大規模繰り返しジョブショップスケジューリング問題に対するハイブリッド解法

065739F 棚原照太　指導教員：名嘉村盛和

1　まえがき

繰り返しによって生じるアイドルタイムも考慮した繰り返しスケジュールを考える繰り返し型ジョブショップスケジューリング問題 (CJSSP) も実用上重要だと言われている [3]。計算時間が指数オーダーの列挙法のみ使用すると、問題数が大きくなった場合問題変数が増え、莫大な時間がかかる。この問題変数をヒューリスティックを用いて減らす事ができれば

本研究は大規模 CJSSP を効率よく解くために問題規模によって適してる解法を使う、厳密解法とメタヒューリスティックのハイブリッド解法を提案する。

2　前準備

2.1　MIP ソルバー

多くの実用上重要な組み合わせ最適化問題は、混合整数計画問題として定式化できる。通常、問題はモデリング言語を用いてモデル化され、MIP ソルバーで求解される。これより MIP ソルバー＋モデリング言語の組み合わせは、実務的な意味での汎用性が高く、殆どの問題が求解可能である。しかし、問題の規模が大きい場合には解空間が爆発的に広がり、MIP ソルバーで解くのは難しくなってくる。

2.2　ペトリネット

ペトリネットとは、並行システムを記述、解析するための数理モデルであり、プレース、トランジションと言う二種類のノードを持つ二部有向グラフである。プレース上には、非負整数個のトークンが置かれ、条件の成立を表す。

発火可能なトランジション t が発火すると、t の全ての入力プレースからトークンを $W(p,t)$ 個ずつ取り去って、その出力プレースの全てに $W(t,p)$ 個ずつトークンを送り出す。図 2 はペトリネットの発火を示している。

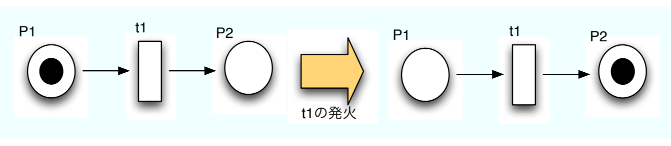

図 1: ペトリネットの発火

2.3　タブーサーチ

タブーサーチとは、近似解を求める手法の一つである。タブーリストと言われるキューに最新の探索履歴を保存し、そのキューに入ってる所は探索しない事によって局所最適解などの探索の行き詰まりを抜ける探索ができる。

3　大規模 CJSSP の解法

3.1　CJSSP の定式化

CJSSP は以下の混合整数計画問題として定式化される [3]。t_iはトランジション i の処理開始時刻。L と p_iはトランジション i の処理時間、HX_{ij}はトランジション i とトランジション j の処理の順番を表す。
式 (3) はタスク系列ネットの制約式、式 (5) はマシンスケジュールネットの制約式であり、式 (7) でトランジション毎の順番を表している。

MIP(CJSSP)

$$\min\ \alpha \tag{1}$$
$$s.t. \tag{2}$$
$$t_j - t_i \geq L_{ij} - \alpha H_{ij} \tag{3}$$
$$(i,j) \in E \tag{4}$$
$$t_j - t_i \geq p_i - \alpha HX_{ij} \tag{5}$$
$$i,j \in T,\ i \neq j\ and\ M(i) = M(j) \tag{6}$$
$$HX_{ij} + HX_{ji} = 1 \tag{7}$$
$$i,j \in T,\ i \neq j\ and\ M(i) = M(j) \tag{8}$$
$$\tag{9}$$

3.2　提案手法

問題規模が小さい場合はソルバーを活用して MIP(CJSSP) を直接解く事で厳密解を求める事ができる。だが問題規模が大きくなると解く事は難しい。よってメタヒューリスティックスを使い幾つかの整数変数を戦略的に固定し、小規模 MIP を作成して直接解く事で最適解を求める。

固定する変数の数は MIP ソルバーにより十分短い時間で解ける問題規模を予め調査し決定する。ここでは全ての整数変数の個数を N、固定変数の数を k と表す事にする。
固定する変数とその値をメタヒューリスティックの一つであるタブーサーチを用いて探索により決定して行く。したがっ

てタブーサーチの解は、N 個の変数のうち k 個に整数値を与えたものである。解の評価は、k 個の変数を固定する事によって小規模化した MIP(CJSSP) を MIP ソルバーで解く事によって行われる。

3.3 ボトルネック閉路情報の活用

サイクルタイム α は CJSSP のボトルネック閉路の長さに対応する。したがって α を短くするためには、ボトルネック閉路を短くする必要がある。しかしながら、MIP(CJSSP) を解くだけでは、ボトルネック閉路の情報は得られないのでほぼ総当たりでしか求められない。別にボトルネック閉路を求める事ができれば計算時間の短縮に繋がる。

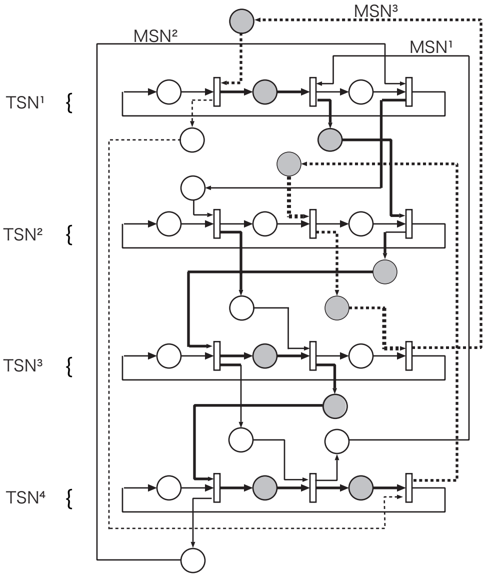

図 2: ペトリネット

ここで、システムのボトルネック閉路は、ネット上の一つの有向閉路に対応する。図 2 の太線の閉路がボトルネック閉路を表している。

ボトルネック閉路を求めるには LP(CJSSP) を解けば良い事が知られている [1]。$LP(CJSSP)$ はθ、A、m_0を入力として Y とα が決まる。m_0 はマークグラフが活性に成るような初期マーキングである。行列 A は入力接続行列 PRE と出力接続行列 $POST$ の差で表される。θ はトランジションの処理時間である。Y はボトルネック閉路を表している。ボトルネック閉路の情報をタブーサーチに導入する事によってより効率的に解を求めることが可能となる。

LP(CJSSP)

$$\max \ \alpha = Y^t \times PRE \times \theta \tag{10}$$

$$s.t. \tag{11}$$

$$Y^t \times A = 0 \tag{12}$$

$$Y^t \times m_0 = 1 \tag{13}$$

$$Y \geq 0 \tag{14}$$

4 実験

最初に MIP(CJSSP) に十分大きい値の α を与え、HX を求める。その HX の値を元に LP(CJSSP) によってサイクルタイムを求める。

この時間のかかる MIP(CJSSP) の部分にメタヒューリスティックを導入し、いくつかの HX 変数を固定し、計算時間を減らす。その結果問題変数が少ない時は計算時間にほぼ違いはないが、変数が多くなる程計算時間が減っている事がわかった。変数の数はトランジション数と HX 変数 (トランジション^2 − トランジション) の和である。

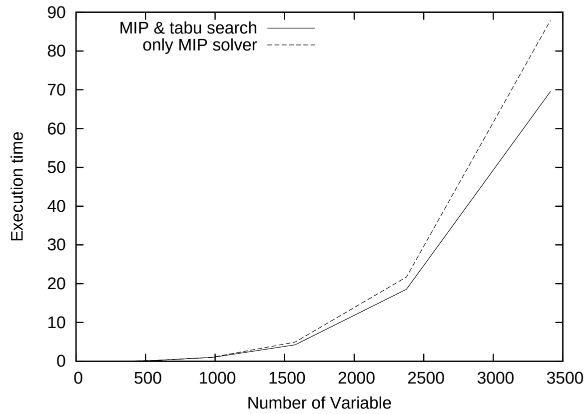

図 3: 変数と実行時間

5 まとめ

本稿では、大規模繰り返しジョブショップスケジューリング問題を解くために数理計画とメタヒューリスティックスを組み合わせたハイブリッド解法を提案した。

MIP 問題と LP 問題を併用しサイクルタイムを求め、その際に、MIP 問題を解く時にメタヒューリスティックを用いて変数を減らし、計算時間を短縮した。

参考文献

[1] M.Nakamura, K.Hachiman, H.Tohme, T.Okazaki, and S.Tamaki, :Evolutionary Computing of Petri Net Structure for Cyclic Job-Shop Scheduling, IEICE TRANS. FUNDAMENTALS, VOL.E89-A, NO.11, pp.3235-3241, 2006

[2] 久保 幹雄, :メタヒューリスティクスの数理, 共立出版, 2009

[3] Thomas Kampmeyer :Cyclic Scheduling Problems, Ph.D. Thesis, University of osnabruck, 2006