

連続時間型マルコフ連鎖を用いた緊急車両配備問題について

稲川 敬介 鈴木 敦夫*
南山大学

(受理 2003 年 8 月 11 日; 再受理 2003 年 12 月 25 日)

和文概要 本論文では, 緊急車両の最適施設配備問題について考える. ここでの緊急車両には, 救急車やパトロールカーなどがあげられる. サービス要求が発生するまで緊急車両が待機する車両格納施設の場所, またそこに格納する緊急車両の台数などは, 効果的なサービスをおこなうための重要な要因である.

この問題に対し, われわれは連続時間型マルコフ連鎖を適用し, 車両格納施設の配置場所とそこに配備する緊急車両の台数を決定するためのモデルを提案する. このモデルでは, 混雑に対するそれぞれの緊急車両間の相互協力, 各緊急車両システムの状態における最適な緊急車両の割当て, 多様なサービス時間が適切に表現される. また, われわれはこのモデルを実際に愛知県瀬戸市の救急車システムに適用し, その実用性を評価する.

キーワード: 公共サービス, 配置問題, マルコフ過程, OR の実施, 施設計画

1. はじめに

本論文では, 緊急車両の最適施設配置問題 [9, 14] について考える. ここでの緊急車両には, 救急車やパトロールカーなどがあげられる. 緊急車両は, 多くの場合, それを格納する施設で待機していて, 急病人の搬送要請などのサービス要求が起こったとき, これに対応する. ただし, 一つのサービス要求に対して厳密に 1 台の緊急車両が対応することを仮定する. このとき, 緊急車両を格納する施設の場所は, 効果的なサービスを行うための重要な要因の一つとなる. 本論ではいくつかの候補地から車両格納施設の配置場所を決定する問題を考える. また, 1 つの車両格納施設に緊急車両が 2 台以上格納される可能性も考慮し, 各車両格納施設に配備する緊急車両の台数も決定する. 本論文では, この一連の手続きを緊急車両配備問題とする.

サービス要求はいつどこで起こるのかわからないため, 緊急車両配備問題の解を決定することは容易でない. 多くの場合, サービス要求は都市などの平面上に分布しており, その分布は一様と限らない. このような問題の解決方法の一つとして, Hakimi[4, 5] によって提案されたメディアン問題があげられる. しかし, 緊急車両配備問題の特徴が, 必ずしもメディアン問題で表現されるとは言えない. なぜならば, 緊急車両配備問題では, 平面的な需要の分布だけでなく, サービス要求の到着過程とサービス (終了) 過程という確率的な現象にも依存するからである. 緊急車両配備問題は, 以下のような不確実性を含んでいる.

- (1) 緊急車両に対するサービス要求は, いつどこで発生するかわからないという, 発生時刻と発生場所の不確実性.
- (2) 緊急車両には, 利用可能な (アイドル) 状態と利用不可能な (ビジー) 状態があるという, 緊急車両の状態の不確実性.

*本研究は南山大学パッヘ研究奨励金 I-A, 科学研究費 (基盤研究 A(2)) 16201035 の援助を受けた.

- (3) あるサービス要求が発生したとき，利用可能な状態にある緊急車両の中でその発生場所に最も近い緊急車両がこのサービス要求に対応するという，サービス要求に対する緊急車両の割当ての不確実性．
- (4) 様々な場所から発生したサービス要求を，それぞれの場所の緊急車両が対応することによって生み出されるサービス時間の不確実性．

不確実性の項目 (2) は，あるサービス要求をサービス中である緊急車両は，その間他のサービス要求に対応できないという，混雑のために起こる．また，不確実性の項目 (3) は，それぞれの緊急車両が独立に稼動するのではなく，相互に協力して全体のサービス要求に対応することを述べている．このような性質を表現するため，確率過程を適用したいいくつかのモデルがある [13] ．

Berman, Larson and Chiu[1] や大山 崇 [12] らは，Pollazek-Khintchine の公式 [15] を用い，待ち行列理論における $M/G/1$ システムを適用してサービス時間に一般の分布を許すモデルを提案した．これらのモデルでは，一般の分布にしたがうサービス時間を表現可能となったが，不確実性の項目 (3) から導かれる，混雑に対する緊急車両間の相互協力は考えられていない．

相互協力の効果をサービス要求側から見ると，各サービス要求は，それぞれの緊急車両が利用可能であるかを照合するための，サービス要求の割当優先順位を持つことがわかる．われわれのモデルでは，異なる割当優先順位を持つサービス要求は，異なる平均を持つ指数分布にしたがって発生すると仮定する．割当優先順位を特定することによって，任意の時刻の状態では，割当てに最適な緊急車両を特定することが可能である．これにより，不確実性の項目 (3) は表現可能である．異なるサービス要求の割当割当順位を持つ領域は，ポロノイ図を用いて視覚的に表現することが可能である．

Carter, Chaiken and Ignall[3] は，緊急車両が 2 台の問題に連続時間型マルコフ連鎖を適用してモデル化をおこなった．彼らは，各緊急車両が利用可能であるか利用不可能であるかだけに注目し，4 つの緊急車両システム状態を定義して混雑に対する相互協力の効果をモデルに組み入れた．しかしながら，サービス時間に関しては，サービス要求の発生した場所やそのときのシステム状態にかかわらず，同一の指数分布にしたがうと仮定している．

また，Larson[8] は，超立方体待ち行列モデルを用いてモデル化をおこなった．この論文では，Carter, Chaiken and Ignall[3] のモデルを発展させ，緊急車両が 12 台までの問題に対して数値的に解析をおこなっている．しかしながら，サービス時間分布に関しては，同様に同一の指数分布にしたがうと仮定している．

われわれのモデルでは，サービス時間分布が，発生した場所とそのときの緊急車両システム状態により割当てられる緊急車両の場所に依存する．各サービス時間分布は，それぞれ異なる平均を持つ指数分布にしたがうと仮定する．

以上の仮定の下に，われわれは緊急車両配備問題に連続時間型有限マルコフ連鎖を適用する．この緊急車両システム内に滞在可能なサービス要求の数は，緊急車両の総数 N ，すなわち待ち行列の容量は 0 である．このようなモデルは，呼損モデルと呼ばれる．また，すべての緊急車両がサービス中である確率を呼損率と呼ぶ．

一方，サービス要求から見ると，最も重要なのはできるだけ早く現場に来て欲しいということである．われわれは，あるサービス要求が発生してから緊急車両が発生場所に到着するまでの時間を対応時間と定義し，十分に小さな定数 α を用いて，呼損率が α 以下であるという制約の下で，平均対応時間を最小化することをモデルの目的とする．

発生する場所によってサービス要求を、また、そのときの状態によってサービス時間を区別するこのようなモデルは、一般に、解くことが難しいということが知られている [15]．その難しさは、モデル内の状態数が組合せ的に増えるところにある．実際、われわれのモデルにおける状態数は、緊急車両の総数を N 、割当優先順位の異なる領域の最大数を $m!$ としたとき、 $(m! + 1)^N$ 存在する．たとえば、緊急車両の台数が 2 台のとき状態数は最大で 9、緊急車両の台数が 3 台のとき状態数は最大で 343、緊急車両の台数が 4 台のとき状態数は 40 万ほどになる．この問題を解析的に解くことは非常に困難である．われわれは、2 章で緊急車両配備問題のモデル全体を説明し、3 章でこの問題を数値的に計算するアルゴリズムを提案する．また、4 章では、このアルゴリズムを用いて緊急車両台数が 4 台までの場合の仮想的な例題と、実際に愛知県瀬戸市の緊急車両 (救急車) システムに適用した事例を紹介する．

2. 問題の定式化

この章では、それぞれの割当優先順位を区別するために用いるボロノイ図と、連続時間型マルコフ連鎖について説明する．最後に、緊急車両配備問題の定式化を与える．

2.1. ボロノイ図

われわれは、 N 台の緊急車両を m 箇所の異なる車両格納施設に配備するとき、 $(m - 1)$ 次のボロノイ図を用いて、異なる割当優先順位を持つ各領域を特定する． $(m - 1)$ 次のボロノイ図は最大で $m!$ のボロノイ領域を生成する． $m!$ は各車両格納施設の順列に相当する．ただし、車両格納施設の配置の組合せによっては、すべての割当優先順位の領域が生成されないこともある．

たとえば、平面上の異なる 3 点に、それぞれが 1 台の緊急車両を配備する車両格納施設を配置したとき、それぞれの車両格納施設に最も近い領域は、図 1 のような 1 次のボロノイ図のボロノイ領域で表現できここで、 $X_i, (i = 1, 2, 3)$ はそれぞれ車両格納施設の配置場所を表している．次に、緊急車両がサービス中である可能性を考慮して、各サービス要求から見て二番目に近い緊急車両の領域を特定する．これには、2 次のボロノイ図を用いることで表現できる．図 2 はこのような状況を表している．図中の $V_1(X_1, X_2, X_3)$ は、割当優先順位 (X_1, X_2, X_3) を持つ 2 次のボロノイ図のボロノイ領域を表す．ただし、表記を簡単にするため、割当優先順位は省略可能とする．ここで、三番目に近い緊急車両の特定は明らかである．よって、図 2 の 2 次のボロノイ図のボロノイ領域は、異なる 3 点のそれぞれに 1 台ずつの緊急車両を配備したときの、すべての割当優先順位の領域を表している．各領域から発生するサービス要求は、これに等しい割当優先順位を持つ．

ここで、もし 3 台の緊急車両が、異なる 2 箇所の車両格納施設にそれぞれ 1 台と 2 台の緊急車両が配備されたとすれば、1 次のボロノイ図で各割当優先順位の領域を特定できる．このように、緊急車両を重複配備すると、割当優先順位の領域は、大きく変化する．われわれのモデルでは、 N 台すべてが異なる車両格納施設に配備される場合だけでなく、いくつかの重複配備がある場合も考慮する．後に 4 章の数値例で述べるように、サービス要求の頻度のばらつきが大きいとき、重複配備は有効である．

2.2. 連続時間型マルコフ連鎖

われわれのモデルでは、サービス要求の発生頻度を重みとして、それぞれのボロノイ領域の重心から異なる割当優先順位を持つサービス要求が発生すると仮定する． $(m - 1)$ 次のボロノイ図のボロノイ領域 $V_j, (j = 1, 2, \dots, m!)$ から発生するサービス要求は、平均 $1/\lambda_j, (j = 1, 2, \dots, m!)$ の指数分布にしたがって発生すると仮定する．また、車両格納施設

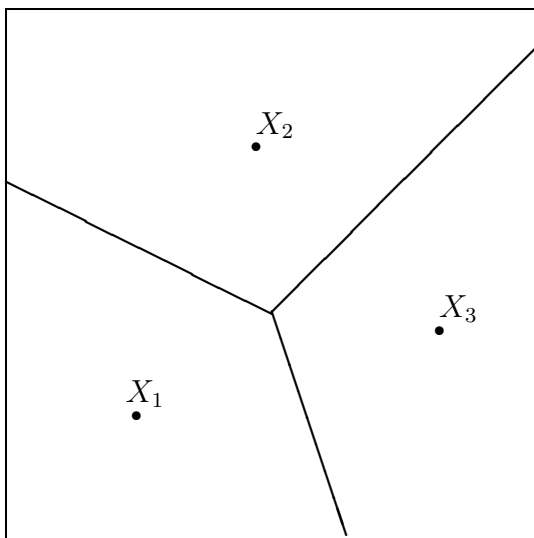


図 1: 1 次のボロノイ図

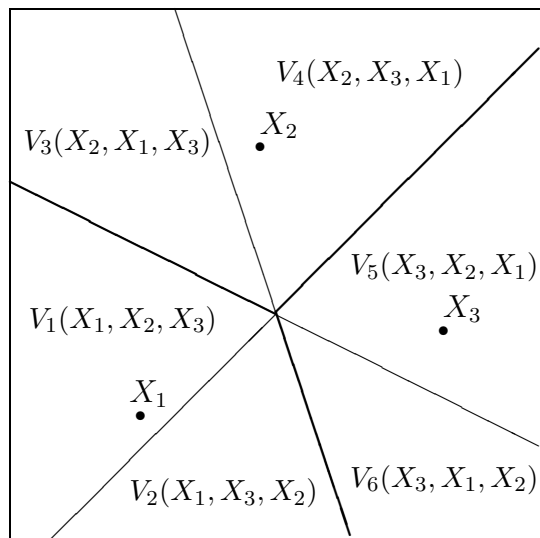


図 2: 2 次のボロノイ図

$X_i, (i = 1, 2, \dots, N)$ に配備されている緊急車両によってボロノイ領域 $V_j, (j = 1, 2, \dots, m!)$ のサービス要求がサービスを受けたときのサービス時間は、平均 $1/\mu_{ij}, (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, m!)$ の指数分布にしたがって発生すると仮定する。これらの仮定の下で、われわれは緊急車両システムに連続時間型有限マルコフ連鎖 [15] を適用する。ここで、もしすべての緊急車両がサービス中であるとき発生したサービス要求は、呼損となることを仮定する。また、 λ_j は、ボロノイ領域内で発生するサービス要求の平均発生時間間隔の逆数とする。 μ_{ij} を以下の式で定義する。

$$\mu_{ij} \equiv \{\tau(d(X_i, V_j)) + ST\}^{-1}.$$

ここで、関数 $\tau(x)$ は距離 x を平均時間に変換する関数、 $d(X_i, V_j)$ は車両格納施設 X_i とボロノイ領域 V_j の重心との距離、 ST は移動時間以外に必要な平均サービス時間とする。

連続時間型有限マルコフ連鎖を用いて数值的に計算することにより、すべての緊急車両の状態の定常分布が計算可能である。これにより、すべての状態確率が得られるので、われわれは、 m 箇所の車両格納施設に N 台の緊急車両を配備したときの呼損率を得ることができる。また、すべての状態確率と、各車両格納施設からサービス要求の発生場所までの距離とそれを時間に変換する関数とから、平均対応時間も計算できる。

2.3. 定式化

緊急車両を配備可能な車両格納施設の集合を $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m, \dots, X_M\}$ とする。また、緊急車両が N 台のとき、考えられる候補地の組合せの集合を S_N で表す。集合 S_N に属する要素の数は、繰り返しを許した車両格納施設の候補地の組合せの数である。われわれは、十分に小さな数 α を定義した後、呼損率が α 以下で、かつ平均対応時間を最小にする緊急車両の配備を決定する。

この問題は、以下のように定式化できる．

$$\text{minimize} \quad \sum_{s \in S_N} r^{(s)} Y_s \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{s \in S_N} Y_s = 1, \quad \forall s \in S_N, \quad (2)$$

$$Q^{(s)} P^{(s)} = 0, \quad \forall s \in S_N, \quad (3)$$

$$I P^{(s)} = 1, \quad \forall s \in S_N, \quad (4)$$

$$P_b^{(s)} = I_b P^{(s)}, \quad \forall s \in S_N, \quad (5)$$

$$r^{(s)} = W T^{(s)} P^{(s)}, \quad \forall s \in S_N, \quad (6)$$

$$Y_s P_b^{(s)} \leq \alpha, \quad \forall s \in S_N, \quad (7)$$

$$Y_s \in \{0, 1\}, \quad \forall s \in S_N, \quad (8)$$

$$s = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}, \quad f_n \in \mathbf{X}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

ここで、 Y_s は最適な緊急車両の配備 s を選択する決定変数である．よって、式 (1) は、最小の平均対応時間 $r^{(s)}$ を決定する． $Q^{(s)}$ は、緊急車両の配備を s としたときの連続時間型マルコフ連鎖の推移行列である．この生成法は次章で述べる．式 (3) の中の $P^{(s)}$ は、緊急車両の配備を s としたときの各状態の確率を示す列ベクトルである． I はすべての要素が 1 の行ベクトルである．よって、式 (4) は、分布であるための条件を表す． I_b は、すべての緊急車両がサービス中である状態に対しては 1、緊急車両が 1 台でもサービス中でない状態に対しては 0 の要素を持つ行ベクトルである．この生成法も次章で述べる．このとき、式 (5) の中の $P_b^{(s)}$ は配備 s のときの呼損率となる．平均対応時間 $r^{(s)}$ の計算に必要な $W T^{(s)}$ は、各状態における平均到着時間を要素に持つ行ベクトルである．たとえば、 $N = 2$ のとき、すべての緊急車両がサービス中でない状態での平均対応時間は、以下ようになる．

$$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \tau(d\{X_1, V(X_1, X_2)\}) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \tau(d\{X_2, V(X_2, X_1)\}).$$

式 (7) は、ある s が選択されたとき、その呼損率 $P_b^{(s)}$ は α 以下でなければならないという制約である．式 (9) は、 N 台それぞれの緊急車両の配備場所 $f_n, (n = 1, 2, \dots, N)$ を決定する．

3. アルゴリズム

この節では、全体のアルゴリズムと I_b を生成するアルゴリズム、また、推移行列 (生成作用素) $Q^{(s)}$ を生成するアルゴリズムを与える．

全体のアルゴリズムは以下ようになる．

全体のアルゴリズム

STEP1: α を設定する． I_b を生成する．

STEP2: $s \in S_N$ を選択する．

STEP3: s に配備したときの推移行列 $Q^{(s)}$ を作りだす．これを用いて、呼損率 $P_b^{(s)}$ と平均対応時間 $r^{(s)}$ を計算する．

STEP4: もし呼損率 $P_b^{(s)}$ が α 以下で、かつ平均対応時間 $r^{(s)}$ がこれまでで最良ならば、 $s^* = s$ と更新する．

STEP5: s がすべての組合せを検索したなら終了．そうでないなら，STEP 2 へ．

呼損率 P_b を生成するための行列 I_b は以下のアルゴリズムにより作りだすことができる．このアルゴリズムでは，各状態の中にサービス中でない状態 (0) が一つでもあれば，この状態に対応する I_b の要素は 0 に強制される．

I_b を生成するアルゴリズム

STEP1: $t = 0$ を設定する．

STEP2: 大きさ $(m!+1)^t$ の列ベクトル b_0 の要素はすべて 0 とする．大きさ $(m!+1)^t$ の列ベクトル b_j の要素はすべて 1 とする ($j = 1, 2, \dots, N$) ．

STEP3: $B_{t+1} = \{b_0, b_1, b_2, \dots, b_N\}$ を設定． $t = t + 1$ ．

STEP4: $t + 1 < N$ ならば STEP 2 へ， $t + 1 = N$ ならば STEP 5 へ．

STEP5: B_1, B_2, \dots, B_N の各要素 (成分) の積により求められる行ベクトルを I_b とする．

最後に，推移行列 $Q^{(s)}$ を作りだすアルゴリズムを与える．われわれが生成すべき推移行列の要素の多くは 0 である．さらに，非零要素の場所はある規則にしたがっている．これを利用して，われわれのアルゴリズムでは，いくつかの小行列を組み合わせで大きな推移行列を生成する．ただし，割当優先順位により，いくつかの要素を削除する必要がある．しかしながら，削除する要素を見つけるためには発生率だけを見れば十分である．

$Q^{(s)}$ を生成するためのアルゴリズム

STEP1: 配備 s より $\lambda_j^{(s)}, \mu_{i,j}^{(s)}$ を定義する． $t = 0, \hat{Q} = \{0\}$ とする．

STEP2: $\lambda_j^{(s)}$ を対角要素とする，大きさ $(m! + 1)^t \times (m! + 1)^t$ の小行列を作り， L_j とする ($j = 1, 2, \dots, m!$) ． $\mu_{N-t,j}^{(s)}$ を対角要素とする，大きさ $(m! + 1) \times (m! + 1)$ の小行列を作り， $M_{N-t,j}$ とする ($j = 1, 2, \dots, m!$) ．(ただし $t = 0$ のとき，小行列は単に要素である．)

STEP3: 行列を以下のように組み立てる．

$$\begin{pmatrix} \hat{Q} & L_1 & L_2 & \cdots & L_{m!} \\ M_{N-t,1} & \hat{Q} & & & \\ M_{N-t,2} & & \hat{Q} & & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \ddots & \\ M_{N-t,m!} & & \mathbf{0} & & \hat{Q} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

STEP4: 上の式 (10) を新たに \hat{Q} とおく． $t = t + 1$ とする．ここで， $t = N$ ならば STEP5 へ，そうでないなら STEP2 へ．

STEP5: 発生率の要素を調べ，割当優先順位に当たる要素は削除する．次に， \hat{Q} 全体の各行の和に -1 をかけて， \hat{Q} の各行の対角要素とする．ここで， $Q^{(s)} = \hat{Q}$ ．

4. 数値例

この章で，われわれは二つの計算実験結果を紹介する．一つは，単純な仮想都市を考える．ここでは特徴的な平均発生時間間隔を持ついくつかの例をあげ，実際にそれらを解いてモデルの振舞いを調べる．いま一つは，愛知県瀬戸市の緊急車両 (救急車) システムに対し，

このモデルを実際に適用した例を紹介する．この例では，まず，われわれのモデルを用いて同市の現状を分析する．次に，新たな候補地を設定したとき，現状よりも効率の良い配備場所を求める．

4.1. 仮想都市における数値例とモデルの振舞

ここでは，単純な仮想都市を考え，いくつかの数値例を解きモデルの振舞を調べる．計算に必要な情報は，各区域からそれぞれの車両格納施設の候補地への距離行列，各区域における平均発生間隔，距離を平均所要時間に変換する関数 $\tau(x)$ ，移動以外にかかる時間の平均 ST である．解法のアルゴリズムは，MatLab R.12 を用いて実現した．プログラムのサイズは緊急車両台数が 2 台のモデルでおよそ 4KB，3 台のモデルでおよそ 8KB，4 台のモデルではおよそ 50KB である．使用した計算機は，メモリ 256MB，CPU は UltraSPARC-IIi 440MHz，OS は SunOS である．計算時間は緊急車両台数が 2 台のモデルで約 2.5 秒，3 台のモデルで約 4.5 秒，4 台のモデルで約 470 秒である．

ある仮想都市が 図 3 のような 36 の区域 $A1, A2, \dots, F6$ を持ち，そこに 2 台，または 3 台，または 4 台の緊急車両を配備する問題を考える．都市内には X_1, \dots, X_6 という 6 箇所の車両格納施設の候補地がある．緊急車両の移動距離にはマンハッタン距離を適用し，隣接する区域へ移動するのに平均で 2 単位の時間を必要と仮定する．また，移動以外にかかる時間 ST は平均で 5 単位時間と仮定する．ただし，ここでは緊急車両台数を変化させたときの配備場所を調べるので，呼損率 P_b が十分に小さな定数 α 以下という制約を取り除き，単に平均対応時間の最小化を目的とする．

	1	2	3	4	5	6
A						
B		X_1		X_2		
C					X_3	
D			X_4			
E		X_5			X_6	
F						

図 3: 36 区域と配置可能箇所

	1	2	3	4	5	6
A	440	373	475	438	319	406
B	521	649	228	496	233	445
C	544	485	553	481	309	419
D	297	314	239	403	458	425
E	420	481	510	307	455	608
F	458	470	289	388	358	172

図 4: 例題 1 の平均発生時間間隔

図 4 の平均発生時間間隔を与えられたときの計算実験結果を調べる．この平均発生時間間隔は，平均 400，標準偏差 100 の正規乱数により作成した．緊急車両台数 $N = 2$ のときの緊急車両の配備場所は，車両格納施設 $\{X_3\}$ と車両格納施設 $\{X_4\}$ にそれぞれ 1 台配備される．車両格納施設 $\{X_3\}$ と車両格納施設 $\{X_4\}$ の区域番号は，それぞれ区域 C5 と区域 D3 である．このとき呼損率 $P_b = 0.1976$ となる．これはシステム全体の需要の 2 割弱に対応できないことを意味する．一方，このときの平均対応時間 $r = 4.2736$ である．

緊急車両台数を 1 台増加させ， $N = 3$ として解くと， $\{X_2, X_4, X_6\}$ に配置するのが最適で，このとき $P_b = 0.0532$ となる．このとき，全体の需要の 9 割以上に対応できるとわかる．一方，このときの平均対応時間 $r = 4.2231$ である．また， $N = 4$ として解くと， $\{X_2, X_4, X_5, X_6\}$ に配置するのが最適で，このとき $P_b = 0.0091$ となる．一方，このときの平均対応時間 $r = 3.7677$ である．このモデルでは，実際に P_b の値を求めることにより，現

表 1: 平均発生時間間隔を変化させたときの実験結果

例題番号	平均到着時間間隔	N	配備場所	P_b	r
例題 1	上記表 4.	2	$\{X_3, X_4\}$	0.1976	4.2736
		3	$\{X_2, X_4, X_6\}$	0.0532	4.2231
		4	$\{X_2, X_4, X_5, X_6\}$	0.0091	3.7677
例題 2	すべての区域を 400.	2	$\{X_2, X_4\}, \{X_3, X_4\}$	0.1864	4.3828
		3	$\{X_1, X_3, X_5\}$	0.0484	4.2711
		4	$\{X_1, X_2, X_5, X_6\}$	0.0104	3.6456
例題 3	区域 A1 だけを 40, それ以外を 400.	2	$\{X_1, X_1\}$	0.2511	4.3155
		3	$\{X_1, X_3, X_4\}$	0.0829	4.5622
		4	$\{X_1, X_2, X_3, X_5\}$	0.0220	4.0228
例題 4	区域 A1 だけを 10, それ以外を 400.	2	$\{X_1, X_1\}$	0.3980	3.3712
		3	$\{X_1, X_1, X_4\}$	0.2043	4.2695
		4	$\{X_1, X_1, X_3, X_4\}$	0.0923	4.3303
例題 5	区域 A1 だけを 40, それ以外を 800.	2	$\{X_1, X_4\}$	0.1333	4.7308
		3	$\{X_1, X_3, X_5\}$	0.0286	4.5803
		4	$\{X_1, X_2, X_3, X_5\}$	0.0047	3.7175
例題 6	区域 A5 だけを 40, それ以外を 400.	2	$\{X_2, X_4\}$	0.2551	4.4145
		3	$\{X_2, X_3, X_4\}$	0.0857	4.7818
		4	$\{X_2, X_2, X_5, X_6\}$	0.0236	4.2143

在の緊急車両台数が妥当であるかという一つの評価基準を得ることができる．これらの計算実験結果は，表 1 に例題 1 として載せている．

4.2. モデルの振舞

ここでは，平均発生時間間隔を変化させたとき，モデルがどのような動きを示すのかを調べる．以下では，いくつかの特徴的な平均到着時間間隔を設定して，その最適解が妥当なものであるかを調べる．得られた結果を表 1 に示す．

例題 1 において，緊急車両台数 $N = 2$ のときの最適解は $\{X_3, X_4\}$ であり， $N = 3$ のときの最適解は $\{X_2, X_4, X_6\}$ である．このことから， $N = 2$ の問題は， $N = 3$ の問題の部分問題ではないことがわかる．よって，われわれは， $N = 3$ の問題の解を得るために， $N = 2$ の問題の解を利用することはできない．

例題 2 において，緊急車両台数 $N = 2$ のときの最適解は $\{X_2, X_4\}$ と $\{X_3, X_4\}$ の二つである．両者の呼損率 P_b と平均対応時間 r は全く同じ値を持つ．

例題 3 において，緊急車両台数 $N = 2$ のときの解は $\{X_1, X_4\}$ である．このことから，区域の発生時間間隔に偏りがある場合，一ヶ所の候補地に複数台の緊急車両を配備した方が最適となる場合があるということがわかる．

例題 4 において，緊急車両台数 $N = 2$ のときの平均対応時間は $r = 3.3712$ 単位時間である．しかしながら， $N = 3, N = 4$ のときの解の平均対応時間 r は，緊急車両台数を増やしたにもかかわらず $N = 2$ のときよりも長くなっている．これは，呼損率 P_b が大きいとため，多くの需要を無視して平均対応時間を下げていると考えられる．よって，呼損率 P_b と平均対応時間 r は負の相関を持つことがわかる．愛知県瀬戸市への適用例のような実際の問題に

において、われわれは一つの便法として、 $P_b \leq \alpha$ という制約を用い、これを解決する。

4.3. 愛知県瀬戸市における適用例

ここでは、われわれのモデルを実際に愛知県瀬戸市の緊急車両(救急車)システムに適用した適用例を紹介する。この適用例では救急車のシステムのみについて考えるので、4.3. 節においては緊急車両を厳密に救急車とする。

愛知県瀬戸市(図5)は都市部と山間部を持つ、世帯数 48,491、人口 132,415 の市である。同市は、東西に 12.8km 南北に 13.6km と広がっており、総面積は 111,62km² である。同市における平成 14 年の救急出動件数は 3,853 件であり、その件数は年々増加している。図6は過去 11 年間の救急車出動件数の推移である。それにもかかわらず、同市の救急車の台数は過去 11 年間変わっていない。この 11 年間の人口増加率は 3.8% ほどであるのに、救急車の出動件数の増加率は 39.9% ときわめて高い。このことから、この救急車システムへの期待が高まっていることがわかる。

消防庁が定めた基準消防力によれば、平成 14 年現在、同市における救急車保有基準台数は 5 台である [16]。しかしながら、同市では現在、4 台の救急車しか保有していない。われわれは、愛知県瀬戸市の救急車システムにモデルを適用し、同市の救急車システムの現状評価をおこなう。また、新たな候補地を設定し、救急車のより効率的な配備について考察する。

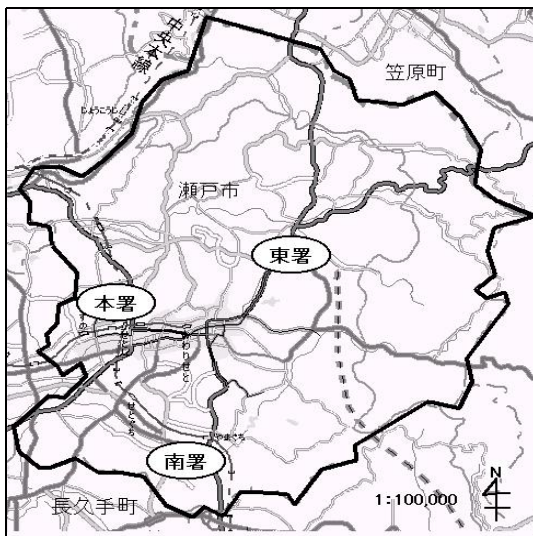


図 5: 主要道路地図と救急車格納施設

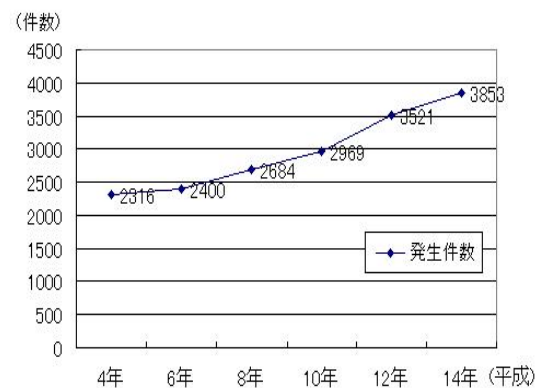


図 6: 過去 11 年間の出動件数の推移

4.3.1. 愛知県瀬戸市の現状

現在同市では、4 台の救急車が、本署に 2 台、東署と南署に各 1 台ずつ配備されている。図5は同市の主要道路地図と、救急車格納施設の位置を示した図である。東部は山間部であり、発生件数は少ないが、1 回の出動には比較的長い移動時間を必要とする傾向にある。市街地は図5の本署付近に集中しており、発生件数も多い。また、近年南部に多くのマンションが建設され、この付近の発生件数の増加は著しい。

同市における時間帯別の発生件数は図7で示してある。これを見ると、夜間と昼間の発生件数は明らかに異なっている。われわれは救急車システムにおける混雑を考慮してモデル化しているので、8:00 - 22:00 の間に発生したサービス要求だけをデータとして扱う。このとき、各サービス要求の発生時間間隔の分布は図8で示してある。また、同図中の曲線は



図 7: 時間帯別発生件数

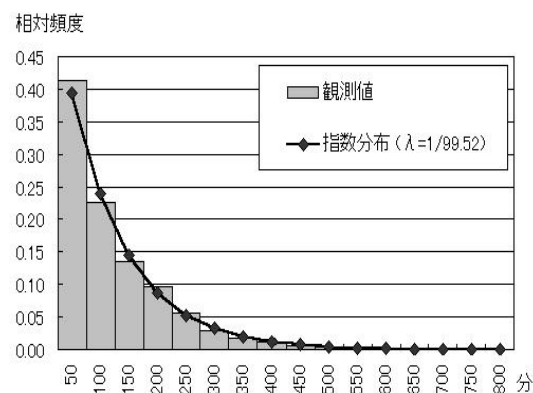


図 8: 発生時間間隔の分布

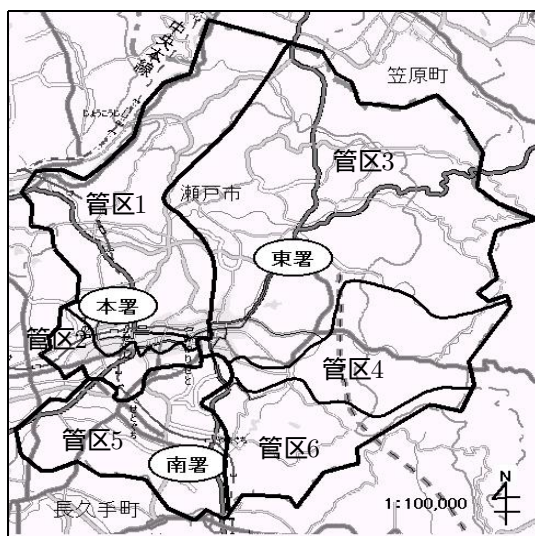


図 9: 瀬戸市の管区とその割当優先順位

管区番号	割当優先順位
管区 1	(本署, 東署, 南署)
管区 2	(本署, 南署, 東署)
管区 3	(東署, 本署, 南署)
管区 4	(東署, 南署, 本署)
管区 5	(南署, 本署, 東署)
管区 6	(南署, 東署, 本署)

平均 99.52 の指数分布である。

同市では、市全体を各署へのサービス要求処理の割当優先順位により 6 つの管区に分類している。図 9 の 6 つの管区は、それぞれが異なる割当優先順位を持つ。これは、われわれのモデルにおいて救急車格納施設が 3 箇所配置されたとき、その施設を核とする 2 次のボロノイ図のボロノイ領域は 6 つに分割されるという仮定に対応している。ただし、同市の管区は街の成り立ちにつれて作られたものなので、図 9 を見てわかるように、正確なボロノイ領域ではない。

平成 14 年度にそれぞれの管区から発生したサービス要求は、表 2 で示してある。瀬戸市の現状では、サービス要求を受けてから現場に到着するまでの時間、平均対応時間が 5.23 分であり、その標準偏差は 2.13 である。1 件のサービス要求にかかる平均総サービス時間は 50.47 分であり、その標準偏差は 18.40 である。図 2 の 4 分、5 分は、それぞれの管区において 4 分以内、5 分以内に対応した件数と、全体から見たときの割合を表したものである。

4.3.2. 瀬戸市の管区を用いたモデル化による現状評価

はじめに、われわれは瀬戸市で実際に使用されている管区を用いて (実際に使用されている管区を 2.1 節で論じたボロノイ領域として扱い)、計算実験をおこなう。用いるデータは、同市における平成 14 年の 8:00 から 22:00 までのサービス要求発生時刻、発生現場への到

表 2: 瀬戸市の各管区におけるサービス要求の発生

管区番号	発生件数	発生時間間隔	4 分以内	5 分以内
管区 1	424 (0.15)	666.16	127(0.04)	288(0.10)
管区 2	789 (0.28)	357.98	466(0.16)	588(0.20)
管区 3	649 (0.23)	435.21	265(0.09)	420(0.14)
管区 4	64 (0.02)	4413.20	0(0.00)	9(0.00)
管区 5	99 (0.03)	2853.00	6(0.00)	31(0.01)
管区 6	813 (0.29)	347.42	302(0.10)	504(0.17)
合計	2803 (1.00)	99.52(分)	1166(0.39)	1840(0.62)

表 3: 救急車の配備場所，台数を变化させたときの計算結果

各救急車の配備場所	P_b	r (分)
{ 本署, 本署, 東署, 南署 }	0.0023	5.5645
{ 本署, 東署, 東署, 南署 }	0.0025	6.7431
{ 本署, 東署, 南署, 南署 }	0.0027	8.4494
{ 本署, 本署, 本署, 東署 }	0.0025	6.8348
{ 東署, 東署, 東署, 東署 }	0.0029	10.3676
{ 本署, 東署, 南署 }	0.0170	—

着時刻，帰署（引き上げ）時刻，発生現場の位置，対応した救急車の番号，発生現場まで救急車が移動した距離である．ここから平均発生時間間隔，平均サービス時間などを求める．また，呼損率の上限として $\alpha = 0.01$ と設定する．

われわれのモデルにより愛知県瀬戸市における現在の救急車システムのシステム評価をおこなうと，すべての施設がサービス中である確率 P_b は 約 0.0023 と得られる．このときの平均対応時間 r は 約 5.5645 分となる．また，サービス要求が最も近い救急車によって処理される確率は，0.7117 と得られる．この確率は，3 箇所の配置場所にそれぞれ少なくとも 1 台の救急車が待機している確率である．次に，現在の 3 施設を利用して，救急車の台数を变化させた場合のシステム評価についても計算する．表 3 はその主な結果である．これにより，現在 同市が保有している施設だけを用いた場合は，現在の配備台数が最適であることがわかる．

また，一つの施設を閉鎖させると仮定して二つの施設しか使用できない場合，本署に 3 台，東署に 1 台という配備が最適配備である．すべての配備の組合せの中で最も悪い組合せは東署に 4 台配備したときで，そのとき現状のおよそ 2 倍の平均対応時間 r が必要となる．さらに，救急車が 3 台しかなかったと仮定したとき，各署に 1 台ずつという配備が最適配備である．ただし，このとき $P_b = 0.0170$ となり， $P_b \leq \alpha = 0.01$ という制約を満たさない．この場合の最適化は，単に P_b の最小化をおこなった．

4.3.3. 新たな候補地の設定と計算実験結果

次に，新たな救急車格納施設の候補地を設定した場合の計算実験結果を紹介する．新しく 5 箇所の候補地を追加して最適化をおこなう．また結果の比較を可能とするため，すでに瀬戸市の管区を用いて計算した救急車配備の組合せについてもボロノイ領域を用いたこのモデル化で再計算する．新しい候補地の場所は，図 10 で示してある．また，各署と新候補地の

緯度と経度は表 4 で示してある．距離を時間に変換する関数 $\tau(x)$ を以下のように定義する．

$$\tau(x) = 0.0331x + 2.4688.$$

移動以外に必要なサービス時間は $ST = 46.7949$ とする．各候補地と需要地点との距離は，表 4 の経緯度を用い，格子状の道路が多い都市部の距離の近似に良いとされているマンハッタン距離を計算する．これにより各平均サービス時間を求める．また，ここでは瀬戸市が使用している管区を用ず，マンハッタン距離を用いて $(m-1)$ 次のボロノイ図を作り，そのボロノイ領域を利用する．われわれは平成 14 年の各町丁目の住民数に総発生件数を比例配分し，各ボロノイ領域内でこれを合成する．これによりボロノイ領域におけるサービス要求の平均到着時間間隔を求める．瀬戸市の管区を用いた場合と同様に，呼損率の上限として $\alpha = 0.01$ と設定する．

計算をおこなうと，最適配備場所は $\{X_1, X_2, X_5, X_7\}$ となる．この結果を図 11 で示す．このとき呼損率は $P_b = 0.0022$ で，平均対応時間は $r = 4.6735$ となる．主要な候補地の組合せの結果は表 5 に示す．配備場所 $\{X_1, X_1, X_2, X_3\}$ は瀬戸市の現状である．最適解と現状との差は 0.1606 分，すなわち約 10 秒ほどであった．

最も平均対応時間が長いのは， $\{X_2, X_2, X_2, X_2\}$ ，すなわち現状の東署に 4 台すべてを配備する場合であった．このとき，最適解の 2 倍ほどの平均対応時間を必要とする．救急車の格納施設が 3 箇所までしか使えないと仮定したときの最適解は， $\{X_1, X_1, X_2, X_5\}$ である．救急車の格納施設が 2 箇所までしか使えないと仮定したときの最適解は， $\{X_1, X_1, X_4, X_4\}$ である．候補地 $\{X_1\}$ ，すなわち現状の本署は，表 5 の多くの解で採用されていることがわかる．

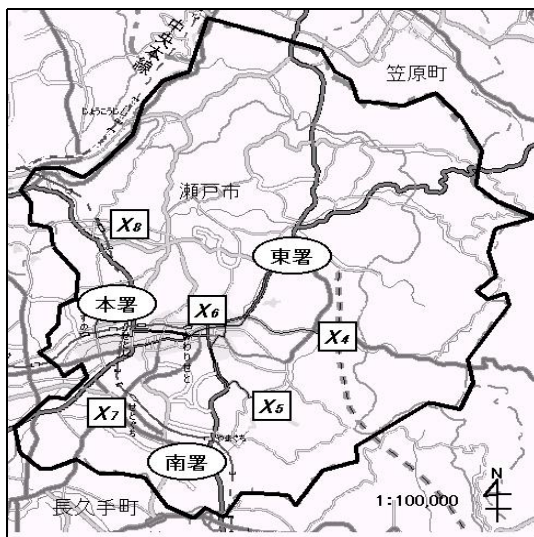


図 10: 候補地の場所

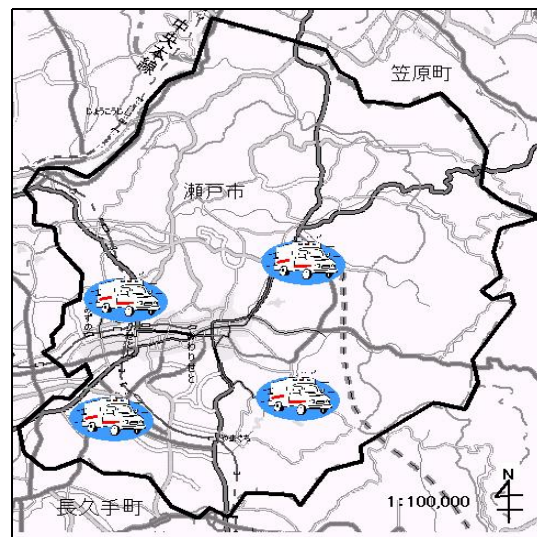


図 11: 最適配備場所

5. おわりに

本論文では，緊急車両の問題に対して定式化をおこない，また，その振舞を見るために仮想都市における数値実験を，実用性を示すために愛知県瀬戸市の救急システムへの適用例を紹介した．

表 4: 候補地の緯経度

候補地	場所	経度	緯度
X_1	本署	280	813
X_2	東署	450	882
X_3	南署	336	691
X_4	赤津交	481	796
X_5	南山大	398	724
X_6	中央病	333	795
X_7	長根小	286	758
X_8	西陵小	278	859

表 5: 新たな候補地を含めた計算結果

各救急車の配備場所	P_b	$r(\text{分})$
$\{X_1, X_2, X_5, X_7\}$	0.0022	4.6735
$\{X_1, X_2, X_3, X_6\}$	0.0024	4.6920
$\{X_1, X_2, X_4, X_5\}$	0.0025	4.6923
$\{X_1, X_2, X_5, X_6\}$	0.0025	4.7602
$\{X_1, X_1, X_2, X_3\}$	0.0018	4.8341
$\{X_1, X_1, X_2, X_5\}$	0.0019	4.7484
$\{X_1, X_1, X_4, X_4\}$	0.0020	5.9260
$\{X_2, X_2, X_2, X_2\}$	0.0025	9.6664

本モデルは緊急車両間の相互協力と混雑を考慮したモデルであり、通常のメディアン問題では表現できない不確実性を組み入れることができた。また、通常のメディアン問題と大きく異なる点の一つは、実際に平均対応時間という一つの評価尺度が求められることである。これにより、配備場所を変更することによって、どれだけの効果があるのかがわかる。配備場所の変更を提案する場合、この評価尺度を得ることは有用である。

本論では、平均サービス時間がサービス要求の発生場所とそのときのシステムの状態に依存する場合の問題に対し、連続時間型マルコフ連鎖を適用してモデル化をおこなった。この問題を解くためには、大規模な推移行列を生成することが必要である。われわれはこれを生成する方法を提案したが、割当優先順位の種類は緊急車両の順列だけあるため、緊急車両の数が大きくなると、推移行列は組合せ的に大きくなる。これを克服することは、今後の課題の一つである。

われわれは既に、4 台の緊急車両の問題において、あるサービス要求に対し、その場所に最も近い 3 台までの緊急車両しか使用できないという仮定を用いて、近似的なモデルを考案している。このモデルは、計算時間の短縮については有効だが、やはり、推移行列の大きさは組合せ的に大きくなるので、根本的な解決にはなっていない。今後は、より多数の緊急車両を保有するシステムに適用可能なモデルを考案することが必要である。

謝辞

本研究において待ち行列理論の知識とモデル化に貴重な示唆を与えてくださいました、南山大学 数理情報学部情報通信学科 石崎文雄先生に感謝します。また、愛知県瀬戸市における救急車出場データの提供と救急医療現場の知識の提供に協力してくださいました、瀬戸市消防本部 総務課消防防災係 春田尚志氏に感謝します。

参考文献

- [1] O. Berman, R. C. Larson and S. S. Chiu: Optimal server location on a network operating as an $M/G/1$ queue. *Operations Research*, **33** (1985), 746-771.
- [2] O. Berman, R. C. Larson and C. Parkan: The stochastic queue p -median problem. *Transportation Science*, **21** (1987), 207-216.
- [3] G. M. Carter, J. M. Chaiken and E. Ignall: Response areas for two emergency units. *Operations Research*, **20** (1972), 571-594.

- [4] S. L. Hakimi: Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, **12** (1964), 450-459.
- [5] S. L. Hakimi: Optimum distribution of switching centers on a communications network and some related graph theoretic problems. *Operations Research*, **13** (1965), 462-475.
- [6] 稲川敬介, 鈴木敦夫: 連続時間型マルコフ連鎖を用いた配置問題について. 2002 年日本 OR 学会春季研究発表会 アブストラクト集, (2002), 160-161.
- [7] 稲川敬介, 鈴木敦夫: 連続時間型マルコフ連鎖を用いた配置問題について. 2003 年日本 OR 学会春季研究発表会 アブストラクト集, (2003), 50-51.
- [8] R. C. Larson: A hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban emergency services. *Computer & Operations Research*, **1** (1974), 67-95.
- [9] 岡部篤行, 鈴木敦夫: 最適配置の数理 (朝倉書店, 1992).
- [10] 大澤義明: 待ち行列を用いた行政サービス割り当て問題について. 日本都市計画学会学術研究論文集, 第 20 回 (1985), 109-114.
- [11] 大澤義明: グループ利用, 混雑現象を考慮に入れた Location-Allocation 問題. 筑波大学社会工学研究科都市地域計画学専攻博士論文 (1986).
- [12] 大山崇: サービスセンターの最適配置問題とその拡張. 東京理科大学大学院理工学研究科修士論文 (1999).
- [13] Stephen M. Pollock, Michael H. Rothkopf and Arnold Barnett (編), 大山達雄 (監訳): 公共政策 OR ハンドブック (朝倉書店, 1998).
- [14] 谷村秀彦, 梶秀樹, 池田三郎, 腰塚武志: 都市計画数理 (朝倉書店, 1986).
- [15] Ronald W. Wolff: *Stochastic Modeling and the Theory of Queues* (Prentice Hall, 1989).
- [16] 瀬戸市消防本部ホームページ: <http://www.city.seto.aichi.jp/fire/>.

稲川敬介

南山大学大学院経営学研究科経営学専攻

〒466-8673 名古屋市昭和区山里町 18

E-mail: d02bb002@seto.nanzan-u.ac.jp

ABSTRACT

OPTIMAL LOCATION PROBLEM FOR URBAN EMERGENCY
VEHICLES WITH CONTINUOUS-TIME MARKOV CHAIN

Keisuke Inakawa Atsuo Suzuki
Nanzan University

In this paper, we consider the optimal location problem for urban emergency vehicles. Examples of urban emergency vehicles are ambulances, police cars, etc. Emergency vehicles stand by the base until a service demand occurs. And if a service demand occurs, they move to give a service from its base to the demanded site. There are at least two important factors for performing effective services, i.e., 1) the location of bases for emergency vehicles until a service demand occurs, and 2) the number of the emergency vehicles stored there.

We apply a continuous-time Markov chain to this problem, and propose a model for determining location of bases for emergency vehicles, and the number of the emergency vehicles deployed there. This model handles appropriately the mutual cooperation among emergency vehicles on congested situation, the assignment of the optimal emergency vehicles in each system state, and various service times. We apply this model to the emergency system of Seto city, Aichi, and evaluate its practicality.