# Machine Learning - Week 8

## 赵燕

# 目录

L	Unsupervised Learning
1	Clustering
	1.1 Unsupervised Learning:Introduction
	1.2 K-Means Algorithm
	1.3 Optimization Objective
	1.4 Random Initialization
	1.5 Choosing the Number of Clusters
T	Dimensionality Deduction
Ι	Dimensionality Reduction
2	Motivation
	2.1 Motivation I:Compression
	2.2 Motivation II:Visualization
3	Principal Component Analysis
	3.1 Principal Component Analysis Problem Formulation
	3.2 Principal Component Analysis Algorithm
	Applying PCA
*	4.1 Reconstruction from Compressed Representation
	4.1 Reconstruction from Compressed Representation
	4.3 Advice for Applying PCAfg

### Part I

# Unsupervised Learning

### 1 Clustering

聚类算法: 非监督学习算法, 要让计算机学习无标签数据, 而不是之前的标签数据。

### 1.1 Unsupervised Learning:Introduction

监督学习和无监督学习的比较:

在一个监督学习中,我们有一个有标签的训练集,我们的目标是找到能够区分正样本和负样本的决策边界,我们的监督学习中,有一系列标签,我们需要据此拟合一个假设函数。

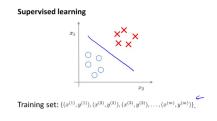


图 1: 监督学习

与此不同的是,在无监督学习中,数据没有附带任何标签,我们拿到的数据就是这样的:

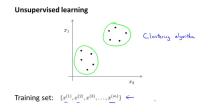


图 2: 无监督学习

在这里我们有一系列的点,却没有任何标签,因此我们的训练集可以写成只有 $x_1, x_2, x_3, ..., x_m$ ,没有任何标签y。因此图上画的这些点没有标签信息,也就是说,在无监督学习中,我们需要将一系列无标签的训练数据,输入到下一个算法中,然后我们告诉这个算法,快去为我们找找这个数据的内在结构给定数据。可能需要某种算法帮助我们寻找一种结构。图上的数据看起来可以分成两个分开的点集(称为簇),一个能够找到我圈出的这些点集的算法,被称为聚类算法。

聚类算法使我们介绍的第一个无监督学习算法,以后还将提到其他的无监督学习算法,它可以为我们找 到其他类型的结构或者其他的一些模式,而不是簇。

聚类算法是用来做什么的?

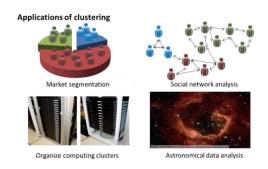
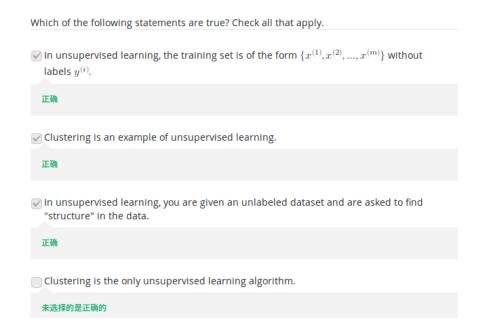


图 3: 聚类算法的应用

- 市场分割:也许你在数据库中分别销售产品或者分别提供更合适的服务,而你希望他们分为不同的课客户 群:
- 社交网络分析: 例如 Facebook, Google+, 或者是其他的一些信息, 比如说: 你经常跟哪些人联系, 而 这些人又经常给哪些人发邮件, 由此找到关系密切的人群, 因此, 这可能需要另一个聚类算法, 你希望 用它发现社交网络中关系密切的朋友。
- 管理数据中心: 使用聚类算法来更好的组织计算机集群,或者更好的管理数据中心,因为数据中心中, 了解了哪些计算机数据中心更倾向于一起协作工作,那么就可以重新分配资源,重新布局网络,由此优 化数据中心,优化数据通信。
- 天文学: 利用聚类算法视图了解星系的形成和其中的天文学的具体细节。



### 1.2 K-Means Algorithm

K-均值算法是最普及的聚类算法,算法接受一个未标记的数据集,然后将数据聚类成不同的组。

执行K-均值算法,首先先随机选择两个点,这两个点叫做聚类中心,就是图上的两个叉,为什么是两个点呢,因为我们希望聚出两个类。

K-均值是一个迭代方法,需要做两件事情:第一是簇分配,第二是移动聚类中心。

簇分配: 需要遍历所有的样本,就是图上绿色的点,然后依据每一个点是更接近红色的这个中心,还是 更接近绿色的这个中心,来将每个数据点分配到两个不同的聚类中心中。

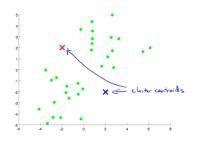


图 4: 簇分配

具体来讲,就是对对数据集中的所有点,根绝他们更接近红色这个中心,还是蓝色这个中心,进行染色,染色的结果如图:

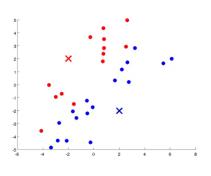


图 5: 簇分配染色

移动聚类中心:将两个聚类中心,也就是说红色的叉和蓝色的叉移动到 和它一样颜色的那堆点的均值处,找出所有红色的点,计算出它们的均值,就是所有红色的点平均下来的位置,然后把红色点的聚类中心移动到这里,蓝色也是这样,找出所有蓝色的点计算它们的均值把蓝色的叉放到那里,我们将按照图上所示这么移动:

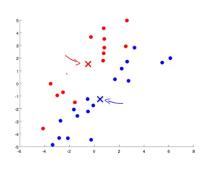


图 6: 移动聚类中心

重复上述步骤,继续簇分配和移动聚类中心,一直迭代下去,直到最后聚类中心不会变,并且哪些点的颜色也不会变,在这时我们就可以说 K-均值方法已经收敛了,在这些数据中找到两个簇。

K-均值是一个迭代算法, 假设我们想要将数据聚类成n个组, 其方法是:

首先选择K个随机的点, 称为聚类中心(cluster centroids);

对于数据集中的每一个数据,按照距离K个中心点的距离,将其与距离最近的中心点关联起来,与同一个中心点关联的所有点聚成一类。

计算每一个组的平均值、将该组所关联的中心点移动到平均值的位置。

重复步骤直至中心点不再变化。

### K-means algorithm

### Input:

- K (number of clusters)
- Training set  $\{x^{(1)},x^{(2)},\ldots,x^{(m)}\}$   $\longleftarrow$

 $x^{(i)} \in \mathbb{R}^n$  (drop  $x_0 = 1$  convention)

图 7: K-均值算法

 $c^{(i)}$  是距离样本 $x^{(i)}$  的距离的平方,使距离最小或者距离的平方最小都能让我们得到一个相同的 $c^{(i)}$ ,注意 $c^{(i)}$  是一个在1到K之间的数。(通常还是写成距离的平方)

# Randomly initialize K cluster centroids $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_K \in \mathbb{R}^n$ Repeat $\{C(ushred) | for i = 1 \text{ to } m$ $C(i) := index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster centroid } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } K) \text{ of cluster } closest \text{ to } x^{(i)} = index (from 1 \text{ to } x^{(i)} = index$

图 8: K-均值算法

算法分为两个步骤,第一个 for 循环是赋值步骤,即:对于每一个样例 i,计算其应该属于的类。第二个 for 循环是聚类中心的移动,即:对于每一个类 k,重新计算该类的聚类中心。

K-均值算法也可以很便利地用于将数据分为许多不同组,即使在没有非常明显区分的组群的情况下也可以。下图所示的数据集包含身高和体重两项特征构成的,利用 K-均值算法将数据分为三类,用于帮助确定将要生产的T-恤衫的三种尺寸 S,M,L。

### K-means for non-separated clusters

S,M, L

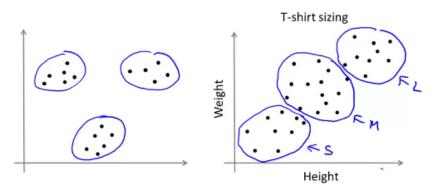


图 9: K-means for non-separated clusters

Suppose you run k-means and after the algorithm converges, you have:  $c^{(1)}=3, c^{(2)}=3, c^{(3)}=5, \dots$  Which of the following statements are true? Check all that apply.

 $\ensuremath{ \ensuremath{ \ ec V} }$  The third example  $x^{(3)}$  has been assigned to cluster 5.

正确

 ${
m \emph{W}}$  The first and second training examples  $x^{(1)}$  and  $x^{(2)}$  have been assigned to the same cluster.

正确

The second and third training examples have been assigned to the same cluster.

未选择的是正确的

 ${\color{red} {f \hspace{-1.5cm} oldsymbol{arphi}}}$  Out of all the possible values of  $k\in\{1,2,...,K\}$  the value k=3 minimizes  $\|x^{(2)}-\mu_k\|^2$ .

正确

- 1.3 Optimization Objective
- 1.4 Random Initialization
- 1.5 Choosing the Number of Clusters

### Part II

# **Dimensionality Reduction**

- 2 Motivation
- 2.1 Motivation I:Compression
- 2.2 Motivation II: Visualization
- 3 Principal Component Analysis
- 3.1 Principal Component Analysis Problem Formulation
- 3.2 Principal Component Analysis Algorithm
- 4 Applying PCA
- 4.1 Reconstruction from Compressed Representation
- 4.2 Choosing the Number of Principal Components
- 4.3 Advice for Applying PCAfg