

兰州大学

毕 业 论 文

(本 科 生)

论文题目 (中文) 磁子和平面有源腔中微波光子相干耦合研究

论文题目 (外文) Study on Coherent Coupling Between Magnons
and Microwave Photons in an Active Planar Resonator

学 生 姓 名 赵宇彤

导师姓名、职称 胡灿明 (Can-Ming Hu) Manitoba 大学教授
尹永智 兰州大学副教授

学生所属学院 核科学与技术学院

专 业 原子核物理

年 级 2012

兰州大学教务处

诚信责任书

本人郑重声明：本人所呈交的毕业论文（设计），是在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。毕业论文（设计）中凡引用他人已经发表或未发表的成果、数据、观点等，均已明确注明出处。除文中已经注明引用的内容外，不包含任何其他个人或集体已经发表或在网上发表的论文。

本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名：_____

日 期：_____

关于毕业论文（设计）使用授权的声明

本人在导师指导下所完成的论文及相关的职务作品，知识产权归属兰州大学。本人完全了解兰州大学有关保存、使用毕业论文的规定，同意学校保存或向国家有关部门或机构送交论文的纸质版和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权兰州大学可以将本毕业论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，可以采用任何复制手段保存和汇编本毕业论文。本人离校后发表、使用毕业论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，第一署名单位仍然为兰州大学。

本毕业论文研究内容：

☐ 可以公开

☐ 不宜公开，已在学位办公室办理保密申请，解密后适用本授权书。

（请在以上选项内选择其中一项打“√”）

论文作者签名：_____

导师签名：_____

日 期：_____

日 期：_____

磁子和平面有源腔中微波光子相干耦合研究

摘要

我们在室温下使用了一个有源光子腔来研究光子-自旋耦合。该有源腔由一个电压源控制的反馈电路组成和一个传统无源腔组成。为了研究这一现象，我们用印制电路板（PCB）制造了一个 A-P 设计的有源微波腔。其品质因子 Q 可调范围是 10^2 至 10^5 。在这一工作中，实验展示了耦合强度可以被反馈光子数和电磁极化激元数控制，这两个物理量分别被电路偏压和耦合距离控制。反馈电路被广泛使用于电子工程和科学研究，有源腔的涌现将拓展腔磁子极化激元（CMP）到一个新的领域。该工作加深了人们对于微波光子和磁子之间耦合的理解，并为自旋电子学中最基本耦合提供一个新的视角。

关键词：自旋电子学，磁子极化激元，有源微波腔，相干耦合

Study on Coherent Coupling Between Magnons and Microwave Photons in an Active Planar Resonator

Abstract

We studied the spin-photon interaction in an active cavity with a voltage controlled feedback loop at room temperature. In order to study this phenomenon, an active cavity with A-P design was fabricated with a tunable range of Q factor from 10^2 to 10^5 . In this work, we experimentally demonstrated that the coupling strength, in this specific configuration, can be controlled by the number of feedback photons and polaritons through tuning the bias voltage and distance, respectively. Feedback loop is commonly used in engineering and scientific research, the emergence of active cavity would extend the field of cavity magnon polariton. This leads to a better understanding of the coupling between magnon and feedback cavities and provides a new perspective for fundamental coupling in spintronics.

Key words: Spintronics, magnon polariton, active cavity, coherent coupling

目 录

摘要	I
Abstract.....	II
第一章 研究背景	1
1.1 铁磁共振和磁子.....	1
1.2 微波谐振腔和腔光子.....	2
1.3 腔磁子极化激元的涌现.....	3
第二章 理论模型	4
2.1 腔模光子	4
2.2 磁子	10
2.3 腔磁子极化激元.....	16
第三章 实验方法	24
3.1 谐振腔设计	25
3.2 实验设置	27
第四章 实验结果	28
4.1 有源腔特性测定.....	29
4.2 磁致透明	31
4.3 强耦合	32
4.4 腔磁子五重态.....	34
4.5 电压控制反馈光子数.....	36
4.6 距离控制极化激元数.....	38
第五章 结论	40
第六章 未来工作	41
致 谢	42
参考文献	43

第一章 研究背景

光与物质相互作用在物理学上是一个长久不衰的话题。光和物质之间的相互作用导致了光学上最常见的现象，比如衍射、反射、折射等等。这些现象常常取决于物质的电导率和电容率。引起这些现象的相互作用强度很弱，不足以改变物质的电子态，因此物质的电子态在作用过程中保持不变^[1]。当相互作用强到足够改变介质电子态的程度，会生成一种叫做极化激元（polariton）的准粒子。这种粒子表现的行为是物质和光子特性的叠加态。极化激元最开始被 Tolpygo^[2]和我国物理学家黄昆^[3]在研究晶体中声子和电磁场能量相互作用时独立发现。这导致了由晶体振动和光的电磁场相互作用产生的声子极化激元的涌现。在最初的极化激元被发现后，这个领域在数十年的时间里被极大的拓展了。在这段时期内，科学家们在实验和理论上研究了不同种类的极化激元^[4]。例如，极化激元极化激元和等离子极化激元极化激元等等，自旋电子学和极化激元的结合产生了新的领域，这种基于磁性物质和微波光子的新准粒子被称为磁子极化激元（magnon polariton）^[5]。

1.1 铁磁共振和磁子

铁磁共振是在固态物理领域 20 世纪中叶最激动人心的发现。1935 年，列维·朗道（Lev Davidovich Landau）和立夫尼茨（Evgeny Lifshitz）最先在理论上预言了在静磁场下铁磁物质由于电子内禀磁矩进动引起的对微波的强烈吸收^[6]。在 20 世纪 40 年代后期，J. H. E. Griffiths 用薄铁磁金属观测到了高频电流的能量损失，在实验上验证了铁磁共振的存在^[7]。前苏联科学家 E. K. Zavoiskij 使用顺磁性的盐独立发现了该现象^[8,9]。之后基泰尔（Kittel）讨论了在不同结构里铁磁共振的色散理论，这就是如今大名鼎鼎的基泰尔公式（Kittel formula）^[10]。

铁磁共振的原理很大程度上和电子顺磁共振（EPR）和核磁共振（NMR）相似。区别在于铁磁共振探测不成对电子的磁矩，而核磁共振探测的是原子核的磁矩。在现代物理研究中，铁磁共振作为一项透射谱学技术和微波共振腔一起被广泛应用于自旋电子学和自旋动力学领域之中来探测自旋波。

在磁性材料中施加一局部微扰，自旋波会形成并在此介质中传播^[11]。Bloch 最先预言了自旋波^[12]并且后来科学工作者意识到了自旋波来源于铁磁材料中电子自旋的集体激发。如今，自旋波被认为是下一代信息传递和处理的一个非常有

希望的载体^[13]。量子化的自旋波，通常被称为磁子，也是一种类似于声子的准粒子。磁子携带有固定的能量，晶格动量，和整数的自旋数并遵从波色-爱因斯坦统计。

1.2 微波谐振腔和腔光子

微波谐振腔也被称为微波共振腔，是一种可以将透射谱中微波频段的电磁场束缚在其内的某种设计。光子在谐振腔内壁来回反射形成驻波，在反射谱上产生一个或多个峰谷。峰或谷对应的频率被称为共振频率。当谐振腔处于共振状态时，电场和磁场的能量储存在腔内并且会因为不同的损耗机制比如欧姆损耗和介电损耗而逐渐耗散^[14]。除此之外，平面设计的腔还会因为开放的边界条件而将能量辐射到周围环境中^[15]。品质因子 Q 是一个描述谐振腔储存能量效率高低的无量纲的物理量。越高的 Q 值的腔在频谱上反映出越尖的峰。高 Q 腔拥有较长的光子平均寿命，并为其他粒子相互作用提供了方便。通常来讲，实验研究中偏好使用高 Q 值的腔。

微波腔具有不同的设计，从二维到三维不等。在室温下，三维的金属腔通常具有几千的 Q 值，因此在研究中已被普遍用作微波腔。尽管三维谐振腔给出了漂亮的实验结果，但在制造、集成和操纵等应用中面临诸多困难^[16]。在这项工作中，我们采用了平面结构来克服这个缺点。对于二维微带线谐振器，由于其相对较高的损耗， Q 值通常很低。传统的无源平面腔具有约数百的 Q 值限制，这给这项工作想要实现的相互作用带来困难。

原理上，任何结构都可以有谐振模。但是，微带谐振器通常设计为矩形，开口环或圆形。这是因为不同的腔体几何结构会导致不同的边界条件，这将导致麦克斯韦方程不同的解，并且对应于不同的共振频率， Q 值和场空间分布。

有源腔 (Active cavity) 通过从无源谐振器上集成一个反馈回路来获得，最先被设计用于高 Q 腔^[17]。不久之后，它在液体探测^[18]和有机蒸汽探测^[19]等敏感测量中找到了很好的应用。除了高灵敏度测量之外，这种高 Q 值谐振器为固体物理学的基础研究提供了一个极为新奇的视角，特别是在自旋动力学领域。在外部电压源和放大电路的帮助下，具有特定频率的谐振信号被放大， Q 值增加 3 个数量级 (从 10^2 到 10^5)^[20]。因此，有源谐振器为研究光与物质耦合提供了一种新方法。

1.3 腔磁子极化激元的涌现

腔磁子极化激元 (Cavity-Magnon-Polariton, CMP) 的研究作用主要集中在自旋-光子相互作用上, 在光和物质相互作用这个广阔的题目里开辟了一个新的领域^[15,20-27]。2010 年, 理论上预言腔体光子和磁子之间的存在强耦合极其表现行为^[28], 并且在 2013 年首次在低温下进行了实验验证^[29]。不久之后, Xufeng Zhang 等人通过使用钇铁石榴石 (YIG) 球体和 3D 微波腔耦合实现了室温下的腔磁子极化激元实验展示^[26]。为了说明 CMP 系统, 图 1 给出了 CMP 的示意图。耦合强度 g 表示光子与磁子之间的能量交换速度, 其量纲为 s^{-1} 。 γ_c 和 γ_m 分别表示腔体光子和磁子的能量损失速率, 记为其分别的阻尼。通过调整系统的耦合和阻尼, CMP 可以达到各种耦合状态 (强耦合, 弱耦合, 磁感应透明和 Purcell 效应)^[26], 其中每一个耦合状态都有不同的表现, 对应不同的信息处理特性。CMP 的相干耦合定义由下式给出: ($C = \frac{g^2}{\gamma_c \gamma_m} > 1$)^[30], 能量交换的协同性大于 1, 这意味着一份能量在消失之前至少可以完成一次能量循环。

CMP 的研究导致了各种潜在实际应用的发展, 例如能够兼容连接各种量子系统的量子换能器^[31], 能够精确控制和读取存储在量子比特状态中的信息的设备^[32]等等。随着 CMP 的发展, 我们的研究重点是微波光子和磁子之间的相干耦合。在之前的 CMP 研究中^[26,32], 无源谐振器被广泛应用。将有源腔与磁子结合起来催生了 CMP 领域的扩展。例如, Bimu Yao 等人报道了一种全新的现象, 称为磁子五重态 (magnon quintuplet), 其工作使用有源腔和铁磁球体观测到了突破谐振限制^[20]。在该工作之后, 研究反馈耦合腔在极化激元动力学中的反馈效应是十分必要的, 并确定哪种变量影响耦合。在这项工作中, 我们设计和制造了一个的有源谐振器。目标是通过使用钇铁石榴石 (YIG) 球体研究平面结构中具有反馈回路的有源腔对相干耦合的影响。

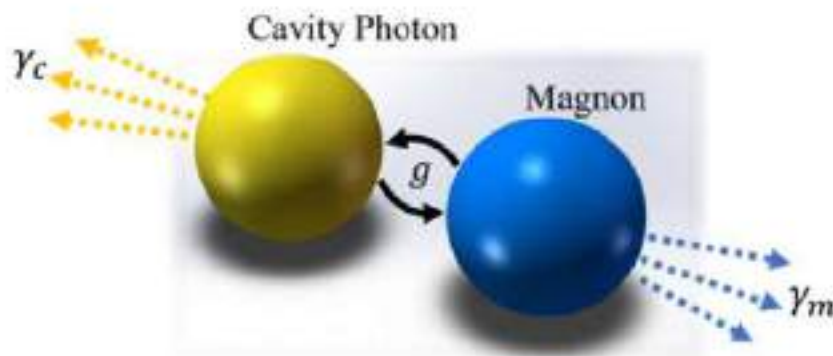


图 1. 腔磁子极化激元示意图: 腔光子与磁子相互作用。 g 是表示相互作用强度的耦合强度, γ_c 和 γ_m 是腔光子和磁子的衰减率, 它们表示这两个系统能量耗散的快慢。

第二章 理论模型

2.1 腔模光子

2.1.1 RLC 电路模型

本研究中的微波谐振器由微带制成，微带由一个传输微波并构成谐振腔的金属顶层、中间的一层介电基板和一层金属底层构成。对微波腔的直观理解可使用等效 RLC 电路来模拟微波腔光子和磁子（如图 2 所示）。

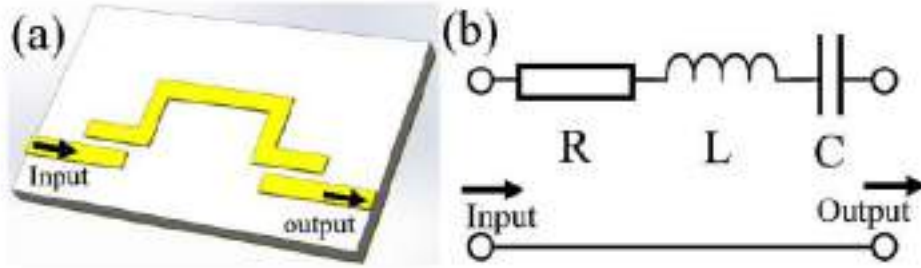


图 2. (a): 采用印刷电路板 (PCB) 技术制造的带有长馈线的典型开放式微带线谐振器。信号从左侧馈线输入 (input) 并从右侧馈线中输出 (output)。 (b): 图 (a) 所示的开放式微波腔的等效 RLC 电路。

为了描述 RLC 电路，有必要知道系统的输入和输出。我们首先写下电阻、电感和电容的频率相关阻抗：

$$Z_R = R \quad Z_L = iL\omega \quad Z_C = \frac{1}{iC\omega} \quad (1)$$

易得系统的总阻抗：

$$Z_s = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \quad (2)$$

图 2 所示的 RLC 电路的阻抗可以写为：

$$Z_s = \frac{(\omega_0 - \omega) + i\Delta\omega/2}{ig/2} \quad (3)$$

其中 $g = 1/L$ 是谐振器和馈线之间的耦合强度, $\omega_0 = \sqrt{LC}$ 给出谐振峰值位置, $\Delta\omega = R/L$ 是线宽。另外近似 $\omega + \omega_0 \approx 2\omega$ 已经应用于推导中。

为了比较理论和测量数据,我们引入了传输(ABCD)矩阵和散射(S 参量)矩阵(见图 3 双端口网络),其定义如下:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中 V_1, I_1 是端口 1 施加的电压和输入的电流;而 V_2, I_2 是端口 2 的输入的电压和电流。使用传输矩阵的优点是,对于多个二端口网络的级联连接,总传输矩阵可以通过简单地乘以每个单独网络的传输矩阵得到,如下所示:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{input}} \\ I_{\text{input}} \end{bmatrix} = [M_1][M_2] \cdots [M_n] \begin{bmatrix} V_{\text{output}} \\ I_{\text{output}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

RLC 谐振器的传输矩阵如图 2 (b) 由^[33]给出:

$$[M_{ABCD}] = \begin{pmatrix} 1 & Z_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

然而,使用 ABCD 矩阵的缺点是直接测量微波电流和电压非常困难。在实验中,我们直接使用矢量网络分析仪(VNA)测量散射参数(S 参量)。传输矩阵与散射矩阵之间的关系(如图 3 (b) 所示)由^[33]给出:

$$\begin{aligned}
[S] &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} & \frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} \\ \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} & \frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} \end{bmatrix} \quad (7)
\end{aligned}$$

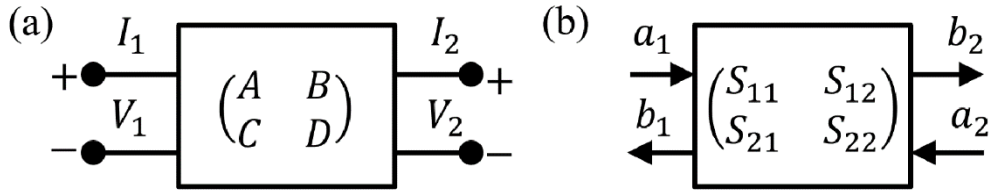


图 3. 双端口网络：(a) 传输 (ABCD) 矩阵， V_1 , V_2 (I_1 , I_2) 是端口 1 (左) 和端口 2 (右) 的电压 (电流) 初始状态和最终状态。(b) 散射矩阵输入 a_1 、 a_2 和输出 b_1 、 b_2 ，可描述幅度和相位差。

有源或无源微波二端口网络的 S 参量 S_{ij} 是从端口 j 发射的电压波与从端口 i 接收的电压波的比率。

Z_0 是测量仪器的阻抗，通常取 50 欧姆。用我们系统的 ABCD 参数代替，我们可以获得 S_{21} 参数 (透射系数)：

$$|S_{21}| = \left| \frac{igZ_0}{(\omega_0 - \omega) + i(\Delta\omega + gZ_0)} \right| \quad (8)$$

2.1.2 经典谐振子模型

描述光子腔的另一种方法是使用经典的带阻尼的驱动弹簧振子。

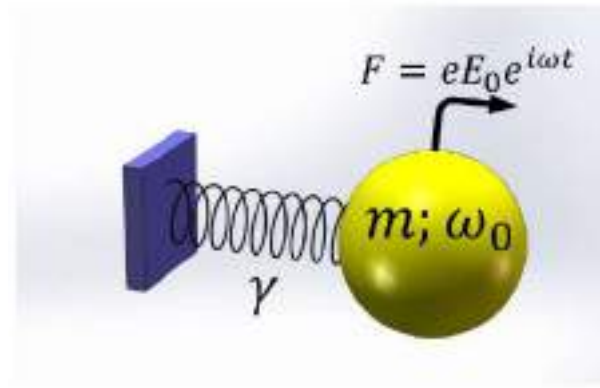


图 4 阻尼弹簧振子描述了电磁场中的电偶极子，弹簧与由周期性力 F 驱动的质点 m 相连，该力产生固有谐振频率 ω_0 ， e 是偶极子携带的电荷， E_0 是电场强度。阻尼 γ 将运动速度逐渐减慢。

考虑一个线性偶极子在周期电磁场中振荡：

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

这种系统可以通过驱动谐波振荡来描述，运动方程由下式给出：

$$\ddot{x} + \gamma\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = f e^{i\omega t} \quad (10)$$

其中 ω_0 是电偶极子的固有振荡频率， $f = eE_0 / m$ 是作用在谐振器上的最大力。我们假设谐振器 $x(t)$ 的位置可以用一个复振幅 $X(t)$ 和周期性力来描述：

$$x(t) = X(t) \cdot e^{i\omega t} \quad (11)$$

代入运动方程中，我们可以得到：

$$(\ddot{X} + 2i\omega\dot{X} - \omega^2 X) + \gamma\omega_0(\dot{X} - i\omega X) + \omega^2 X = f \quad (12)$$

在大多数情况下， \ddot{X} 和 $\gamma\dot{X}$ 的量非常小，所以我们有：

$$2i\omega\dot{X} - \omega_0^2 X + \omega^2 X - i\gamma\omega\omega_0 X = f \quad (13)$$

为了获得稳态解，我们将振幅的一阶导数设为零 ($\dot{X} = 0$)，所以：

$$X = \frac{f}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma\omega\omega_0} \quad (14)$$

当系统接近共振时，我们有 $|\omega - \omega_0| \ll \omega + \omega_0$ 。因此，我们可以使用以

下近似:

$$\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega(\omega_0 - \omega) \quad (15)$$

所以近似的幅度为:

$$X = \frac{f}{\omega_0 - \omega + i\gamma\omega_0/2} \quad (16)$$

这在频谱上产生了洛伦兹线线型的共振。如果我们有一个微弱的弹簧可以提取很小一部分能量,并且对原始运动没有影响,那么我们就可以获得与幅度 X 成正比的系统的 S 参量。 x 的解可能不和驱动力同相位。因此,解决方案将有一个附加相移的形式 ϕ 可以写为 $X \cdot e^{i(\omega t + \phi)}$ 。等式 (14) 中相位差的表达式取决于频率:

$$\tan(\phi(\omega)) = \frac{\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (17)$$

根据这个公式可以得到 $\pm(\frac{\pi}{2})$ 的共振和 0 共振的差异预期,结果如图 5 (c, d) 所示。

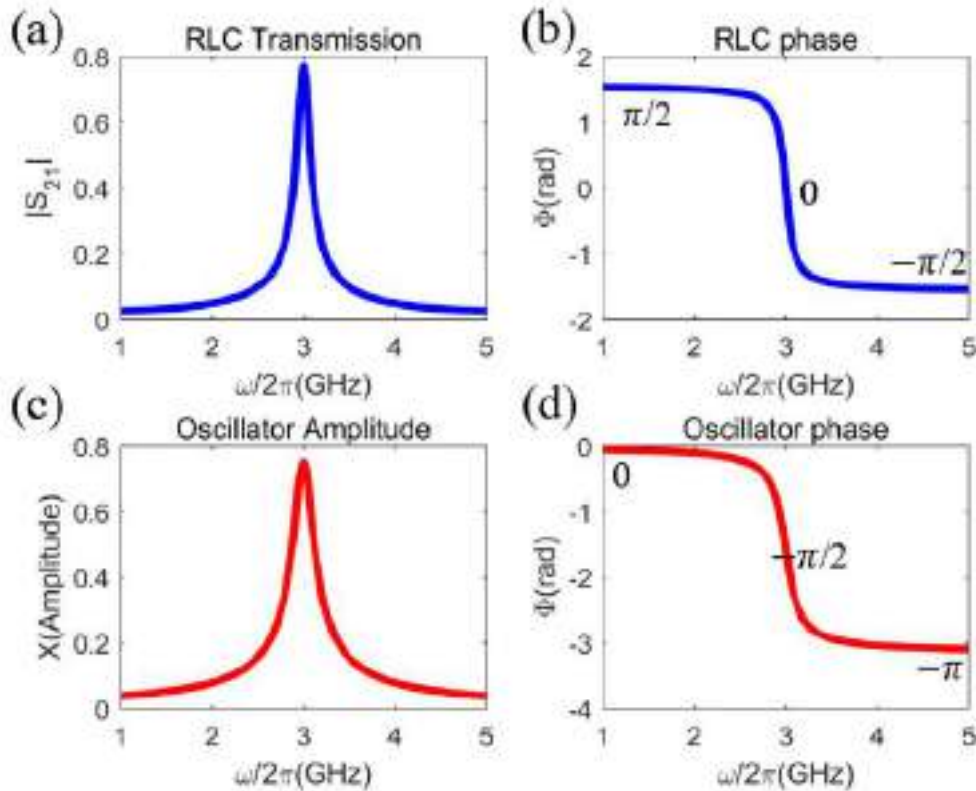


图 5: (a) RLC 模型的 S_{21} 参量的数值计算结果, 参数设置 $R=30\ \Omega$, $L=1.0\ \mu\text{H}$, $C=$

0.11pF。(b) S_{21} 参量 RLC 相位差, 共振位置时相位移动为 0, 远离共振时相位移动为 $\pm(\frac{\pi}{2})$ 。(c)、(d) 弹簧振子模型的振幅和相位差, $\omega_0 = 3.0 \text{ GHz}$, $\gamma = 0.5 \text{ GHz}$ 和振幅 = 0.8 时的数值计算结果。从图中的四幅小图中, 我们可以知道 RLC 电路和弹簧振子可以得到高度类似的结果。

2.1.3 腔光子哈密顿量

如果我们假设粒子质量为 m , 弹簧力常数为 k , 则可以用量子谐振子模型来描述微波腔。哈密顿量可写成动能和势能之和:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 \quad (18)$$

其中 x 是由 $\hat{x} = x$ 给出的位置算符, p 是由 $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ 给出的动量算符。固有角频率 ω 由 $\sqrt{k/m}$ 给出。该系统的特征值 E 可以通过求解与不含时薛定谔方程获得:

$$\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle \quad (19)$$

使用阶梯算符方法, 我们定义了产生算符 \hat{a}^\dagger 和湮灭算符 \hat{a} , 它由下式给出:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega}) \\ \hat{a}^\dagger &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x} - \frac{i\hat{p}}{m\omega}) \end{aligned} \quad (20)$$

算符作用于量子态 $|n\rangle$ 得到:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle \\ \hat{a} |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle \end{aligned} \quad (21)$$

使用阶梯运算符的哈密顿函数可以被重写为:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}) \quad (22)$$

考虑存储在谐振器中的能量作为腔光子的哈密顿量, 我们有:

$$\hat{H}_{\text{magnon}} = \delta \hat{H} = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad (23)$$

2.2 磁子

2.2.1 铁磁共振

如果材料的自旋倾向于自发地或者在低于居里温度 T_c 的外部场作用下对准某个方向，则材料被称为铁磁体。为了激发铁磁共振（FMR），材料的磁化与外部施加的静磁场对齐，然后使用微波场来驱动磁化进动。这可以用自旋极化来解释，自旋极化是由于原子晶格内的交换相互作用而产生的，使得它在能量上有利于相邻原子的自旋对准，这将导致局部非零磁化。

对铁磁共振的数学描述通常从无阻尼的 Landau-Lifshitz 方程开始：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}}) \quad (24)$$

其中 \vec{H}_{eff} 是由磁矩 \vec{M} 感受到的有效内部场， γ 是电子旋磁比。 \vec{H}_{eff} 包含两部分，一部分来自电铁磁体的静态内部场，另一部分来自周期性振荡微波磁场：

$$\vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H}_{\text{static}} + \vec{h}_0 e^{i\omega t} \quad (25)$$

根据物理事实，我们引入一个产生力矩的阻尼项，迫使磁化向内移动并减小旋进的锥角。

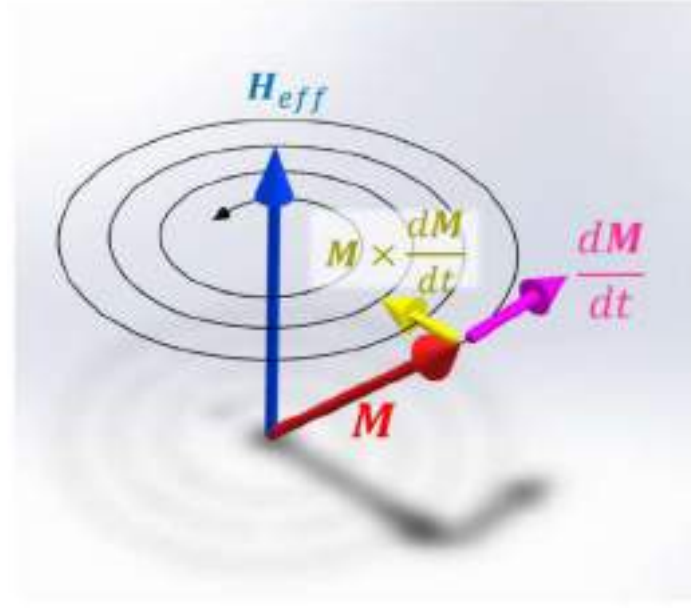


图 6 以 LLG 方程为特征的铁磁共振原理图。磁矩 \vec{M} （红色箭头）在有效内部场 \vec{H}_{eff} （蓝色箭头）的影响下做进动。其中阻尼由 $\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}$ （黄色箭头）给出，并且进动运动的速度为 $\frac{d\vec{M}}{dt}$ （紫色箭头）。如果没有微波场， \vec{M} 最终将沿螺旋曲线对准 z 方向。

加入阻尼后的 Landau-Lifshitz 方程变为：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}_{eff}) + \lambda \left(\frac{(\vec{H} \cdot \vec{M})\vec{M}}{M^2} - \vec{H}_{eff} \right) \quad (26)$$

其中 λ 是 Landau-Lifshitz 阻尼参数，并且具有频率 (s^{-1}) 的量纲。通过使用 BAC-CAB 规则 $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{C} \cdot \vec{A}) + \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}_{eff}) - \lambda \left(\frac{\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff})}{M^2} \right) \quad (27)$$

其中 α 是吉尔伯特阻尼，定义为：

$$\alpha = \frac{\lambda}{\gamma M} \quad (28)$$

我们有：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}} - \frac{\alpha\gamma}{M}(\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}}))) \quad (29)$$

易得：

$$\gamma\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}}) = -\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} + \alpha\gamma M(\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}}) \quad (30)$$

至此，我们已经获得了常用的 Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}})(1 + \alpha^2) + \frac{\alpha}{M}(\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}) \quad (31)$$

LLG 方程是一个非线性偏微分方程，对于进动角较小的情况，可以用线性解析解来近似。但是，当通过增加微波功率到足够大的进动角度时，则会出现非线性效应。 α 平方项远小于 1 ($\alpha \ll 1$)，因此，在大多数情况下，这个项被忽略。从方程 (31) 我们可以推导出周期性变化磁场下的磁化反应。LLG 方程的第一项表征由施加的静态磁场引起的力矩，类比陀螺，外磁场是由重力施加的力矩。第二项产生一个向内的力矩，倾向于减少旋转角度，导致这一行动的不可持续（见图 6）。在实验中，如果由微波磁场引起的力矩抵消了阻尼项，我们则可以在透射谱中看到强烈的吸收。

假设朝向 Z 方向的静态外部磁场的值为 \mathbf{h}_{ext} ，而微波仅作用于 x-y 平面，则等式 (25) 中的有效内部磁场和内部磁化可以写为：

$$\begin{aligned} \vec{H}_{\text{ext}} &= [h_x e^{i\omega t}, h_y e^{i\omega t}, h_0 + h_z e^{i\omega t}] \\ \vec{M} &= [m_x e^{i\omega t}, m_y e^{i\omega t}, m_0] \end{aligned} \quad (32)$$

内场不会与外加场相同 $\mathbf{H}_{\text{ext}} = (\mathbf{h}_{\text{ex}}, \mathbf{h}_{\text{ey}}, \mathbf{h}_{\text{e0}})$ ，但可以通过退磁因子 $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z)$ 与外部场相关联，这取决于样品的几何形状，并在一个给定的方向被认为是是一致的。因此，外场与样品的磁化强度有以下关系：

$$\vec{H}_{\text{ext}} = \vec{h}_{\text{eff}} - \vec{n} \cdot \vec{M} \quad (33)$$

考虑公式 (24) 中的无阻尼情况，左边变为：

$$-\gamma\vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}} = -\gamma \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ m_x e^{i\omega t} & m_y e^{i\omega t} & m_0 \\ h_x e^{i\omega t} & h_y e^{i\omega t} & h_0 + h_z e^{i\omega t} \end{pmatrix} = -\gamma e^{i\omega t} \begin{pmatrix} m_y h_0 - m_0 h_y + m_y h_z e^{i\omega t} \\ m_0 h_x - m_z h_0 - m_x h_z e^{i\omega t} \\ (m_x h_y - h_z m_y) e^{i\omega t} \end{pmatrix} \quad (34)$$

在这种情况下，与 m_0 和 h_0 相比， m_x ， m_y 和 h_x ， h_y 通常较小，因此，这两个乘积中的任意两个都近似为零。右边容易得到：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = i\omega e^{i\omega t} [m_x, m_y, 0] \quad (35)$$

现在我们通过使用近似可以得到两个方程：

$$\begin{aligned} -\gamma(h_{e0} + m_0(n_y - n_z))m_y + i\omega m_x &= 0 \\ -\gamma(h_{e0} + m_0(n_z - n_y))m_x + i\omega m_y &= 0 \end{aligned} \quad (36)$$

以矩阵形式重写我们有：

$$\begin{pmatrix} -i\omega & -\gamma(h_{e0} + m_0(n_y - n_z)) \\ -\gamma(h_{e0} + m_0(n_z - n_y)) & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

其中 n_y 和 n_x 分别定义为 h_y / m_x 和 h_x / m_x 。使用行列式可以导出色散关系：

$$\omega^2 - \gamma^2(h_{e0} + m_0(n_y - n_z))(h_{e0} + m_0(n_x - n_z)) = 0 \quad (38)$$

对于球形样品，退磁因子由于对称性而给出为 $n_x = n_y = n_z$ 。因此，我们有：

$$\omega = \gamma h_{e0} \quad (39)$$

至此我们证明了球形样品的色散关系与外部磁场是一次线性关系。

2.2.2 集体自旋激发哈密顿量

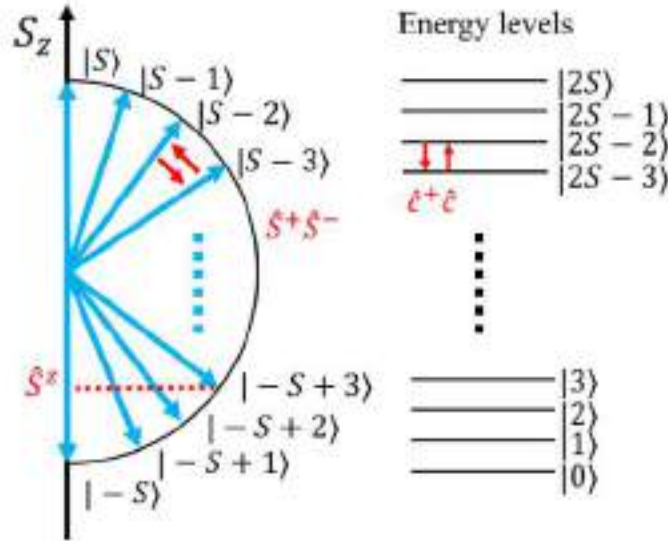


图 7: 具有 N 个总自旋的集体自旋系统的能级（左）和由集体自旋激发引起的磁子的能级（右）。运算符 S^+ 和 S^- 作用于 z 轴上的自旋投影， c^+ 和 c^- 作用于磁子的能级。

假设相同二能级原子集合的基态通过一组 $2N$ 正交态的线性组合，例如 $|g\rangle_1 |g\rangle_2 \dots |g\rangle_N$ ，其中 N 是原子总数。表示 N 原子内部状态的集体自旋的运算符 S 是：

$$\hat{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sigma_{ni} \quad (i = x, y, z) \quad (40)$$

其中 σ_{\pm} 是描述单个 $1/2$ 自旋的泡利矩阵，它服从以下反对易关系：

$$\begin{aligned} \{\sigma_i, \sigma_i^\dagger\} &= 1 \\ \{\hat{S}_i, \hat{S}_i^\dagger\} &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

由于这种差异，这里说泡利自旋算符是“费米子”，遵循费米 - 狄拉克统计，集体自旋激发算符被称为“玻色子”，并且遵循玻色 - 爱因斯坦统计。这也解释了为什么电子是费米子的原因，但电子形成的磁子是玻色子。在这里，我们展示了证明。集体自旋激发算符的具体运算规则如下：

$$\begin{aligned}
\hat{S}^2 |S, N\rangle &= S(S+1) |S, N\rangle \\
\hat{S}^z |S, N\rangle &= N |S, N\rangle \\
\hat{S}^+ |S, N\rangle &= \sqrt{(S+N+1)(S-N)} |S, N+1\rangle
\end{aligned} \tag{42}$$

$|S, N\rangle$ 代表 S^2 和 S^z 的集体自旋本征态。海森堡模型给出了绝缘一维自旋链的哈密顿量：

$$\hat{H}_m = -g\mu_B \sum_j^N \hat{B} \hat{S}_j - J \sum_j^N \hat{S}_j \cdot \hat{S}_{j+1} \tag{43}$$

其中 $\mu_B = eh/mc$ 是原子矩， $g \approx 2$ 是旋磁比， J 是铁磁交换常数。 B 是通常假设在 z 方向上的磁场。很显然，系统可以通过使所有自旋沿 S 方向在 $T=0$ 处对齐来使其能量最小化。为了在 $T > 0$ 时求解 H_m ，我们可以表示海森伯算符 S^+ 和 S^- 通过使用 Holstein-Primakoff 变换，玻色子算符 c_i 和 c_i^\dagger 的条件：

$$\begin{aligned}
\hat{S}_i^+ &= \hat{S}_i^x + i\hat{S}_i^y = \sqrt{2S} \left(1 - \frac{\hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i}{2S}\right)^{1/2} \hat{c}_i \approx \sqrt{2S} \hat{c}_i \\
\hat{S}_i^- &= \hat{S}_i^x - i\hat{S}_i^y = \hat{c}_i^\dagger \sqrt{2S} \left(1 - \frac{\hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i}{2S}\right)^{1/2} \approx \hat{c}_i^\dagger \sqrt{2S} \\
\hat{S}_i^z &= S - \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i
\end{aligned} \tag{44}$$

我们使用了 $\langle c^\dagger | c \rangle = N \ll 2S$ 的近似条件，这意味着自旋的进动角度非常小。将 Holstein-Primakoff 变换代入 Heisenberg 模型，集体自旋系统的哈密顿量可以被重写为：

$$\begin{aligned}
\hat{H}_m &= -g\mu_B \sum_j^N \hat{B} \hat{S}_j - J \sum_j^N (\hat{S}_j^x \hat{S}_{j+1}^x + \hat{S}_j^y \hat{S}_{j+1}^y + \hat{S}_j^z \hat{S}_{j+1}^z) \\
&= -g\mu_B N B_z S - J N S^2 - J S \sum_j^N [\hat{c}_j \hat{c}_{j+1}^\dagger + \hat{c}_j^\dagger \hat{c}_{j+1} - 2\hat{c}_j^\dagger \hat{c}_j]
\end{aligned} \tag{45}$$

如果我们对位置空间上的动量空间进行傅立叶变换，这意味着局部自旋的过程可以看作是集体激发的叠加。应用周期边界条件 $K = 2b\pi/N$ 。哈密顿量可以写为：

$$\hat{H}_m = -g\mu_B N B_z S - J N S^2 - 2J S K^2 \sum_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k^- \tag{46}$$

磁子由自旋波的集体激发产生。我们可以从自旋波（spin ensembles）中提取出磁子的哈密顿量：

$$\hat{H}_{\text{magnon}} = \hbar \sum_k \omega_k \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad (47)$$

2.3 腔磁子极化激元

2.3.1 经典耦合谐振子

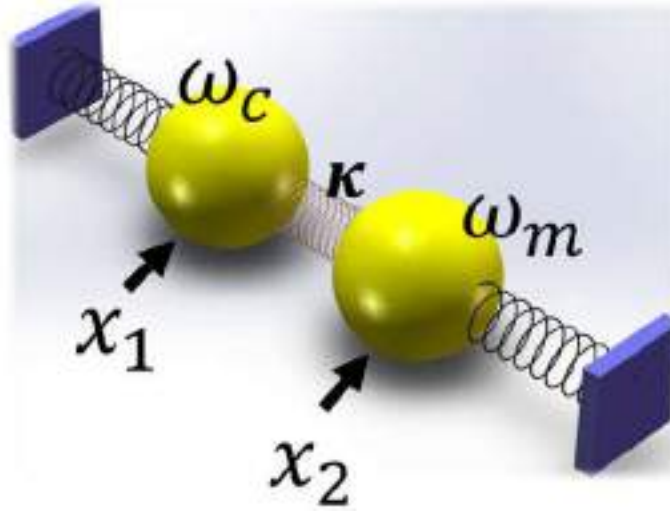


图 8 耦合谐振器模型，其中 x_1 和 x_2 表示位置， ω_c 和 ω_m 表示两个谐振器的固有频率。阻尼项 α 和 β 取决于每个谐振器的弹簧损耗。耦合项 κ 由两个系统之间的弹簧引起。

考虑两个具有固有频率 ω_c ， ω_m （代表光子腔和磁子）的阻尼弹簧振子，它们之间由弹簧耦合，耦合强度为 κ 。驱动力仅作用于光子腔代表的谐振器，因为微波仅激发光子腔。耦合谐振器的运动方程很容易得到：

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \alpha\omega_c\dot{x}_1 + \omega_c^2x_1 + \kappa\omega_c^2x_2 &= fe^{i\omega t} \\ \ddot{x}_2 + \beta\omega_m\dot{x}_2 + \omega_m^2x_2 + \kappa\omega_c^2x_1 &= 0 \end{aligned} \quad (48)$$

其中 x_1 和 x_2 分别是谐振器 1 和 2 的位置，并且具有 $Ae^{i\omega t}$ 的解的形式。下标 c 和 m 表示光子腔模和磁子模的振幅。 α 和 β 用于表示光子模和磁子模的阻尼参数。我们可以用矩阵形式重写运动方程：

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - \omega_c^2 + i\omega_c\omega\alpha & -\kappa\omega_c^2 \\ -\kappa\omega_c^2 & \omega^2 - \omega_m^2 + i\omega\omega_m\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_c \\ A_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (49)$$

$f e^{i\omega t}$ 项是作用于光子腔谐振器的驱动力，该光子腔谐振器代表发送到光子腔的微波。 对角项表示腔光子和磁子的独立共振，而反对角项表示它们之间的耦合。 可以明显看出，在耦合项的极限等于零的情况下，矩阵模型退化为两个独立的运动方程。

通过求解这个二乘二矩阵的特征值可以得到两个复数根。 实部给出了反交叉的色散关系，虚部给出了两种模的线宽交换。 这两个结果可以用来解释 CMP 系统中的实验数据，它显示了两种模之间的 Rabi 频率和线宽交换。

ω 的特征值由矩阵的特征多项式给出：

$$\det([M]) = (\omega^2 - \omega_c^2 + i\omega_c\omega\alpha)(\omega^2 - \omega_m^2 + i\omega\omega_m\beta) - \kappa^2\omega_c^4 = 0 \quad (50)$$

假设静电率通常远小于谐振频率 ($\alpha, \beta \ll 1$)，并且考虑到谐振附近和近耦合点 ($\omega \approx \omega_c \approx \omega_m$) 的情况，我们可以使用 $\omega + \omega_c \approx 2\omega_c$ 的近似值 和 $\omega + \omega_m \approx 2\omega_c$ 。 ω 的特征值由特征多项式给出：

$$(\omega - \omega_c)(\omega - \omega_m) \cdot 4\omega_c^2 - \kappa^2\omega_c^4 = 0 \quad (51)$$

我们可以通过在两侧分开来消除 $4\omega_c^2$ 项，并扩展括号得到：

$$\omega^2 - \omega(\omega_c + \omega_m) + \omega_c\omega_m - \frac{\kappa^2\omega_c^2}{4} = 0 \quad (52)$$

特征值的根可以通过使用求根公式来获得：

$$\omega_{\pm} = \frac{(\omega_c + \omega_m) \pm \sqrt{(\omega_c - \omega_m)^2 + \kappa^2\omega_c^2}}{2} \quad (53)$$

其中我们用到了失调 $\Delta = \omega_c - \omega_m$ and $\Omega = \sqrt{(\omega_c - \omega_m)^2 + \kappa^2\omega_c^2}$ 。 通过考虑阻尼，特征值 ω_{\pm} 的解给出 CMP 的谐振频率反交叉（实部）和线宽交换（虚部）行为。

2.3.2 量子哈密顿量

考虑第 2.2.2 节提到的集体自旋系统与腔光子相互作用。 用于 N 个固有频率为 ω_m 的双能级原子系统的系统哈密顿量与频率为 ω_c 的单模腔模相互作用

$$H = \hbar\omega_m \sum_i S_i^z + \hbar\omega_c a^\dagger a + \sum_i \hbar g (S_i^\dagger a + a^\dagger S_i) \quad (54)$$

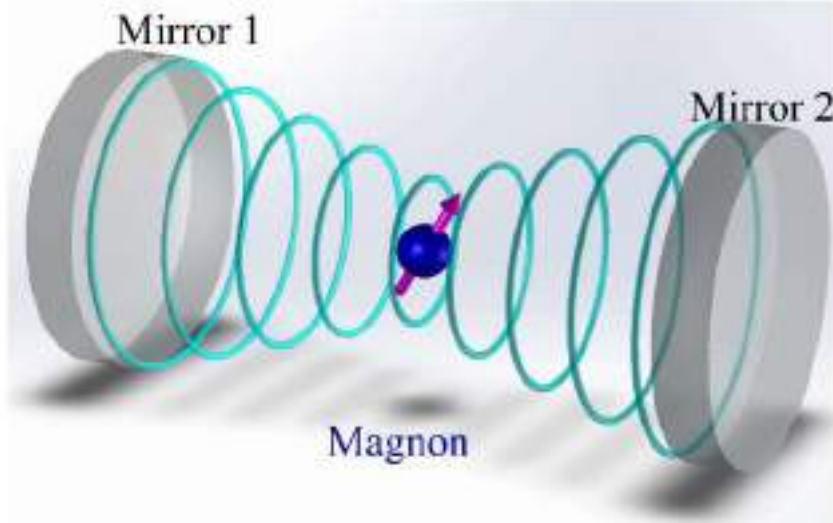


图 9. 自旋-光子相互作用的示意图。以箭头为中心的球体是简化为一个巨大自旋的集体自旋系统。两个镜子之间的光子形成驻波，与这些自旋交换能量。

其中 g 是耦合常数，集体自旋和腔体模与湮灭和产生算符 a 和 a^\dagger 。哈密顿量可以简化为：

$$H = \hbar\omega_m S^z + \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar g (S^\dagger a + a^\dagger S) \quad (55)$$

哈密顿矩阵可以通过下面的方法获得，在这种情况下，基态为 $|G\rangle = |N, -\frac{N}{2}, 0\rangle$ ，这里我们用 $|1\rangle = |N, -\frac{N}{2}, 1\rangle$ 和 $|2\rangle = |N, -\frac{N}{2} + 1, 1\rangle$ 作为 $\omega_c = \omega_m$ 附近的简并态，矩阵元素为 $\hat{H}_{ij} = \langle i | \hat{H} | j \rangle$ 。

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \quad (56)$$

其中，我们有

$$\begin{aligned} H_{11} &= \langle 1 | \hat{H} | 1 \rangle = \hbar\omega_m \left(-\frac{N}{2}\right) + \hbar\omega_c \\ H_{22} &= \langle 2 | \hat{H} | 2 \rangle = \hbar\omega_m \left(-\frac{N}{2} + 1\right) \\ H_{12} &= H_{21} = \langle 1 | \hat{H} | 2 \rangle = -\sqrt{N}\hbar g \end{aligned}$$

然后哈密顿矩阵变成：

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{N}{2}\hbar\omega_m + \hbar\omega_c & -\sqrt{N}\hbar g \\ -\sqrt{N}\hbar g & (-\frac{N}{2}+1)\hbar\omega_m \end{pmatrix} \quad (57)$$

求解特征多项式将给出与 CMP 的能量相对应的特征值：

$$E_{\pm} = \frac{1}{2}((\hbar\omega_m(-N+1) + \hbar\omega_c) \pm \frac{1}{2}\hbar\sqrt{(\omega_c - \omega_m)^2 + 4Ng^2}) \quad (58)$$

这里我们使用 $\Omega = \sqrt{(\omega_c - \omega_m)^2/4 + Ng^2}$ 作为广义 Rabi 频率， $\Omega_0 = \sqrt{Ng^2}$ 作为 Rabi 频率和两个模的频率差（失调） $\Delta = \omega_m - \omega_c$ 。能级可以被重写为：

$$E_{\pm} = \hbar[(-\frac{N}{2} + 1)\omega_m - \frac{\Delta}{2} \pm \Omega] \quad (59)$$

求解归一化的特征向量，其给定为：

$$\vec{x}_+ = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad \vec{x}_- = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (60)$$

其中还有：

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \frac{\Omega + \Delta/2}{\Omega_0} \\ \sin(\theta) &= \sqrt{\frac{\Omega + \Delta/2}{2\Omega}} \\ \cos(\theta) &= \sqrt{\frac{\Omega - \Delta/2}{2\Omega}} \end{aligned} \quad (61)$$

您可能会注意到，结果与耦合谐振器模型非常相似，在此量子模型中，未考虑阻尼效应。通过构造具有相同形式的经典耦合振子的阻尼哈密顿量，我们可以得到类似的结果，唯一的差别是磁子和腔光子的耦合强度和共振的定义。如果我们将经典和量子理论的区别看成是对 CMP 耦合的不同解释，那么经典模型就等价于这个量子模型。此外，我们在方程 $|\psi_+\rangle$ and $|\psi_-\rangle$ 和方程 (60) 中求解的特征向量表明，同相谐振具有较高的能量，而异相对应于图 10 (c) 中较低的能量 (d)。至于失调等于零 ($\Delta=0$) 时，有一个频率差为 $2\Omega_0 = 2\sqrt{4Ng^2}$ ，这就是所谓的拉比频率 (Rabi Frequency)。

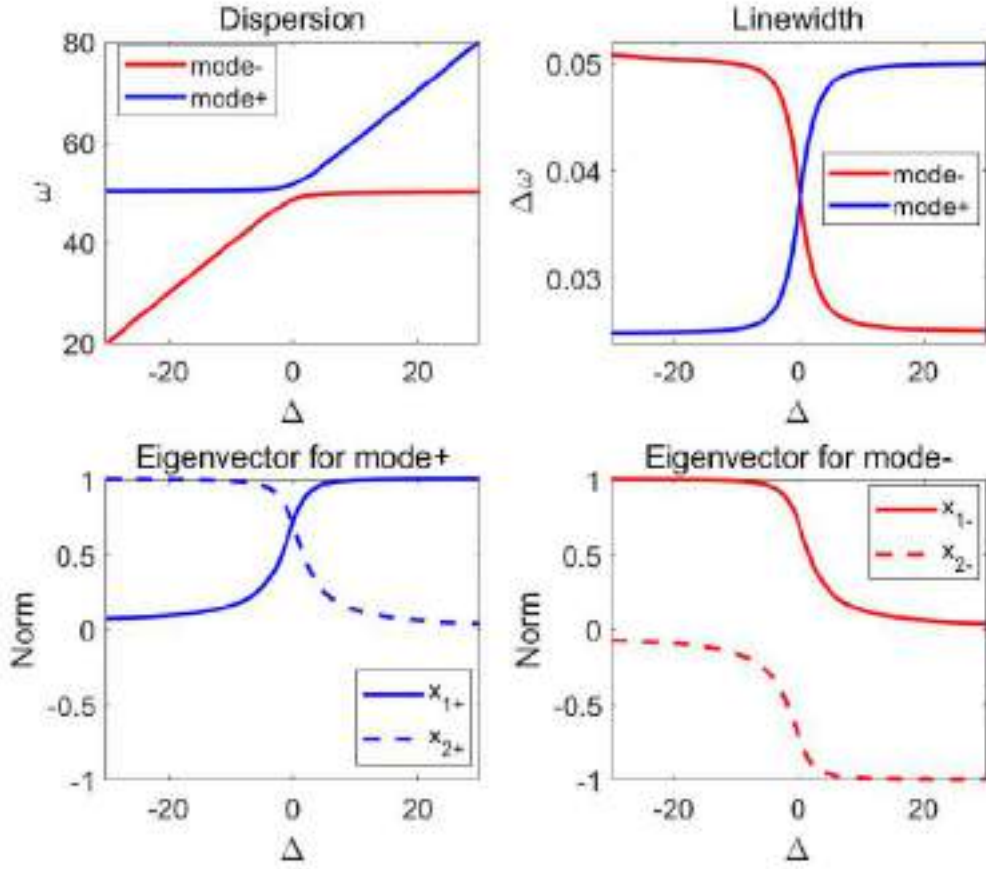


图 10. CMP 的矩阵模型的性质：(a) 具有反交叉行为的色散关系。中心间隙决定 $\Delta=0$ 时的耦合强度 g 。(b) 两种模的线宽交换。随着线宽随磁场变化，一种模与另一种模交换线宽。这两种模在 $\Delta=0$ 时具有相等的线宽。(c) 高能模+（方程 (60) 第一项）的特征向量作为失调函数绘制。其中 x_{1+} , x_{2+} 是 $x_+ = (x_{1+}, x_{2+})$ 中的向量元素。系统在较高能量模下同相振荡。(d) 低能模-（方程 (60) 第二项）的特征向量作为失调函数绘制。 x_{1-} , x_{2-} 是 $x_- = (x_{1-}, x_{2-})$ 中的向量元素。系统为低能量模异相振荡。

为了改变基于 CMP 的磁子-光子的空间基而便于理解，我们可以对哈密顿矩阵进行对角化：

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_+ & 0 \\ 0 & \hbar\omega_- \end{pmatrix} \quad (62)$$

CMP 系统的本征态为 $|\psi_+\rangle$ and $|\psi_-\rangle$ ，相应的本征频率为 $\omega_{\pm} = \omega_c + \frac{\Delta}{2} \pm \Omega$ 。然后我们有一套新的 CMP 产生和湮灭算符。

$$\begin{aligned}\hat{m}_{\pm}^{\dagger} |G; 0\rangle &= |\psi_{\pm}\rangle \\ \hat{m}_{\pm} |\psi_{\pm}\rangle &= |G; 0\rangle\end{aligned}\quad (63)$$

现在，本征态变成：

$$\begin{aligned}|E; 0\rangle &= \cos(\theta) |\psi_{+}\rangle + \sin(\theta) |\psi_{-}\rangle \\ |G; 1\rangle &= \sin(\theta) |\psi_{+}\rangle + \cos(\theta) |\psi_{-}\rangle\end{aligned}\quad (64)$$

这种对角化技术是对 CMP 的纯数学处理，其中自旋-光子基 $(|\frac{N}{2} - \frac{N}{2}; 0\rangle, |\frac{N}{2} - \frac{N}{2}; 1\rangle, |\frac{N}{2} - \frac{N}{2} + 1; 0\rangle)$ 改变为 CMP 基 $(|G\rangle, |\psi_{+}\rangle, |\psi_{-}\rangle)$ 。这两组基等价地描述了 CMP，然而，当考虑到有源腔中光子时，使用 CMP 基将更加方便。

2.3.3 腔磁子五重态 (Cavity magnon quintuplet)

在这项研究中，主动腔的模式被精心设计成与被动腔具有相同的频率。磁振子和反馈光子之间的附加耦合项出现，因为有源腔的存在。因此，A-P-M 装置的哈密顿量由下式给出：

$$H = \hbar\omega_0 \hat{m}^{\dagger} \hat{m} + \hbar\omega_c \hat{p}^{\dagger} \hat{p} + \Omega_{PM} (\hat{m}^{\dagger} \hat{p} + \hat{p}^{\dagger} \hat{m}) + \hbar\omega_c \hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \Omega_{APM} (\hat{m}^{\dagger} \hat{a} + \hat{a}^{\dagger} \hat{m}) \quad (65)$$

其中 \hat{p}^{\dagger} 和 \hat{p} 是 P 腔模的生成和湮没算符， \hat{a} 和 \hat{a}^{\dagger} 描述了 A 腔的反馈光子。请注意， Ω_{PM} 和 Ω_{APM} 分别是 P-M 耦合和 A-P-M 耦合的耦合强度。在这种情况下，我们考虑包含 m 自旋激发的集体自旋态 $|(N/2, -N/2 + m)\rangle$ ，现在两个状态 $|(1i)\rangle$ 交换能量，有源光子腔与磁振子之间的耦合由下式给出：

$$\begin{aligned}\Omega_{APM} &= \frac{1}{m} \langle \frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + m; 0 | g_0 (\hat{m}^{\dagger} \hat{a} + \hat{a}^{\dagger} \hat{m}) | \frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + m - 1; 1 \rangle \\ &= \sqrt{\frac{N - m + 1}{m}} g_0\end{aligned}\quad (66)$$

其中 g_0 是单自旋与腔光子相互作用的真空 Rabi 频率。在公式 (66) 中，我们把这个系统用 N 个自旋和 m 个自旋激发作为量子力学系统来处理。在 $m \ll N$ 的线性自旋动态范围内，耦合强度变为 $\sqrt{\frac{N}{m}} g_0 \approx \frac{\Omega_0}{\sqrt{m}}$ 。由于 m 个自旋激发与反馈腔光子耦合，这些动态效应的耦合强度随着反馈光子的数量而变化。将自旋光子基转换到 CMP 基，A-P-M 器件的哈密顿量可以被重写为：

$$\frac{\hat{H}}{\hbar} = \omega_+ \hat{m}_+^z + \omega_- \hat{m}_-^z + \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Omega_{APM} (\hat{m}_+^\dagger \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_-) \quad (67)$$

回想一下，转换态是由两个简并态的叠加产生的： $|\psi_\pm\rangle = c_+ |E; 0\rangle \pm c_- |G; 1\rangle$ ；其中的系数由 $c_+ = \sqrt{(\Omega + \Delta/2)/2\Omega}$ 和 $c_- = \sqrt{(\Omega - \Delta/2)/2\Omega}$ 给出并表示 CMP 系统中两个激发态的振幅，还有 $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + (\Delta/2)^2}$ 。在 CMP 基础上，集体激发导致出现在 $\omega_\pm = \omega_c + \Delta/2 \pm \Omega$ 处的 CMP 模式，并且很容易得到：

$$\begin{aligned} |E; 0\rangle &= c_+ |\psi_+\rangle + c_- |\psi_-\rangle \\ |G; 1\rangle &= c_- |\psi_-\rangle - c_+ |\psi_+\rangle \end{aligned} \quad (68)$$

将其代入方程式 (65) 得到 $|\psi_\pm\rangle$ 的一组新算符：

$$\begin{aligned} \hat{m}^+ &= |E; 0\rangle \langle G; 0| = c_+ |\psi_+\rangle \langle G; 0| + c_- |\psi_-\rangle \langle G; 0| \\ \hat{m}^- &= |G; 0\rangle \langle E; 0| = c_+ |G; 0\rangle \langle \psi_+| + c_- |G; 0\rangle \langle \psi_-| \end{aligned} \quad (69)$$

其中 \hat{m}^+ 把系统从基态激发到 $|\psi_+\rangle$ 态，而 \hat{m}^- 把系统从基态激发到 $|\psi_-\rangle$ 态。通过使用新的集合算符，我们可以在公式 (67) 中重新组织耦合项：

$$\hat{m}^+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}^- = c_+ (\hat{m}_+^+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_+^-) + c_- (\hat{m}_-^+ + \hat{a}^\dagger \hat{m}_-^-) \quad (70)$$

因此，由 CMP 的两个本征态定义的 CMP 空间中的 A-P-M 装置的哈密顿量可以通过替代等式 (70) 获得到等式 (67) 中：

$$\frac{\hat{H}}{\hbar} = \omega_+ \hat{m}_+^z + \omega_- \hat{m}_-^z + \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{c_+ \Omega_0}{\sqrt{m}} (\hat{m}_+^+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_+^-) + \frac{c_- \Omega_0}{\sqrt{m}} (\hat{m}_-^+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_-^-) \quad (71)$$

首先我们考虑 $|\psi_+\rangle$ 和 $|G\rangle$ 与有源腔能级耦合，我们需要考虑两组简并态。我们注意到作为激发态和基态的简并态，我们记 $|1e\rangle = |\psi_+, n\rangle$, $|2e\rangle = |G, n+1\rangle$ and $|1g\rangle = |G, n\rangle$, $|2g\rangle = |\psi_+, n-1\rangle$ 作为两组简并态(图 11)。然后我们在 2.3.2 节中应用相同的技巧，其中公式 (56) 成为两组。由于这个场景只涉及 $|\psi_+\rangle$ ，我们只需要考虑第一个耦合项 $\hat{H}_+ = \frac{c_+ \Omega_0}{\sqrt{m}} (\hat{m}_+^+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_+^-)$ 。因此，很容易发现：

$$\begin{aligned}
H_{11g} &= H_{22g} = H_{11e} = H_{22e} = 0 \quad \text{for diagonal term} \\
H_{21g} &= H_{21g} = \frac{c_+ \Omega_0 \sqrt{n}}{\sqrt{m}} = c_+ \Omega_0 f \quad \text{for off-diagonal term} \\
H_{21e} &= H_{21e} = \frac{c_+ \Omega_0 \sqrt{n+1}}{\sqrt{m}} \approx c_+ \Omega_0 f
\end{aligned} \tag{72}$$

这里我们用 n 和 m 定义了一个反馈因子 f ，其中 n 是由反馈腔的能级由 $n = \hat{a} \hat{a}^\dagger$ 给出的：

$$f = \sqrt{\frac{n}{m}} \tag{73}$$

用于 CMP 和反馈光子的 $|\psi_+\rangle$ 和 $|G\rangle$ 态的矩阵哈密顿量由下式给出：

$$[\hat{H}_{g+}] = \begin{pmatrix} n\omega_c & c_+ \Omega_0 f \\ c_+ \Omega_0 f & \omega_+ + (n-1)\omega_c \end{pmatrix} \quad [\hat{H}_{e+}] = \begin{pmatrix} \omega_+ + n\omega_c & c_+ \Omega_0 f \\ c_+ \Omega_0 f & (n+1)\omega_c \end{pmatrix} \tag{74}$$

求解特征值，我们发现两组能级劈裂，一个作用于基态，另一个用于作激发态：

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{g+} &= (n - \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{1}{2}\hbar\omega_+ \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\Omega + \frac{\Delta}{2})^2 + \frac{2(f\Omega_0)^2(\Omega + \Delta/2)}{\Omega}} \\
\hat{E}_{e+} &= (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{1}{2}\hbar\omega_+ \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\Omega + \frac{\Delta}{2})^2 + \frac{2(f\Omega_0)^2(\Omega + \Delta/2)}{\Omega}}
\end{aligned} \tag{75}$$

如果我们在 CMP 的 $|\psi_-\rangle$ 状态上使用相同的技巧，我们可得到 H_- 和 E_{g-} , E_{e-} 的解：

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{g-} &= (n - \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{1}{2}\hbar\omega_+ \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\Omega - \frac{\Delta}{2})^2 + \frac{2(f\Omega_0)^2(\Omega - \Delta/2)}{\Omega}} \\
\hat{E}_{e-} &= (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{1}{2}\hbar\omega_+ \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\Omega - \frac{\Delta}{2})^2 + \frac{2(f\Omega_0)^2(\Omega - \Delta/2)}{\Omega}}
\end{aligned} \tag{76}$$

从能级图（如图 11 所示）很容易知道有八种可能的退激发，其中四种（红色箭头）具有完全相同的能量。这种能级劈裂在发射透射谱上给出了五种 CMP 模式 $(\omega_c, \omega_c \pm \Omega_+, \omega_c \pm \Omega_-)$ ，称为“腔磁子五重态”，当 $\Delta=0$ 时，由于 $\Omega_+ = \Omega_-$ ，我们可以观察到系统退化为“磁子三重态”。这些 CMP 系统的 Rabi 频率如下：

$$\Omega_{\pm} = \sqrt{(\Omega \pm \frac{\Delta}{2})^2 + \frac{2(f\Omega_0)^2(\Omega \pm \frac{\Delta}{2})}{\Omega}} \quad (77)$$

Rabi 频率 Ω_{\pm} 与分母中的因子 m （在 f 中）有关，该因子与该系统中的 CMP 的数量相关，并且与分子中的 n 相关，该因子与可以由电压控制的反馈光子的数量相关。基于这些关系，有两种方法来调整反馈因子 f 。一种方法是改变 m 的值，另一种方式是改变反馈光子的数量。

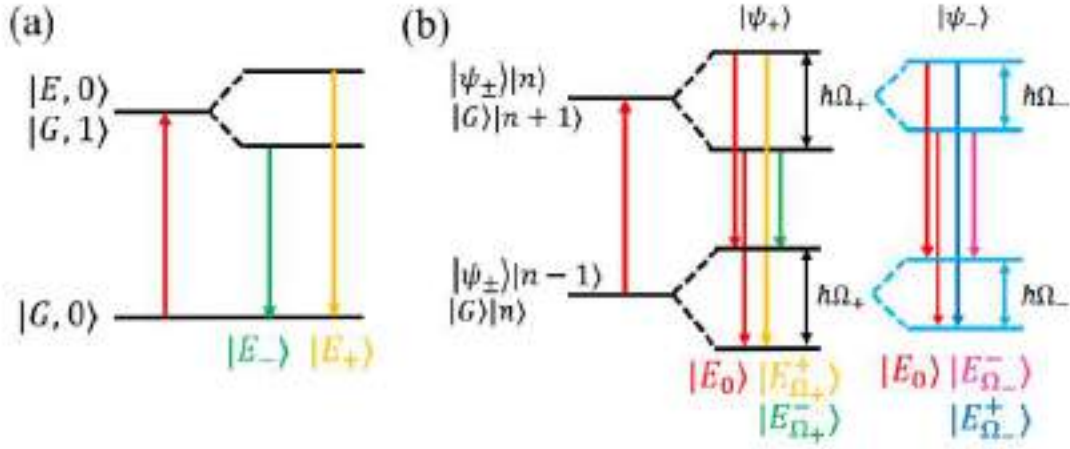


图 11: 系统的能级劈裂 (a) 正常反交叉的能级示意图，左边是在 $\Delta = 0$ 时没有相互作用的能级，右边是由于耦合引起的能级劈裂。(b) A-P-M 装置能级示意图。四个红色箭头对应于具有相同能量的退激发。在 $\Delta = 0$ 时，它们产生磁子三重态。在 Δ 不等于 0 时，它们产生五重态。

第三章 实验方法

如前所述，CMP 正在被广泛研究，并且有许多潜在的实际应用^[15,20,22-27]。已经证明，这种耦合提供了开发长寿命宽带、多模量子存储器^[31]，量子中继器^[31]和可以在不同量子系统之间相干交换信息的量子换能器^[32]的有希望的方法。然而，之前进行的实验证明 CMP 在适应实际应用方面有其局限性。具有密封导电壁的腔体可产生理想的共振边界条件，其损耗相对较低并且产生较高的 Q 因子。这通常意味着它们需要复杂的机械操作来改变磁子或样品的位置^[26]以改变系统的性质。因此，发展一种有源平面可调谐腔，其耗散率和耦合强度可以容易且连续地调整，可为研究 CMP 提供了极大的方便和新的视角。这种腔体还有助于将这种光子-磁子耦合系统更容易地集成到先进的自旋电子学应用的片上器件中。

3.1 谐振腔设计

谐振器的一个非常重要的参数是其品质因数 Q 。它可以定义为谐振器中储存的能量与在谐振频率 ω_0 下保持恒定谐振幅度所需能量的比值：

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{Energy Stored}}{\text{Energy loss per cycle}} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (78)$$

其中 $\Delta\omega$ 是半高全宽 (FWHM) 或谐振的谐振线宽，并且只有当 Q 因子足够大时，这个说法才是准确的，这意味着谐振器的阻尼变小。 Q 因子仅仅是谐振器损耗的量度。

3.1.1 微带线谐振腔设计

微带谐振器是一种在印刷电路板上制造的用于传递微波频率信号的电路。它由一个导电条组成，该导电条由一个称为衬底的介质层与地线隔开。图 12 所示的微带腔共有四种设计。

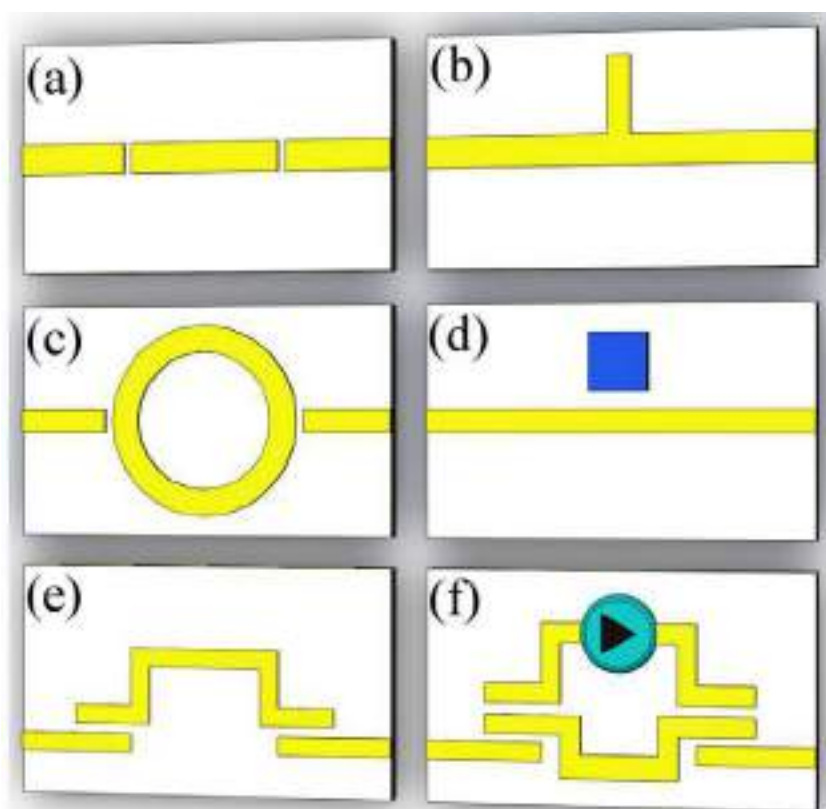


图 12: (a-d) 微带谐振器的四种常见设计: (a) 开放式谐振器。(b) 短截线谐振器 (c) 环形谐振器。(d) 带正方形物体 (蓝色) 的电介质谐振器。(e) 修改后的开放式谐振器

被选为有源光子腔。（f）我们在这个实验中使用的 A-P 谐振器设计，在上面集成了一个放大电路，在这种情况下形成了一个反馈环路。

开放式谐振器，短截线谐振器（也称为切割线），环形谐振器和介质谐振器是微波腔的四种常见设计。谐振条件如下：

$$\begin{aligned} L &= n \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \lambda_g; & n = 1, 2, 3, \dots & \quad \text{For Open-end resonator} \\ L &= n \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \lambda_g; & n = 1, 2, 3, \dots & \quad \text{For open stub resonator} \\ 2\pi R &= n \cdot \lambda_g; & n = 1, 2, 3, \dots & \quad \text{For Ring resonator} \end{aligned}$$

λ_g 是与谐振频率和有效介电常数有关的波长。对于开放式和环形谐振器，透射谱具有峰值，因为如果信号处于共振中，则可以传输信号。微波将被阻止，因为金属部件不直接连接而发生共振。对于短线谐振器，由于来自端部短截线的反射波抵消入射波并且在发生共振的同时对微波透明，所以在共振附近会产生吸收峰。

3.1.2 带有反馈电路的谐振腔设计

我们研究中的谐振器设计是具有较长馈电长度的开放式谐振器。几字形的谐振器设计为集成反馈回路的放大电路带来了很大的便利。反馈腔的结构如图 13 所示。我们首先使用一个模频率为 ω_c 的平面被动腔（P）在铁磁绝缘体 YIG 中将光子与磁子（M）耦合。这种“P-M”设计用于以前的大部分工作。这个实验的关键创新是设计和实现一个有源腔（A），它包含一个带有偏置电压（V）控制增益（ G_n ）的微波放大器。两个腔（A 和 P）经过精心设计，具有相同的模频率。这种腔体设置称为 A-P-M 设计（系统）。

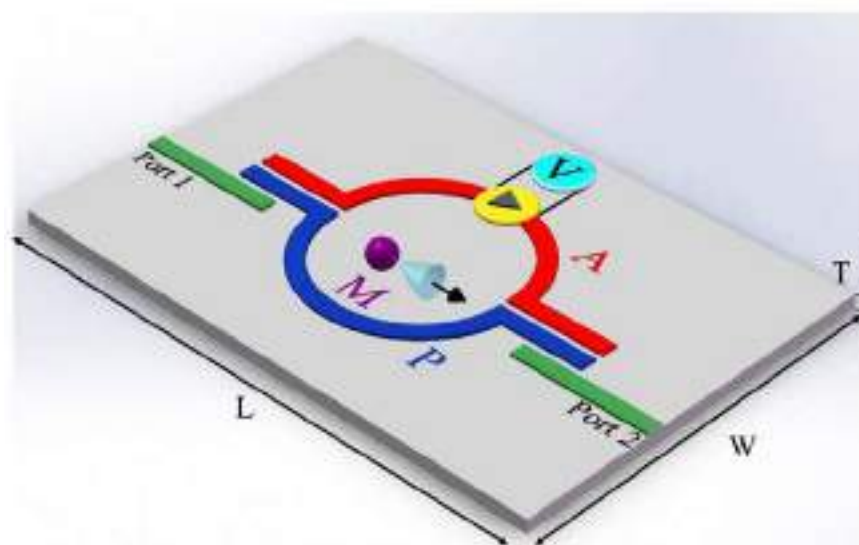


图 13 A-P-M 设备配置，绿线（标有端口 1 和端口 2）是连接到 VNA 的馈线。标有“P”的蓝色部分是被动腔，而字母“A”红色是带有放大电路的有源腔，带有三角形的橙色。标有“M”的紫色 YIG 球体放置在 P 腔上方。带“V”的亮蓝色部分是为放大电路提供偏置电压的电压源。磁场指向 L 方向。

如图 13 所示，有源微带光子腔的几何形状长度 $L = 5.0\text{cm}$ ，宽度 $W = 3.0\text{cm}$ ，厚度 $T = 1.55\text{mm}$ 。

3.2 实验设置

测量装置的主要组件是 Agilent N5230C 矢量网络分析仪（VNA），用于测量双端口系统的传输和反射，由 RT / duroid 5880 层压板制作的有源腔，介电常数为 2.20，损耗角正切为 0.0009，两个 KORAD KA3005D 数字控制直流电源，为反馈回路提供偏置电压，一个直径为 1.0 mm 的 YIG 球体作为相互作用的共同旋转系统，一个带样品架的三维平台，可以改变 YIG 的位置。球体和电磁体提供静磁场。实验设置如图 14 所示。

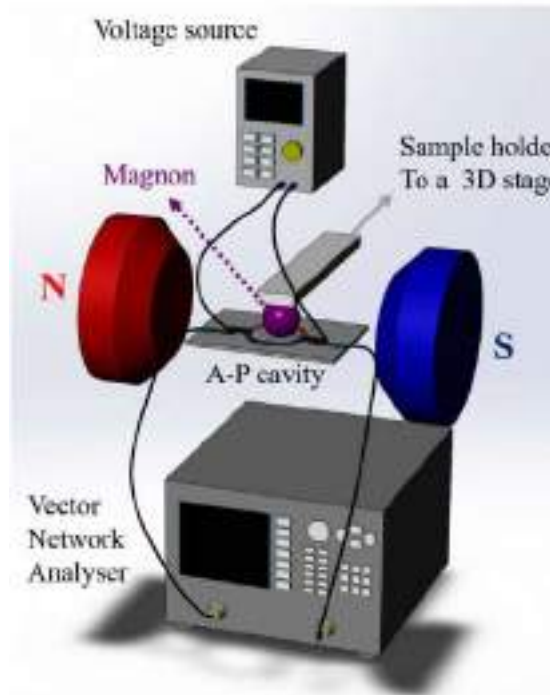


图 14 实验设置。将 A-P 腔放置在两个电磁体（标记为 N 红色和 S 蓝色）之间并且固定。将磁子（1mm 直径的 YIG 球）放入由 Teflon 制成的样品架中，该样品架连接至 X-Y-Z 台。两个馈线连接到矢量网络分析仪，它可以直接测量传输 S21，电压源为有源腔提供偏置电压。

通过具有亥姆霍兹线圈的电磁体提供使 YIG 球体磁化的静态磁场，在线圈圆柱体的中心附近形成均匀分布的磁场。某些具有高磁导率的铁磁材料被放置在线圈的中心以增强磁场。矢量网络分析仪（VNA）是一种可以测量电路网络参数的仪器。VNA 通常用于测量 S 参量以获取可以表征所需系统的反射率和透射率。VNA 电路中的主要内容是微波信号发生器，测试装置和接收器。两个电源用于为晶体管反馈电路提供偏置电压。我们用来改变 YIG 球体位置的 X-Y-Z 台由连接 ATAGO optical works CO.LTD 出品的一个样品架。数据采集由 LabVIEW 程序自动完成，数据分析在 MATLAB 中完成。

第四章 实验结果

在本节中，我们将实验结果分为三部分。首先我们通过设置磁场等于零来测定有源腔的性质。其次，YIG 球体被设置为固定位置。通过调整电压，可以控制 CMP 的耦合状态和耦合强度。第三，我们将电压设置为 7V（在该电压下晶体管放大作用达到最大）并调整 YIG 球体的位置。该系统使用输入输出理论

的传输 S_{21} 由^[26]给出:

$$|S_{21}| = \left| \frac{A \cdot \kappa / 2}{\omega - \omega_c + i \frac{\gamma_c}{2} - \frac{g^2}{\omega - \omega_m + i \frac{\gamma_m}{2}}} \right| \quad (79)$$

其中 g , γ_c 和 γ_m 具有与图 1 相同的定义。 A 是共振的幅度, κ 是端口 1 和 2 的耦合常数。 S_{21} 的这个表达式用于拟合实验透射谱。

4.1 有源腔特性测定

首先确定主动腔的特性并示于图 15 中。实验装置与图 14 相同, 电磁铁此时不通电流 (H 场 = 0 Gs)。通过扫描反馈回路上的偏置电压从 0V 到 7V, 图 15 (a) 显示了一个频谱映射, 有一个转折点, 我们称之为 2.4V 附近有源腔的“导通”点放大将被触发。通过拟合透射谱的洛伦兹线形计算的 Q 因子可以达到 105, 并且在 2.4V 附近观察到跳变。“开启”点的存在被认为是由晶体管的 PN 结在反馈回路中的性质引起的。如图 15 (e) 所示 S_{21} 大于 1, 这意味着输出比输入强, 因为能量源不仅有 VNA 中的微波源, 还有反馈回路的外部电压源。具有一定窄带频率的小信号被放大并重新注入系统是合理的。在图 15 (c) (d) 中给出了两个典型的频谱及其拟合, 从拟合曲线可以看出 Q 值在 $V = 0$ V 为 $Q = 18$, 在 $V = 7.0$ V 时被确定为 $Q = 1.32 \times 10^5$ 。这表明我们制造的有源腔能够实现非常高的 Q 值并具有相对较大的可调范围。放大电路的增益通过使用 $V = 0$ V 时的信号强度上的不同偏置电压的最大信号强度来计算。如我们所见, 在放大电路之后, 增益具有与所施加电压的函数大致成线性关系:

$$G_n = (5.75 \cdot V - 8.40) \times 10^4 \quad (80)$$

由于这些特性, 我们可以通过简单调节偏置电压来调谐微波腔的阻尼。

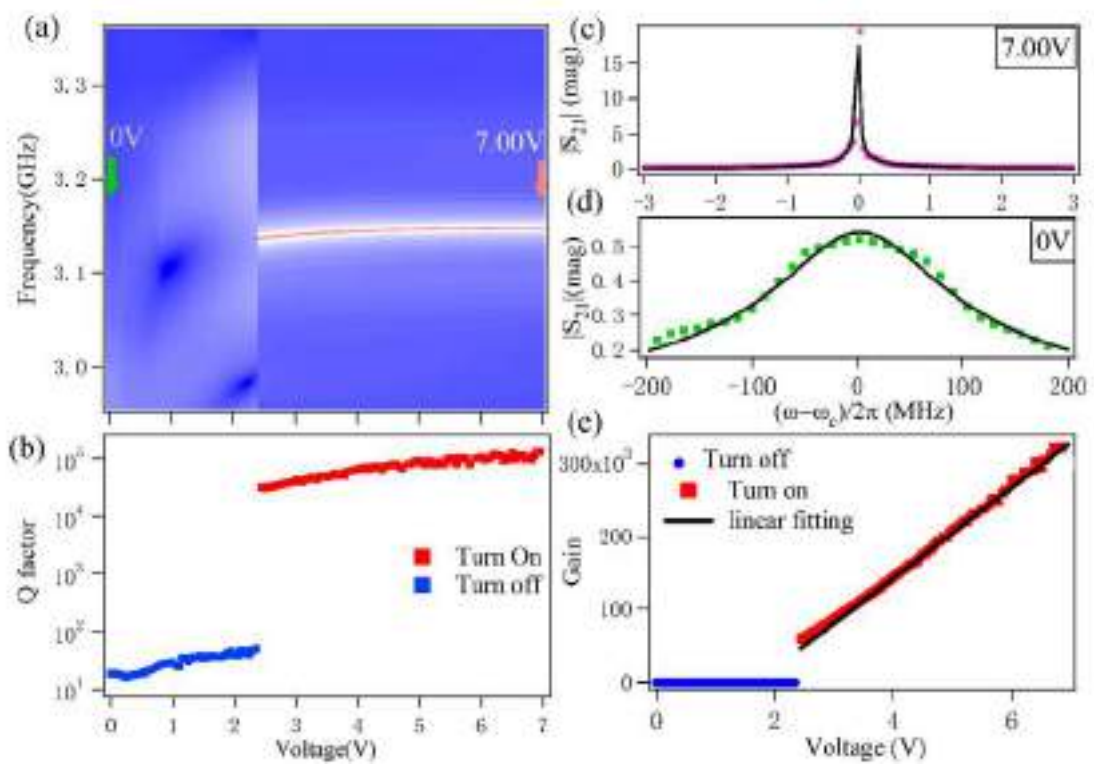


图 15. 有源腔的特性：(a) 作为反馈电路上施加的电压的函数的有源腔的频谱映射，在映射上可以清楚地看到开启点。(b) Q 因子 v.s. 偏置电压。(c) (d) 偏压分别等于 0V 和 7V 的典型透射谱（标记）和拟合结果（黑线）。(e) 放大电路 v.s. 的增益（Gain）。

4.2 磁致透明

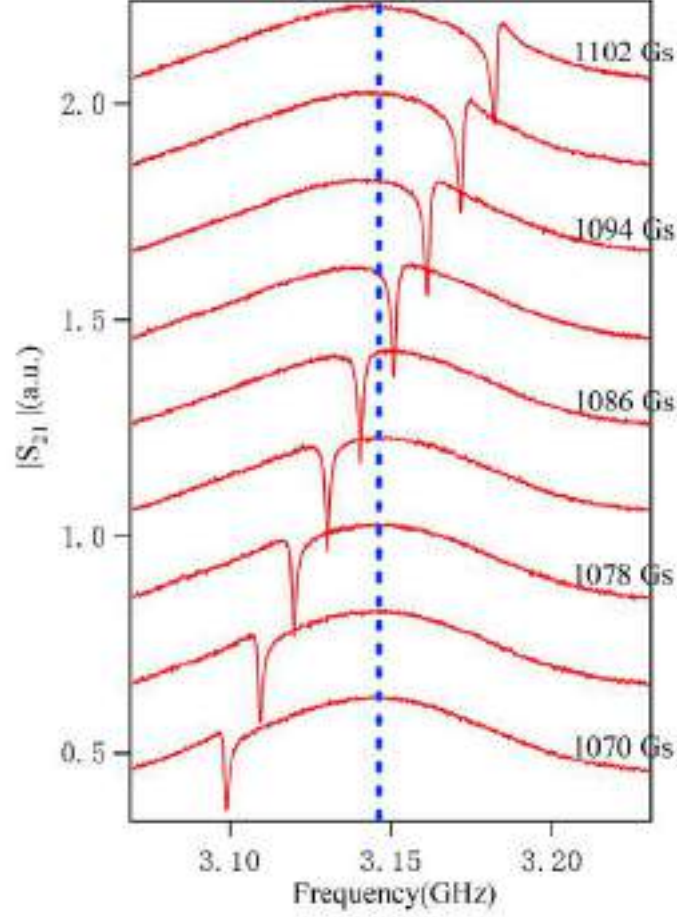


图 16. 磁致透明的 waterfall plot，磁场从底部到顶部增加。尖锐的 FMR 通过宽腔模并在谐振附近形成“透明”窗口。

磁诱导透明（MIT）是电磁诱导透明（EIT）的磁性对应。为了实现这种状态，微波光子腔的阻尼需要占主导地位（ $\kappa_m < g < \kappa_a$ ），并且此测量透射谱中反交叉特征消失。如图 16 所示的 waterfall plot 中所示，从频谱中可以看到 FMR 通过宽腔模的透明窗口结果。

在这个实验中，反馈偏置电压被设置为零，因此没有信号被放大。通过扫描外部磁场，可以在图 17（a）中的频谱映射中看到一个透明窗口穿过宽阔的微波腔谐振。从测量数据中，我们首先确定图 17（b）中的色散和图 17（d）中的线宽交换，标记为拟合结果，曲线为矩阵模型计算。图 17（c）所示，我们测得 $\gamma_c/2\pi = 121.2$ MHz， $\gamma_m/2\pi = 0.85$ MHz 和 $g/2\pi = 6.46$ MHz，对应的耗散率和耦合强度在失调等于零时拟合，对应于协同性值的 $C = (\frac{g}{\gamma_c})(\frac{g}{\gamma_m}) = 0.4$ ，这表明

这对于这种特定的实验设置不是相干相互作用。

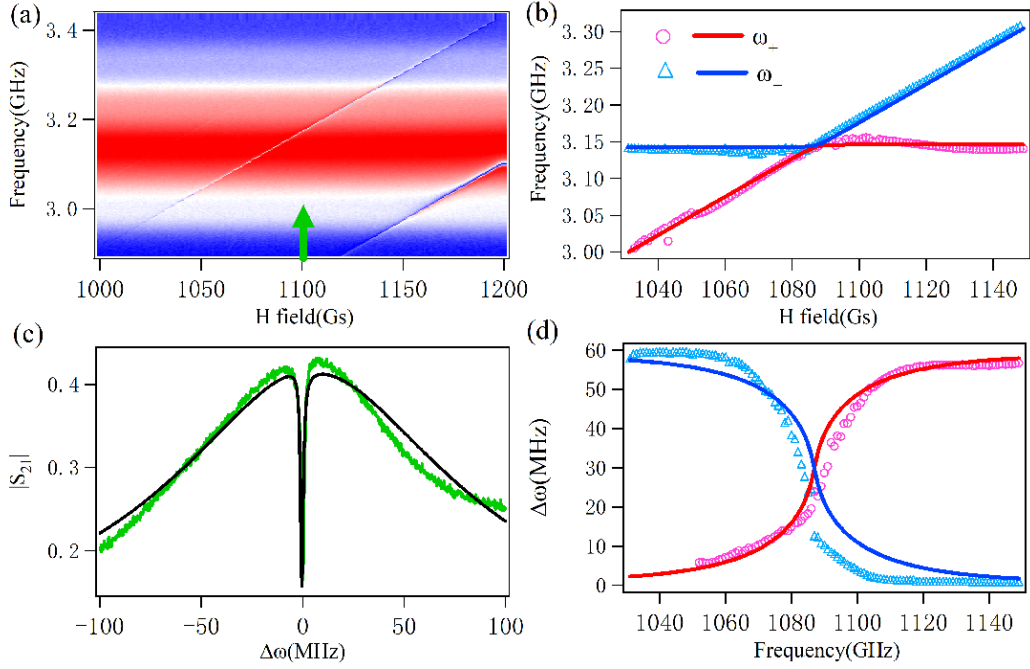


图 17. 磁致透明的拟合图 (a) MIT 的谱图 (b) 来自拟合结果 (标记) 的共振峰和矩阵计算 (实线)。 (c) 失调频谱等于零, 浅绿色曲线是测量数据, 黑色曲线是拟合数据。 (d) 来自拟合 (标记) 和计算 (实线) 的线宽, 这表示线宽交换。

磁诱导透明首先被发现是一种量子干涉效应, 它允许光线通过不透明的原子介质传播^[34]。研究磁诱导透明将扩展磁诱导透明的概念, 并让我们更好地理解腔光子和磁子之间的能量交换。随着磁诱导透明的发展, 磁诱导透明类似的行为为室温下的窄带传输和光速减慢提供了机会^[35]。

4.3 强耦合

强耦合意味着光子和磁子之间的相干作用, 比如避免色散中的交叉和时域中的类拉比振荡。图 18 (b) 显示了在频谱映射 (图 18 (a)) 中两个简并模在共振附近相互排斥并且配合结果以及矩阵模型的计算, 这表明了良好的一致性。为了实现这种耦合机制, CMP 的耦合需要大于腔体和磁子的阻尼 ($g > \gamma_m, \gamma_c$)。偏置电压设置为 0.64V, 这明显地对应到图 15 (a, b) 所示的 2.4V 的调谐点。我们可以清楚地看到图 18 (a) 给出的避免与频谱映射的交叉。在以前的大部分工作中, 光子腔的阻尼在不同的磁场下是不变的。相反, 在我们的设备设置中, 微波腔的阻尼率在不同的应用 H 场下会发生变化。在低 H 场 1045 高斯时, 腔模不

可见，当 H 场超过 1050 Gs 时，腔模在透射谱上变得清晰。在 1040Gs 时， $\gamma_c/2\pi = 20.3\text{MHz}$ ，在 1110Gs 时，我们能得到 $\gamma_c/2\pi = 1.2\text{MHz}$ 。很明显，共振峰的面积增加了，这意味着在此过程中反馈回路逐渐开启。需要进一步的研究来确定变量，这种现象是由于磁场或铁磁体的存在而引起的。

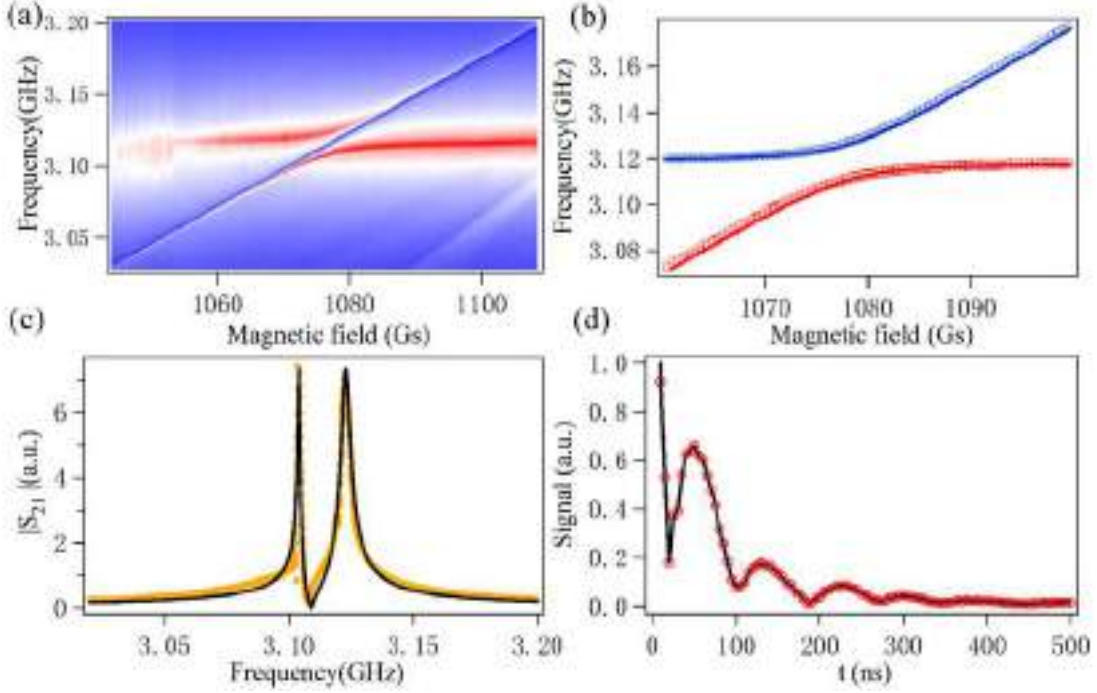


图 18: A-P-M 器件中的强耦合 (a) 强耦合的频谱映射。(b) 来自拟合结果 (标记) 和矩阵计算 (实线) 的共振峰。(c) 失调频谱等于零，橙色标记为实验数据，黑色曲线为使用公式 (79) 的拟合结果。(d) 对 (c) 中的实验数据进行快速傅里叶逆变换，从时域信号我们可以看出 Rabi 振荡的不确定性。

在 $\Delta = 0$ 处的耦合强度被确定为 $g/2\pi = 6.5\text{MHz}$ ，并且衰减为 $\gamma_c/2\pi = 4.0\text{MHz}$ 并且 $\gamma_m/2\pi = 0.33\text{MHz}$ (图 18 (c))。通过对 $\Delta = 0$ (图 18 (d) 所示) 的频谱使用逆快速傅里叶变换 (iFFT) 获得时域信号，其振荡周期对应于由 $\pi/g = 76.9\text{ns}$ ，这对应于大约 80ns 的时间段。显然，腔内的能量经历周期性的振荡，除了指数衰减以外，证明了光子与磁子之间的相干能量交换。因此，我们已经表明，通过简单地调节意味着增加反馈光子数量的电压，耦合强度已经改变。

强耦合已被证明在信息处理中有许多应用，例如可以互连不同系统 (如光子学，力学和微波电路) 的换能器^[26]以及用于量子控制和磁测量的设备^[32]。这种反馈耦合腔中的强耦合为自旋电子学中的信息处理带来了潜在的应用。

4.4 腔磁子五重态

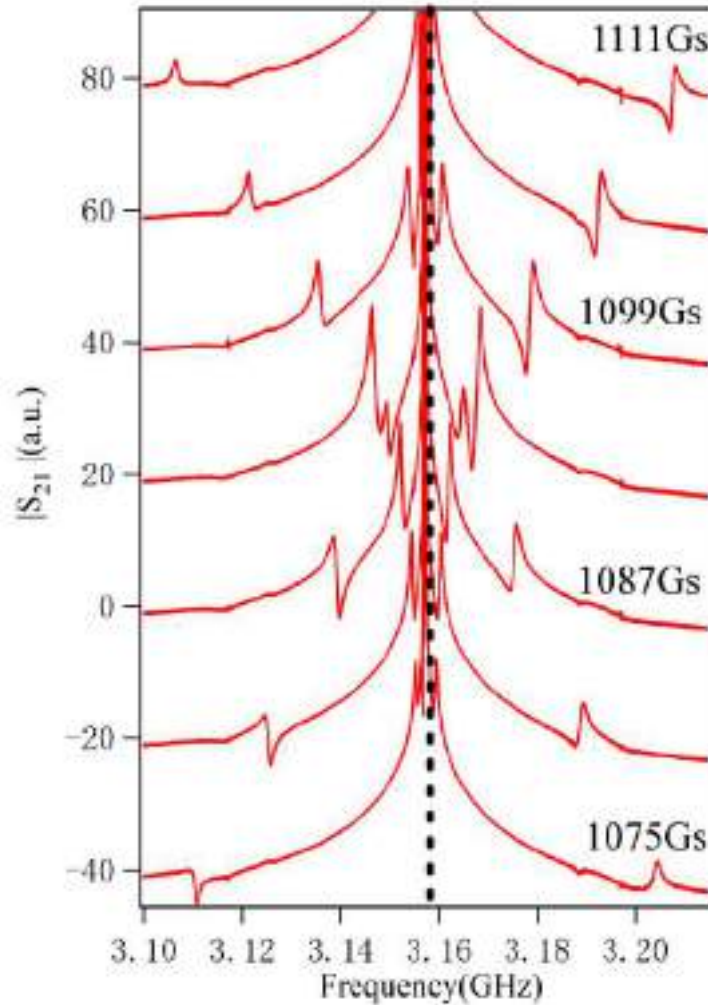


图 19. 腔磁子五重态的 waterfall plot，磁场正在增加方向性。可以观察到五种模，这可以通过我们引入的理论很好地解释实验现象。

当偏置电压设置为 $V = 7 \text{ V}$ 时，与之前的实验具有相同的 YIG 位置。反馈回路完全“打开”，系统已达到新的耦合状态。透射谱的 waterfall plot 如图 19 所示，磁场从底部到顶部增加，很明显每个谱具有五种与外部磁场共振的共振模。这种具有五种模的耦合机制被命名为“腔磁子五重态”。

图 20 (a) 给出了频谱映射，其中与配合和理论模型计算 (2.3.3 节) 的色散关系如图 20 (b) 所示，这非常吻合。图 20 (c) 给出了 $\Delta=0$ 处的透射谱，其中由于 $\Omega_- = \Omega_+$ ，磁子五重态滞后于磁子三重态。五种不同模的线宽如图 20 (d) 所示，其中我们可以观察到幅度的不同。对应于反馈腔的中心模（在 ω_c ）具有非常窄的线宽并且与外部场无关，而其他模对应于 CMP（在 $\omega_c \pm \Omega_-$ 和 $\omega_c \pm \Omega_+$ 处）具有相对大的线宽并且它们仍然存在交换属性与矩阵模型相似。

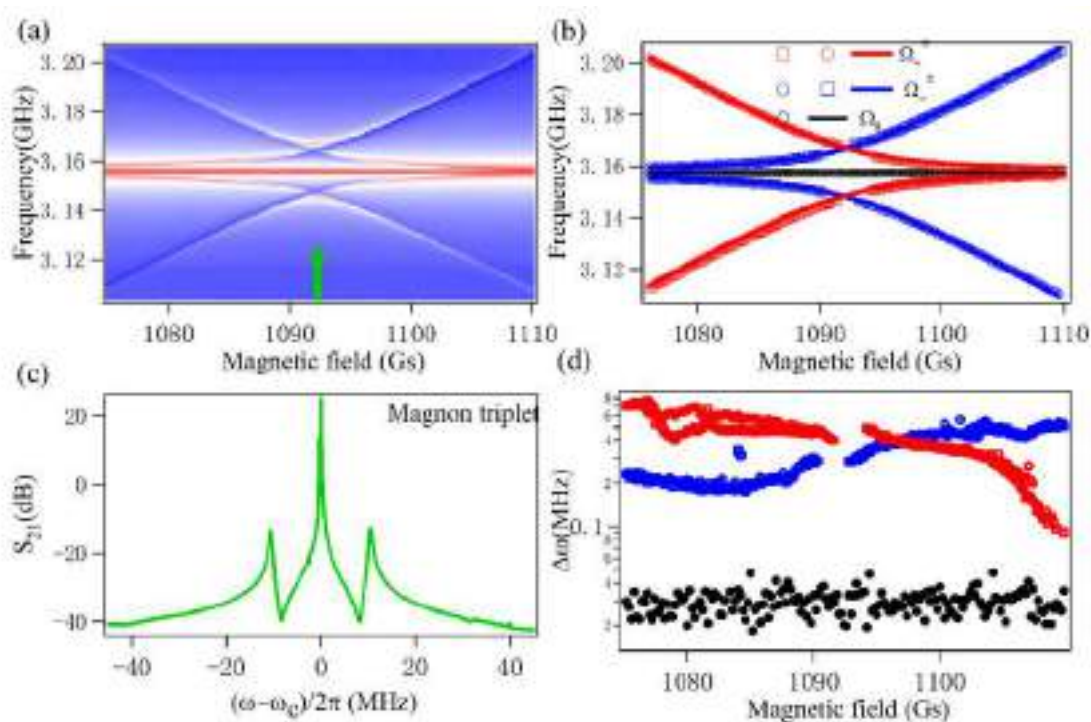


图 20. 腔磁子五重态 (a) 频谱在 y 轴和 H 场作为 x 轴的映射, 我们可以清楚地看到当 $\Delta\omega = 0$ 时的五种模和中心附近共振的三种模。 (b) 使用公式 (77) 中的模型从测得的 S_{21} (标记) 和计算结果 (线) 读出的峰位置。 (c) $\Delta\omega = 0$ 处的谱由于 Ω_- 和 Ω_+ 简并产生了一个磁子三重态。 (d) 每种模的线宽均使用拼接, 红色标记和蓝色标记表示侧面模是黑色对应于中央模。

4.5 电压控制反馈光子数

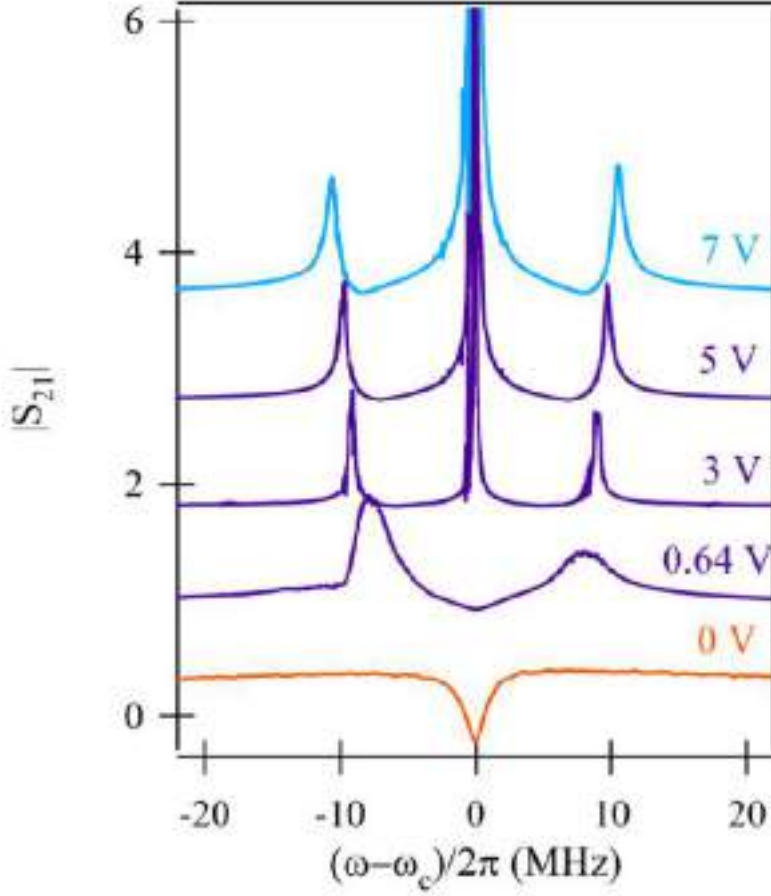


图 21 在固定 YIG 球的不同偏置电压下 $\Delta=0$ 的 waterfall plot。频谱在 $V=0$ 时为磁诱导透明， $V=0.64\text{V}$ 时为强耦合， $V\geq 2\text{V}$ 时为五重态。拉比频率 Ω_f 随着施加电压的增加而增大。

通过调整 H 场，在 $\Delta=0$ 时进行该实验。在图 21 的 waterfall plot 中显示的 0 到 7V 的不同偏置电压下获得透射谱，发现 $\Delta=0$ 时的 Rabi 频率取决于电压。为了导出定量描述，Rabi 频率可以简化为：

$$\Omega_{\pm} = \Omega_f = \Omega_0 \sqrt{1 + 2f^2} \quad (81)$$

这意味着两组耦合产生的退激发具有相同的 Rabi Gap。因此，它们在 ω_c 和 $\omega_c \pm \Omega_f$ 处简并产生三重态，如图 20 (c) 所示。该 CMP 系统的 Rabi 频率仅取决于磁诱导透明的耦合强度 Ω_0 和反馈因子 f 。在不同电压下的 Rabi 频率绘制在图 22 (a) 中， Ω_f 和电压 V 之间的关系可用经验线性公式来描述：

$$\frac{\Omega_f}{\Omega_0} = 1 + k \cdot V \quad (82)$$

其中 $\Omega_0 = 15.24 \text{ MHz}$ 来自测量结果, $k = 5.56 \times 10^{-2}$ 是经验参数。等式 (82) 和等式 (81) 的组合给出了与电压相关的反馈因子:

$$f = \sqrt{k \cdot V + \frac{k^2 V^2}{2}} \quad (83)$$

其中 k 是公式 (82) 中相同的经验参数, 具有相同的值。测得的数据和拟合如图 22 所示, 与我们的假设非常吻合。

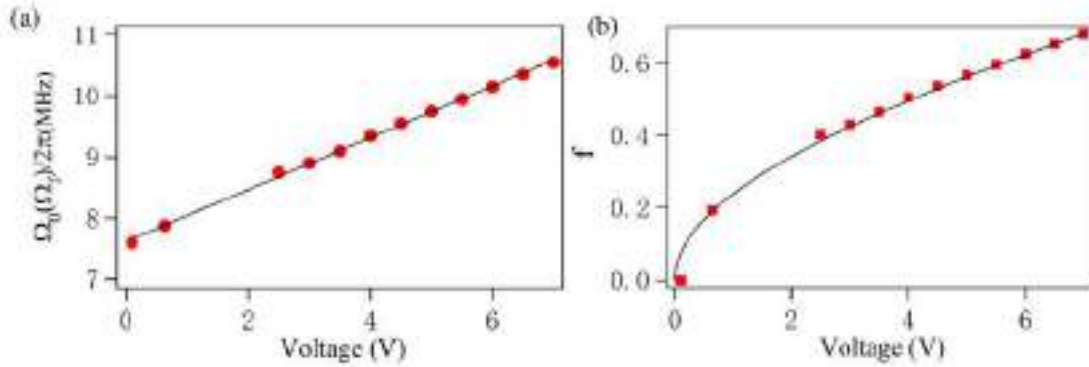


图 22 与电压相关的反馈: (a) 拉比频率作为偏置电压的函数绘制, 存在大致线性关系。
(b) 作为增益函数绘制的拉比频率 Ω_f/Ω_0 的测量 (红色方块) 和计算 (曲线) 比率。

在这个实验中, 由于 YIG 球的位置是固定的, 而且在不同电压下 magnon 感受到的微波磁场保持不变。通过假设集体自旋的进动角度或 CMP 的数量是常数, 调整反馈回路上的电压将增加方程 (73) 中的反馈光子数量 n , 这最终会导致反馈因子 f 增加。因此, 这种电压控制反馈为研究 CMP 耦合带来了额外的自由度。

4.6 距离控制极化激元数

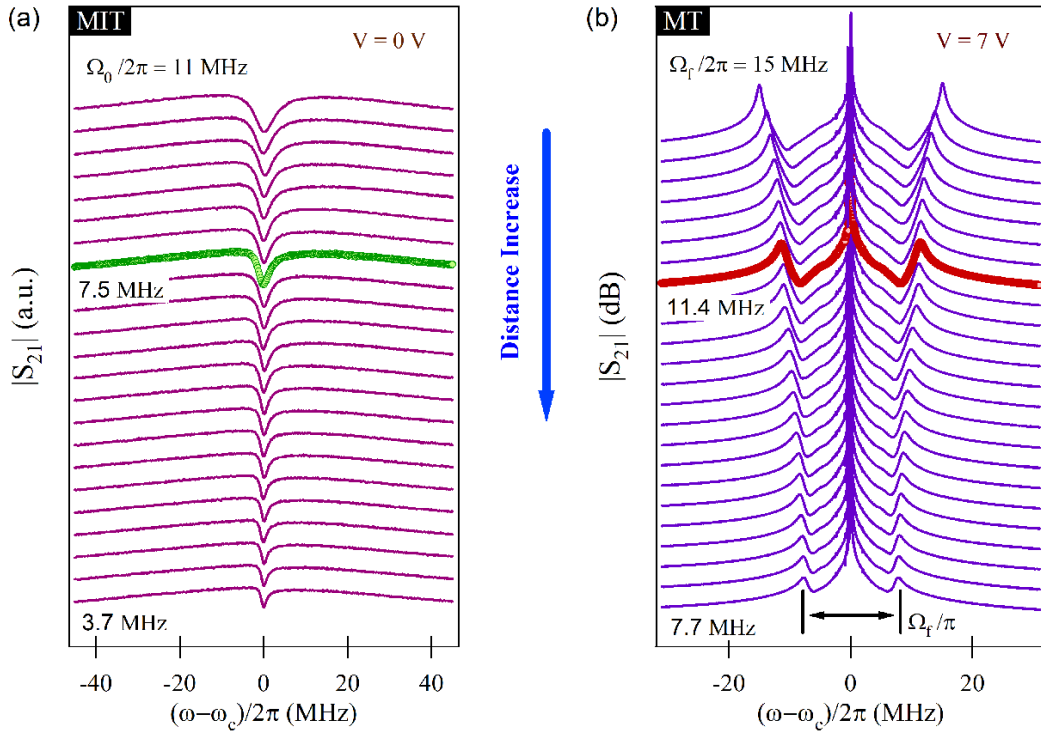


图 23 (a) 中 MIT 的 waterfall plot 和 (b) 中的磁子三重态 (Mangon Triplet - MT)，给出了 $\Omega_0/2\pi$ 和 $\Omega_f/2\pi$ 的三组值。随着距离 d 的增加，MIT 和 MT 的 Rabi 频率有下降的趋势。

通过另一系列实验来确定 YIG 的距离与反馈因子之间的关系。在这组测量中，YIG 球体的距离 d 通过调整 XYZ 阶段从 0.2mm 变为 2.0mm，收集 $V = 0$ 和 $V = 7 \text{ V}$ 下的透射谱以确定 Ω_0 和 Ω_f ，并且显示 waterfall plot 在图 23 中。随着距离的增加，MIT 的 Ω_0 从 11MHz 下降到 3.7MHz， Ω_f 从 15MHz 下降到 7.7MHz。

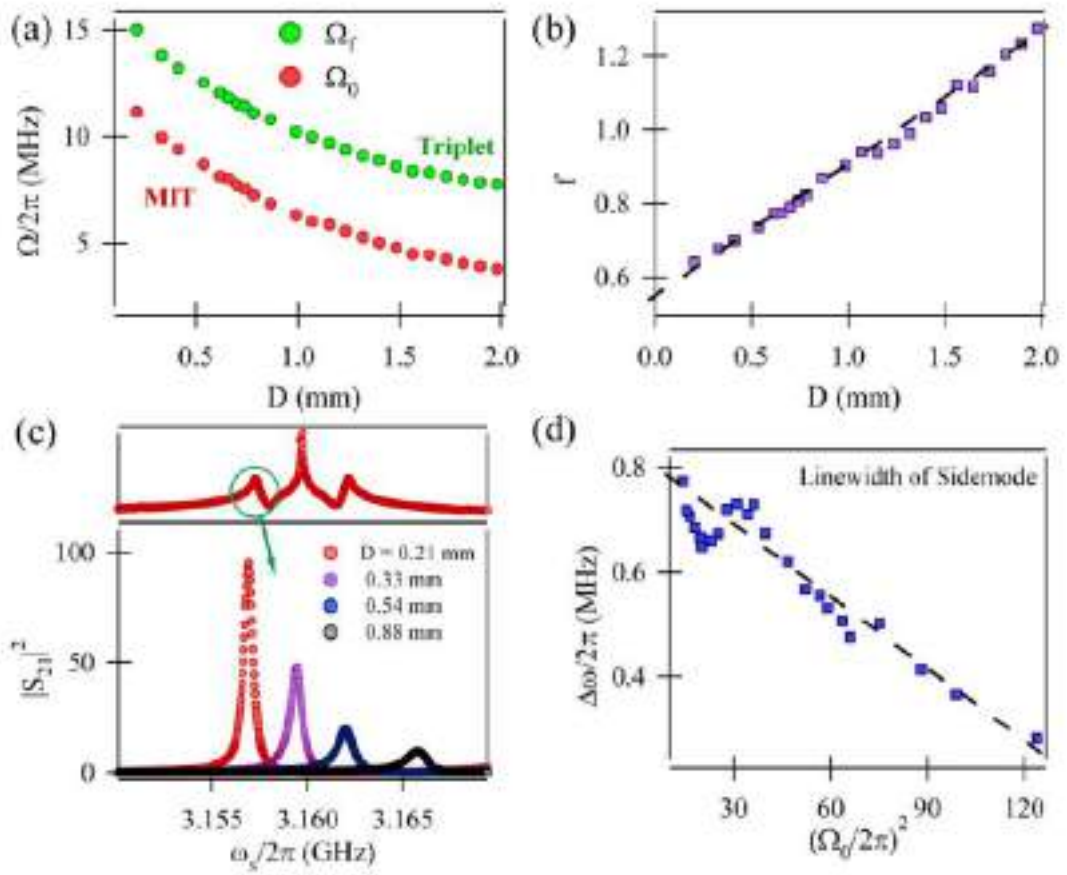


图 24 (a) 从图 23 中提取的拉比频率 Ω_0 (红圈) 和 Ω_f (绿圈), 当 d 增加时, 两个量都减小。 (b) 使用公式 (84) 计算反馈因子, 可以清楚地观察对距离的线性依赖关系, 虚线是数据的线性拟合。 (c) 不同距离 d (下) 的磁子三重态和侧模线形的侧模 (顶部) 示意图。我们得到的线宽随距离 d 增加, 这对应于 CMP 的平均寿命。 (d) 侧面模的线宽作为耦合强度 $(\Omega_0/2\pi)$ 的平方的函数绘制, 数据点 (蓝色方块) 由线性关系拟合。

从这些谱图中, 通过使用拟合公式 (79) 和 Ω_f 读出峰值位置来获取 Ω_0 。这些结果绘制在图 24 (a) 中。根据公式 (81), 反馈因子由下式给出:

$$f = \sqrt{\frac{(\Omega_f/\Omega_0)^2 - 1}{2}} \quad (84)$$

计算反馈因子 f 作为距离 d 的函数绘制, 我们发现反馈因子与距离 d 有线性关系 (图 23 (b)):

$$f = 0.35 \cdot d + 0.55 \quad (85)$$

此外, 我们分析了与 CMP 的平均寿命 $\tau = 1/(2\pi\Delta\omega)$ 相对应的磁子三重态侧模的线宽 $\Delta\omega$ 。线宽绘制成耦合强度 $(\Omega_0/2\pi)^2$ 的函数, 线性拟合为:

$$\frac{\Delta\omega}{2\pi} = -4.21\text{THz}^{-1} \cdot \left(\frac{\Omega_0}{2\pi}\right)^2 + 0.797\text{MHz} \quad (86)$$

因此，我们确定了反馈因子与距离之间的关系。此外，在 $\Delta=0$ 时，侧模的线宽 $\Delta\omega$ 与耦合强度 Ω_0 的平方的关系近似为线性关系。基于这个假设，CMP 的平均寿命为 $(\Omega_0/2\pi)$ 的函数可以推测为：

$$\tau = \frac{1}{a(\Omega_0/2\pi)^2 + b} \quad (87)$$

其中 a 和 b 是拟合参数。平均寿命 τ 预计会随着耦合强度 $\left(\frac{\Omega_0}{2\pi}\right)$ 的平方而减小。在这个实验中，反馈因子 f 已经被证明依赖于距离 d 。讨论了线宽 $\Delta\omega$ 和平均寿命 τ 与耦合强度 Ω_0 的关系。这可能为进一步开发腔磁极化激元和自旋动力学提供潜在的应用。

第五章 结论

A-P 设计的主动腔的新设计为我们提供了研究腔自旋电子学和自旋动力学的强大工具。在这项研究中，我们研究了在腔内自旋电子学新兴领域的铁磁材料与反馈环腔的相互作用。腔光子和磁子的耦合可以用经典和量子理论来解释。这两种模之间的强相互作用可以产生具有反交叉行为的 CMP 和最近观察到的五重态。很明显，经典和量子模型可以描述类似结果的反交叉，而五重态目前只能用量子理论来解释。基于对磁子五重态的理论解释，我们用 A-P-M 系统的 Rabi 频率定义了反馈因子 f 。

我们在室温下在平面结构上展示了高度可调的耦合系统。通常以 Rabi 频率为特征的耦合强度与腔内的光子数无关。然而，在这项工作中，通过调节导致反馈光子增加的偏置电压，耦合强度以及耦合方式发生改变。推导出 f 与电压 V 的函数关系，并与实验数据吻合较好。此外，所提供的数据已清楚地表明耦合强度 Ω_f 也取决于 YIG 球体的位置。这种方法正在调整 A-P 腔与磁子之间的距离 d ，这导致极化子数目下降以改变 f 。我们发现 f 与 d 有线性关系。除此之外，我们发现 CMP 模的线宽与耦合强度的平方 Ω_0^2 成近似线性关系。

在此基础上，利用反馈回路了解磁子与腔光子之间的耦合性，并且该实验装置有未来信息处理的潜力，比如在自旋电子学信息处理中，集成到使用电压和距离控制特性的片上器件。

第六章 未来工作

对于我们在 2.3.3 节中介绍的腔磁子五重态，它只能解释这种耦合方式的色散关系，但对于五重态的阻尼，特别是对应有源腔的中心模，却无能为力。然而，通过图 20 (d) 绘制的拟合数据，线宽变化的特性仍然可以看到。下一步是通过添加阻尼项来发展这种当前的量子理论，这可能需要很多的努力。

在这项研究中，我们已经在三种不同的耦合机制中探索了磁致电磁透明，强耦合和腔磁子五重态。然而，还有另一个称为 Purcell 效应的耦合体系，其中铁磁材料的阻尼占主导地位 ($\kappa_a < g < \kappa_m$)，该耦合体系尚未达到。由于高阻尼材料之间的耦合，Purcell 效应会增强光子腔的衰减。磁性纳米粒子，坡莫合金球是替代 YIG 球的进一步研究的良好候选者。由于反馈回路的存在，可以预期有趣的现象会消除被动腔的干扰，也可以提高我们对这种 A-P-M 设备的理解。

致 谢

首先，我要感谢胡灿明教授和桂永胜博士，在过去的八个月里，他们提供了宝贵的建议和指导，师兄饶金威在这个项目上提供了无数的细节帮助和兄弟般的支持，感谢杨迎帮助进行快速傅立叶逆计算，Kelsey Wiebe 纠正英文原版论文语法错误。感谢 Dynamic Spintronics Group 的所有其他团队成员，一起为研究创造一个健康和友好的环境。最后，我想要向我的家人（父亲赵海东，母亲刘立伟和女朋友杨迎）表达我的深深感激之情，没有他们的帮助、在精神上和物质上的支持，我没有机会完成这项工作。最后感谢尹永智教授对本文的中文版提供修改意见。

参考文献

- [1] D. Sanvitto and S. Kéna-Cohen, "The road towards polaritonic devices," *Nature materials*, vol. 15, no. 10, p. 1061, 2016.
- [2] K. Tolpygo, "Physical properties of a rock salt lattice made up of deformable ions," *Ukr. J. Phys.*, vol. 53, pp. 93–102, 2008.
- [3] K. Huang, "Lattice vibrations and optical waves in ionic crystals," *Nature*, vol. 167, no. 4254, p. 779, 1951.
- [4] D. Mills and E. Burstein, "Polaritons: the electromagnetic modes of media," *Reports on Progress in Physics*, vol. 37, no. 7, p. 817, 1974.
- [5] E. L. Albuquerque and M. G. Cottam, *Polaritons in periodic and quasiperiodic structures*. Elsevier, 2004.
- [6] L. Landau, "On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies," *Phys. Z. Sowjet.*, vol. 8, pp. 153–169, 1935.
- [7] J. Griffiths, "Anomalous high-frequency resistance of ferromagnetic metals," *Nature*, vol. 158, no. 4019, p. 670, 1946.
- [8] E. Zavoisky, "Spin magnetic resonance in the decimetre-wave region," *J. Phys. USSR*, vol. 10, pp. 197–198, 1946.
- [9] —, "Paramagnetic absorption in some salts in perpendicular magnetic fields," *Zhurnal Eksperimentalnoi I Teoreticheskoi Fiziki*, vol. 16, no. 7, pp. 603–606, 1946.
- [10] C. Kittel, "On the theory of ferromagnetic resonance absorption," *Physical Review*, vol. 73, no. 2, p. 155, 1948.
- [11] A. Chumak, V. Vasyuchka, A. Serga, and B. Hillebrands, "Magnon spintronics," *Nature Physics*, vol. 11, no. 6, p. 453, 2015.
- [12] F. Bloch, "Zur theorie des ferromagnetismus," *Zeitschrift für Physik*, vol. 61, no. 3-4, pp. 206–219, 1930.
- [13] M. á. Kostylev, A. Serga, T. Schneider, B. Leven, and B. Hillebrands, "Spin-wave logical gates," *Applied Physics Letters*, vol. 87, no. 15, p. 153501, 2005.
- [14] S. Ramo, J. R. Whinnery, and T. Van Duzer, *Fields and waves in communication electronics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [15] J. Rao, S. Kaur, X. Fan, D. Xue, B. Yao, Y. Gui, and C.-M. Hu, "Characterization of the non-resonant radiation damping in coupled cavity photon magnon system," *Applied Physics Letters*, vol. 110, no. 26, p. 262404, 2017.

- [16] S. Kaur, "Study of on-chip cavity magnon polariton devices," *Master Thesis, University of Manitoba*, 2017.
- [17] M. H. Zarifi, T. Thundat, and M. Daneshmand, "High resolution microwave microstrip resonator for sensing applications," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 233, pp. 224–230, 2015.
- [18] M. H. Zarifi and M. Daneshmand, "Non-contact liquid sensing using high resolution microwave microstrip resonator," in *Microwave Symposium (IMS), 2015 IEEE MTT-S International*. IEEE, 2015, pp. 1–4.
- [19] M. H. Zarifi, M. Fayaz, J. Goldthorp, M. Abdolrazzaghi, Z. Hashisho, and M. Daneshmand, "Microbead-assisted high resolution microwave planar ring resonator for organic-vapor sensing," *Applied Physics Letters*, vol. 106, no. 6, p. 062903, 2015.
- [20] B. Yao, Y. Gui, J. Rao, S. Kaur, X. Chen, W. Lu, Y. Xiao, H. Guo, K.-P. Marzlin, and C.-M. Hu, "Cooperative polariton dynamics in feedback-coupled cavities," *Nature Communications*, vol. 8, no. 1, p. 1437, 2017.
- [21] C.-M. HU, "Dawn of cavity spintronics," *PHYSICS IN CANADA*, vol. 72, no. 2, 2016.
- [22] B. Yao, Y. Gui, M. Worden, T. Hegmann, M. Xing, X. Chen, W. Lu, Y. Wroczynskyj, J. van Lierop, and C.-M. Hu, "Quantifying the complex permittivity and permeability of magnetic nanoparticles," *Applied Physics Letters*, vol. 106, no. 14, p. 142406, 2015.
- [23] B. Yao, Y. Gui, Y. Xiao, H. Guo, X. Chen, W. Lu, C. Chien, and C.-M. Hu, "Theory and experiment on cavity magnon-polariton in the one-dimensional configuration," *Physical Review B*, vol. 92, no. 18, p. 184407, 2015.
- [24] S. Kaur, B. Yao, J. Rao, Y. Gui, and C.-M. Hu, "Voltage control of cavity magnon polariton," *Applied Physics Letters*, vol. 109, no. 3, p. 032404, 2016.
- [25] S. Kaur, B. Yao, Y.-S. Gui, and C.-M. Hu, "On-chip artificial magnon-polariton device for voltage control of electromagnetically induced transparency," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 49, no. 47, p. 475103, 2016.
- [26] X. Zhang, C.-L. Zou, L. Jiang, and H. X. Tang, "Strongly coupled magnons and cavity microwave photons," *Physical review letters*, vol. 113, no. 15, p. 156401, 2014.
- [27] M. Harder, L. Bai, C. Match, J. Sirker, and C. Hu, "Study of the cavity-magnon-polariton transmission line shape," *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, vol. 59, no. 11, p. 117511, 2016.
- [28] Ö. O. Soykal and M. Flatté, "Strong field interactions between a nanomagnet and a photonic cavity," *Physical review letters*, vol. 104, no. 7, p. 077202, 2010.

- [29] H. Huebl, C. W. Zollitsch, J. Lotze, F. Hocke, M. Greifenstein, A. Marx, R. Gross, and S. T. Goennenwein, "High cooperativity in coupled microwave resonator ferrimagnetic insulator hybrids," *Physical Review Letters*, vol. 111, no. 12, p. 127003, 2013.
- [30] M. Goryachev, W. G. Farr, D. L. Creedon, Y. Fan, M. Kostylev, and M. E. Tobar, "High-cooperativity cavity qed with magnons at microwave frequencies," *Physical Review Applied*, vol. 2, no. 5, p. 054002, 2014.
- [31] X. Zhang, C.-L. Zou, N. Zhu, F. Marquardt, L. Jiang, and H. X. Tang, "Magnon dark modes and gradient memory," *Nature communications*, vol. 6, p. 8914, 2015.
- [32] Y. Tabuchi, S. Ishino, A. Noguchi, T. Ishikawa, R. Yamazaki, K. Usami, and Y. Nakamura, "Coherent coupling between a ferromagnetic magnon and a superconducting qubit," *Science*, vol. 349, no. 6246, pp. 405–408, 2015.
- [33] D. M. Pozar, *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2009.
- [34] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, "Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses," *Nature*, vol. 409, no. 6819, p. 490, 2001.
- [35] J. P. Marangos, "Electromagnetically induced transparency," *Journal of Modern Optics*, vol. 45, no. 3, pp. 471–503, 1998.

论文（设计）成绩

导师评语

建议成绩 _____

指导教师（签字） _____

答辩小组意见

答辩委员会负责人（签字） _____

成绩 _____

学院（盖章） _____

年 月 日

