. 16

【例题解析】设整项工程为“整体 1”，由“前三天三人一起完成了全部工作量的 $\frac{1}{5}$”可知三人合作的工作效率为 $\frac{1}{5}\div 3=\frac{1}{15}$。

又可求三人合作状态下的工作总量为 $1-\frac{1}{18}-\frac{1}{90}=\frac{14}{15}$，则三人合作的总时间为 $\frac{14}{15}\div\frac{1}{15}=14$ 天，再加上第四天和第五天，则完成整项工程共用了 14+1+1=16 天。故应选择 D 选项。

此题的解题步骤，如下图所示：





将相同的工作状态合并，剩余 $\frac{14}{15}$ 的工作全部在 $\frac{1}{15}$ 的工作效率下完成。共还需 14 天。故共需 14+2=16 天。

【重点提示】要注意的是，在一些工程问题题目中往往存在多人多种工

作状态，考生要注意捋顺思路，将与所求相关的工作状态过滤出，将其余工作状态的影响刨除，从而简化题意，顺利答题。

【例题 3】甲、乙一起工作来完成一项工程，如果甲单独完成需要 30 天，乙单独完成需要 24 天，现在甲乙一起合作来完成这项工程，但是乙中途被调走若干天，去做另一项任务，最后完成这项工程用了 20 天，问乙中途被调走（ ）天

A. 8　　B. 3　　C. 10　　D. 12

【例题解析】设整项工程为“整体 1”，甲每天的工作效率则为 $\frac{1}{30}$。甲、乙合作完成整项工程共用 20 天，甲全程参与了整项工程，故甲完成了全部工程的 $\frac{2}{3}$。剩余的 $\frac{1}{3}$ 工程是乙的工作总量，根据比例关系可知，乙完成这些工作只需 $24\times\frac{1}{3}=8$ 天。故乙中途被调走了 20-8=12 天。故应选择 D 选项。

6. 比例问题

解决比例问题的核心思想是“份数思想”，即根据题目中各数量间的比例关系，设定各个量的份数，将复杂的比例问题简单化。

解决比例问题的核心思想：“份数”思想

“份数”思想与我们解题时经常使用的“单位 1”思想类似。“单位 1”思想是将总量视为整体 1，而“份数”思想是将总量视为既定份，视作多少份依据具体题目而定。所设份数的基本原则就是便于计算。

在具体应用的时候，我们可以把未知量设为既定份，亦可以把已知量设为既定份。往往在无法确定已知量与未知量的具体比例关系的时候，将已知量也设为既定份，通过份数寻找比例关系，在计算的时候转换即可。

比例问题往往涉及到份数计算，因此面对一些计算量大，通分、约分不方便的题目时，灵活使用“份数”思想，能极大程度的简化比例计算的复杂程度，节省大量宝贵时间。

“份数”思想的应用极其广泛，不仅在比例问题当中，在任何类型的题目当中，只要涉及了比例关系都可以应用。在本节，我们将通过具体例题来讲解“份数”思想的应用。希望大家灵活掌握，反复练习。

例如：一个袋子里装有红球与白球，红球与白球的数量之比是 19：13。放入若干只红球后，红球与白球数量之比变为 5：3；再放入若干只白球后，红球与白球数量之比变为 13：11。已知放入的红球比白球少 80 只。那么原来袋子里共有（　　）只球。

A.390　　B.570　　C.960　　D.1040

题目当中给出“袋子里红球与白球的数量之比是 19：13。放入若干只红球后，红球与白球数量之比变为 5：3”。这说明，在这个过程当中，白球的数量没有变化。既然白球可以在两次中分别与红球构成 5：3；19：13 的比例关系，说明白球的数量肯定可以被 39 整除。

根据这一点，我们设原有白球 39 份。

那么，根据题目当中给出的比例关系，初始应该有红球 57 份，白球 39 份。

放入一些红球后，白球不变。应该有红球 65 份，白球 39 份。

又放入一些白球后，红球不变。应该有红球 65 份，白球 55 份。

那么，在这一过程中新放入红球 8 份，白球 16 份，白球比红球多 8 份。题中给出白球比红球多 80 个，那么，一份球为 10 个。

原有球 57+39=96 份，每份 10 个，则原有球 960 个。

这样一来，计算量大大降低，几秒钟即可解得答案。

解决比例问题时，除要掌握份数的思想外，还应注意比例关系间的传导性，将各比例关系建立起联系，找到统一“参照物”，进行比例关系的转化。

【例题 1】水结成冰后体积增大 1/10，问：冰化成水后体积减少几分之几？

A、1/11　　B、41　　C、1/9　　D、1/8

【例题解析】**典型“份数”思想。**

假设固定量的水，体积为 10 份，那么结冰后体积变为 11 份。

因此，这 11 份体积的冰化成水后，体积变为 10 份，减少 1 份，体积减少 1/11。

A 为正确答案。

【例题 2】5 年前甲的年龄是乙的三倍，10 年前甲的年龄是丙的一半，若用 y 表示丙当前的年龄，下列哪一项能表示乙的当前年龄？（　　）

A. $\frac{y}{6}+5$　B. $\frac{5y}{3}+10$　C. $\frac{y-10}{3}$　D. 3y－5

【例题解析】这是比例题当中比较简单的一道，按照题目当中给出的比例描述直接求解即可。

已知当前丙的年龄是 y，那么 10 年前丙的年龄为 y-10。10 年前甲的年龄为 $\frac{y-10}{2}$，5 年前甲的年龄为 $\frac{y-10}{2}$+5，那么 5 年前乙的年龄为（$\frac{y-10}{2}$+5）÷3，则当前乙的年龄为（$\frac{y-10}{2}$+5）÷3+5=$\frac{y}{6}$＋5

A 选项为正确答案。

【例题 3】原有男、女同学 325 人，新学年男生增加 25 人；女生减少 5%，总人数增加 16 人，那么现有男同学（　　）人。

A、145　B、170　C、161　D、175

【例题解析】本题比较简单，大家应该在 30 秒内将此题准确解答。男生增加 25 人，总人数增加 16 人，则女生减少 9 人，　9÷$\frac{1}{20}$=180，女生原有 180 人，则男生原有 325-180=145，
145+25=170 人

答案为 B

7. 百分比问题

百分比问题与比例问题十分接近，几乎可以看作是将比例用百分数来表示的。百分比问题只要不混淆所比较的对象仔细计算即可轻松解决。

1.对于只给出百分比关系没有给出具体数量值的百分比问题，考生应掌握设“整体 1”的方法，或者将这个量设为利于计算的数值，使题目难度简化，降低计算量。

2.遇到涉及“个数”的题目时，要牢记“人数、动物数、物品个数”等概念只能为整数。

3.题目中出现“A 比 B 多 M%”、“A 是 B 的 M%”……等类似描述时，要分辨“比”与“是”的区别，并牢记以“比”、“是”等连词后面的量为参照基准。

4.无论是一般百分比问题还是浓度问题，很多参考书或者培训机构都提倡使用所谓的“十字交叉法”来解题。实际上，在近年的考试中，百分比类题目难度在日渐加大，对“十字交叉法”的生搬硬套往往会将简单的问题复杂化。实际上“十字交叉法”是一种通过列等式很容易推导出的方法。

有质量分别为 M、N 的溶液，浓度分别为 A、B，混合后溶液浓度为 C

根据条件，易列等式：MA+NB=（M+N）C，经整理，$\frac{M}{N}=\frac{C-B}{A-C}$

易得到溶液质量的比例关系。

【例题 1】已知甲的 12%为 13, 乙的 13%为 14,丙的 14%为 15,丁的 15%为 16,则甲,乙,丙,丁 4 个数最大的数是:

A 甲　　B 乙　　C 丙　　D 丁

【例题解析】由题意可分别列式：

$$甲=13\div12\%=\frac{13}{12}\times100=100（1+\frac{1}{12}）;$$

$$乙=14\div13\%=\frac{14}{13}\times100=100（1+\frac{1}{13}）;$$

$$丙=15\div14\%=\frac{15}{14}\times100=100（1+\frac{1}{14}）;$$

$$丁=16\div15\%=\frac{16}{15}\times100=100（1+\frac{1}{15}）;$$

显然甲最大

答案为 A

【思路点拨】本题是典型的一般百分比问题。按照相应关系既可求得答案。

【例题 2】某人去年买一种股票,当年下跌了 20%,今年应上涨百分之（　　），才能保持原值。

A. 20％　B. 22.5％　C. 25％　D. 30％

【例题解析】设去年股票值为 a，今年上涨 x%，当年下跌了 20%，则今年的市值为 80%a，80%a×（1+x%）=a，解得：x=25

另外值得一提的是，我们也可以不设股票值为 a，将去年股票值视为“整体 1”。

列式为：$80\% \times (1+x\%)=1$，$x=25$

还有一种方法假设数值法，可以假设去年市值为 100 元，这样可以方便思考。

$80\% \times 100 \times (1+x\%)=100$，$x=25$，

答案为 C

【思路点拨】在百分比问题中，有的时候使用特值法可以更快速的解答问题。

【例题 3】某市现有 70 万人口，如果 5 年后城镇人口增加 4%，农村人口增加 5.4%则全市人口将增加 4.8%，那么这个市现有城镇人口：（　　）

A. 30 万　B. 31.2 万　C. 40 万　D. 41.6 万

【例题解析】设现有城镇人口为 x 万。

$x \cdot (1+4\%) + (70-x)(1+5.4\%)=70 \cdot (1+4.8\%)$

解得：$x=30$

答案为 A

【思路点拨】按照相互关系列方程既可求解。

8. 利润问题

解答利润问题时，只要掌握利润问题的基本公式，了解利润问题中各要素间的数量关系，同时，灵活运用“整体 1”的思想，就能又快又好的解答利润问题。

解答利润问题相关注意事项：

1. 掌握利润问题的基本公式

总利润=总售价-总进价=单件商品利润×总销售量

总利润率=$\frac{总售价-总进价}{总进价}$×100%

总售价=单价×总销售量

2. 利润问题中，所提到的利润率提高（降低）N%，并非是指去年利润率的（1+N%）倍，而是指去年的利润率+N%。如某企业 2010 年利润率为 20%，2011 年该企业利润率提高了 10%，2011 年该企业的利润率并非 20%×（1+10%），而是 20%+10=30%。

3. 利润问题中，无论是采用先提价 N%再降价 N%的方式，还是采用先降价 N%再提价 N%的方式，现价都比原价降低，且两种价格浮动方式所得到的现价相等。

如某产品原价 100 元，先将产品价格提升 10%，再降低 10%，现价为 100×(1+10%)×(1-10%)=99 元，售价降低了 100-99=1 元。

若将该产品先降价 10%，再提价 10%，则产品现价为 100×（1-10%）×（1+10%）=99 元，售价仍降低了 100-99=1 元。

4. 与一般百分比问题相同，解答利润问题时，巧设“整体 1”往往是解决利润问题的突破口，对于利润问题中，将某一不变量设为“整体 1”，或其他利于计算的数字，往往使一些题目的难度降低，解题步骤更简捷。

【例题 1】某种商品，如果进价降低 10%，售价不变，那么毛利率（毛利率=$\frac{售价-进价}{进价}$×100%）可增加 12%，则原来这种商品售出的毛利率是（　　）。

A. 8%　　B. 10%　　C. 12%　　D. 50%

【例题解析】

售价=进价(1+毛利率)或者售价=成本（1+利润率）

设原利率是 x，则售价是进价的 1+x 倍，设原进价为 a，

则有 $\frac{(1+x)a-0.9a}{0.9a}$=x+12%　　x=8%

答案为 A

【思路点拨】本题的关键在于不是利润提高 12%，而是利率提高。

【例题 2】　一批商品，按期望获得 50%的利润来定价，结果只销售了 70%的商品，为了尽早销掉剩下的商品，商店决定按定价打折扣销售，这样获得的全部利润是原来的期望利润的 82%，问打了多少折扣？（　　）

A. 9 折　　B. 5 折　　C. 7 折　　D. 8 折

【例题解析】此类题型普遍难度不大，解题的关键之处是一定要对进价、售价、利润率的关系了然于胸、自如运用。

本题的解题方法很多，在此仅举最常见的一例。将进价看作“整体 1”，则期望获利值为 0.5，前 70%商品获利是 0.7×0.5=0.35，最终获得的利润值是 0.5×0.82=0.41，也就是说后 30%的产品需获利 0.41-0.35=0.06

设打 x 折，则有 0.3（1.5x-1）=0.06，解 x=0.8,。

销售了整体的 70%，获得 50%的利润	最后 30%产品折扣销售

最终获利为原来期望的 82%	因打折销售，而损失的部分利润

故应选择 D 选项。

【例题 3】一件商品如果以八折出售，可以获得相当于进价 20％的毛利，那么如果以原价出售，可以获得相当于进价百分之几的毛利?

A. 20％　　　B. 30％　　　C. 40％　　　D. 50％

【例题解析】本题如上题一样，可以将进价视为 1，（8 折后的售价-1）÷1=20%，

8 折后售价=1.2，1.2÷0.8=1.5，原售价。（1.5-1）÷1=50%。

答案为 D

【思路点拨】以整体 1 思想解答问题，是解答此类问题的重要思想。

9.浓度问题

浓度问题实际上是一类特殊的百分比问题，此类问题只要掌握固有的解题思路大多可以轻松解出。

解答浓度问题应注意以下问题：

1.应牢记浓度问题的基本公式：浓度=$\frac{溶质}{溶液}=\frac{溶质}{溶质+溶剂}=\frac{溶液-溶剂}{溶液}$。

2.浓度问题中的蒸发情况：“溶质”量是不会因为蒸发而增多或减少的，“蒸发”时，浓度的变化只与溶剂的变化有关。

3.解答多种溶液混合的浓度问题时，可以采用将几种溶液的溶质和溶剂先分别求出再整体考虑的方法，减小浓度问题的计算量。

4.解答溶液的多次混合问题时，要把握好混合的先后顺序：

设原溶液为 M 毫升，每次操作先倒出 N 毫升溶液，再倒入 N 毫升清水，反复操作 n 次时，

新溶液浓度=原溶液浓度×$\left(\frac{M-N}{M}\right)^n$；

设原溶液为 M 毫升，每次操作先倒入 N 毫升清水，再倒出 N 毫升溶液，反复操作 n 次时，

新溶液浓度=原溶液浓度×$\left(\frac{M}{M+N}\right)^n$。

【例题 1】浓度为 3％的盐溶液，加一定量水后浓度变为 2％，再加同样量的水后浓度是多少？（ ）

A. 1.15 ％ B. 1.5% C.1.8% D.0.5%

【例题解析】这样的题，可以用“数值代入法”，设原有溶液 100 克，则溶液中有盐 3 克，欲使之浓度成为 2%，则需加水 50 克，之后再加水 50 克，则浓度为

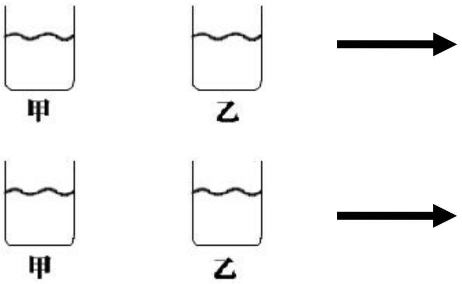
3÷（100+50+50）=1.5%。

答案为 B

【思路点拨】由于浓度问题中，浓度大多用百分数表示，故将溶液质量设为 100 可以大大降低题目的计算量。

【例题 2】（08 北京应届生考试第 14 题）甲杯中有浓度 17%的溶液 400 克，乙杯中有浓度为 23%的同种溶液 600 克，现在从甲、乙取出相同质量的溶液，把甲杯取出的倒入乙杯中，把乙杯取出的倒入甲杯中，使甲、乙两杯溶液的浓度相同，问现在两杯溶液浓度是多少？( )

A.20% B.20.6% C.21.2% D.21.4%



两溶液混合前，甲溶液浓度 17%，溶液 400 克。乙溶液浓度 23%，溶液 600 克。

两溶液混合后，浓度相同，所以用混合前两种溶液溶质和除以溶液和。

【例题解析】由题意可知：最后两杯溶液的浓度相同，那么可以得出浓度为两杯溶液中溶质的和除以两杯溶液的质量(400×17%+600×23%)÷(400+600)=20.6%

正确答案 B。

【思路点拨】两种溶液无论如何勾兑，溶液中的溶质总量和溶剂总量均保持不变。要使两溶液的浓度相等，需使两溶液浓度=$\frac{\text{两溶液的溶质总量}}{\text{两溶液的总质量}}$

【例题 3】甲容器中有浓度为 4%的盐水 250 克，乙容器中有某种浓度的盐水若干克。现从乙中取出 750 克盐水，放人甲容器中混合成浓度为 8%的盐水。问乙容器中的盐水浓度约是多少？（　　）

A．9.78%　　B．10.14%　　C．9.33%　　D．11.27%

【例题解析】混合后，甲容器的溶液为 250+750=1000 克，混合后浓度为 8%，则有溶质 80 克，减去之前溶液中溶质 80-250×4%=70，得出从乙容器取出的溶液溶质为 70 克，70÷750=9.33%。

答案为 C

【思路点拨】本题通过混合前后甲溶液浓度变化，求出单位乙溶液中溶质量，进而求乙溶液浓度。

数学运算题型详讲（中）

自然数性质　整除　余数　平面图形　立体图形　分布问题　时钟问题　日期星期问题　年龄问题　平均数问题　数位问题

10. 自然数的性质

自然数的性质问题包含的范围较广，自然数的整除问题、奇偶性问题、余数问题、最小公倍数问题、最大公约数问题、自然数大小比较问题等都属于自然数的性质问题。

【例题 1】有一个自然数“x”，除以 3 的余数是 2，除以 4 的余数是 3，问“x”除以 12 的余数是多少（　）

A. 1　　B. 5　　C. 9　　D. 11

【例题解析】本题给出数字较小，采用特值法往往可以迅速解题，可以快速看出自然数 11 符合条件，11 除以 12 商为 0 余数为 11。

正确答案为 D。

【例题 2】一类自然数，它们各数位上的和为 2012，那么这类自然数中最小的一个的前两位是：

A. 11　B. 12　C. 10　D. 59

【例题解析】欲使这个自然数最小，就应该使这个自然数的位数最少，也就是使各个位包含的 9 最多，由于 2012 除以 9 商 223 余 5，所以这个数的后 223 位均为 9，将余数 5 放至数字的第一位才能使该自然数最小，故此数的前两位为 59。故应选择 D 选项。

【例题 3】已知 A，B，C，D 和 A+C，B+C，B+D，D+A 分别表示 1 至 8 这八个自然数，且互不相等。如果 A 是 A，B，C，D 这四个数中最大的一个数，那么 A 是（　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 8

【例题解析】A 比 B、C、D 大显然 A 最小为 4，又由于 A+B、D+A≤8，且每个数互不相等所以 A 最大是 6，C、D 为 1、2，B 为 3，符合题意。

故应选择 C 选项。

11. 整除问题

很多问题，实际上都可以用整除的方法求解，整除问题往往与余数问题、分解因数问题有着密切的联系。可以说是对同一问题，不同角度的思考方法。

作答整除问题，应注意以下几点：

1.熟记能被基本数字（2/3/5）整除的数字规律。

掌握能被数字（4/8/9）整除的数字规律：

一个数当且仅当**末两位能被 4 整除**，这个数才能被 4 整除；

一个数当且仅当**末三位能被 8 整除**，这个数才能被 8 整除；

一个数当且仅当**各位数字和能被 9 整除**，这个数才能被 9 整除。

了解能被数字（7/11/13）整除的数字的共同规律：

当且仅当**末三位与其余数字的差能被 7/11/13 整除**，这个数才能被 7/11/13 整除。（如数字 122135，末三位数字为 135，其余数字为 122，135-122=13，故 122135 能被 13 整除。）

2.对于“见面”问题，要弄清“隔几天一见”与“几天一见”的区别。若是 N 天一见，则 M 天中可以相见 M÷N 次，若是隔 N 天一见，则 M 天中只能相见 M÷（N+1）次，也就是说“隔 N 天一见”相当于“N+1 天一见”。

3.结合数字的奇偶性、余数，运用代入、特值、估算等方法也是解决整数问题的重要方法。

如某个三位数的数值是其各位数字之和的 23 倍。则这个三位数为

A．702　B．306　C．207　D．203

由备选项易知每个数字的各位数字之和都小于 10，所以我们所求的数肯定不大于 230，只能从 C、D 中来选，验证可知 C 正确，故应选择 C 选项。

【例 1】某人有 350 万元遗产，在临终前，他给怀孕的妻子写下这样的一份遗嘱：如果生下来是个男孩，就把遗产的三分之二给儿子，妻子拿三分之一；如果生下来是个女孩，就把遗产的三分之一给女儿，三分之二给妻子。结果他的妻子生了双胞胎(一男一女)，按遗嘱的要求，妻子可以得到多少万元?()

A. 90　B. 100　C. 120　D. 150

【例题解析】通过题目可知，妻子拿的遗产是儿子拿的遗产的 1/2，是女儿拿的遗产的 2 倍

假设女儿拿的遗产为 x,可得妻子拿的遗产为 2x,儿子拿的遗产为 4x

所以 7x=350

即 x=50

答案为 B

【例 2】从 1 开始，自然数中，第 100 个不能被 3 整除的数是（）

A．152　B．149　C．142

D．123

【例题解析】从 1 开始每三个数都会有一个数能被 3 整除，即 3、6、9……

也即是说每个能被 3 整除的数的前两个是不能被 3 整除的，那么第 100 个不能被 3 整除的数，肯定在第 50 个能被 3 整除的数前，第 50 个能被 3 整除的为 150，所以第 100 个不能被 3 整除的为 149

答案为 B

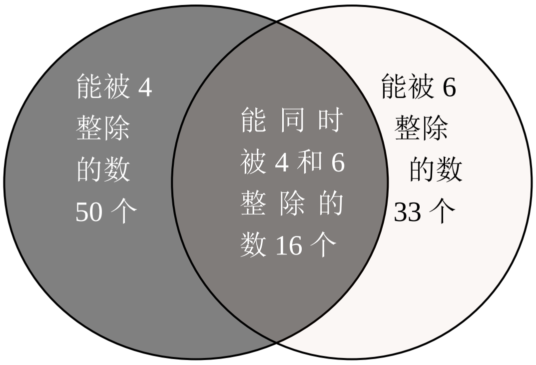
【例3】1～200这200个自然数中，能被4或能被6整除的数有多少个？( )

A. 65　B. 66　C. 67　D. 68

【例题解析】

方法一：

1～100中能被4整除的共有50个，能被6整除的共有33个；但是我们要看到，能被12整除的数能同时被4和6整除，也就是说这些数都被我们多算了一次。能被12整除的共有16个，那么能被4或6整除的共有50+33-16=67



方法二：

实际上在1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12中，能被4或能被6整除的数有4个，而之后每12个如如此循环一次，共16遍零3个，共计67个。

答案为C

12. 余数问题

余数问题可以看作整除问题的一类变式，寻求满足条件的数字实际上等同于解决满

足各种限制条件的整除问题，此类问题对大家的要求主要是能够迅速做出准确判断。

解答余数问题，需要注意以下几点：

1. 余数问题

要熟练掌握余数问题的基本公式：被除数=除数×商+余数

余数问题中余数永远小于除数

只要将余数问题中的余数用加减法处理掉，一切余数问题就成为了整除问题。

2. 方阵问题

N 排 N 列的方阵共有 N^2 人；

N 排 N 列的方阵，最外层有 4N-4 人；

方阵中相邻的两圈人数，外圈人数比内圈多 8 人。

此外，在很多方阵问题中，最后一排不一定排满，可能为不大于每排人数的任意一个数。

3. 多个数字的余数问题

同时满足被 A 整除余 X，被 B 整除余 Y……的数可以表示为 nk+m，其中 k 为 A、B 的最小公倍数，m 为同时满足被 A 整除余 X，被 B 整除余 Y……的最小的整数。

如 11 是被 3 整除余 2，被 5 整除余 1 的数字中的最小的数字，则 15n+11 也一定满足相同条件。

解决此类问题通常从满足某一条件的最小的自然数入手，同时，代入试算法也是解答此类问题的一种重要解题方法和验算方法。

【例题 1】有一个数，除以 3 余数是 2，除以 4 余数是 1。问这个数除以 12 余数是几？（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

【例题解析】依照题干条件，可以取得满足此条件的最小整数解为 5，5 除以 12 余 5。故应选择 B 选项。

这里请注意一个问题，3 和 4 的最小公倍数是 12，那么每个数除以 3 余数、除以 4 余数情况，每 12 个数就是一次循环。也即是说，任意一个数加上 n 倍的 12，其除以 3 余数、除以 4 余数情况，都是一样的。

【例题 2】一个小于 100 的整数与 5 的差是 4 的倍数，与 5 的和是 7 的倍数，这个数最大是多少?(　　)

A. 85　　B. 89　　C. 97　　D. 93

【例题解析】这道题可用代入试算法，因为要找最大的数，所以可从选项中从大往小试算，97+5=102，无法被 7 整除，排除 C 项。93+5=98，可以被 7 整除；93-5=88，可以被 4 整除，所以答案为 D 项。

【例题 3】参加阅兵式的官兵排成一个方阵，最外层的人数是 80 人，问这个方阵共有官兵多少人(　　)

A．441　　　B.400　　C.361　　D.386

【例题解析】在 N 排方阵中，最外排一定有 4N-4 个人，（4N-4 表示最外排每边人数×4-每顶点重复计算的四个人）。则有 4N-4=80，解得 N=21

21 排的方阵，共有 21^2=441 人。

故应选择 A 选项。

13.平面图形

平面图形问题是考试数学运算部分一种常见题型，主要考察大家几何思维能力和巧解几何问题的能力，考察范围涵盖面积、周长、角度等内容，考察涉及范围较广但题目难度不大，考生只要仔细阅读题目，通过一些常用的辅助解题手段，运用积累的几何知识大多可以应对平面图形类题目。

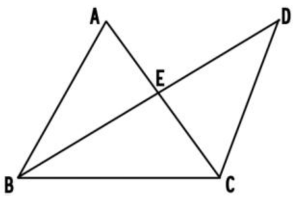
解答平面图形问题的常用技巧：

一、平面图形的面积问题

1.比例法求面积：所谓用比例法求面积，就是利用图形间边长的比例关系求解相关面积大小的方法。考生要特别注意三角形、梯形面积与相关矩形、四边形面积间的比例关系；结合相似三角形、同底等高三角形等相关概念，建立图形间面积关系的联系。

2.割补法求面积：遇到不规则图形时，首先考虑能否采用先分割再拼补的方法，将不规则图形转化为规则图形；其次考虑能否利用辅助线将不规则图形分割为几个规则图形。割补法是解决不规则图形面积问题时最常用的方法，是最应优先考虑的方法。

3.等底法求面积：运用图形间的同底关系，实现面积相同部分的相互转化。尤其对于求解三角形、梯形面积问题时，等底法都是一种很简便的方法。



如图，△ABC 与△BCD 为同底等高的三角形，则两三角形的面积相等。

二、平面图形的其他问题

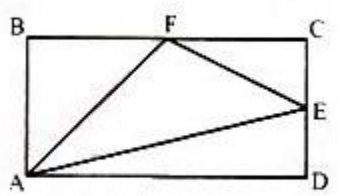
1.掌握三角形的性质，即三角形中任意两边之和必须大于第三边，任意两边之差必须小于第三边。

2.运用相关方法解答有关角度问题也是平面图形部分最常考察的题型，对于多边形的内角和问题，考生要牢记 N 边形的内角和为（N-2）180°。

（1）面积问题

①用比例法解决面积问题

比例法是解决面积问题最简单、最基本的方法，要求大家观察图形、找准



比例关系即可轻松解决。

【例题 1】长方形 ABCD 的面积是 72 平方厘米，E、F 分别是 CD、BC 的中点，三角形 AEF 的面积是（）平方厘米。

A. 24　　　　B. 27　　　　C. 36　　　　D. 40

【例题解析】△BAF 面积=$\frac{1}{4}$×长方形 ABCD 面积

△ADE 面积=$\frac{1}{4}$×长方形 ABCD 面积

△FEC 面积=$\frac{1}{8}$×长方形 ABCD 面积

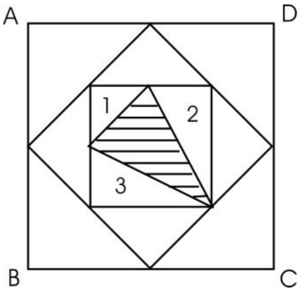
△AEF 面积=$(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8})$×长方形 ABCD 面积=$\frac{3}{8}$长方形 ABCD 面积

故△AEF 面积=72×$\frac{3}{8}$=27 平方厘米

故应选择 B 选项。

【例题 2】下图中的大正方形 ABCD 的面积是 1 平方厘米，其它点都是它所在边的中点。那么，阴影三角形的面积是多少平方厘米？

A. $\frac{5}{28}$　　B. $\frac{7}{34}$　　C. $\frac{3}{32}$　　D. $\frac{5}{38}$

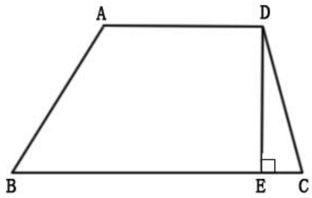


【例题解析】由于各个点都是中点，所以最内的正四边形的面积是$\frac{1}{4}cm^2$，而 Δ1 是最内正四边形的$\frac{1}{8}$，Δ2、Δ3 是最内四边形的$\frac{1}{4}$，则阴影部分是

$\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}\times2-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=$

答案为 C

【例题 3】如图所示，梯形 ABCD，AD∥BC，DE⊥BC，现在假设 AD、BC 的长度都减少 10%，DE 的长度增加 10%，则新梯形的面积与原梯形的面积相比，会怎样变化？



A、不变　　B、减少 1%　　C、增加 10%　　D、减少 10%

【例题解析】由于 AD、BC 长度都减少 10%，故(AD+BC)÷2 的长度也减少了 10%。

原梯形 ABCD 面积=(AD+BC)÷2×DE

变化后梯形 ABCD 面积=90%(AD+BC)÷2×110%DE

=99%(AD+BC)÷2×DE

=99%原梯形 ABCD 面积

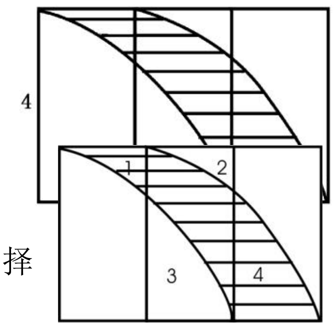
梯形面积减少了 1%，故应选择 B 选项。

②用割补法解决面积问题

割补法是解决面积问题时很常用的方法，利用割补法解题，通常能达到简便计算、巧妙解题的效果。

【例题 1】求图中阴影部分的面积是多少？

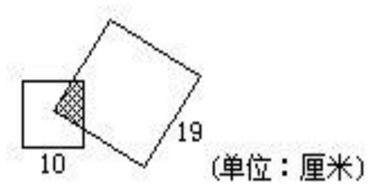
A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 无法计算



【例题解析】如右图，大家很容易发现图形 1 与图形 2 是全等的，图形 3 与图形 4 是全等的，将阴影部分进行割补，所以阴影部分面积是 2×4=8，故应选择 A 选项。

【例题 2】如图，大正方形的一个顶点 A 落在小正方

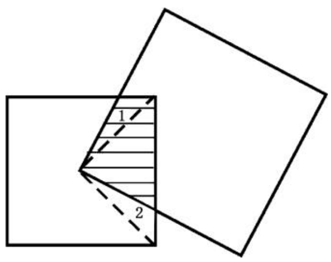
方形的中心点，已知大、小正方形的边长分别是 19 厘米和 10 厘米，求重叠部分的面积。



A. 20 平方厘米　　B. 25 平方厘米

C. 27 平方厘米　　D. 30 厘平方米

【例题解析】如右图所示，连接小正方形的中心点与右边的两个顶点，我们会发现 Δ 1 与 Δ 2 是全等三角形。所以大、小正方形的重叠部分的面积就是小正方形面积的 $\frac{1}{4}$。故应选择 B 选项。



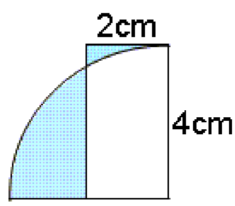
【例题 3】求图中两个阴影部分面积的差。

A. 3л

B. 3

C. 4л

D. 4л -8

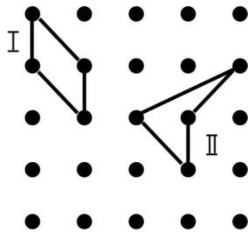


【例题解析】通过观察可以发现，$\frac{1}{4}$圆的面积减去长方形的面积就是两个阴影图形的差，$\frac{1}{4}\pi 4^2-2\times4=4\pi-8$，故应选择 D 选项。

③ 用等底法解决面积问题

两个等高的三角形的面积比等于它们的底的比，两个三角形如果等底等高则面积相等。利用这一三角形的特性解答题目，也是一种常用方法。

【例题 1】对右图方格板中的两个四边形，表述正确的是(　)。



A.　四边形Ⅰ的面积大于四边形Ⅱ的面积

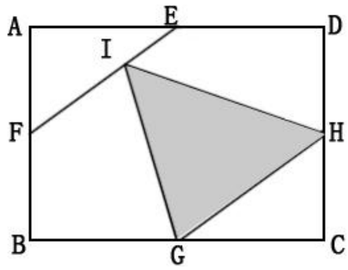
B.　四边形Ⅰ的面积小于四边形Ⅱ的面积

C.　两个四边形有相同的面积，但Ⅰ的周长大于Ⅱ的周长

D.　两个四边形有相同的面积，但Ⅰ的周长小于Ⅱ的周长

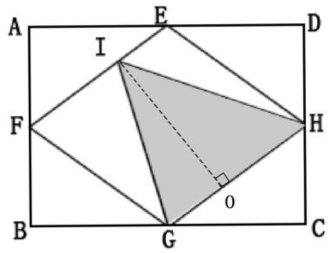
【例题解析】右图的两个四边形可以看作四个底和高都是 1 的三角形。三角形的一个重要性质就是“等底、等高的三角形面积相等”。所以Ⅰ、Ⅱ得面积相等，周长Ⅱ>Ⅰ。故应选择 D 选项。

【例题 2】如图所示，矩形 ABCD 的面积为 1，E、F、G、H 分别为四条边的中点，FI 的长度是 IE 的两倍，问阴影部分的面积为多少？



A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{5}{16}$　　D. $\frac{7}{24}$

【例题解析】连接 FG 与 EH，如下图所示



∵E、F、G、H 分别为各边中点，

∴△AFE≌△FBG≌△GCH≌△EHD

面积均等于$\frac{1}{8}$矩形 ABCD 的面积

故四边形 EFGH 面积=$\frac{1}{2}$矩形 ABCD 的面积=0.5

∵EF∥GH，∴过 I 点做垂线 I 交 GH 于 O

有 IO⊥GH 且 IO⊥EF

△IGH 的面积= GH×IO÷2

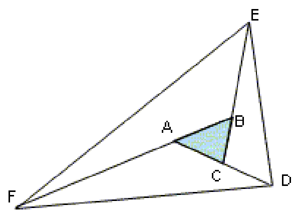
△IFG 的面积+△EIH 的面积=IF×IO÷2+IE×IO÷2=EF×IO÷2

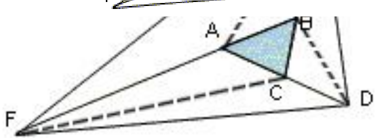
∵EF=GH

∴△IGH 的面积=△IFG 的面积+△EIH 的面积

∴△IGH 的面积=$\frac{1}{2}$四边形 EFGH 面积=0.25

∴应选择 B 选项。





【例题 3】 △ABC 的面积为 1 个单位，延长 AC 的一倍到 D，延长 CB 的二倍到 E，延长 BA 的 3 倍到 F，连接三个点形成△DEF，求△DEF 的面积。

A. 15　　B. 16　　C. 17　　D. 18

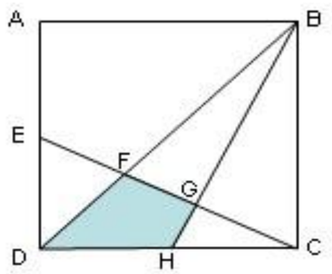
【例题解析】连接辅助线 BD，Δ ABC 与 Δ BCD，等底等高，所以 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta BCD}$，而 Δ BCD 与 Δ ECD 的高是相等的，底的比是 1：3，所以 $S_{\triangle ECD}=3S_{\triangle BCD}=3$，

连接辅助线 AE，Δ AEC 与 Δ ECD 等底等高。所以，　$S_{\triangle EAC}=S_{\triangle ECD}=3$

大家再看，AB:BF=1:4，所以 $S_{\triangle EFB}=4S_{\triangle EAB}=8$，AF:AB=3:1，所以 $S_{\Delta AFD}=3S_{\Delta ABD}=6$

$S_{\triangle EFD}=S_{\triangle AFD}+S_{\triangle EFB}+S_{\triangle ECD}+S_{\triangle ABC}=18$

故应选择 D 选项。



（3）其它类平面几何问题

【例题 1】一个等腰三角形，两边长分别为 5cm，2cm，则周长为多少厘米？

A. 12　　B. 9　　C. 12 或者 9　　D. 无法确定

【例题解析】由三角形的两边之和大于第三边可知，另一条边只能是 5cm，所以周长为 12cm，故应选择 A 选项。

【例题 2】若一个三角形的所有边长都是整数，其周长是偶数，且已知其中的两边长分别 10 和 2000，则满足条件的三角形总个数是（　）

A. 9　　B. 10　　C. 7　　D. 8

【例题解析】根据三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，可设第三边为 x

$x+10>2000, x-10<2000$

得 $1990<x<2010$ 且 x 为偶数，所以共有 9 个

答案为 D

【重点提示】三角形中任意两边之和必须大于第三边，任意两边之差必须小于第三边。

【例题 3】有一种长方形小纸板，长为 29 毫米，宽为 11 毫米。现在用同样大小的这种小纸板拼合成一个正方形，问最少要多少块这样的小纸板（　　）

A. 197 块　　B. 192 块　C. 319 块　　D. 299 块

【例题解析】设最少用 x 个，原来的小长方形面积为 29×11=319

所以大的正方形面积为 319x 开平方，要想 319x 能被开出来，那么 x 最少为 319。故应选择 C 选项。

14. 立体图形

立体图形问题题目往往难度较小，通常是考察考生对球、圆锥体、圆柱体、正方体之类立方体体积公式的应用。

解答立体图形问题。要求考生特别注意以下问题。

1、**立体图形中的比例关系**

以正方体为例，两个不同正方体，边长比为 N 时，其表面积比为 N^2，体积比为 N^3。要求考生能够灵活运用比例方法解题。特别提醒考生，当题目中出现圆锥体和圆柱体时，往往会运用其体积之间的比例关系解题。

2、**最短距离问题**

要使沿某立方体表面移动两点距离最短，须使在其平面展开图中，使两点距离最短。要求考生建立平面图形与立体图形的联系，使平面图形知识成为解决立体图形问题的重要辅助手段。

3、**不规则立体图形的体积、表面积计算问题**

在熟练掌握公式的基础上会运用**割补法、同底法**灵活计算立体图形的体积；熟练运用**分解法、展开法**计算立体图形的表面积。

4、**结合实际的表面积问题**

当题目中出现计算某立体空间表面积的题目时，要求考生分辨此立体空间的“面数”，有无“缺面”问题，避免盲目按经验计算。

【例题 1】把一个长 18 米，宽 6 米，高 4 米的大教室，用厚度为 25 厘米的隔墙分为 3 个活动室（隔墙砌到顶），每间活动室的门窗面积都是 15 平方米，现在用石灰粉刷 3 个活动室的内墙壁和天花板，平均每平方米用石灰 0.2 千克，那么，一共需要石灰多少千克：（　）

A. 68.8　B. 74.2　C. 83.7　D. 59.6

【例题解析】教室的周长原来为 $18\times2+6\times2=36+12=48$，

隔为 3 个活动室后，变为 $48+6\times4-0.25\times4=71$ 米，

则四壁面积为 $71\times4-15\times3=239$ 米 ^{2}

教室屋顶面积为 $18\times6-0.25\times6\times2=105$ 米 ^{2}

共需粉刷 $239+105=344$ 米 ^{2}　　$344\times0.2=68.8$ 克

故应选择 A 选项。

【重点提示】解决空间的表面积问题，要求**考生特别注意分辨立体空间的“缺面”现象**。如此题中的立体空间内表面积只考虑天花板和四壁；再如水池大多无盖，只需计算底面和四壁面积；再如水箱的内表面积问题，则需

六个面面积均计算。

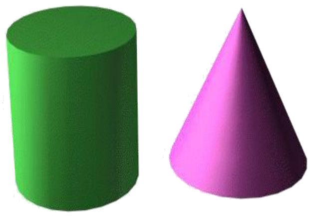
【例题 2】用圆柱形杯子装爆米花,售价为 7 元一杯,每天能卖出 150 杯,后改用底面积相同高度相等的圆锥形杯子装,售价为 3 元一杯,利润提高到原来的 1.5 倍,问改装后每天能卖多少盒.

A. 525　B. 350　C. 375　D. 575

【例题解析】同底同高的圆锥体的体积是圆柱体的$\frac{1}{3}$，则现在售出 3 杯爆米花相当于没换包装前的 1 杯爆米花。

现在 3 杯爆米花售价 9 元，价格增长了 $1\frac{2}{7}$ 倍。而利润提高了 1.5 倍，说明若仍没换包装销量是原来的 $1.5\div1\frac{2}{7}=1\frac{1}{6}$ 倍。

则换包装后每天能卖出 $150\times1\frac{1}{6}\times3=525$ 杯。故应选择 A 选项。



【思路点拨】此题的解题重点在于使用比例的方法，建立起“原包装爆米花”与“换包装后爆米花”间的联系，再使用求利润问题的知识解答本题。同时要牢记同底等高的圆柱体与圆锥体间 3 倍的关系。

【例题 3】有大、中、小三个正方形水池，他们的内边长分别是 6 米、3 米、2 米，把两堆碎石分别沉在大、小水池的水中，两个水池的水面分别提高了 1 厘米和 4.5 厘米。如果将两堆碎石都沉在中水池的水中，中水池的水面将提高多少厘米?

A. 0.75　B. 2　C. 5　D. 6

【例题解析】两堆碎石分别使大水池和小水池水面提升 1 厘米和 4.5 厘米，可以计算出两堆碎石的体积分别为 600×600×1=360000 立方厘米，200×200×4.5=180000 立方厘米。

两堆碎石的总体积为 360000+180000=540000 立方厘米。

将两堆碎石放入中水池，会使中水池面积升高 540000÷（300×300）=6 厘米，故应选择 D 选项。

【重点提示】此题按照常规方法计算，并不困难，只要掌握碎石分别投入不同大、小池子所对应的不同底面积，即可解题。

此外，在向考生推荐一种比例的方法。

由于碎石无论投入哪个池子，碎石本身的体积是不变的，提高的水面高度只和水池本身的底面积有关。底面积越大，上涨高度越小，底面积越小，上涨高度越大。

按照此反比例关系，

投入大池的碎石投到中池会使中池水位高度上涨 $1\times\frac{36}{9}=4$ 厘米；

投入小池的碎石投到中池会使中池水位高度上涨 $4.5\times\frac{4}{9}=2$ 厘米。

4+2=6 厘米，也可计算出结果。

此种比例的方法是立体体积题中最常使用的解法，往往可以简化很多复杂题目的解题步骤，望同学掌握此种方法。

15.分布问题

分布问题旨在考察考生的数学统筹的抽象思维能力，是国内外招聘考试最常选用的题目类型之一。近几年的公考，此题型也有增多的趋势

> 解决分布问题的最核心方法就是构造最不利原则：
>
> 当题目所求中出现最多或最少的字眼，往往需要考生根据题意构造“极限情况”。这里所讲的“极限情况”大多数指“最不利”情况，即**依照“最不利”原则，构建“最不利”情况**。如：从一副完整的扑克牌抽取红桃花色的牌，最多需几次抽到？最不利的情况是，抽若干次后，剩余 13 张牌均是红桃，也就是要抽取 54-13+1=42 张牌，才保证能有红桃。

【例题 1】一个植树小组植树，如果每人栽 6 棵，还剩 14 棵；如果每人栽 7 棵，就缺 4 棵。这个植树小组一共要栽多少棵树？

A.19　　B.59　　C.18　　D.122

【例题解析】根据题干中叙述的两种不同情况构造等式，

设参与植树的有 x 人，可列方程，

6x+14=7x-4 解得 x=18

故共要栽树 6×18+14=122 棵。

故应选择 D 选项。

【思路点拨】除此常规方法外，还可利用**差值法**直接求出参与植树的人数，方法如下。每人载 6 棵和每人载 7 棵，效率上差每人 1 棵，导致植树效果差 18 棵故可列式求出参与植树人数（14＋4）÷（7－6）=18 人。故一共要栽树 6×18＋14=122 棵。

【例题 2】64 名士兵分乘 18 辆装甲车，每辆装甲车至多乘 6 人，最少一人驾驶，问最少有几对装甲车上的士兵人数相同。

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 4

【例题解析】欲使乘坐士兵人数相同的装甲车最少，则需使士兵分布按照最不重复的方式。每辆车最多 6 人，最少 1 人，这样 6 辆车的最不重复分布是 6、5、4、3、2、1，这样可坐 21 人，18 辆坦克，如果分成 3 组，每组 6

辆，而且都是上述分布，则可乘 63 人，且都是每种人数的装甲车有 3 辆。士兵总数是 64 人，比 63 人多出 1 人，这名士兵无论乘上哪一辆装甲车，都会使某种乘坐人数的装甲车加一，成为两对人数相同装甲车。

答案为 B

【例题 3】从一幅完整的扑克牌中，至少抽出（　　）张牌，才能保证至少 6 张牌的花色相同。

A. 21　　B. 22　　C. 23　　D. 24

【例题解析】凡是分布题，大多从最极限分布的角度入手思考。如果每种花色各拿 5 张，且也拿到了大、小王牌，则是 22 张，这时，无论再拿任意哪张牌都会使其中一种花色为 6 张，所以至少拿 23 张才能保证 6 张牌的花色相同。

答案为 C

【思路点拨】依据“最不利”原则，构造最不利情况，巧妙作答即可。

16. 时钟问题

时钟问题是研究钟面上时针和分针关系的问题。一般类型包括时针和分针重合、成一直线或直角问题，实际上相当于时针和分针的追及问题或相遇问题。时钟问题可以细分为**表针问题**和**快慢问题**。

（1）表针问题

常见的表针问题有：求某一时刻时针与分针的夹角角度，计算两针重合、两针垂直、两针成直线时的时刻等类型。表针问题是在公考中经常出现的题目，也是考生需要熟练掌握的题型之一。

作答表针问题时要掌握以下几个常用基础知识：

1. 时针和分针一天有 **22 次重合，有 44 次垂直，有 22 次成一直线**。
2. 注意，有一把解决时针分针重合、垂直、成直线等问题的金钥匙。

分针每 12 小时追上时针十一次，每次追上时针用时 $\frac{12}{11}$ 小时。

【例题 1】每天钟表的分针追上时针每次间隔（　　）分钟？

A. 55.45　B. 60　C. 64　D. 65.45

【例题解析】本题最简便的思路是这样的。分针每 12 小时追上时针共 11 次，由于分钟与时针都是匀速的，这样次间隔时间为 $\frac{12}{11}$ 小时，即约等于 65.45 分钟。

答案为 D

【思路点拨】本题是考察表针问题中的基本关系，分针追及时针的所用时

间。考生若是仔细阅读我们总结 出的注意要点，就可以直接得出答案。

【例题 2】小明晚上八点多开始做作业，此时钟表的分针与时针正好在一条直线上，当分针与时针第一次重合的时候，小明刚好做完作业。请问小明做作业一共用了（　　）分钟？

A. 32. 73　　B. 35. 71　　C.　38　　D. 41. 54

【例题解析】

方法一：设 8 点 x 分，分针与时针在一条直线上，则有 $x+30=5\times8+\frac{x}{12}$（分针每走 12 分钟，时针走一格），解得：$x=\frac{120}{11}$，设 8 点 y 分时第一次重合，$y=5\times8+\frac{y}{12}$，$y=\frac{480}{11}$

$y-x=\frac{360}{11}\approx32.73$ 分

方法二：由上题我们可知，由于时针、分针都是匀速转动，所以每 12 小时重合 11 次，每次需用 $\frac{12}{11}$ 小时，因为匀速从两针成一条直线到相重合，就应该是 $\frac{12}{11}\div2=\frac{6}{11}$ 小时=32. 73 分钟。故应选择 A 选项。

【思路点拨】对待表针问题，考生不要急于直接做题。充分理解题意后，可以像“方法二”一样，快速解答本题。

【例题 3】从 12 时到 13 时，钟的时针与分针可成直角的机会有（　　　）。

A. 1 次　　B. 2 次　　C. 3 次　　D. 4 次

【例题解析】本题实际很简单，从 12 时到 13 时，时针走过 $\frac{360}{12}$ 度，而分针将转一圈走过 360^0，成 90^0 是两次。

答案为 B。

（2）快慢问题

常见的快慢问题有：某表和标准时间存在误差、多表同走、不规则的“怪表”等类型。解答快慢问题只需计算出标准时间一小时中有误差钟表所走时间，然后按照比例关系计算即可。

时钟快慢问题注意以下几点：

一、当题目中出现几个钟表，且几个钟表的误差各不相同时。可利用误差的差值与标准时间的比例关系求解。即若 A 钟每小时快 M 分，B 钟每小时慢 N 分钟，则两钟一小时的误差为 M+N 分钟。

二、当题目创造出一个新的时间规则时，考生应**做好标准时间和“新规则”下时间的对照**，再利用比例关系求解。

有一只怪钟，每昼夜设计成 10 小时，每小时 100 分钟，当这只怪钟显示 5 点时，实际上是中午 12 点，当这只怪钟显示 8 点 50 分时，实际上是什么时间（　）

A. 17 点 50 分　　B. 18 点 10 分　　C. 20 点 04 分　　D. 20 点 24 分

当怪钟从 5 点走到 8 点 50 经过了 3×100+50=350 分钟，又因为怪钟每天为 100×10=1000 分钟，正常钟为 60×24=1440 分钟。设正常钟走过了 X 分钟，则有 350：1000=X：1440，解得 X=504，从 12 点开始经过了 504 分钟，时间为 20 时 24 分。运用比例关系解题是解答此类问题的最佳方法。

【例题 1】有一钟表，每小时慢 4 分钟，早上 8 点时，把表对准了标准时间，当天下午钟表走到 15 点整的时候，标准时间为（　　　）。

A 15 点 15 分　　B 15 点 30 分　　C15 点 35 分　　D 15 点 45 分

【例题解析】每小时慢 4 分，则，表每走 56 分是标准的 60 分钟，表从 8 点走到 12 点，共走了 7 小时，$420 \div 56 \times 60 = 450$ 分钟，$450 \div 60 = 7$小时30分钟，即下午 15 点 30 分。利用比值求解：每小时慢 4 分钟，一小时为 56 分钟。得 56:60=（15-8)：(15-标准用时），标准时间为 15 点 30 分。

故应选择 B 选项。

【例题 2】　一个快钟每小时比标准时间快 1 分钟，一个慢钟每小时比标准时间慢 3 分钟。如将两个钟同时调到标准时间，结果在 24 小时内，快钟显示 10 点整时，慢钟恰好显示 9 点整。则此时的标准时间是：（　　　）

A 9 点 15 分　　B 9 点 30 分　　C 9 点 35 分　　D 9 点 45 分

【例题解析】快钟每小时快一分，慢钟每小时慢 3 分钟，则 1 标准小时快钟比慢钟快 4 分钟。快钟 10 点，慢钟 9 点，快钟比慢钟快 1 小时，则过去了 $60 \div 4 = 15$ 小时，15 小时内，快钟快了 15 分钟，慢钟慢了 45 分钟。

答案为 D

【思路点拨】利用不同钟与标准时间的差求解，可以快速解答多个表的快慢问题。

【例题 3】1898 年 4 月 1 日，星期五，分别把三个钟调整到相同的时间：12 点。 第二天中午发现 A 钟时间完全准确， B 钟正好快了 1 分钟，C 钟正好慢了 1 分钟。 现在假设三个钟都没有被调，它们保持着各自的速度继续走而且

没有停。那么到（　），三只时钟的时针分针会再次都指向 12 点。

A.1900 年 3 月 20 日正午 12 点　　B.1900 年 3 月 21 日正午 12 点

C.1900 年 3 月 22 日正午 12 点　　D.1900 年 3 月 23 日正午 12 点

【例题解析】B 钟 1 天时间快了 1 分钟，C 钟 1 天时间慢了 1 分钟．若他们时针分针都再次指向 12 点。那么，B 钟总共快了 12 小时，同时 C 钟慢了 12 小时。那么需要的时间 60×12=720 天，由此，此题变成为 1898 年 4 月 1 日的 720 天后是几月几日的问题：1898 年 4 月 1 日以前有 31+28+31=90 天．那么 4 月 1 日到年底有 365—90=275 天．1899 年全年有 365 天，而 1900 年是平年，这样 1900 年第(720—275—365)=80 天应该是 3 月 21 日，故选 B。

【思路点拨】该问题与日期问题相结合，分为两部分。通过时钟问题求得需用多少时间；再换算日期，得出答案。

17.日期星期问题

解决日期问题的关键是根据已知条件分析出某一具体日期为星期几，再以此为出发点解决问题。有的题目中往往涉及大月、小月、12 小时制、24 小时制以及、平年、闰年的常识概念，所以要求考生在复习这类题目的时候也要对这些日期常识进行了解。做题时，应该认真审题，耐心分析情况，解答过程中要把各种情况都考虑全面，确保回答正确完整。

本类型题目注意事项：

一、掌握日期与星期数的关系

在日期星期类题目中往往会涉及日期与周数的关系问题。

1.相邻相同“星期数”时，日期的奇偶交替变化

同一月份中，若星期 N 的日期数为奇数，则与之相邻的星期 N 必为偶数；与之对应的，若星期 N 的日期数为偶数，则与之相邻的星期 N 必为奇数。

2.有关 M 天后是星期几问题

（M+今天的星期数）÷7，余数余几，星期数的增长数即为几。

二、掌握年份与周数的关系

日期星期问题中，常常出现周数与闰年、平年的关系问题（有关闰年、平年的基本常识见本节后）。

平年共有 52 周余一天，闰年有 52 周余两天。

若 N 年时，某天的星期数为 A，那么 M 年的同一天星期数为 A+(M-N+X)。（X 为 N 年与 M 年间闰年的个数）

三、掌握日期与周数的关系

一个小月（30 天）由四周零 2 天组成。也就是说星期 N 在一个月中至少出现四次，至多出现五次。**要使星期 N 在一个月中出现五次，须使该月的开头 2 天含星期 N。**

一个大月（31 天）由四周零 3 天组成。也就是说星期 N 在一个月中至少出现四次，至多出现五次。**要使星期 N 在一个月中出现五次，须使该月的开头 3 天含星期 N。**

【例题 1】某个月里有三个星期日的日期为偶数,请推算出这个月的 15 日是星期几?

A. 一　　B. 三　　C. 六　　D. 日

【例题解析】审题可得该月有三个星期日为偶数，通过日期奇偶交替可知，该月有 5 个星期日。5 个周日有 3 个是偶数，则第一个周日只能是 1 日、2 日，或 3 日。因为 5 个周日中有三个偶数，则第一个周日必须是 2 日，则 15 日是周六。

答案为 C

【思路点拨】本题目应用了一个日期奇偶交替的常识，推出了本月有五个周日，进一步推得答案。

【例题 2】如果某一年的 7 月份有 5 个星期四，它们的日期之和为 80，那么

这个月的 3 日是星期几?

A. 一　　B. 三　　C. 五　　D. 日

【例题解析】一个月中有五个周四，则该月第一个周四必为 1 日、2 日或 3 日。五个周四的日期之和为 80，则五个周四的日期中必有 3 个偶数，2 个奇数，则第一个周四必为 2 日，则 3 日是周五。故应选择 C 选项。

【例题 3】某单位实行五天工作制，即星期一至星期五上班，星期六和星期日休息。现已知某月有 31 天，且该单位职工小王在该月休息了 9 天（该月没有其他节日），则这个月的六号可能是下列四天中的哪一天？

A、星期五　　B、星期四　　C、星期三　　D、星期一

【例题解析】因为小王休息了 9 天，所以可以得出一号或三十一号休息，一号为周日或者三十一号为周六。若一号是周日的情况，那么六号是周五，选择 A；若 31 号是六的情况，那么六号是周二，没有选项。故应选择 A 选项。

【思路点拨】审题掌握关键知识点休息 9 天。即，在本月的月初或月末占一休息日。可得答案，本题出现两个情况，考生应全部考虑再在选项中选择有的答案。

18. 年龄问题

年龄问题大多数是有关自然数以及倍数的运算，属于相对较容易的题目。主要考察考生的基本运算能力，仔细列方程解答即可解决。

在解答年龄问题时，要熟练掌握年龄问题的特有规律。

1、N 个人的年龄一定“**同增同减**”。也就是说，当一人年龄发生变化时，其余人年龄也发生同样的变化。

2、无论年份如何变化，N 个人的年龄**差**永远不变。在通常情况下，年龄问题中，一定存在一个恒定值，即年龄差。**抓住年龄差这个不变值，往往就抓住了解答年龄问题的突破口。**

3、要注意**年龄的科学性**。如人寿命的长短，父子、爷孙年龄差值的科学性等。这些条件往往隐含在题目之中，成为解答年龄问题时必不可少的条件使用，同时，年龄的科学性也可以作为验算的重要手段，辅助我们正确解答年龄问题。

4、要注意年龄问题与其他数字特性间的联系，**两人年龄间的倍数关系，随着时间的推移，倍数越来越小**。当 A 的年龄>B 的年龄时，M 年后，A 年龄为 A+M，B 年龄为 B+M，此时必有 $\frac{A+M}{B+M}<\frac{A}{B}$。此种性质实际上是年龄问题与自然数倍数性质的结合，通过此法可以快速判定年龄间倍数关系的变化规律。

【例题 1】今年父亲年龄是儿子年龄的 10 倍，6 年后父亲年龄是儿子年龄的 4 倍，则今年父亲、儿子的年龄分别是（　　）。

A. 60 岁，6 岁　　B. 50 岁，5 岁　　C. 40 岁，4 岁　　D. 30 岁，3 岁

【例题解析】设儿子今年的年龄是 x 岁，根据年龄问题中年龄的“同增同减”性可知 6 年后父亲与儿子年龄增长值都是 6，
可以轻易列出方程
10x+6=4(x+6)
解得 x=3
故应选择 D 选项。

【例题 2】甲、乙、丙三人现在年龄之和为 100 岁。甲 28 岁时，乙是丙的 2 倍，乙 20 岁时，甲是丙的 3 倍。问三人现在的年龄各是多少岁？

A. 30　46　24　　B. 40　38　22　　C. 40　36　24　　D. 42　38　20

【例题解析】设甲乙丙三人年龄分别为 x、y、z

由条件“甲 28 岁时，乙是丙的 2 倍”，可列方程

y-(x-28)=2(z-x+28)

由条件“乙 20 岁时，甲是丙的 3 倍”，可列方程

x-(y-20)=3(z-x+20)

又由于三人年龄和为 100 岁，可列方程

x+y+z=100

联立两方程，可消去未知数 x、z

直接解得 y=36。

故此题应选择 C 选项。

【重点提示】作答此类题目时，应注意年龄的**“同增同减性”**，即 n 人的年龄在 m 年后，必定总共增长 mn 岁，n 人的年龄在 m 年前，必定总共减少 mn 年。

【例题 3】父亲今年 44 岁，儿子今年 16 岁，当父亲的年龄是儿子的年龄的 8 倍时，父子的年龄和是多少岁？

A．36　　B．54　　C．99　　D．162

【例题解析】分析题干中条件“父亲今年 44 岁，儿子今年 16 岁”可知当前父亲年龄是当前儿子年龄的 2.75 倍。

依据自然数的性质 $\frac{A}{B}>\frac{A+M}{B+M}$（A、B、M 均为正自然数，且 $\frac{A}{B}$>1）

$\frac{A}{B}<\frac{A-M}{B-M}$（A、B、M 均为正自然数，A-M>0，B-M>0，且 $\frac{A}{B}$>1）

可知要使“父亲的年龄是儿子的年龄的 8 倍”，须使两人的年龄共同减小。即两人此时

的年龄和定小于当前年龄和 44+16=60，因此可首先排除 C、D 选项。

又知两人父子两人年龄差为 44-16=28

设儿子年龄 x 岁时父亲的年龄是儿子的年龄的 8 倍，可列方程

8x-x=28，解得 x=4。此时两人年龄和为 4×9=36。

故应选择 A 选项。

此题也可利用上述步骤，使用排除、代入相结合的方法，快速作答。

【重点提示】解答年龄题时，一定要把握**“两人年龄差为定值”**这一重要特点，以帮助考生快速解答年龄问题。同时，还应注意联系其他数学知识（如此题用到的自然数性质），结合代入法、排除法快解年龄问题。

19. 平均数问题

平均数

平均数是我们日常生活、工作总最常用到的一个数学概念之一，因此平均数问题往往结合实际的情况较多。

解答平均数问题，要掌握平均数的以下特性

1. 平均数的基本公式是：**平均数=总数÷个数**
2. 将一些数字分成N组，若N组数字的平均数均相等为M，则所有数字的平均数也为M。
3. 若有N个数字，将其中任意的N-1个数字的平均数与剩余的一个数相加构成的由N个新数组成的数列中，新数列的数字和为原数列数字和的二倍。
4. 在解答圆桌问题时，选定一个对象作为基准点有助于理清思路，由于圆桌问题中，每个人都有两个“邻居”，并且每个人都是其他两个人的“邻居”，因此在**绕圆桌报平均数时，每个人的数字都被计算了两遍**。

【例题 1】有十名学生参加某次数学竞赛，已知前八名的平均成绩是 90 分，第九名比第十名多 2 分，所有学生的平均成绩是 87 分。问第九名学生的数学成绩是几分?

A. 70　B. 72　C. 74　D. 76

【例题解析】十名学生的平均分是 87，则十人总分是 870 分，前 8 名的平均分是 90，则前 8 人总分是 720 分，后两人的总分是 870-720=150 分，第九名比第十名多 2 分，则第九名分数是 76 分，故应选择 D 选项。

【重点提示】所有人的平均成绩乘以 10 减去前八名的平均成绩乘以 8 即为后两名的成绩和

【例题 2】车间共 40 人，某次技术操作考核的平均成绩为 80 分，其中男工平均成绩是 83 分，女工平均成绩为 78 分，该车间有女工多少人？

A.16 人　B.18 人　C.20 人　D.24 人

【例题解析】设女工为 x 人

那么可以根据题意列方程为：83×（40-x）+78x=40×80

得：x=24。故应选择 D 选项。

【例题 3】小明前三次数学测验的平均分数是 88 分，要想平均分数达到 90 分以上，他第四次测验至少要达到(　　　)。

A. 98 分　B. 96 分　C. 94 分　D. 92 分

【例题解析】前三次的总分为 88×3=264，那么四次平均成绩要想达到 90 以上，

那么四次的总分就要达到 360 分以上，所以第四次成绩至少要达到 96。故应选择 B 选项。

【思路点拨】小明前三次考试均比 90 分差 2 分，要想使四次考试平

均成绩高于 90，则最后一次考试必须比 90 分高 2×3=6 分，故第四次测验至少要达到 96 分。

20.数位问题

所谓数位问题是指以数字为主要研究内容的题目，主要包括以下几类：书本的页码问题、自然数的运算规律以及自然数的相关排列问题。

解答数位问题时我们要注意以下几点：

一、数字的表示方法

任何一个数字，我们都可以用……A×0.1+B×1+C×10+D×100……的形式来表示。

二、注意数位问题中的特殊数字与特殊构造方式

当数位问题中出现数字“0”时，考生一定要提高警惕，因为数字 0 是不能作为首位构成数字的。同时，在构成年份、日期、星期等有特定要求的数字时，还要考虑所选数字是否能满足这些特殊构造方式的构造习惯。

三、页码问题的特点

一页书有两个页码，并且两个页码一定为连续一奇一偶。

此外，页码问题还常常要使用等差数列的前 n 项和公式辅助计算，希望考生牢记公式。等差数列前 n 项和公式：$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=a_1n+\frac{n(n-1)d}{2}$

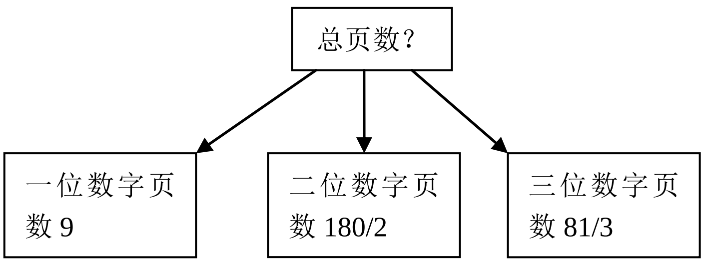
四、利用代入验证法巧算

数位问题的运算量较大，很多题目我们可以结合答案，利用代入验证法来解答，可以为考生节省很多宝贵的答题时间。

【例题 1】编一本书的书页，用了 270 个数字（重复的也算，如 115 页用了 2 个 1 和 1 个 5 共 3 个数字），问这本书一共有多少页？

A. 117　　B. 126　　C. 127　　D. 189

【例题解析】从第一页到第九页，用了 9 个数字，第 10 页到第 99 页，用了两个数字的共有 90 页，因此三位数字码占了 270-90×2-9=81 个数字，即三位数的页码应该有 81/3=27 页即 100~126 页。如下图，故应选择 B 选项。



【思路点拨】做这道题目，一定要清楚每个数字所占的位数，这些清楚之后计算也就会像是上图所列的一样，只是简单的加减问题！

【例题 2】 王先生在编一本书,其页数需要用 6869 个数字,问这本书具体有多少页？（ ）

A、1999 B、9999 C、1994 D、1995

【例题解析】由上题可知，前 999 页共用 2889 个数字，6869-2889=3980，3980÷4=995，995+999=1994 页。故应选择 C 选项。

【思路点拨】本题和例 1 是同一类型的题，只要考生抓住这个特点：一位数占用一个数字，共有“1-9”9 个数字；两位数占用两个数字，共有“10-99”90 个数字；三位数占用三个数字，共有“100-999”900 个数字……依此类推，那么就很容易解出此类题目。

【例题 3】所有的两位数相乘。问它们相乘的积从个位算起一共连续出现多少个 0？（ ）

A、9 B、10 C、18 D、21

【例题解析】大家知道乘数的末位每有一个 0，积的末位就会对应一个 0。另外，由于乘数中偶数足够多，所以乘数末位每有一个 5，积的末位也会相应多一个 0，所有的两位数中，末位是 0 的数有 9 个，末位是 5 的有 9 个，这样是 18 个，另外，25、50、75 这三个特殊的数会使积的末位各多出两个 0，因为其中一个已记入了，所以 18+3=21

答案为 D。

数学运算题型详讲（下）

21.排列组合问题

加法原理和乘法原理是数学概率方面的最基本原理，运用基本方法解决问题是解决公考中一切问题的最重要、最常用手段。在这里，我们提倡考生在解决排列组合问题时，用最简单、最好理解的加法原理和乘法原理解题，以达到快捷、正确解题的目的。

解答排列组合题目时，要求考生注意以下几点：

1、关于**加法原理**的运用：

加法原理的运用：一项任务，完成它有 N 类办法，在第一类办法中有 M1 种不同的方法，在第二类办法中有 M2 种不同的方法，……，在第 N 类办法中有 MN 种不同的方法，那么完成这件事情共有 M1+M2+……+MN 种不同的方法。

2、关于乘法原理的运用：

乘法原理的运用：一项任务，完成它需要分成 N 个步骤，做第一步有 M1 种不同的方法，做第二步有 M2 不同的方法，……，做第 N 步有 MN 不同的方法. 那么完成这件事共有 M1 •M2 •M3…Mn 种不同的方法。

3、注意排列组合问题中的**“捆绑”与“插空”**

当题目中出现“相邻”、“连续”等字眼时，我们要注意使用捆绑法，将这些“相邻”、“连续”的元素捆绑起来，看做一个整体（要考虑被捆绑元素之间有无位置变化关系），再与其他元素一起进行排列组合。

如，A、B、C、D、E 五个人排成一排，其中 A、B 两人必须站在一起，共有（ ）种排法？

A. 120　　B. 72　　C. 48　　D. 24

此题为基本的捆绑问题，先将 A、B 二人捆绑在一起，有 A 左 B 右，A 右 B 左两种捆绑方法。就可以把此题看做四个人无附加条件的排列组合问题。共有（4×3×2×1）×2=48 种排法。解决捆绑问题时，要注意计算捆绑方法。

当题目中出现“不相邻”、“不连续”等字眼时，我们要注意使用插空法，先将其他元素排好，再将“不相邻”、“不连续”元素排到以排好元素的空当中。

如，A、B、C、D、E 五个人排成一排，其中 A、B 两人不站在一起，共有（ ）种排法？

A. 120　　B. 72　　C. 48　　D. 24

要使 A、B 两人不站在一起，需先将 C、D、E 三人进行排列，有 3×2×1=6 种排法。C、D、E 三人排队后产生 4 个空位，将 A、B 两人排到 4 个空位中，有 4×3=12 种排法。共有 6×12=72 种排法。解决插空问题，一般步骤是“先找空，再插入”。

4、用**“剔除法”**解决排列组合问题

当题目中出现元素较多时，从正面解决排列组合问题就相对复杂、繁琐。此时，我们可以运用“剔除法”，先将全部排列组合方式列出，再剔除重复的、不合要求的方法，从逆向角度，快捷、准确的解决排列组合问题。

还看这道例题，A、B、C、D、E 五个人排成一排，其中 A、B 两人不站在一起，共有（ ）种排法？用剔除法解决此题，也比较方便。

如果 5 个人没有任何限定条件共有 5×4×3×2×1=120 种排法，A、B 两人相邻的排法有 48 种（见捆绑法例题），则两人不相邻的排法有 120-48=72 种。

【例题 1】 自然数 12321，90009，41014 ……有一个共同特征：它们倒过来写还是原
来的数，那么具有这种“特征”的五位偶数有（ ）个。

A. 400 B. 500 C. 900 D. 40000

【例题解析】

本题就是一道典型乘法原理题目

由于所求是偶数，同时，第一位也不能是 0，

所以个位只有四种可能 2、4、6、8

十位有十种可能 1、2、3……9、0

百位有十种可能 1、2、3……9、0

所以一共有 4×10×10=400 种可能

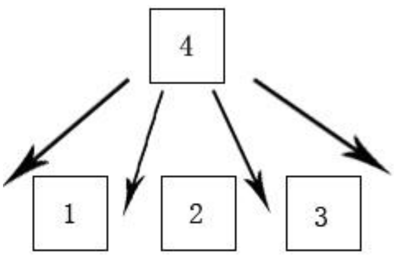
故应选择 A 选项。

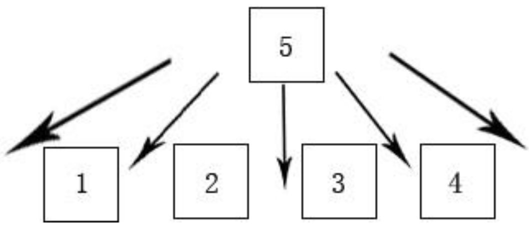
【重点提示】任何数字的首位均不能为“0”。

【例题 2】一张节目表上有 3 个节目，如果保持这三个节目的相对顺序不变，再添加进去两个新节目，有多少种安排方法？

A. 20 B. 12 C. 6 D. 4

【例题解析】第一个新节目加入有 4 种选择。第一个新节目安排进去之后，为四个节目。那么第五个节目添加进去的时候有 5 种选择，所以添加方法总共有 4x5=20 种，故应选择 A 选项。





【例题 3】有十张币值分别为 1 分、2 分、5 分、1 角、2 角、5 角、1 元、2 元、5 元、10 元的人民币，能组成多少种不同的币值？

A、1021 B1022 C 1023 D 1024

【例题解析】分币一共 3 种，可有 8 种取法 1、2、5、1+2、1+5、2+5、全取和全不取
同理角币也是 8 种取法，元币有 16 种取法。这样共有 8×8×16-1=1023 种取法，减一种是因为不能都不取，0 不算一种币值。故应选择 C 选项。

【思路点拨】将十个币种按“元、角、分”分类考虑，结合乘法原理的应用，可以有效简化答题步骤。

22.概率问题

本类问题应该注意的事项：

概率问题类似于排列组合问题，只要在答题过程中找准所要求条件的概率，正确根据题目要求对所分析得到的事件概率累加或者相乘即可。

1、**对立法求概率问题：**一般运用所求次数除以总次数的方法求概率；但是运算比较复杂的问题时，也可以考虑运用对立面事件来求，用 1 减去对立面事件概率即为所求概率。

2、**单独概率与“之前如何无关”：**要看清楚题中所给的条件，分清求连续概率还是求单独概率。如一个人投篮命中率为 90%，当他连续投篮九次都没命中之后，在这一事件过程中，他第十次投篮的命中率是多少？注意，这人第十次投篮的命中率还是 90%。

3、**抽奖问题：**在不知道前一个人是否中奖的情况下，不论抽奖券的顺序先后，中奖的机会都是一样的。

4、**有放回的抽取问题：**在有放回的抽取中，前一次的抽取不影响后一次抽取的概率，即每次抽取的概率是相同的；在无放回抽取中，前一次的抽取会影响到后一次抽取的概率。

【例题 1】现有甲乙两个水平相当的技术工人需进行三次技术比赛,规定三局两胜者为胜方。如果在第一次比赛中甲获胜,这时乙最终取胜的可能性有多大?

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{6}$

【例题解析】由于甲、乙两人技术相当，所以每次比赛乙获胜的可能性都是 $\frac{1}{2}$，甲已经胜了一场，乙只有在剩下的两场中全部获胜，才能赢得比赛 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

答案为 C

【例题 2】有一个摆地摊的摊主，他拿出 3 个白球，3 个黑球，放在一个袋子里，让人们摸球中奖。只需 2 元就可以从袋子里摸 3 个球，如果摸到的 3 个球都是白球，可得 10 元回扣，那么如果一天有 300 人摸奖，摊主能骗走多少元?

A. 350 B. 400 C. 420 D.450

【例题解析】第一次摸到白球的可能性是 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

第二次摸到白球的可能性是 $\frac{2}{5}$

第三次摸到白球的可能性是 $\frac{1}{4}$

连续三次摸到白球的可能性是 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$

也就是说平均每收 20 次 2 元，可能给出 10 元

摊主能骗走 300×2× $\frac{(20\times2-10)}{20\times2}$ =450 元。

故应选择 D 选项。

【例题 3】有三张密封的奖券，其中一张有奖，共有三个人按顺序且每人只能抓走一张，问谁抓到奖的机会最大？

A.第一个人 B.第二个人 C.第三个人 D.一样大

【例题解析】因为三张中只有一张是有奖的，那么第一个人抽到奖的概率为 $\frac{1}{3}$，

第二个人抽到的概率为（1-$\frac{1}{3}$）×$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

第三个人抽到的概率为 $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

所以三个人抽到奖的概率都是 $\frac{1}{3}$

故应选择 D 选项。

【重点提示】任何抽奖券的活动，在不知道前一个人是否中奖的情况下，不论抽的先后，中奖的机会都是一样的。

23.集合问题

集合问题是公考数学运算部分最常考察的一类问题，要求考生理解的掌握解答集合问题的公式，熟练掌握图解法这一形象直观的解题方法，学会灵活解题。

解答集合问题，需要掌握的技巧：

1.理解的掌握集合问题的基本公式：

当题目中出现两个集合时：

$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$

当题目中出现三个集合时：

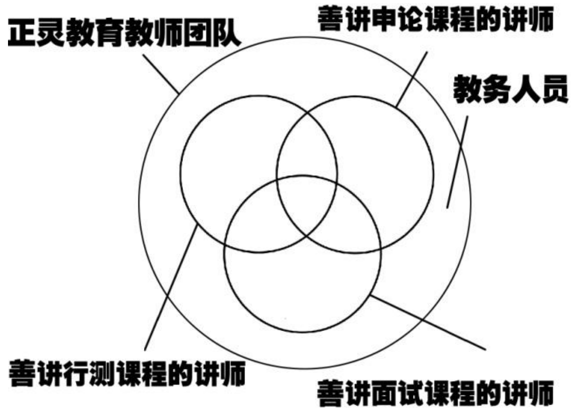
$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|B\cap C|-|C\cap A|+|A\cap B\cap C|$

无论是几个集合，集合公式表达的含义都是先将几个集合相加，再将重复计算的部分刨除。

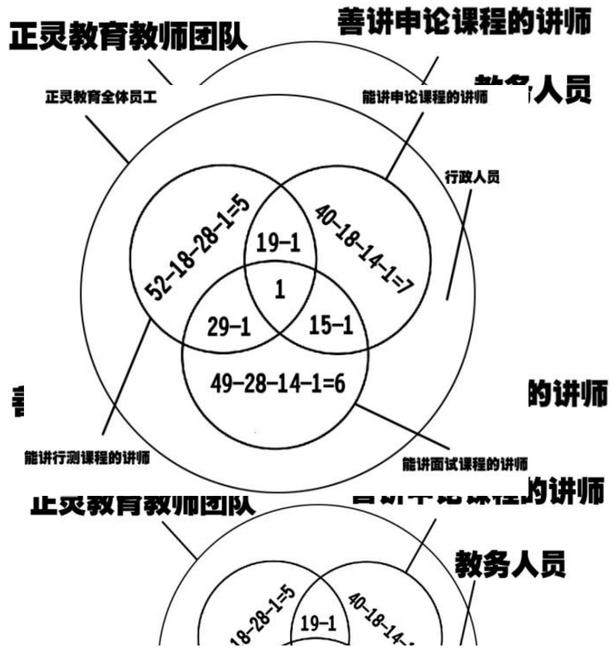
2.掌握利用**韦恩图**解题的技巧，所谓韦恩图就是用一条封闭曲线（内部区域）直观地表示集合及其关系的图解方法。画韦恩图解题的总的方法概述就是“从内至外，边减边标”。例如：正灵教育教师团队共有教务人员和任课讲师共 97 人，任课讲师中善讲行测课程的讲师有 52 人，善讲申论课程的讲师有 40 人，善讲面试课程的讲师有 49 人。其中既善讲行测课程又善讲申论课程的有 19 人，既善讲行测课程又善讲面试课程的有 29 人，既善讲申论课程又善讲面试课程的有 15 人，三门课程都善讲的有 1 人。求正灵教育教师团队中的教务人员有多少？

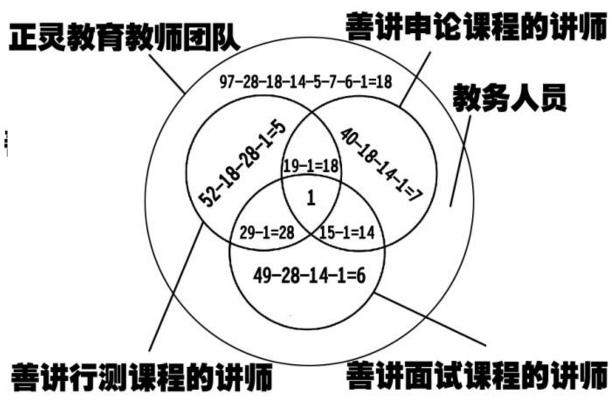
此题为典型的集合问题，利用画韦恩图的方法，可以直观形象的解题。

首先，依照题目描述画圆，外大圆表示正灵教育教师团队的总人数，内部互相相交的三个小圆分别表示行测、申论和面试三门课程，大圆与三小圆间的空白部分，表示教师团队中除讲师外的教务人员，即为所求。



三个小圆的不相交部分，表示的是只善讲一门课的讲师人数，将相应的数字填入空白部分。需要注意的是，例如在填只善讲行测的讲师人数时，要用善讲行测的讲师总人数减去既善讲行测又善讲申论，既善讲行测又善讲面试，以及三门课程都善讲的讲师人数。要保证每位讲师在韦恩图中都出现且只出现 1 次。



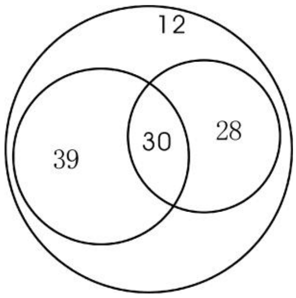


此时，三个小圆中各封闭面上已都填满了数字，小圆上各部分的数字和即为教师团队中讲师人数的总和。

再用正灵教育教师团队总人数减去讲师总人数，即得到教务人员的人数。

【例题 1】在棋艺协会中，有 69 人会象棋，58 人会军棋，有 12 人两样都不会，有 30 人两样都会。问这个协会共有多少人？

A. 109　　B. 139　　C. 149　　D. 150



【例题解析】本题是一个典型的集合问题，30 人两种项目都会，则只会象棋、军棋的人分别是 $69-30=39$、$58-30=28$，只会象棋的，只会军棋的，两者都会，两者都不会的，四类相加即为总数 $39+28+30+12=109$，故应选择 A 选项。

【重点提示】此题若使用图解法，应先标注两个项目都会的 30 人，再标注只会象棋的 39 人和只会军旗的 28 人。

【例题 2】现有 50 名学生都做物理、化学实验，如果物理实验做正确的有 40 人，化学实验做正确的有 31 人，两种实验都做错的有 4 人，则两种实验都做对的有（　　）。

A. 27 人　　B. 25 人　　C. 19 人　　D. 10 人

【例题解析】本题如上题一样，50 名学生可以看作一个集合，她有两个相交的子集，也可以将 50 名学生看作由 4 个不相交的子集组成，即只做对物理的，只做对化学的，都对的和都做错的，设都做对的人数为 x，可列方程 $50=(40-x)+(31-x)+x+4$，解得 $x=25$，故应选择 B 选项。

【例题 3】共有 20 个玩具交给小王手工制作完成，规定，制作的玩具每合格一个得 5 元，不合格一个扣 2 元，未完成的不得不扣，最后小王共收到 56 元，那么它制作的玩具中，不合格的共有（　　）个

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 7

【例题解析】本题貌似条件不足，但这种所谓“条件不足”的题型是包括考试在内的各种招聘中最常出现的。这样的考题，往往很明显的存在“间接条件”，比如此题，设合格的为 x，不合格的为 y，则有 $5x-2y=56$，同时我们更应注意到还有几条很重要的条件就是 $x+y\leqslant 20$，$5x\geqslant 56$，且 x、y 都为正整数。又由于 2y 必为偶数，要使 $5x-2y=56$，需使 x 也为偶数。这样我们就会发现，x 最小可取 12，当 $x=12$ 时，$y=2$，当 $x=14$ 时 $y=7$，不符合条件。故只有 $x=12$、$y=2$ 符合题意。故应选择 A 选项。

24.比赛规则问题

比赛问题属常识型数学运算题，只要考生掌握了常出现的比赛规则模式，即可按规律轻松解题。

比赛规则

1. 比赛问题中的基本规律

（1）一项赛事中，若产生一个胜者，则必然有一个与之对应的负者，**胜者和负者的数量是永远相等的**。

（2）比赛中，每一个平局都会产生两个打平者，故**对于所有参赛者而言，平局的数量一定为偶数**。

（3）一项赛事中，若有一个参赛者保持全胜，则不可能有另一个参赛者保持不败。

2. 循环赛

单循环赛中，每两个参赛者之间都要进行一场比赛，当有 N 个参赛者参赛时，每个参赛者都要进行（N-1）场比赛，整项赛事共要进行 $\frac{N(N-1)}{2}$ 场比赛。

双循环赛中每两个参赛者都要进行两场比赛，当 N 个参赛者参赛时，每个参赛者都要进行 2（N-1）场比赛，整项赛事共要进行 N（N-1）场比赛。

3. 淘汰赛

淘汰赛中，当 N 个队参赛时，若只决出冠亚军，需进行 N-1 场比赛；若还需决出三四名，则共需进行 N 场比赛。

4. 比赛中的得分问题

在很多比赛规则中都规定每场比赛的胜者得 2 分，平局两参赛者各得 1 分，负者得不得分。在此种规则下，整项赛事的总分数一定为比赛总场数×2。

【例题 1】某足球赛决赛，共有 24 个队参加，它们先分成六个小组进行循环赛，决出 16 强，这 16 个队按照确定的程序进行淘汰赛，最后决出冠、亚军和第三、四名。总共需要安排______场比赛。

A. 48　　B. 51　　C. 52　　D. 54

【例题解析】24 个人分为 6 组，则每组 4 队，单循环每组需 6 场，6 组则需 6×6=36 场，16 个球队进行淘汰赛，第一轮 8 场，第二轮 8 个球队进行 4 场比赛，决出 4 强，到此共进行了 36+8+4=48 场比赛，4 强赛进行半决赛 2 场，然后负者争 3、4 名一场，胜者

决赛场，共又进行 4 场， 48+4=52 场
答案为 C。

【重点提示】24 个球队分为 6 组，每组 4 个球队，循环赛共需进行 6×（4×3÷2）=36 场比赛（N 队参加的循环赛中比赛场次=$\frac{N(N-1)}{2}$）。16 个球队进行淘汰赛，还要决出三、四名，则需进行 16 场比赛（N 队参加决出三、四名的淘汰赛的比赛场次=N)。整项赛事共进行 16+36=52 场比赛。

【例题 2】100 名男女运动员参加乒乓球单打淘汰赛,要产生男、女冠军各一名，则要安排单打赛(　　　) 。

A.90 场　　B.95 场　　C.98 场　　D.99 场

【例题解析】此题可运用“假设数值法”。由于答案是唯一的，所以我们假设某个数值（取值范围内）所得的结论，就应该是正确答案。

假设男运动员有 64 人，则女运动员有 36 人

男子组共需进行 32+16+8+4+2+1=63 场

女子组 36 人，第一轮只需赛 36-32=4 场，其它人直接进入第二轮

则女子组共需赛 4+16+8+4+2+1=35 场

男、女运动员共需进行 63+35=98 场比赛。故应选择 C 选项。

【思路点拨】对于此题，可暂不考虑男女运动员的分布情况。设男运动员数为 M 人，女运动员数为 N 人，男子比赛决出冠军需 M-1 场比赛，女子比赛决出冠军需 N-1 场比赛，则共需安排 M+N-2 场比赛，既 100-2=98 场比赛。

【例题 3】 一次象棋比赛共有 10 名选手参加，他们分别来自甲、乙、丙三个队，每个人都与其他 9 人各赛 1 盘，每盘的胜者得 1 分，负者得 0 分，平局各得 0.5 分,结果甲队选手平均得 4.5 分,乙队选手平均得 3.6 分,丙队选手平均得 9 分,那么甲乙丙三个队参加比赛的选手的人数依次是?

A. 4.3.3　　B. 5.3.2　　C. 4.5.1　　D. 5.4.1

【例题解析】因为每个人一共赛 9 场，最多得 9 分，且只能有 1 人全胜得 9 分，所以丙队只能有一个选手，且这个选手全胜。
乙队平均得分 3.6，乙队的人数是大于等于 1 小于等于 7 的整数，而乙队的总分又必须是 0.5 的倍数，所以只有当乙队有 5 人时才有 3.6×5=18 分
这样甲队就有 10-1-5=4 人，故应选择 C 选项。

25.几何最值问题

几何最值问题主要考察考生对几何常识的了解程度，研究在满足一定前提条件的情况下对所给几何图形如何变形的问题。

解答“几何最值”类题目时，应掌握以下解题技巧：

1.在平面图形中，当周长一定时，越接近于圆的图形，面积越大；（平面图形中边数越多的图形，越接近于圆）边数越少，面积越小。

2.在平面图形中，当面积一定时，越接近于圆的图形，周长越小；边数越少，周长越大。

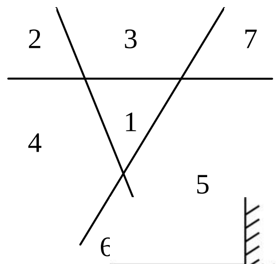
3.要使 N 条直线将一平面分成的部分数最多，须使每条直线都与另外的 N-1 条直线相交，且所有交点不重合。

直线数				4	5	… …
最多面数				11	16	… …

通过观察可发现，直线数与所形成面数有递推和关系。

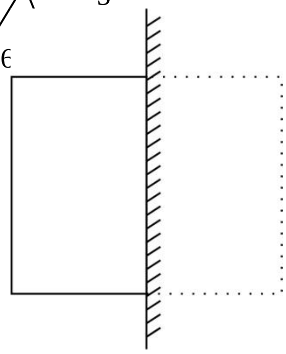
【例题 13 条直线最多能将平面分成几部分?(　　)。

A．4 部分　　B．6 部分　　C．7 部分　　D．8 部分



【例题解析】三条直线两两相交，但不交与一点时可以分为最多的 7 部分。正确答案为 C。

【重点提示】要使 N 条直线将一平面分成的部分数最多，须使每条直线都与另外的 N-1 条直线相交，且所有交点不重合。



【例题 2】一条 12 米的铁丝（可折）与一面 7 米的墙最大能组成多大面积的四边形？（　　　）

A．10　　　B．16　　　C．18　　　D．24

【例题解析】这道题目可以是这样的一个思路，墙是固定不能动的，为了考虑方便，我们以墙为对称轴，做该图形的对称四边形，这样就使四边都不是固定的了。欲使围成的四边形是面积最大的，则这个四边形加上它的对称图形形成的四边形也应该最大，显然，当这个图形是正四边形时最大。也就是说，当铁丝围成半个正方形，面积最大为$3\times6=18$。

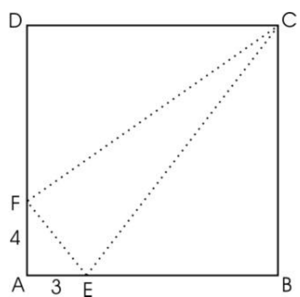
答案为 C

【思路点拨】在周长一定的矩形中，正方形的面积最大。

【例题 3】如右图，正方形 ABCD 的边长为 8 厘米， E，F 是边上的两点，且 AE=3 厘米，AF=4 厘米，在正方形的边界上再选一点 P，使得三角形 EFP 的面积尽可能大，这个面积的最大值是（　　　）平方厘米？

A．16　　　B．18　　　C．22　　　D．24

【例题解析】这是一道典型的“等底法”求三角形面积



最值的题目。FE 是三角形 FEP 的底边且长度不变，则 P 点到 FE 距离越大，Δ FEP 的高就越大，当 P 与 C 重合时，显然最大。至于求 Δ FEP 的面积可以用：

□ABCD-△FAE-△CDF-△CEB=64-6-16-20=22 ㎝ ^{2}，故应选择 C 选项。

26.统筹与最值问题

解决此类题目的关键是首先要根据已知条件计算出题目中所给不同限制条件的特点，然后根据题目要求进行合理统筹安排。

解决统筹与最值问题的主要注意事项：

1.灵活运用“木桶效应”。由于一项工作的最终成果往往是由最弱的环节决定的，也就是所谓的最“短板”。因此在解题前不妨先做比较，找出整项工程的最弱环节，在“短板”的约束下统筹题目中的问题，才能找到最合理的解题途径。

2.解答统筹与最值问题的关键在于统筹，欲得到最佳效果，关键在于抓住“最大化”这一解题的钥匙。例如 n 个数的和是 m，欲使 n 个数中最小的数尽量大，那么在数字总和不变时，其他数就要尽量小。再例如，甲一小时能组装课桌 10 张或 15 把椅子，乙每小时能组装 5 张课桌或 20 把椅子。这种情况下怎样才能使甲、乙二人在 100 小时之内生产的课桌椅套数最多？

要使甲、乙二人在 100 小时内生产的课桌椅套数最多，需使甲、乙二人尽量发挥自己的优势，即使甲尽量生产课桌，乙尽量生产椅子。但若让甲只生产课桌，乙只生产椅子，最终生产出的椅子数要远远大于桌子数，故应使乙抽出一定时间也生产课桌。甲 100 小时能生产 10×100=1000 张桌子，乙生产 1000 把椅子需要 1000÷20=50 小时，乙剩余的 50 小时时间内只要生产的课桌和椅子数相同，就能使他俩生产的课桌椅总套数最大，因为乙生产课桌与生产椅子的效率比为 1：4，所以生产课桌与生产椅子的所用时间比应为 4:1，即乙剩余的 50 小时内，用 40 小时生产 5×40=200 张桌子，用 10 小时生产 20×10=200 把椅子。故甲乙二人能生产的课桌椅的最大套数为 1000+200=1200 套。

【例题 1】某零件加工厂按照工人完成的合格零件和不合格零件数支付工资，工人每做出一个合格零件能得到工资 10 元，每做出一个不合格的零件将被扣除 5 元，已知某人一天共做了 12 个零件，得到工资 90 元，那么他在这一天做了多少个不合格的零件？

A.2　　B.3　　C.4　　D.6

【例题解析】从整体上考虑本题，假设该工人所做 12 个零件均为合格产品，应得工资 120 元。因为实得 90 元，所以工资差 120-90=30 应为做出不合格零件所损失的钱数（5+10=15），所以不合格零件数为 30÷15=2 个，故应选择 A 选项。

【思路点拨】本题考查的是在做出合格零件得 10 元，不合格零件扣 5 元的情况下，综合情况考虑。若不用整体思考方法，也可使用列方程解答。

【例题 2】人工生产某种装饰用珠链，每条珠链需要珠子 25 颗，丝线 3 条，搭扣 1 对，以及 10 分钟的单个人工劳动。现有珠子 4880 颗，丝线 586 条，搭扣 200 对，4 个工人，则 8 小时最多可以生产珠链（　　）。

A. 200 条　　B. 195 条　　C. 193 条　　D. 192 条

【例题解析】这是一道典型的“木桶效应”问题，产量的多少是由最弱的环节决定的。

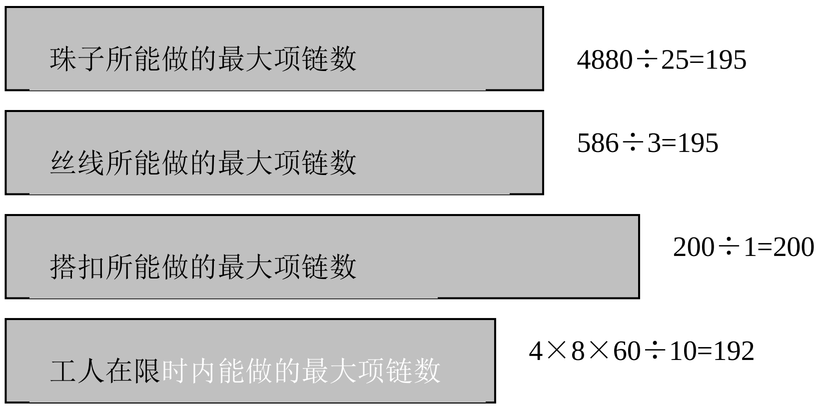
珠链：4880÷25=195（取整）　　搭扣：200

丝线：586÷3=195（取整）　　人工：8×60×4÷10=192

人工是“最短的木板”，最多少生产 192 条

答案为 D

【思路点拨】这是一道典型的最值问题，在多种条件找出能够做到的最大值，就需要找出哪一项条件是最缺乏的，第一个消耗光。



【例题 3】有面值为 8 分、1 角和 2 角的三种纪念邮票若干张，总价值为 1 元 2 角 2 分，则邮票至少有：

A. 7 张　　B. 8 张　　C. 9 张　　D. 10 张

【例题解析】欲使邮票尽量地少，就应尽可能多的用大额邮票，尽量少地用小额邮票，总值为 1.22 元末位值是 2 分，则 8 分邮票至少用 4 张。

4×0.08=0.32，1.22-0.32=0.90，这样再用 4 张 2 角，1 张 1 角的即可，共计 9 张。故应选择 C 选项。

27.此消彼长问题

此消彼长题目又被称为牛吃草问题、消长问题或牛顿牧场问题，是 17 世纪英国伟大的科学家牛顿在他的《普遍算术》提出来的。

这类问题看上去有时候比较迷惑人，一个动态的系统很难把握，我们教给大家一个方法，会使这类题目变成“白开水”问题。通过我们在教学过程中总结出来的一种思路，使大家能够直观的认清该类问题的本质。这类题型的难点就是在于题目中存在着一个变量，很多考生在解答时感觉无所适从，不知如何下手。这时只要利用我们总结出来解答这类题目很简便的思想，即**单位“1”思想**，就能快速的理解并解答题目。**单位“1”思**

想就是把整体思考成一个“1”来解决本类题目，这样就可以对这个变量进行求解，从而解出各部分结果。简单地说就是：此类题目是根据已知条件找出变量随时间变化的规律。然后列方程得出正确结果。“单位 1”思想是我们解决很多数学问题的核心思想。

单位“1”思想是解决“此消彼长”问题的金钥匙，也是很多数学运算题的核心思路！

单位“1”思想本质上是把整体看作 “1”，是函数一一对应思想在应用题中的有力渗透。他不仅是解决此消彼长问题的关键思路，还可以用在很多问题上，例如，工程问题，行程问题。这是我们正灵名师团队在多年教学过程中，针对公考题目特点总结出来的快速解题思想。

此消彼长问题的典型代表是牛吃草问题，往往也被指代整个此消彼长问题。

典型牛吃草问题的条件是：**假设草的生长速度固定不变，不同头数的牛吃光同一片草地所需的天数各不相同，求若干头牛吃这片草地可以吃多少天。由于吃的天数不同，草又是天天在生长的，所以草的存量随牛吃的天数不断地变化。**

使用**单位“1”**思想可以引出：

假设定一头牛一天吃草量为“1”

1）草的生长速度＝（对应的牛头数×吃的较多天数－相应的牛头数×吃的较少天数）÷（吃的较多天数－吃的较少天数）；

2）原有草量＝牛头数×吃的天数－草的生长速度×吃的天数；`

3）吃的天数＝原有草量÷（牛头数－草的生长速度）；

4）牛头数＝原有草量÷吃的天数＋草的生长速度。

这四个等式涵盖了牛吃草问题的主要条件，也是在使用单位“1”思想，可以很轻松的得到。

由于牛在吃草的过程中，草是不断生长的，所以解决消长问题的重点是要想办法从变化中找到**不变量**。牧场上**原有的草**是不变的，为我们要找的**单位“1”**。新长的草虽然在变化，但由于是匀速生长，所以每天新长出的草量应该是不变的。正是由于这个不变量，才能够导出上面的四个等式。

牛吃草问题经常给出不同头数的牛吃同一片草，这块地既有原有的草，又有每天新长出的草。由于吃草的牛头数不同，求若干头牛吃的这片地的草可以吃多少天。

问题关键是弄清楚已知条件，进行对比分析，从而求出每日新长草的数量，再求出草地里原有草的数量，进而解答题中所求的问题。

解决此消彼长问题经常用到的方法是：

1.(牛的头数×吃草较多的天数-牛头数×吃草较少的天数)÷（吃的较多的天数-吃的较少的天数)=草地每天新长草的量。

2.牛的头数×吃草天数-每天新长量×吃草天数=草地原有的草量。

单独抽象的研究此消彼长问题是不容易掌握的，接下来，我们结合例题详细分析下这个问题。

【例题 1】一块牧场长满草，每天牧草都均匀生长。这片牧场可供 10 头牛吃 20 天，可供 15 头牛吃 10 天。问： 这块牧场可供 25 头牛吃多少天（　　）

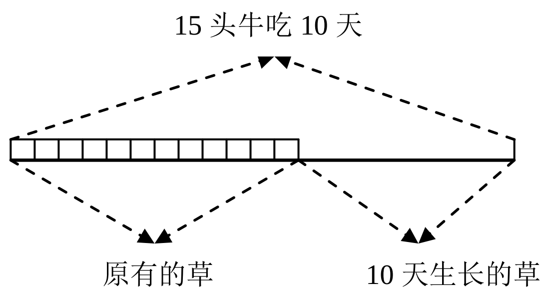
A．4　　　　B． 5　　　C．6　　　　D．7

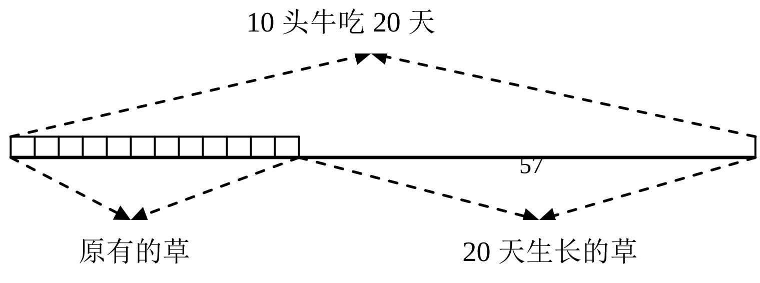
【例题解析】这是最典型的牛吃草问题，也是此消彼长问题。

我们可以将一头牛一天吃的草量理解为单位 1。10 头牛 20 天吃了 200 个单位 1，15 头牛 10 天吃了 150 个单位 1，200-150＝50，这 50 个单位 1 是 10 天草长的量，则一天牧场长 5 个单位 1，而牧场原有的草量为 10×20-5×20＝100 或 15×10-5×10＝100

设 25 头牛可吃 x 天

则有：25x＝100+5x，解得 x=5，故应选择 B 选项。





【例题 2】在春运高峰时，某客运中心售票大厅站满等待买票的旅客，为保证售票大厅的旅客安全，大厅入口处旅客排队以等速度进入大厅按次序等待买票，买好票的旅客及时离开大厅。按照这种安排，如果开出 10 个售票窗口，5 小时可使大厅内所有旅客买到票；如果开 12 个售票窗口，3 小时可使大厅内所有旅客买到票，假设每个窗口售票速度相同。由于售票大厅增加了售票窗口，大厅入口处旅客通过速度增加到原速度的 1.5 倍，在 2 小时内使大厅中所有旅客买到票，按这样的安排至少应开售票窗口数为（　）

A.15　B.16　C.18　D.19

【例题解析】设每个窗口每小时可以接待 1 份旅客，那么旅客每小时增加（10×5-12×3）÷（5-3）=7 份；原来排队买票的旅客有 10×5-7×5=15 份。现在旅客增加速度为 7×1.5=10.5 份/时，要在 2 小时内使大厅中所有旅客买到票，需要开（15+10.5×2）÷2=18 个窗口。

利用牛吃草问题两个常用等式：$\frac{10\times5-12\times3}{5-3}$=7，5×10-5×7=15，15+10.5×2=2×应开窗口数=18

故选 C。

【思路点拨】对于此消彼长问题，不要局限于仅仅是草场放牧这一种形式，它只是最具代表性的，很多问题都可以使用两个基本等式解答。考生只需要仔细审题，观察是否存在变量随时间变化的规律，即可断定是否为此消彼长问题。

【例题 3】一个空间的容积为 64 升的鼓形圆桶上有 A，B 两孔，一种蒸馏水从 A 孔流入同时从 B 孔流出，如果通过 A 孔的流速为 3 升 / 小时，那么在 B 孔的流速为多少升时才能保证用 96 小时恰好装满该容器

A. $\frac{4}{3}$　B. $\frac{8}{3}$　C. $\frac{7}{3}$　D. $\frac{3}{7}$

【例题解析】A 孔流速减去 B 孔流速为实际冲入圆桶水量，B 孔流速为 64÷96=$\frac{2}{3}$，则注入圆桶的实际流速为 $3-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}$ 升/小时。

28.等量关系问题

此类问题实质就是考察考生多元一次方程的应用能力，根据题设列出方程解答即可。

等量关系的思想，实际上是贯穿整个数学运算部分的最重要的思想之一，当我们在解答数学运算题目，却找不到“简便方法”时，大多会向“等量关系”的思想求援，即采用最常规的找等量关系，列方程的方法解题。对于这种最常规、最常用的方法，我们在此单独提出此类问题，是为了提醒在找等量、列方程过程中的一些技巧。

1.很多题目，题干描述情况较简单，找等量列关系的步骤也较容易，但到解方程时才发现题目缺少条件，未知数过多。遇到此种情况时，需要考生从题目中找寻隐含的不变量，结合题干、设问和备选项，灵活解题。

例如：某人卖冰棒，开始定价每根 5 角，一点也卖不出去，后来每根降低了几分钱，都卖掉了。一共收入 22.26 元，则每根降低几分？

A.3　B.4　C.6　D.8

此题要求每根冰棒的降价额，但题目中并没有给出卖出的冰棒数，看似缺少条件，无法解答。但由于冰棒的卖出数一定为整数，故卖冰棒的所得钱数一定能被降价后的冰棒价格整除，即此人的总收入为 22.26 元=2226 分 2226=2×3×7×53

结合答案可知，原价 5 角的冰棒只有减价 8 分钱，即 50-8=42 才能被 2226 整除，故应选择 D 选项。

2.在行测考试中，不要惧怕按部就班的列方程。对于很多考生来说，列方程仍是解答数量关系题时最常用的方法。如果能快速、准确解方程，那么列方程解题就不失为一种思维过程简单，解题方法快捷的好方法。

【例题 1】甲买 3 支签字笔，7 支圆珠笔，1 支铅笔，共花 32 元钱；乙买同样的 4 支签字笔，10 支圆珠笔，1 支铅笔，共花 43 元钱，如果同样的签字笔、圆珠笔、铅笔各 1 支，共用多少钱？（　）

A.21　B.11　C.10　D.17

【例题解析】设签字笔 x 元，圆珠笔为 y 元，铅笔为 z 元，根据题意有：

$$\begin{cases} 3x+7y+z=32 & (1) \\ 4x+10y+z=43 & (2) \end{cases}$$

（1）式×3-(2)式×2 得到：x+y+z=10

故应选择 C 选项。

【例题 2】甲、乙、丙三种货物，如果购买甲 3 件，乙 7 件，丙 1 件需花 3.15 元,如果购买甲 4 件，乙 10 件，丙 1 件需花 4.20 元.那么购买甲乙丙各一件需花多少钱？

A.1.05 元　B.1.4 元　C.1.85 元　D.2.1 元

【例题解析】设甲货物价格为 x,乙为 y,丙为 z,根据已知可列出

$$\begin{cases} 3x+7y+z=3.15 & ① \\ 4x+10y+z=4.20 & ② \end{cases}$$

②-①得 x+3y=1.05 即 2x+6y=2.1③

①-③可得 x+y+z=1.05
故应选择 A 选项。

【例题 3】在一只底面半径是 20cm 的圆柱形小桶里，有一半径为 10cm 的圆柱形钢材浸没在水中，当钢材从桶中取出后，桶里的水下降了 3cm。求这段钢材的长度。

A. 3cm　　B. 6cm　　C. 12cm　　D. 18cm

【例题解析】因为当钢材拿出后水下降的体积是和钢材的体积相等的；

可列方程 $20^2 \times \pi \times 3 = 10^2 \times \pi \times x$

解得 x=12

故应选择 C 选项

29.九类问题

有一些题型构不成一种复杂多变的数学运算类型，但是在考试中也有一定的出现频率，我们将这样的题型中最常见的九类挑选出来，供大家参考。

1.阶梯缴费问题

解答阶梯缴费问题，最重要的是找到费率变化的临界点。解决此类问题可先假设按一种缴费标准缴费，所得出的缴费总额与实际缴费总额一定会产生差额，这个差额是由于两种缴费标准存在差别引起的，以此入手解决问题。

【例题 1】某市居民生活用电每月标准用电量的基本价格为每度 0.60 元，若每月用电量超过标准用电量，超出部分按基本价格的 80%收费，某户九月份用电 100 度，共交电费 57.6 元，则该市每月标准用电量为：

A.60 度　　B.70 度　　C. 80 度　　D. 90 度

【例题解析】若 100 度电均按每度 0.60 元收费，则应缴纳 60 元电费。由于超出标准部分按 80%收费，每度电少收取了 0.60×（1-80%）=0.12 元。实际少缴纳电费总数为 60-57.6=2.4 元，则超出部分电量为 2.4÷0.12=20 度，故标准用电量为 100-20=80 度。

故应选择 C 选项。

【例题 2】为节约用水，某市决定用水收费实行超额超收，月标准用水量以内每吨 2.5 元。超过标准的部分加倍收费。某用户某月用水 15 吨，交水费 62.5 元。若该用户下月用水 12 吨，则应交水费多少钱？

A.42.5 元　　B.47.5 元　　C.50 元　　D.55 元

【例题解析】根据已知，超额用水的超额部分每吨应多交 2.5 元。用水 15 吨须交纳基本水费为 2.5×15=37.5 元，超额费用为 62.5-37.5=25 元.则超额吨数为 25÷2.5=10 吨，即标准吨数为 15-10=5 吨，用水 12 吨应交费为 2.5×5+5×(12-5)=47.5 元。

故应选择 B 选项。

2. 等差数列问题

等差数列问题是一类较简单的题型，只要灵活掌握等差数列公式，大多题目即可轻松解出。需要注意的是，结合平均数的概念解题也是解答等差数列问题时常用的方法。

项数为 N（N 为奇数）的等差数列中，前 N 项的平均数即为此数列的中间项，因此，项数为奇数的等差数列，S_N=平均数×项数。

项数为 N（N 为偶数），公差为 d 的等差数列中，前 N 项的平均数$\pm\frac{d}{2}$即为该数列中最中间两项的数值。

【例题 3】$\{a_n\}$是一个等差数列，$a_3+a_7-a_{10}=8$，$a_{11}-a_4=4$，则数列前 13 项之和是

A. 32　　B. 36　　C. 156　　D. 182

【例题解析】此题中 $a_{11}-a_{10}=d$，$a_3-a_4=-d$，故（$a_3+a_7-a_{10}$）+（$a_{11}-a_4$）=12

$a_7=12$

a_7 为此等差数列中前 13 项的中间项，故 $S_{13}=13a_7=156$

故应选择 C 选项。

【例题 4】10 个连续偶数的和是从 1 开始的 10 个连续奇数和的 2.5 倍，其中最大的偶数是多少？

A. 34　　B. 38　　C. 40　　D. 42

【例题解析】根据等差数列公式，从 1 开始的 10 个奇数的和是（1+19）×10÷2=100，故这 10 个连续偶数和应为 100×2.5=250，这 10 个连续偶数构成一个公差为 2 的等差数列，且平均值是 250÷10=25，故此偶数列第五项为 24，第六项为 26，则最大项第十项为 26+4d=34。故应选择 A。

3. 过河问题

过河问题实际上是一类与我们日常生活息息相关的简单问题，与生活中的用“车载人”问题无异。只要排除“划船者”的干扰，只考虑实际乘客数，过河问题往往就能迎刃而解。需要提醒考生特别注意的是最后一次渡河，往往只需渡河不需返回，计算单程即可。

【例题 5】49 名探险队员过一条小河，只有一条可乘 7 人的橡皮船，过一次河需 3 分钟。全体队员渡到河对岸需要多少分钟？（　）

A. 54　　B. 48　　C. 45　　D. 39

【例题解析】49 人全部渡河其中一人负责划船，剩下 48 人每次过 6 人，可以得（49-1）÷6=8，共需 8 次渡河。由于除最后一次渡河外，其余七次渡河均需返程，故共需 7×（3+3）+3=45 分钟。故应选择 C 选项。

【例题 6】32 名学生需要到河对岸去野营，只有一条船，每次最多载 4 人（其中需

1 人划船）。往返一次需 5 分钟。如果 9 时整开始渡河，9 时 17 分时，至少有（ ）人还在等待渡河。

A. 16 B. 17 C. 19 D. 22

【例题解析】每次可载 4 人，其中 1 人划船，事实上每次渡河可载 3 人。9 点开始，9 点 17 分实际上第四次已经开出，故至少还有 32-（3×4+1）=19 人在等待渡河。故应选择 C 选项。

4. 青蛙跳井问题

青蛙跳井问题是一类简单的数学运算问题，可以把“青蛙跳井”的整个过程看做两步，第一步是“边跳边下滑”，第二步是“一跃而出”。青蛙跳出井口所用的总天数为两个步骤所用天数的总和。“一跃而出”的过程为一天，所跳距离为青蛙的跳上速度；“边跳边下滑”的过程，青蛙跳井的速度为跳上速度-下滑速度，所跳距离为井深-跳上速度，所用天数为（井深-跳上速度）÷（跳上速度-跳下速度）。在这里需要特别提醒考生注意，“天数”一般向上取整。

【例题 7】有一只青蛙在井底，每天上爬 10 米，又下滑 6 米，这口井深 20 米，这只青蛙爬出井口至少需要多少天？

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【例题解析】青蛙每天上爬 10 米又下滑 6 米，则青蛙实际每天上爬 10-6=4 米，20÷4=5，但是由于最后一天上爬 10 米已经超过井口，不会下滑了，所以需要 4 天。

5. 空瓶换酒问题

空瓶换酒问题是指在很多促销活动中，N 个空瓶可以换回一瓶新酒。此类问题的解题关键就在于换回的酒，仍可作为空瓶再次兑换。

即 N 个空瓶=1 瓶酒=1 个空瓶+1 酒（不含瓶）

实际上换酒的过程就相当于 N-1 个空瓶=1 酒（不含瓶）

掌握了这解题一关键，就可以剔除每次“换酒”后仍余“空瓶”的干扰，使“空瓶换酒”问题迎刃而解了。

【例题 8】如果 4 个矿泉水空瓶可以换一瓶矿泉水，现有 15 个矿泉水空瓶，不交钱最多可以喝矿泉水多少瓶？

A. 3 瓶 B. 4 瓶 C. 5 瓶 D. 6 瓶

【例题解析】因为 4 个空瓶可以换一瓶水，相当于 3 个瓶子换一份水。所以 15 个瓶子最多可以换 5 份水。故应选择 C 选项。

【例题 9】“红星”啤酒开展“7 个空瓶换一瓶啤酒”的优惠促销活动。现在已知张先生在活动促销期间共喝掉 347 瓶“红星”啤酒，问张先生最少用钱买了多少瓶啤酒？（ ）

A. 296 瓶 B. 298 瓶 C. 300 瓶 D. 302 瓶

【例题解析】“7 个空瓶换一瓶啤酒”后，又可得到一个空瓶，实际相当于 6 个空瓶换一瓶啤酒。实际喝的啤酒瓶数-购买的啤酒瓶数=购买的啤酒瓶数÷6，设张先生购买了

x 瓶啤酒，可列方程，347-x=x÷6 解得 x≈298 瓶。故应选择 B。

6. 称羊问题

为了说明称羊问题，我们举个例子：

有五头羊，两两称重分别得到重量由重到轻依次为 A_1A_2……A_{10}，假设五头羊的重量从重到轻分别为 B_1B_2……B_5，那么必然有 $A_1= B_1+B_2$，$A_2=B_1+B_3$，同理，$A_{10}=B_5+B_4$，$A_9=B_5+B_3$……这样，根据题目给出条件，很多类似问题就可推理解答了。

【例题 10】小赵、小王、小李和小陈四人，其中每三个人的岁数之和分别为 65、68、62、75 其中年龄最小的是多少岁？

A. 15　　B. 16　　C. 17　　D. 18

【例题解析】设四人年龄从大到小依次为 A、B、C、D

则有 A+B+C+=75，B+C+D=62，A+B+D=68，A+C+D=65

将四个“年龄和”相加可得

3（A+B+C+D）=65+68+62+75=270

则 A+B+C+D=90

故 D 的年龄为 90-75=15 岁，故应选择 A 选项。

【例题 11】食堂买来 5 只羊，每次取出两只合称重量，得到 10 种不同重量(单位：千克)47、50、51、52、53、54、55、57、58、59。最重一只是多少千克？

A. 25　　B. 28　　C. 30　　D. 32

【例题解析】**方法一**：为了下面叙述方便，我们依重量称 5 只羊为 A、B、C、D、E，最轻的组合肯定是 D+E=47，倒数第二轻的组合肯定是 E+C=50，这样就有 50-47=C-E=3，同理，最重的组合肯定是 A+B=59，第二重的组合是 A+C=58，这样就有 59-58=B-C=1，又由于 C-D=3，所以 B-D=3+1=4，又由于 A+B=59，所以 A+D=55，这样 59=A+B，58=A+C，所以第三重的组合是 B+C=57，又由于 B-C=1，所以 B=29，又由于 A+B=59，所以最重的 A=30。故应选择 C 选项。

方法二：依重量从重到轻的顺序，我们分别将 5 只羊称作为 A、B、C、D、E，5 只羊两两称重，称得 10 个重量，将十个重量相加，

则有 4×（A+B+C+D+E）=47+50+51+52+53+54+55+57+58+59=536 则 A+B+C+D+E=134

因为最轻的组合为 D+E=47，第三重的组合为 B+C=57，

则最重的羊 A=（A+B+C+D+E）-（B+C）-（D+E）=134-47-57=30。故应选择 C 选项。

【例题 12】一盒巧克力和一瓶蜂蜜 18 元，一包泡泡糖和一袋香肠 11 元。一包泡泡糖和一瓶蜂蜜 14 元。一袋香肠比一盒巧克力贵 1 元。这 4 样食品中最贵的是什么？

A. 泡泡糖 B. 巧克力 C. 香肠 D. 蜂蜜

【例题解析】巧克力+蜂蜜=18　　泡泡糖+香肠=11　　泡泡糖+蜂蜜=14

即（巧克力+蜂蜜+泡泡糖+香肠）—（泡泡糖+蜂蜜）=香肠+巧克力=15

又根据已知我们知道香肠比巧克力贵 1 元，因此可算得巧克力为 7 元香肠为 8 元。

进一步求得蜂蜜=11 元，泡泡糖=3 元，因此最贵的为蜂蜜

故应选择 D 选项。

【例题 13】A、B、C、D、E 是 5 个不同的整数，两两相加的和共有 8 个不同的数值，分别是 17、25、28、31、34、39、42、45，则这 5 个数中能被 6 整除的有几个？

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【例题解析】**方法一**：设五个整数从小到大依次是 A、B、C、D、E，五个数两两相加的和应有 10 个，分别为

A+B, A+C, A+D, A+E, B+C, B+D, B+E, C+D, C+E, D+E；

由于“两两相加的和共有 8 个不同的数值”，故定有两个数值重复出现过。

分析可知，A+B 和 A+C 分别是数值最小的两个数，即 A+B=17, A+C=25；

C+E 和 D+E 分别是数值最大的两个数，即 C+E=42, D+E=45。

并且这四个数字是不能重复的，即重复出现的数字一定是在 28、31、34、39

五个整数两两相加的和一定满足能被 4 整除（每个数都加了四遍）。

而题目中两两相加得出的 8 个不同数值的和为 261，除以 4 余数为 1，那么重复出现的两个数的和除以 4 一定余 3。

28、31、34、39 中只有 28+31=59 与 28+39=67 两个数除以 4，余 3，故数字 28 一定是重复出现的数字。

由于 28 是第三大的数字，可推知 B+C=A+D=28, 联立 A+C=25，可知 B-A=3, 再联立 A+B=17，可知 A=7, B=10。同法可依次解得 C=18, D=21, E=24。五个数字中能被 6 整除的有两个，故选择 C 选项。

方法二：五个数字两两相加，得出的八个和中有 5 个是奇数，有 3 个是偶数，可以推论这五个数字中奇数个数必为两个或者三个。（如果只有一个奇数，那么加和最多只能出现 4 个奇数；如果有 4 个奇数，那么加和最多只能出现 4 个奇数；如果有 5 个奇数，那么加和不可能出现奇数）即五个数字中要么有三个奇数，要么有三个偶数。只有同奇同偶数字相加时，和才能为偶数，故 28、34、42 三个数必为三个同奇同偶数字两两相加的和。设三个同奇同偶数字分别 A、B、C，则有 2×（A+B+C）=28+34+42，即 A+B+C=52，从而可以分别解出三个同奇同偶数字分别为 52-28=24，52-34=18，52-42=10。三个数字中有两个数字能被 6 整除，剩余两数定为奇数，定不能被 6 整除，故能被 6 整除的数字共有 2 个。故应选择 C 选项。

方法三：设五个整数从小到大依次是 A、B、C、D、E，五个数两两相加的和应有 10 个，分别为

A+B, A+C, A+D, A+E, B+C, B+D, B+E, C+D, C+E, D+E；

分析可知，A+B 和 A+C 分别是数值最小的两个数，即 A+B=17, A+C=25；

C+E 和 D+E 分别是数值最大的两个数，即 C+E=42, D+E=45。

数值 28 可能为 A+D 的和，也可能为 B+C 的和；

数值 39 可能为 B+E 的和，也可能为 C+D 的和。

可推断 5 个数的奇偶性，

当 A 为奇数时，奇偶性如下： 当 A 为偶数时，奇偶性如下

A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
奇	偶	偶	奇	偶	偶	奇	奇	偶	奇

经观察可知，无论何种情况 B 与 E 必定同奇或同偶，即 B+E≠39。故 C+D=39。

联立 C+E=42,D+E=45,C+D=39，易求 E=24，

从而可分别求出 A=7,B=10,C=18,D=21,E=24

有 C、E 两个值可被 6 整除，故应选择 C 选项。

7.植树问题

植树问题的核心问题就在于植树数与植树间隔数间的关系。通常情况下，植树数=植树间隔数+1；在环形路上植树，植树数=植树间隔数；此外，还应注意题目的叙述方式，分辨是在路的单边植树还是在路的两侧植树。

【例题 14】为了把 2008 年北京奥运会办成绿色奥运，全国各地都在加强环保，植树造林。某单位计划在通往两个比赛场馆的两条路的（不相交）两旁栽上树，现运回一批树苗，已知一条路的长度是另一条路长度的两倍还多 6000 米，若每隔 4 米栽一棵，则少 2754 棵；若每隔 5 米栽一棵，则多 396 棵，则共有树苗（ ）。

A.8500 棵 B.12500 棵 C.12596 棵 D.13000 棵

【例题解析】路的总长是不变的，设有 x 棵树

4（x+2754-4）=5(x-396-4)

解得 x=130000 棵

答案为 D

【思路点拨】在两条路的两旁栽树，则需要栽不相交的四排树。故栽树的总数量要比树间产生的间隔数多 4 棵。

【例题 15】李大爷在马路边散步，路边均匀地栽着一行树，李大爷从第一棵树走到第 13 棵树用了 6 分钟，李大爷又往前走了几棵树后就往回走，当他回到第五棵树时共用了 30 分钟（包括之前的 6 分钟），李大爷散步到第几棵树时开始往回走？（ ）

A.第 32 棵 B.第 33 棵 C.第 37 棵 D.第 38 棵

【例题解析】李大爷从第一棵树走到第 13 棵树共走了 12 个树的间隔，用时 6 分钟，因此他每分钟走 2 个树的间隔。他走回第五棵树时用了 30 分钟，则当他回到第 13 棵树时，用了 30-（13-5）÷2=26 分钟。则李大爷从第 13 棵树算起，到回到第 13 棵树，共走了 26-6=20 分钟。则其散步到第 13+20×10÷10=33 棵树时，开始往回走。故应选择 B 选项。

【例题 16】有一排长椅总共有 65 个座位，其中已经有些座位上有人就坐。现在又有一人准备找一个位置就坐，但是此人发现，无论怎么选择座位，都会与已经就坐的人相邻。问原来至少已经有多少人就坐？

A.13 B.17 C.22 D.33

【例题解析】据题意，只有当首尾各空出一个座位，其余位置每两人相隔 2 个座位

（每

3 个位置上有一个人）时，才能使无论怎么选择座位，都会与已经就坐的人相邻。故至少有（65-2）÷3+1=22 人，故选择 C 选项。

8. 剪贴问题

将长绳切割分段，则所切段数=切割次数+1。

将长绳折 N 折后切断，则切割后有 2^N+1 段绳子。

将 N 段绳子粘接成一段绳子，则有 N-1 段接头。

【例题 17】把一根圆木锯成 3 段需要 8 分钟，如果把同样的圆木锯成 9 段需要多少分钟?

A. 24 分钟　　B. 27 分钟　　C. 32 分钟　　D. 36 分钟

【例题解析】将一根圆木锯成 3 段需要锯 3-1=2 下，锯每下需 8÷2=4 分钟；则将同样的圆木锯成 9 段需要锯 9-1=8 下，则需要 4×8=32 分钟。故应选择 C 选项。

【例题 18】一根长 200 米的绳子对折三次后从中间剪断，最后绳子的段数是（　）

A. 8　　B. 9　　C. 11　　D. 16

【例题解析】将一根绳子对折三次后从中间剪断，则切割后有 $2^3+1=9$ 段绳子。故应选择 B 选项。

【例题 19】用 10 张同样长的纸条粘接成一条长 61 厘米的纸条，如果每个接头处都重叠 1 厘米，那么每条纸条长多少厘米？（　　）

A. 6　　B. 6.5　　C. 7　　D. 7.5

【例题解析】每个接头重叠 1cm，10 张连在一起共 9 个接头（61+9）÷10=7

答案为 C

9. 因数分解

因数分解与其说是一种题目类型不如说是一种解题方法，是很多题目在解题过程中的关键环节，也可以运用在很多题型的题目中进行验算。有一些问题看似缺少条件，实际上由于各个数量都是由整数组成，只要将总数因数分解，就可以寻求出问题的答案。例如有一张老照片，是一些同龄的中年人毕业几十年后在校庆上的合影，我们只知道这些人年龄总和是 378 岁，问合影上有几个人。由于将 376 分解因数等于 47×2×2×2，根据常识所以照片上的人数只可能为 8 个 47 岁的中年人。

【例题 20】将 1-9 九个自然数分成三组，每组三个数，第一组三个数之积是 48。第二组三个数之积是 45，三组数字中三个数之和最大是多少？（　　）

A. 15　　B. 17　　C. 18　　D. 20

【例题解析】第二组三数之积是 45，45=1×3×3×5 由于 1—9 九个自然数不能重复出现，所以第二组三个数只能是 1、5、9 和为 15。第一组三数之积是 48，48=1×2×2×2×2×3，则第一组可以是 2、3、8 也可以是 2、4、6 和分别为 13、12，当第一组为 2、4、6 时有第三组为 3、7、8 的和为最大值 18，故应选择 C 选项。

【例题 21】二十几个小朋友围成一圈，按顺时针方向一圈一圈地连续报数。如果报 2 和 200 的是同一个人，那么共有（　　）个小朋友。

A. 22　B. 24　C. 27　D. 28

【例题解析】2 与 200 的差是 198，198=2×3×3×11，答案中只有 22 同时含有因数 2 和 11，可以整除 198，故应选择 A 选项。

【例题 22】把 144 张卡片平均分成若干盒，每盒在 10 张到 40 张之间，则共有（　　）种不同的分法。

A. 4　B. 5　C. 6　D. 7

【例题解析】144=2×2×2×2×3×3 可以分解出来的因数中大于 10 小于 40 的有 12、16、18、24、36，所以共有 5 种分法，12×12、16×9、18×8、24×6、36×4。故应选择 B 选项。

【例题 23】甲、乙、丙三人先后登楼，甲每分钟登 5 级楼梯，乙每分钟登 6 级楼梯，丙每分钟登 7 级楼梯，他们各走了几分钟（整数）后，停下来，离顶层甲还有 10 级，乙还有 16 级，丙还有 28 级。这幢楼每层有 14 级楼梯，每层高度 2.8 米，那么，这幢楼高度至少有多少米？（　　）

A. 16.8 米　B. 18.2 米　C. 14.0 米　D. 19.6 米

【例题解析】甲还差 10 级楼梯，即甲还需登楼梯 2 分钟可到达楼顶，丙还差 28 级楼梯，即丙需要 4 分钟行程就可以到达楼顶。同时可推得楼梯级数是 5 和 7 的公倍数，也就是 35 的整数倍，乙还差 16 级楼梯即可到达楼顶，也就是说乙登楼梯 2 分钟后还差 4 级楼梯才能达到楼顶，即楼梯总级数被 6 除余 4，符合上述条件的最小整数为 70，楼高为 2.8×6=16.8 米，故应选择 A 选项。

【重点提示】本题主要注意到达顶层，而不是顶层的露台，所以，在求高度的时间还要再加一层。

【例题 24】樊政编写一部教材共 1508 页，每小时编写两页。樊政每天固定拿出 n 小时编写这部教材。一直到 2011 年元旦晚上，樊政已经写了 864 页了。为了能够在 2011 年春节前写完，樊政决定从元旦之后的某一天起每天再多用两小时，这样正好能 2011 年 2 月 17 日写完。问樊政从哪一天起每天多加了两小时写作？

A. 1 月 28 日　B. 1 月 29 日　C. 1 月 30 日　D. 2 月 1 日

【例题解析】元旦之后到 2 月 17 日共有 31-1+17=47 天，设樊政未增加写作时间的日数为 x，那么增加写作时间的日数为 47-x。设未增加写作时间之前每天写作 a 页，则增加写作时间后每天写作 a+4 页。元旦后总写作页数为 1508-864=644

可列出方程式 $ax+(a+4)(47-x)=644$

整理得 $47a=4(114+x)$ 因为 a，x 都是整数，所以 a 必须为 4 的倍数，且 x 不大于 47，所以 a 只能为 4 的 3 倍。解得 a=12，x=27。即元旦后樊政又经过了 27 天后开始增加写作时间。即 29 日开始增加写作时间。

故应选择 B 选项。

30.其他问题

有一些问题很难归结到某一具体题型中去，但是这些题目又有其特有的技巧和规律，我们从中精选十道经常出现的题目，供大家参考。

【例题 1】一人拿一张百元钞票到商店买了 25 元的东西，店主由于手头没有零钱，便拿这张百元钞票到隔壁的小摊贩那里换了 100 元零钱，并找回了那人 75 元钱。那人拿着 25 元的东西和 75 元零钱走了。过了一会儿，隔壁小摊贩找到店主，说刚才店主拿来换零的百元钞票为假币。店主仔细一看，果然是假钞。店主只好又找了一张真的百元钞票给小摊贩。问整个过程中，店主一共亏了多少钱财？（ ）

A、75 B、100 C、150 D、175

【例题解析】实际上，在整个交换过程中，所有交换过程都是公平的，店主的损失就是 100 元的假币，故应选择 B 选项。

【例题 2】小华每分钟吹一次肥皂泡，每次恰好吹 100 个。肥皂泡吹出后，经过一分钟有一半破了，经过两分钟还有二十分之一没有破，经过两分半钟肥皂泡全破了。小华在第 20 次吹出 100 个新的肥皂泡的时候，没有破的肥皂泡有多少个?()

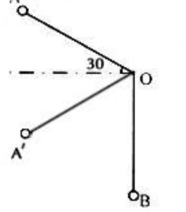
A.100 B.150 C.155 D.165

【例题解析】因为在吹出肥皂泡两分半钟后肥皂泡就全破了，故只需考虑最后即第 18 次、19 次、20 次吹出的肥皂泡数，小华在第 20 次吹出 100 个肥皂泡时，第 18 次吹出的肥皂泡经过两分钟还剩 $100\times\frac{1}{20}=5$ 个，第 19 次吹出的肥皂泡经过一分钟还剩 $100\times\frac{1}{2}=50$ 个。故此时还有 100+50+5=155 个肥皂泡没有破。故此题应选择 C 选项。

【例题 3】长为 1 米的细绳上系有一个小球，从 A 处放手以后，小球第一次摆到最低点 B 处共移动了（ ）米。

A. $1+\frac{1}{3}\pi$ B. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{2}{3}\pi$ D. $1+\frac{2}{3}\pi$

【例题解析】小球从 A 处移动到 A′ 处，做自由落体运动，运动距离 =OA=1；OA′ 段运动距离为 60 度的弧长，即 $\frac{60}{360}=\frac{\text{所求弧长}}{2\pi}$，所求弧长=$\frac{\pi}{3}$。故小球共运动了 $1+\frac{1}{3}\pi$ 米，故应选择 A 选项。



【例题 4】某公司计划购买一批灯泡，11w 的普通节能灯泡耗电 110 度/万小时，单价 20 元；5w 的 LED 灯泡耗电 50 度/万小时，售价 110 元，若两种灯泡使用寿命均为 5000 小时，每度电价格为 0.5 元，则每万小时 LED 灯泡的总使用成本是普通节能灯泡的多少

倍？

A. 1.23 B. 1.80 C. 1.93 D. 2.58

【例题解析】分别求出两种灯泡的使用成本，两种灯泡的成本都是由电费、灯泡的成本费组成。

则普通节能灯的使用成本为 $0.5\times110\times+20\times2=95$ 元

LED 灯泡的使用成本为 $0.5\times50+110\times2=245$ 元

故每万小时 LED 灯泡的总使用成本是普通节能灯泡的 $245\div95\approx2.58$ 倍，故应选择 D 选项。

【例题 5】张大伯卖冰棒，开始定价每根 5 角，一点也卖不出去，后来每根克降低了几分钱，都卖掉了。一共收入 22.26 元，则每根降低几分？

A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【例题解析】张大伯总收入为 22.26 元=2226 分 $2226=2\times3\times7\times53$

答案中只有 50-8=42 能被 2226 整除，故应选择 D 选项。

【例题 6】商店卖气枪子弹，每粒 1 分钱，每 5 粒 4 分，每 10 粒 7 分，每 20 粒 1 角 2 分。小明的钱至多买 73 个，小刚至多买 87 个，两人钱合起来能买多少粒？

A. 160 B. 165 C. 170 D. 175

【例题解析】小明最多买 73 个，则 73 个的购买方法为 $73=20\times3+10+3$，则小明所带钱数为 1 角 2 分×3+7 分+1 分×3=4 角 6 分；小刚最多买 87 个，则小刚的购买方法为 $87=20\times4+5+2$，因此小刚所带钱数为 1 角 2 分×4+4 分+2 分=5 角 4 分；小明和小刚共带钱 1 元，则两个人合资购买则 1 元的分配应该为 1 元=1 角 2 分×8+4 分，即购买了 20x8+5=165 粒子弹，故应选择 B 选项。

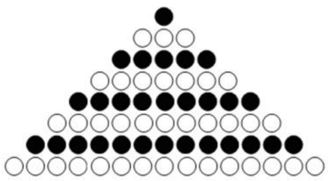
【例题 7】如右下图，将黑白两种小珠自上而下一层层地排，每层又是从左到右逐颗地排。当白珠第一次比黑珠多 2007 颗时，那么，恰好排列到第（ ）层的第（ ）颗。

A. 第 2007 层第 2007 个

B. 第 1004 层第 2007 个

C. 第 2007 层第 4014 个

D. 第 2008 层第 4014 个



【例题解析】从上图大家不难看出，每 2 层白球均比黑球多出 2 个，而每层的球数为 2n-1，白球比黑球多 2007，那应该是 2008 层的 4014 个。故应选择 D 选项。

【例题 8】有一个横 2000 格，竖 1000 格的矩形方格纸。现从它的左上角开始向右沿着边框逐格涂色到右边框，再从上到下逐格涂色到底边框，再沿底边框从右到左逐格涂色到左边框，再从下到上逐格涂色到前面涂色过的方格，如此一直螺旋式地涂下去……，直到将所有的方格都涂满。那么最后被涂的那格是。

A. 从上数第 501 行，从左数第 500 列 B. 从上数第 501 行，从左数第 501 列

C. 从上数第 500 行，从左数第 500 列　　D. 从上数第 500 行，从左数第 501 列

【例题解析】竖向共有 1000 格，横向 2000 格，大家可以想象，当涂完从上数第 500 行的时候，将只剩下从下数第 500 行，这时左边和右边已经各涂了 499 列。这样最后将从右数第 500 列上数第 501 行向左涂，涂到的最后一格是上数第 501 行，左数第 500 列这一格涂完。故应选择 A 选项。

【例题 9】甲、乙两厂生产同一种玩具，甲厂每月产量不变，乙厂每月增加 1 倍。已知一月两厂共生产 105 件，二月共生产 110 件。乙厂首次超过甲厂是几月？

A. 3 月　　B. 5 月　　C. 6 月　　D. 次年 8 月

【例题解析】设甲产量为 x，第一个月乙产量为 y。

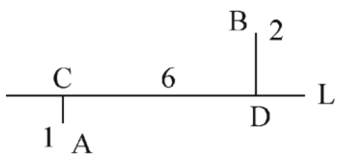
可列方程 x+y=105，x+2y=110

解得 x=100，y=5

那么乙厂五月份产量为 5×2×2×2×2=80, 六月份产量为 80×2=160

故应选择 C 选项。

【例题 10】A，B 两村庄分别在一条公路 L 的两侧，A 到 L 的距离 AC 为 1 公里，B 到 L 的距离 BD 为 2 公里，C，D 两处相距 6 公里，欲在公路某处建一个垃圾站，使得 A，B 两个村庄到此处处理垃圾都比较方便，应建在离 C 处多少公里？



A. 2.75　　B. 3.25　　C. 2　　D. 3

【例题解析】要使 A，B 两个村庄到此处处理垃圾都比较方便，须使此点到 A，B 两地的直线距离相等。设应建在离 C 点 x 公里处，离 D 点 y 处，可列方程

$1^2+x^2=2^2+y^2$，x+y=6，解得 x 值为 3.25，故应选择 B 选项。