#### 赵熙乐(教授/博导)

主页: https://zhaoxile.github.io/

个人经历: 电子科技大学获博士学位。先后在香港浸会大学、里斯本大学、香港理工大学和香港大学等进行博士后研究和学术访问。入选美国斯坦福大学2022全球前2%页尖科学家榜单(2022年度科学影响力排行榜)、四川省学术和技术带头人后备人选、电子科技大学百人计划,担任中国工业与应用数学学会副秘书长,担任西南交通大学学报青年编委、SCI期刊Optik和Remote Sensing客座编辑。

科研方面:主要研究兴趣为高维图像反问题的数学和深度方法等,受邀撰写Elsevier出版社和科学出版社出版的学术专著章节2章,以第一或通讯作者在高水平期刊和会议发表学术论文60余篇(Google引用5000,高被引论文7篇),包括SIAM系列期刊(SIIMS和SISC)、ISPRS J. Photogramm. Remote Sens.、IEEE系列期刊(TIP、TNNLS、TCYB、TCI、TGRS)及A类会议CVPR、AAAI、ACM MM等;主持国家自然科学基金面上项目、青年项目、四川省面上项目、华为技术有限公司技术研发项目等。研究成果获四川省科技进步一等奖两项(自然科学类、科技进步类)、中国计算数学学会青年优秀论文竞赛二等奖、第一、第二届连续两届川渝科技学术大会优秀论文一等奖、首届四川省数学会应用数学奖二等奖。

人才培养: 指导的硕士研究生获四川省优秀毕业生、全国定量遥感学术论坛优秀口头报告、电子科技大学优秀硕士论文、电子科技大学研究生"学术青苗"、国家奖学金、电子科技大学航天科技专项奖学金。指导本科生以第一作者身份发表高水平学术会议和期刊文章,如CVPR、ACM MM、IEEE TIP和IEEE TGRS等。指导本科生入选大学生创新创业训练计划国家级项目,获"挑战杯"四川省大学生课外学术科技作品竞赛二等奖。

科学计算 (Scientific Computing) 数值分析 (Numerical Analysis)

计算数学 (Computational Mathematics) 计算科学 (Computational Science) 宇宙之大, 粒子之微, 火箭之速, 化工之巧, 地球之变, 生物之谜, 日用之繁, 数学无处不在。

——华罗庚

Real-World Problems



Mathematical **Problems** 



Numerical Algorithms

# 趣例1:computed tomography (CT) imaging

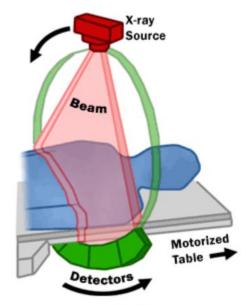
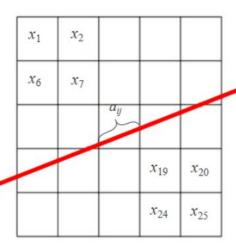
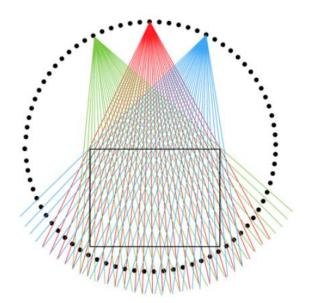


Figure 4: CT Fan Beam

X射线穿透人体不同组织的时候,各个组织的吸收量不同,所以最后到达胶片上的辐射量就会有差异,于是形成了黑白对比不同的影像。医生以此判断器官有没有病变,后来在X射线的基础上有了CT(利用X射线原理一层一层,从多个角度观测组织的结构).





$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = y_1 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = y_m \end{cases}$$

# 趣例2: 特征值与特征向量计算

# Google 搜索引擎

1998年创立,市值近2500亿 (2012.10)

$$Gx = x, \quad e^{T}x = 1$$

G: Google Matrix,
"the world's largest matrix computation"

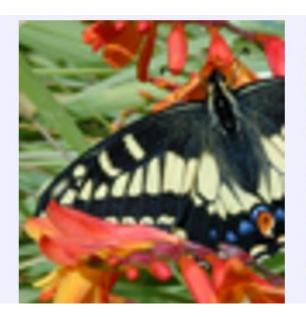
X: PageRank vector

"The \$25,000,000,000 Eigenvector"

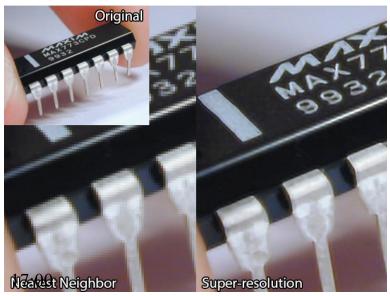
—— SIAM Review, 2006

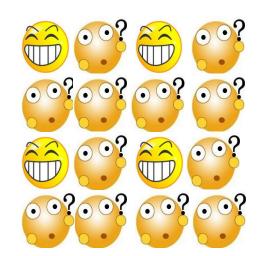


# 趣例3: 数据插值

















# 趣例4:Poisson方程

$$\nabla^2 u = f(x, y)$$





#### 趣例5: 推荐系统(矩阵填充问题)

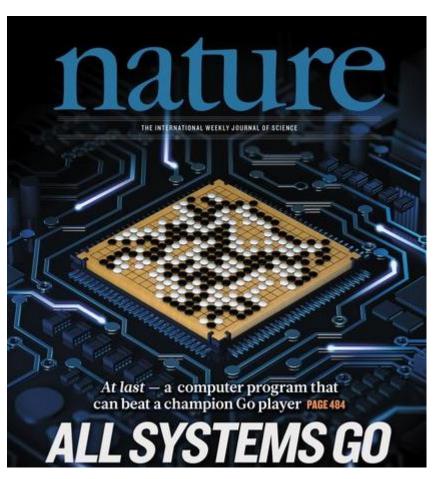




抖音、今日头条、京东、......

https://m.huxiu.com/collection/128.html

#### 趣例6: 机器学习(优化问题)



$$\theta^* = \operatorname*{argmin}_{\theta} E(f_{\theta}(z); x_0)$$



科学计算已与理论研究和实验研究相并列成为科学研究的 第三种方法(范式),成为促进重大科学发现和科技进步的 重要手段。

> ——石忠慈 中国科学院院士

Real-World Problems



Mathematical Problems



**Numerical Algorithms** 

# Human beings are incredibly slow, inaccurate, and brilliant.

Computers are incredibly fast, accurate, and stupid.

Together they are powerful beyond imagination.

▶ 研究用计算机近似求解数学问题的数值算 法及其理论与实现。

# 研究内容:

- >近似的手段构造适合计算机的数值算法
- >理论分析近似对计算结果的影响
- ▶数值算法的程序实现

内容

简介

编程基础

非线性方程(组)

线性方程组(直接法和迭代法)

插值

最小二乘问题

优化问题

数值积分

数值微分

常微分方程/偏微分方程

# 挑战性项目

课程项目1:迭代遇上分形

课程项目2:迭代遇上混沌

课程项目3: 推荐系统

课程项目4:图像超分辨率重建

课程项目5:数据拟合

课程项目6: 高精度pi的计算

课程项目7:图像编辑



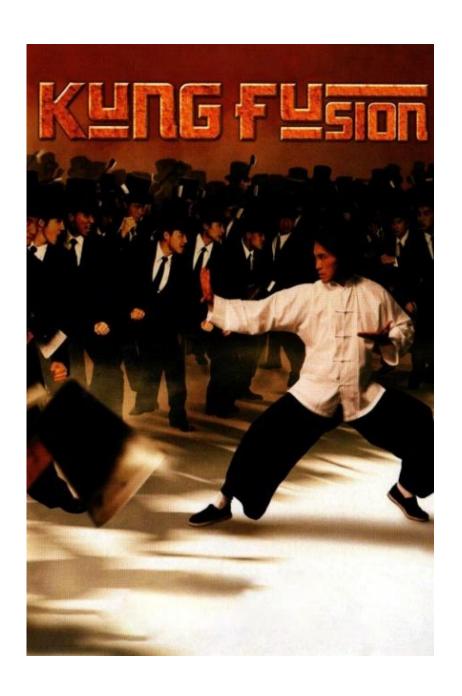
在科技发展日新月异的时代背景下,但计算思维永远不会过时,计算思维是以不变应万变解决数据科学和人工智能等热门领域层出不穷复杂问题的有力工具。

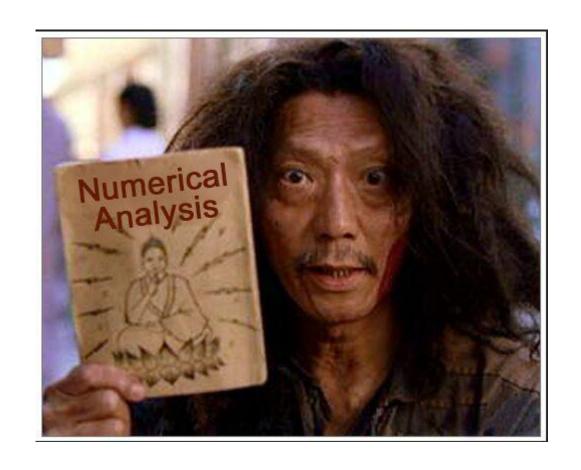
# 模型思维 VS 计算思维

模型思维和计算思维不是非此即彼,而是相辅相成缺一不可。

#### **Refs:**

- 1. 斯科特·佩奇, 模型思维
- 2. 王能超, 算法演化论(高教)
- 3. 龚才春,模型思维
- 4. 吴军, 计算之魂

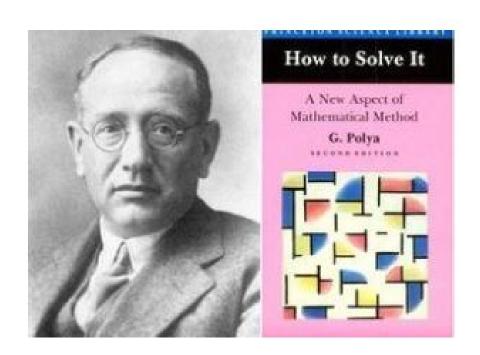




化: 化大为小, 化繁为简, 化难为易, …

"If you don't know how to solve a problem, there must be a related but easier problem you know how to solve. See if you can reduce the problem to the easier one."

G. Polya



If a problem is too hard, change it. Changing a problem is not cheating. It's creative. And it may be the key to something greater.

讲义:何国良,赵熙乐,房秀芬,数值分析

# 推荐书单

- [1] 王能超, 王学东, 简易数值分析 ☆☆☆☆
- [2] J. Kiusalaas, Numerical Methods in Engineering with MATLAB (or Pyhton)



- [3] C. Moler, Numerical Computing with Matlab
- [4] T. Saucer, Numerical Analysis ☆☆☆☆
- [5] 关冶, 陆金甫, 数值分析基础 ☆☆☆☆
- [6] G. Strang, Linear Algebra and Learning from Data 🖈 🖈
- [7] G. Strang, Computational Science & Engineering \*\*\*



QQ群:

坚果云:

https://www.jianguoyun.com/p/DQmx\_zYQ-OH5BhiG2M0EIAA

#### 考核方式:

- 平时30%: 随堂测试(欢迎提问)、项目的书面材料以及报告中涉及的测试数据和源代码
- 期末考试70%

### 学术不端行为

抄袭(Plagiarism)

使用了别人的文章内容、研究过程或研究结果,但却没有使用适当的引用来注明别人的贡献。

Plagiarism (similarity check, 系统 iThenticate和turnitin IEEE Trans要求查重率低于25%)

http://www.nssc.cas.cn/ztzl2015/kycx/xfjs2021/zdgf2/202 105/t20210511 6012145.html The numerical solution is certainly wrong?

The difference is how wrong it is!

# 误差的有关概念

假设某一数据的准确值为x\*, 其近似值 为x,则称

$$e(x) = x - x^*$$

为x的绝对误差。

而称 
$$e_r(x) = \frac{e(x)}{|x^*|} = \frac{x - x}{|x^*|}, \quad (x^* \neq 0)$$

为x的相对误差。

当绝对误差已知时,通常准确值未知,我们可以用近 似值来代替准确值  $e_r(x) = \frac{e(x)}{|x|}$ 

$$e_r(x) = \frac{e(x)}{|x|}$$

**截断误差**:数值方法求得的近似解和精确解之间的误差。

# 例1 微积分中sinx 可展开为

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots,$$

但计算机计算时常用前几项来代替精确解,即抛弃了无穷级数的后段,这样就产生了截断误差。

当|x|很小时,常用x代替 $\sin x$ ,其截断误差 大约为 $x^3/6$ 。

https://zhuanlan.zhihu.com/p/41854281

# 浮点数(图灵奖: William Kahan)

一个非零的二进制一般的描述形式为  $\pm .d_1d_2 \cdots d_r \times 2^s$ 

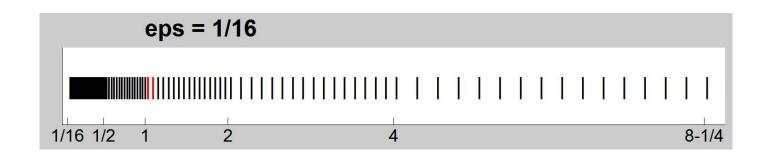
尾数部

阶码部

其中 $d_i$ 为0或1,称为尾数且 $d_1 \neq 0$ ,s 称为阶码。

	符号	指数	尾数	总位数
单精度	1	8	23	32
双精度	1	11	52	64

# 舍入误差:



计算机表示的数只有有限多个,且同时只有有限精度。绝大部分实数在计算机上总不能精确表示,总要经"舍"或"入"而由一个与之相近的浮点数代替,由此引起的误差称为舍入误差。

1996年6月4日,阿丽亚娜-5(ARIANE-5)第一次航行,发射后仅仅37秒,火箭偏离了它的飞行路径,随后解体并且爆炸。火箭上载有价值5亿美元的卫星。



https://www.youtube.com/watch?v=gp D8r-2hwk

# 舍入误差的例子:

```
Demo 1 format long (1-1.05)/0.05
```

```
Demo 2 估计各种计算机舍入误差级别的捷径 format long a=4/3 b=a-1 c=3*b e=1-c
```

Ref: C. Moler, Experiments with Matlab

> 误差的传播、放大和积累

$$y_n = 1 - ny_{n-1}, n = 1, 2, \dots, \text{ } \pm y_0 = 1 - 1 / e_0$$

我们最初观测到一个递减序列直到 $y_{16}$ =0.0037。 随后的结果去令人惊愕 $y_{17}$ =0.3259,  $y_{18}$ =-5.1930,  $y_{19}$ =104.8628, 我们看到一个迅速发散的交错序列。

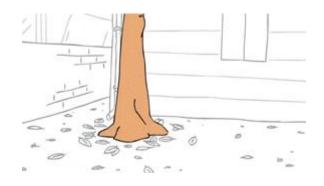
$$|y_0 - y_0^*| \le \varepsilon, |y_1 - y_1^*| = |y_0 - y_0^*| \le \varepsilon, |y_2 - y_2^*| = 2 |y_0 - y_0^*| \le 2\varepsilon,$$

类推 
$$|y_{17} - y_{17}^*| \le 17!\varepsilon$$

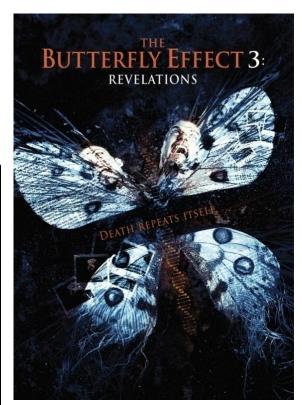
Reference: 张智民, 数值计算的可靠性

# 失之毫厘, 谬以千里









The world is not perfect, where noise or error is unavoidable.

Don't worry too much. We will learn how to live peacefully with noise or error.