数学之美

前端工程师的数学世界

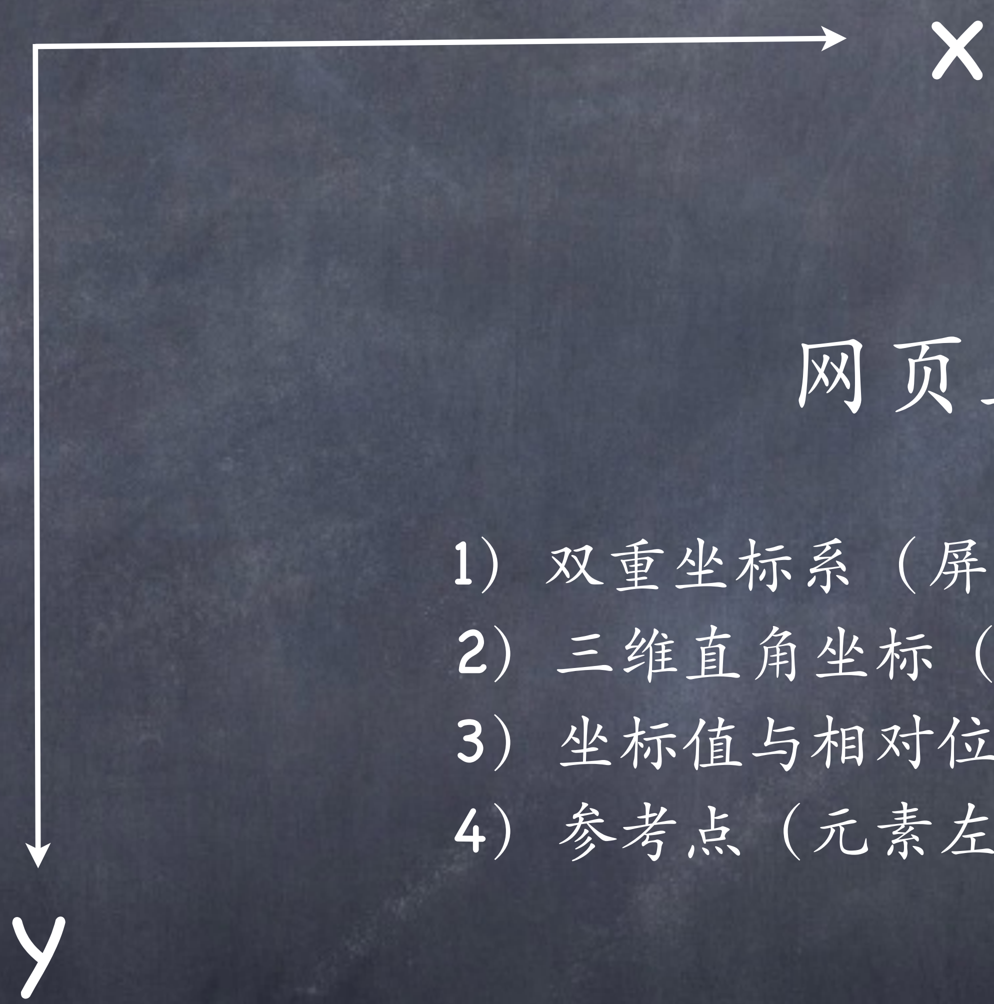
先来玩个例子

怎么做到的?

答案后面会揭晓

http://qgy18.imququ.com/bobo/edit.html

坐标系



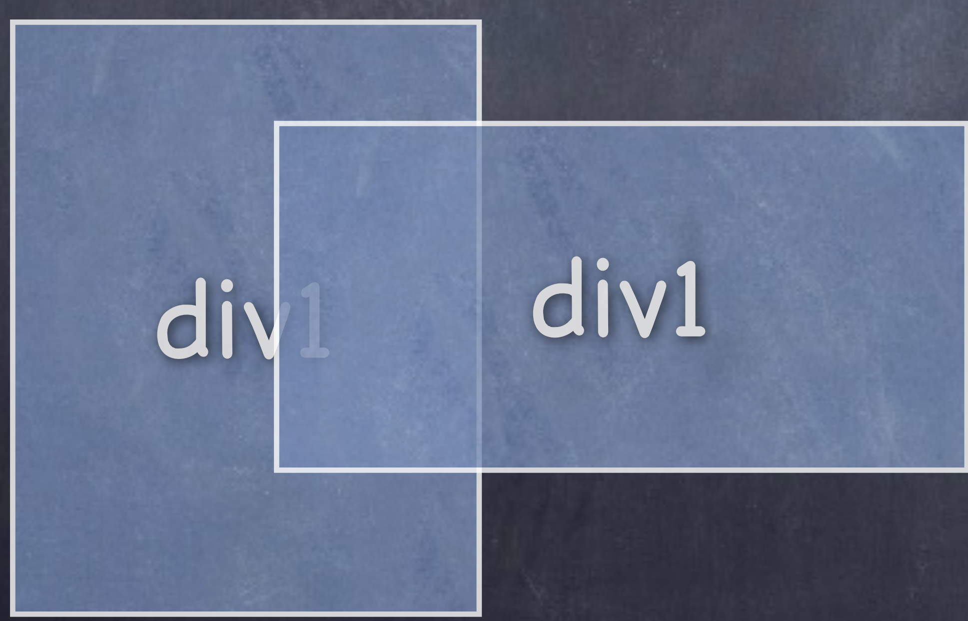
网页上的直角坐标系:

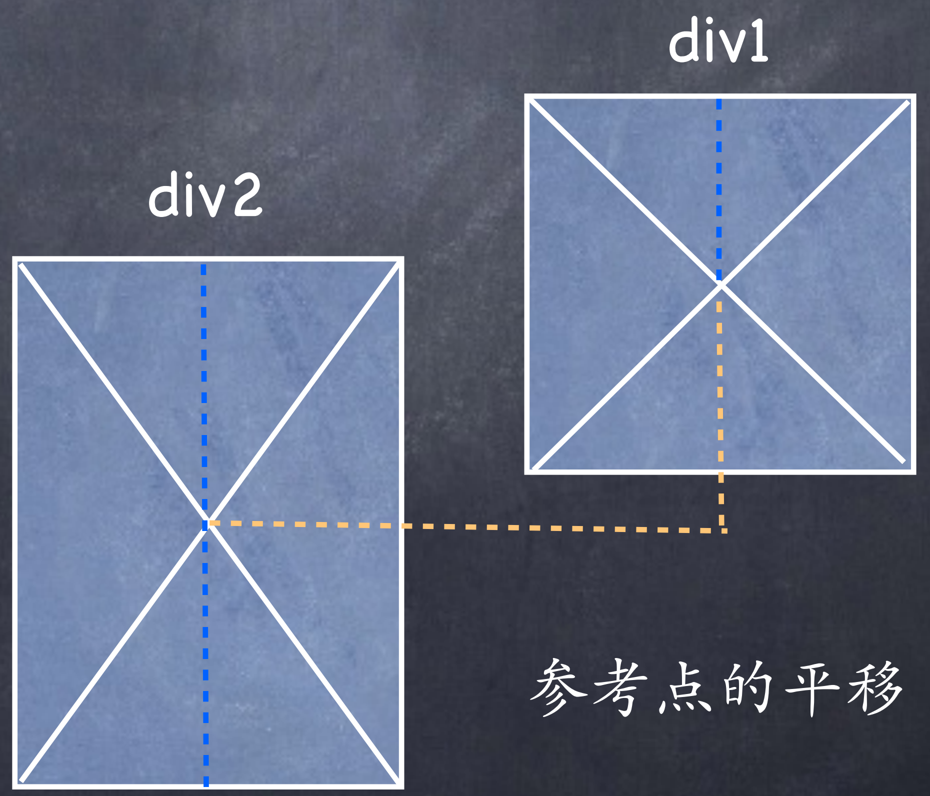
1）双重坐标系（屏幕、页面）
2）三维直角坐标（left, top, z-index）
3）坐标值与相对位置（absolute、relative）
4）参考点（元素左上角）

直角坐标系

- 直角坐标系的作用

1) 水平垂直居中一个固定宽高的区块
2) 判断两个绝对定位的div是否重叠
3) 碰撞检测

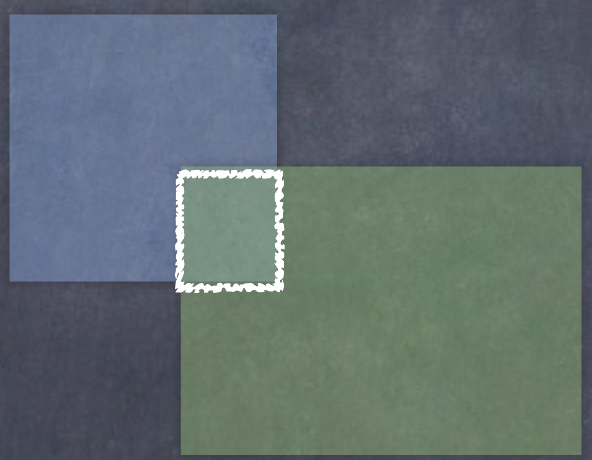
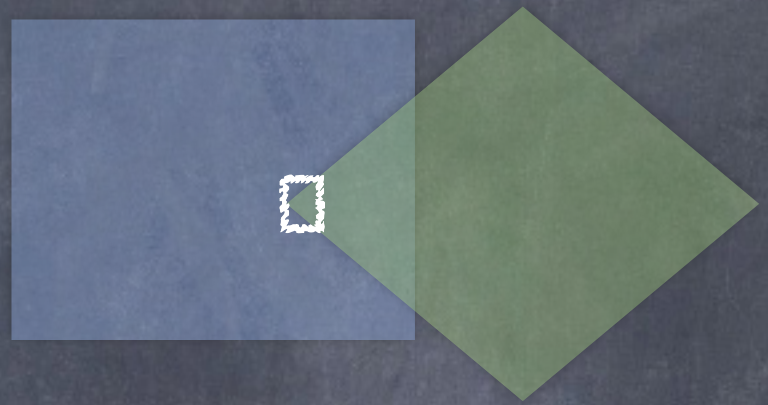


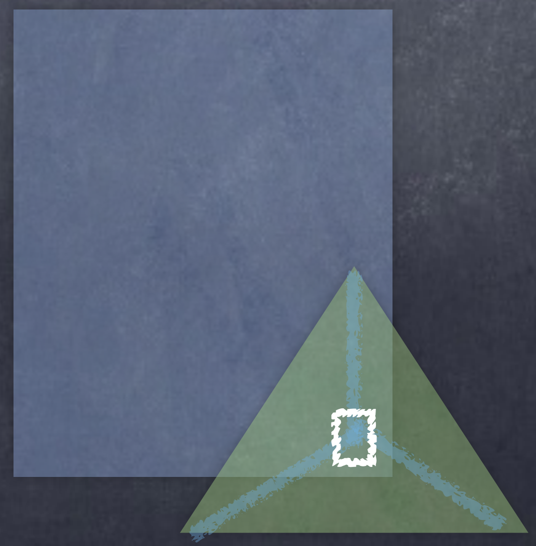


参考点的平移

直角坐标系

- 碰撞检测

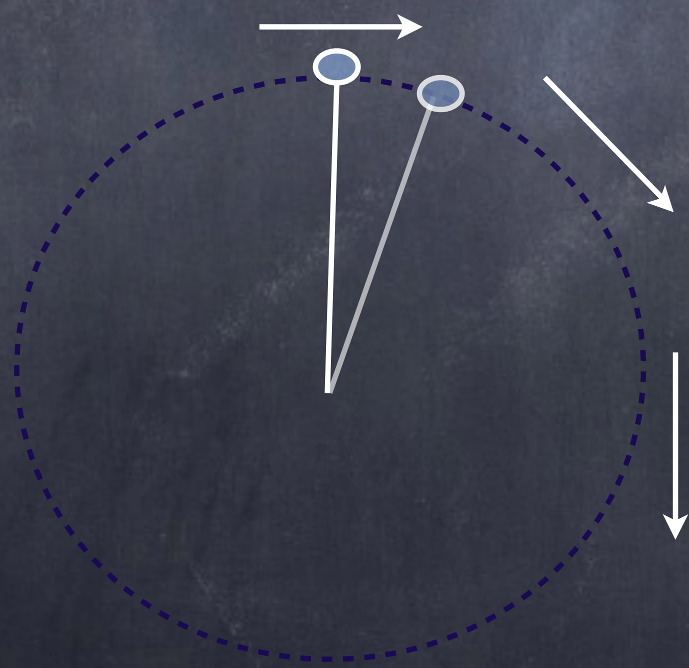





直角坐标系

- 直角坐标系的局限性

匀速圆周运动（旋转）



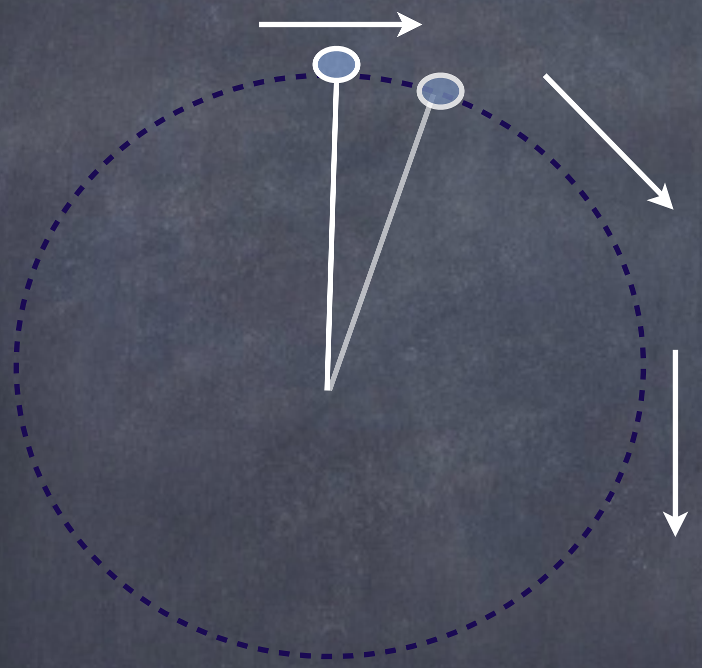
x^2 + y^2 = r^2 正确吗?

参数方程:

x = r cos a

y = r sin a

其他坐标系



CSS3:

- transition
- transform-rotate
- transform-origin

极坐标方程:
r(Θ)=a

直角与非直角坐标系

- 圆的三种数学表达

代数方程：x^2 + y^2 = r^2

参数方程：

x = r cos a
y = r sin a

极坐标：r(Θ)=a

思考：

代数模型

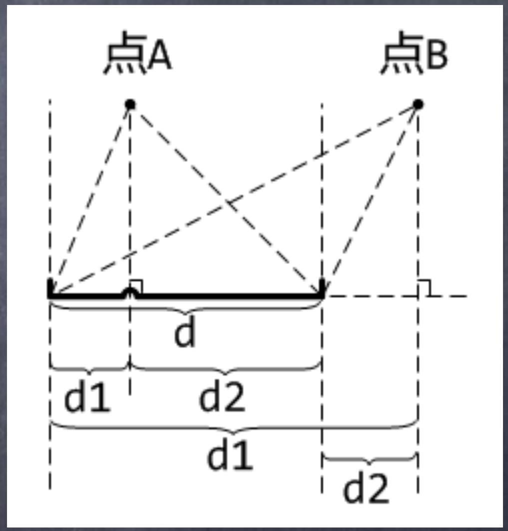
- 求点到线段（多边形）的距离

百度地图使用该模型

基本数学知识

高中的时候我们学过点到直线的距离该如何计算，距离公式为：

$$d = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



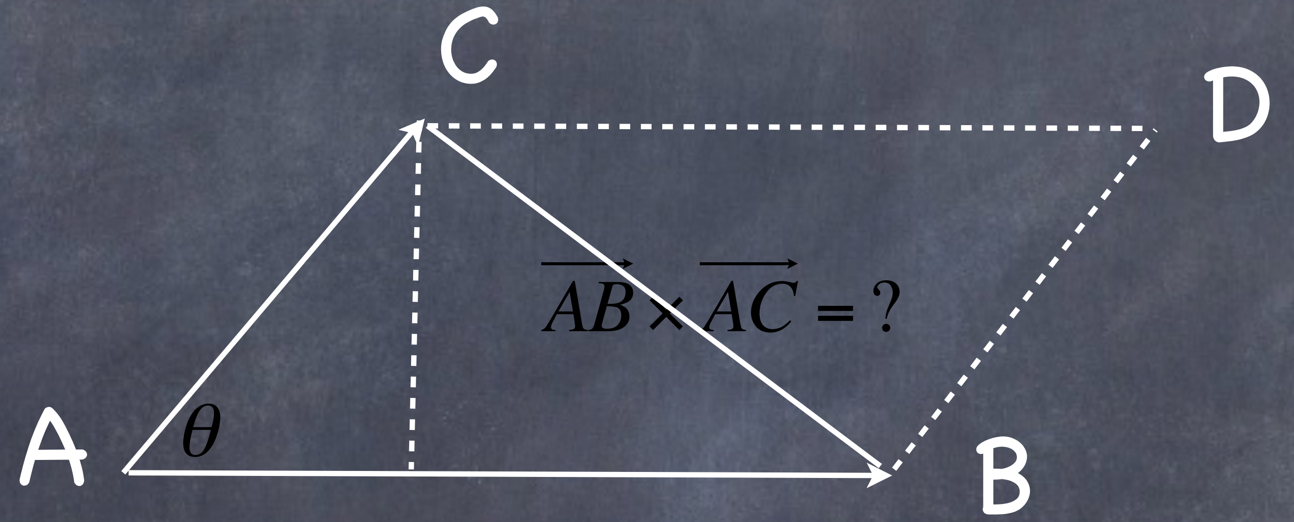
思路：

1) 先求斜率，然后将斜截式变换为标准式，用上面的公式计算距离

2) 线路中的某段道路可能是水平或垂直的，即该线段的斜率为0或者为1，
此时计算距离需用特殊的方程

向量模型

- 求点到线段的距离



初中物理告诉我们——

向量AB和AC的合力矩的大小即AB与AC在垂直方向上分量的乘积即：

$$\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = |AB|\bullet|AC|\bullet\sin\theta$$

向量方程

- 根据平行四边形面积与底边求高

$$\left|\overrightarrow{CD}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

$$d = \sqrt{\frac{(x_0y_1)^2 + (x_1y_0)^2}{x_1^2 + y_1^2}}$$

- 向量叉乘的计算公式

$$\overrightarrow{[x_0, y_0]}\times\overrightarrow{[x_1, y_1]} = \overrightarrow{[x_0y_1, -x_1y_0]}$$

向量方程

- 代数法:

1) 计算量大
2) 步骤多
3) 需要考虑特殊情况，如0和无穷大
4) 开方需要考虑符号
5）无直观物理意义

- 向量法:

1) 计算量一般不大
2) 步骤少
3) 不需要考虑特殊情况
4) 不需要考虑符号
5）有直观物理意义

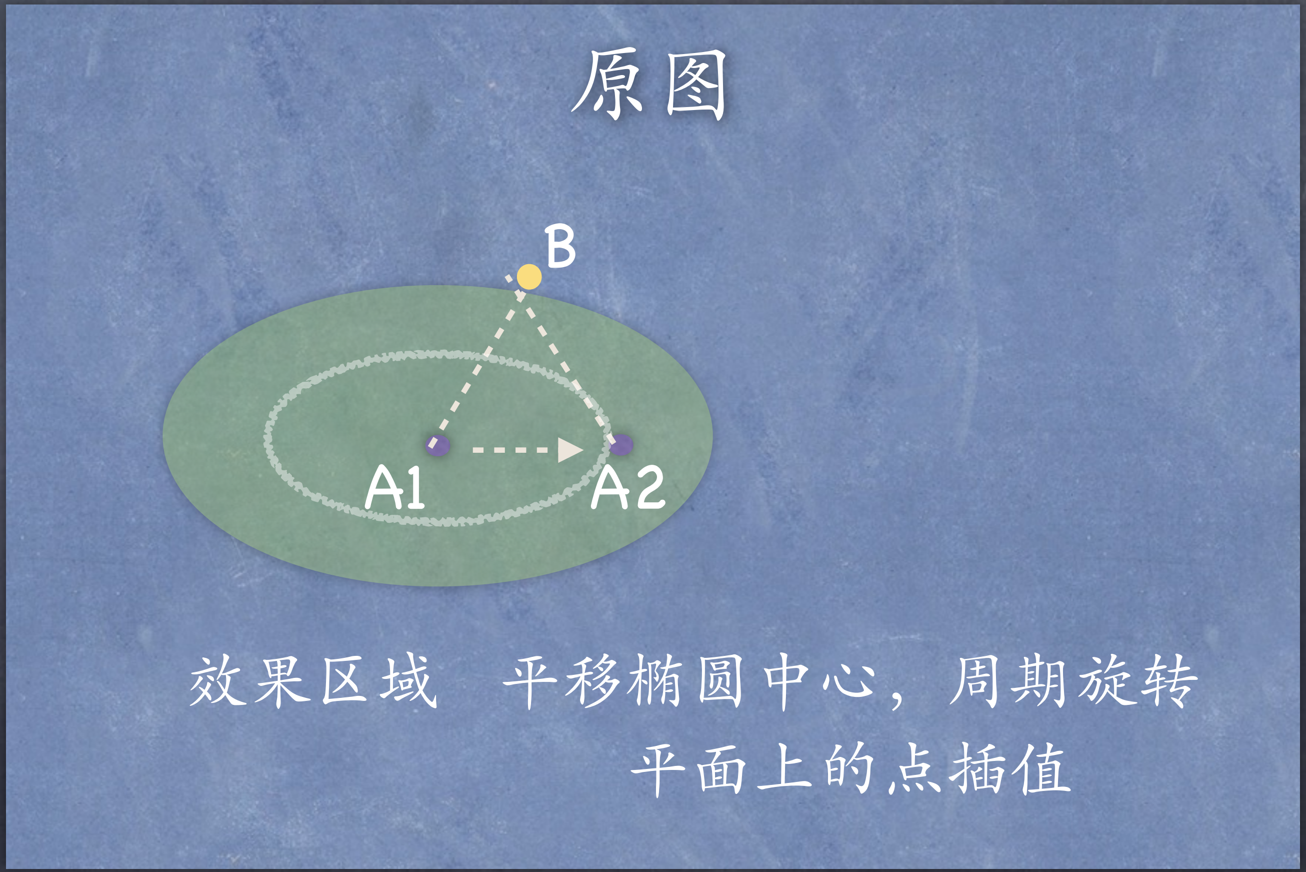
三角函数

哪些情形下考虑使用三角函数

1. 周期规律
2. 连续
3. 正负符号（消除开根号）
4. （椭）圆周有关的
5. 向量

神奇的“抖图”

基本原理:



抖图具体操作

1.设置要抖动的椭圆形区域

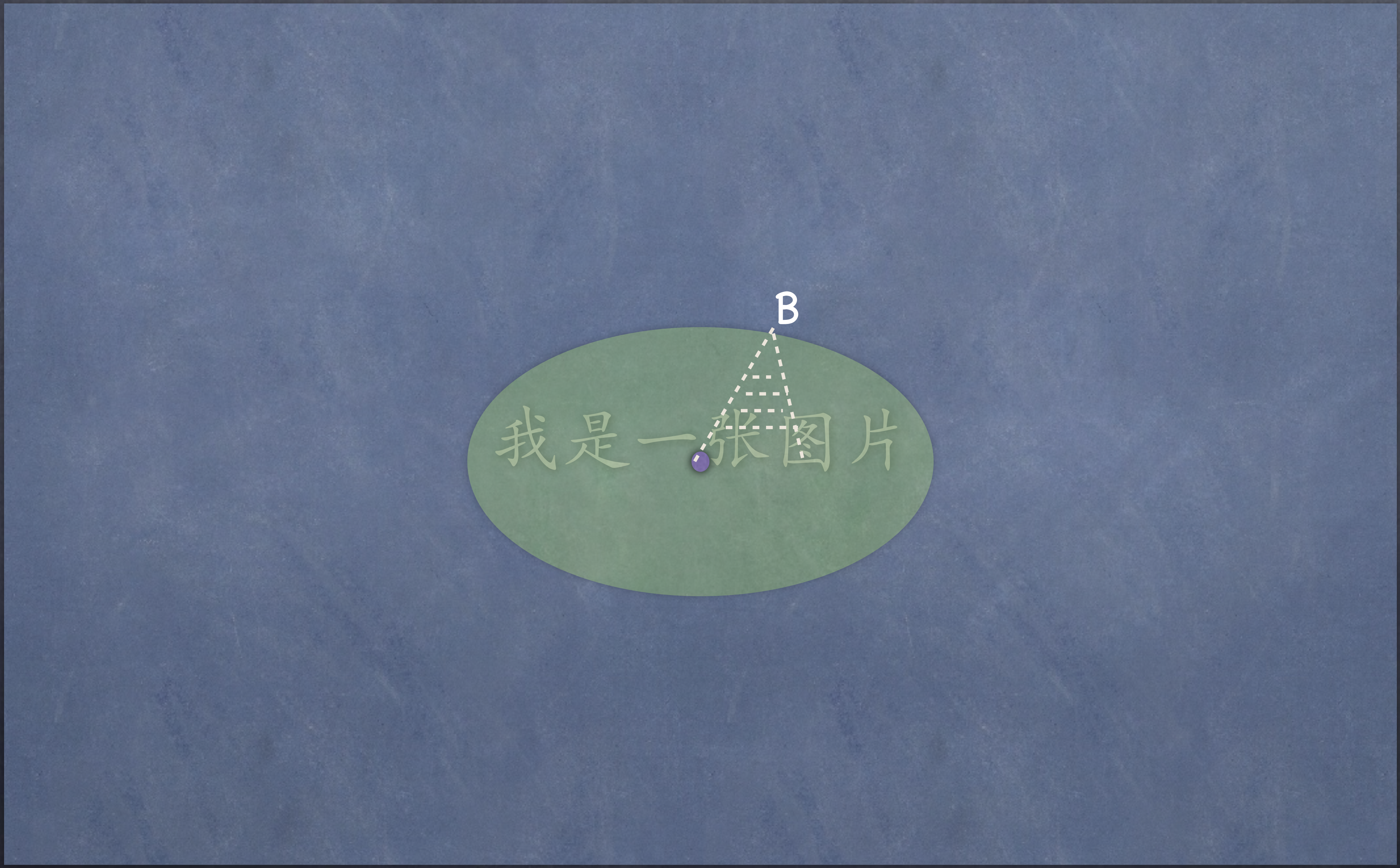
2.找出区域椭圆的中心点 A1

3.对椭圆中心点A1进行一个平移，得到中心点A2

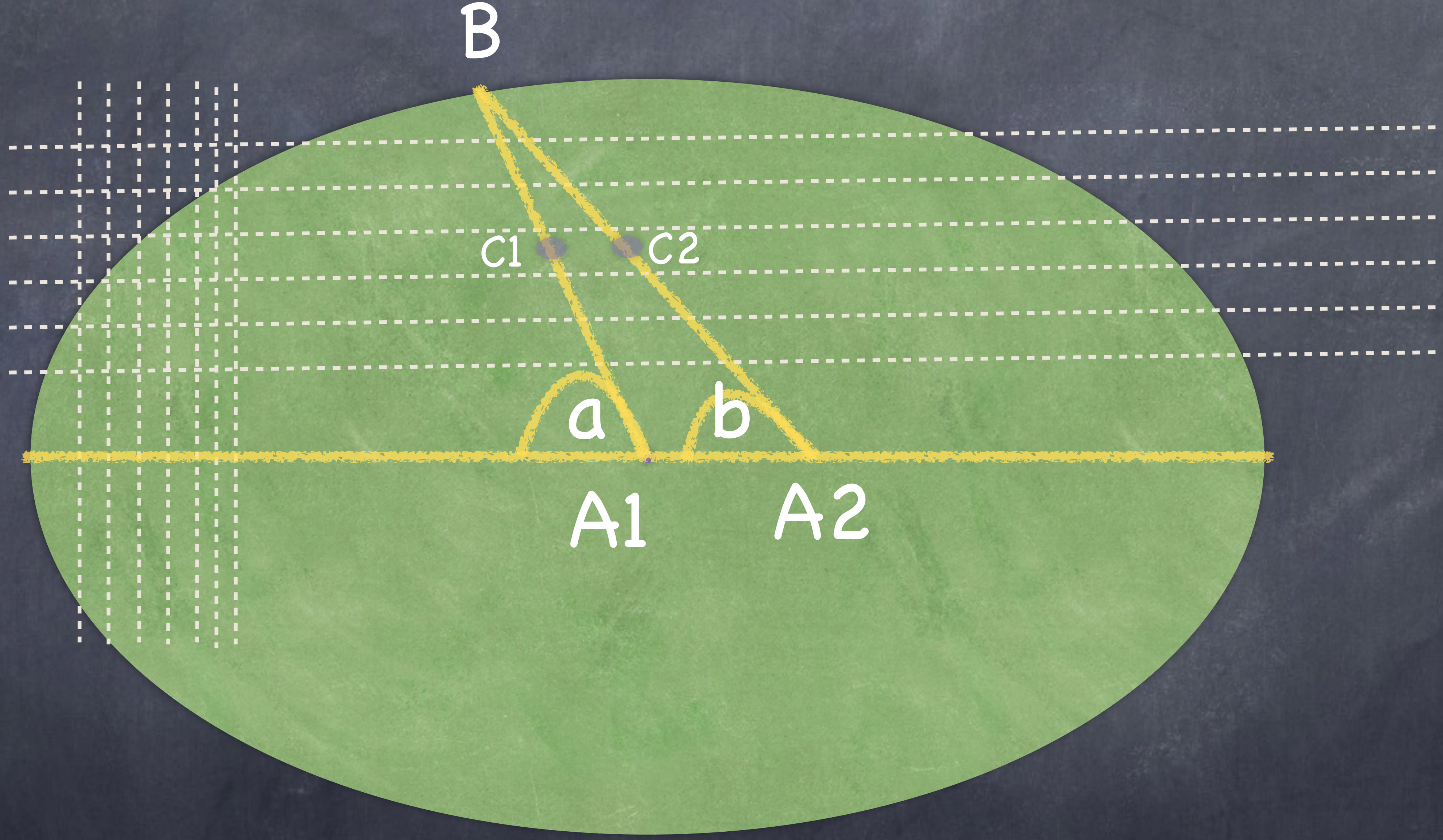
4.以A1为中心，对A2做一个椭圆周运动

5.在A2运动过程中，以椭圆区域边界的点B为参考点，将A1B的像素点映射到A2B上

抖图具体操作



代数方法



算法概要：对椭圆内部的每一个像素点，求出变换后的坐标

根据代数的方法即上图的已知c1，求c2

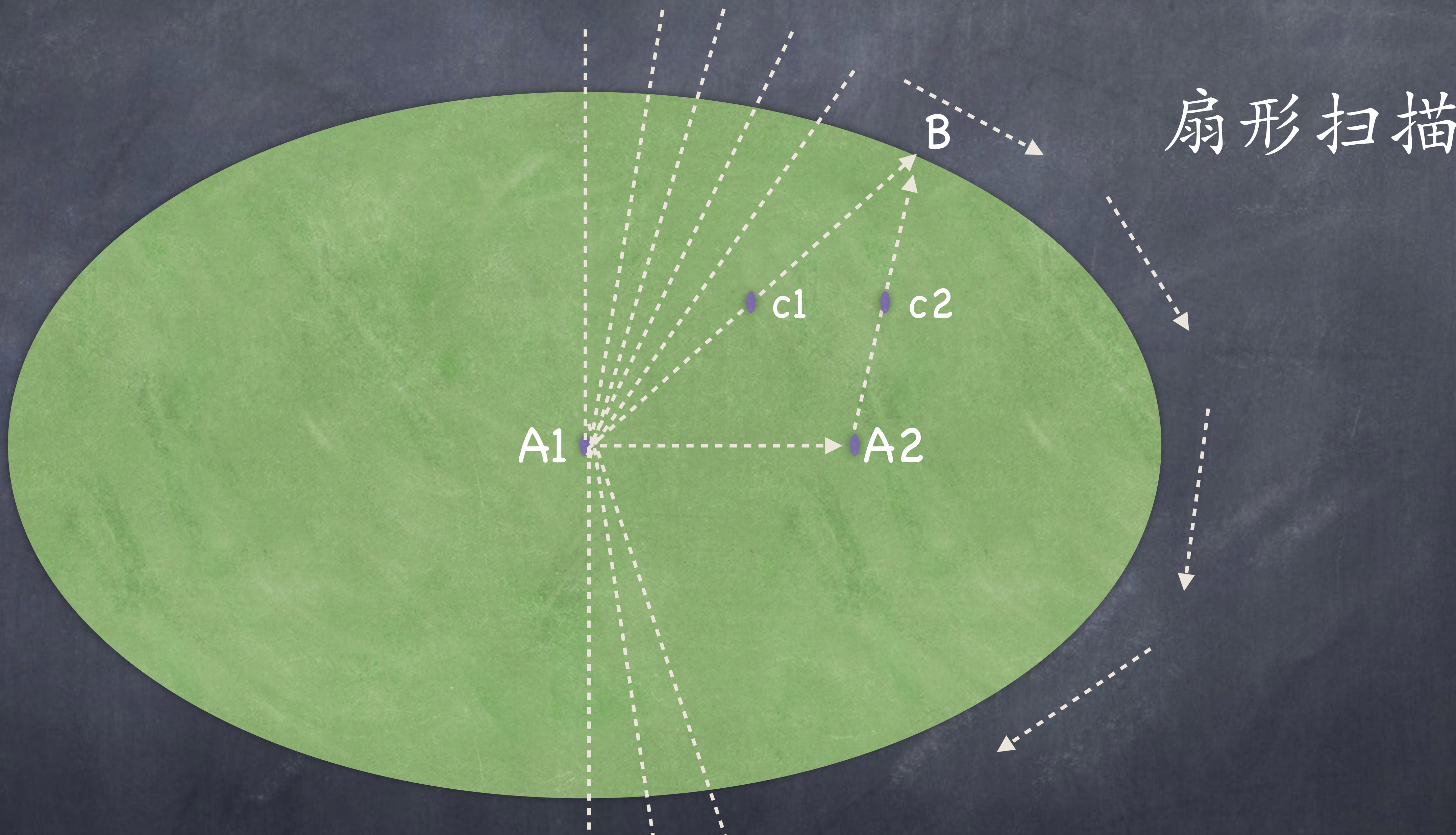
因为A1、A2已知，可以先求a角，再通过a角求出B点，根据A2B求出b角

因为满足Bc1:BA1 = Bc2:BA2，因此可以求出c2

代数方法的特点

- 优点
  - 不重复，不遗漏计算所有的点
- 缺点
  - 1. 求角需要计算反正切
  - 2. 计算中需要开平方
  - 3. 反正切有无穷大，需要特殊处理
  - 4. 每计算一个像素点，需要重复计算角度（该角度很可能之前已经算过)

向量方法

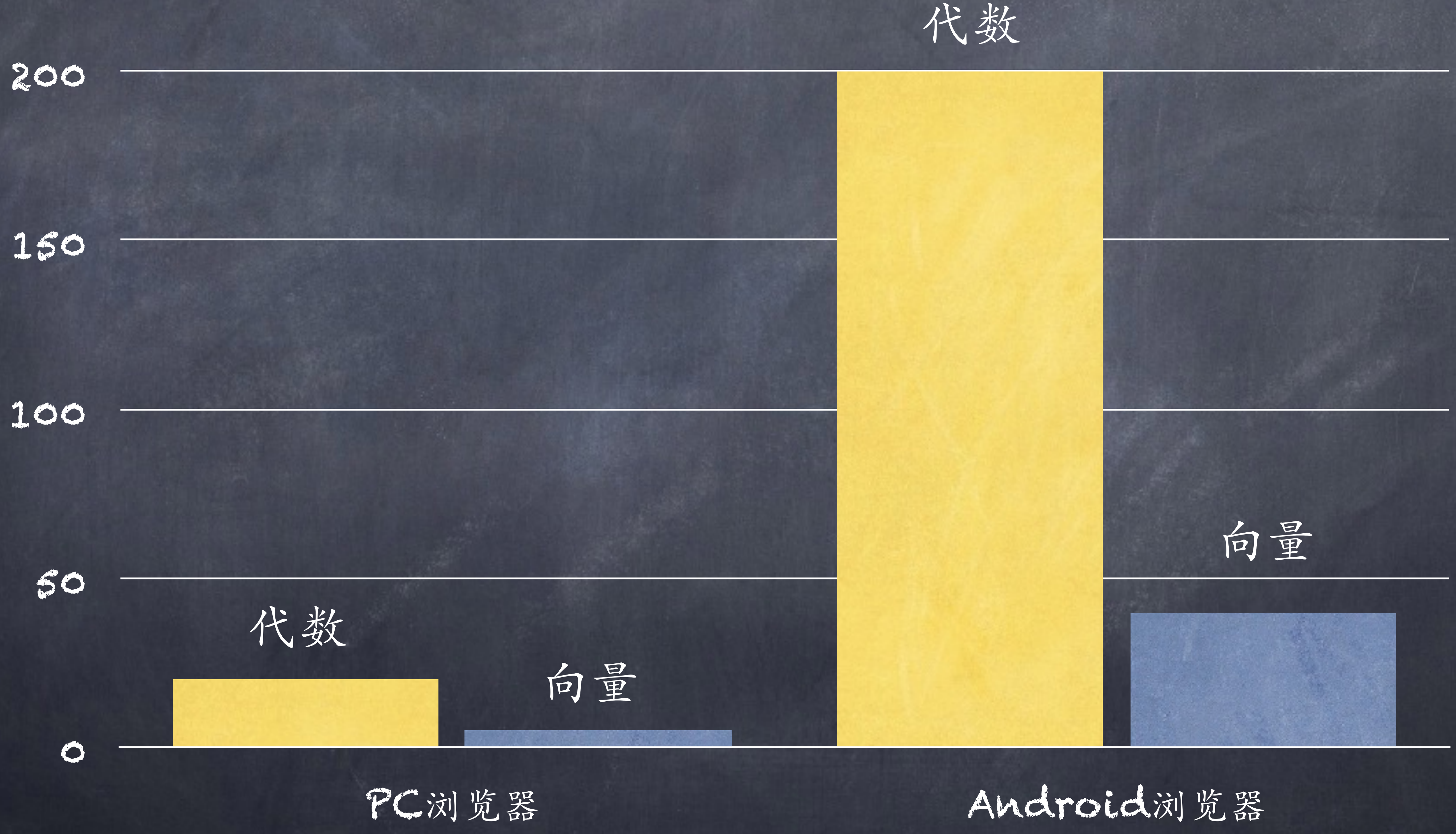


算法概要：对椭圆以中心A1为圆心进行一个0~360度的扇形扫描
对每根“向量轴”A1B，求出对应的向量A1A2和向量A2B
对A2B上的每一个像素点c2，求出原始向量轴A1B上的对应像素点c1，将c1所在的像素copy到c2位置

向量方法的特点

- 优点
  - 向量计算不需要求反正切，不重复计算角度
  - 没有开平方问题
  - 没有正负号问题
  - 加法和乘法运算取代复杂运算
- 缺点
  - 重复计算了一些像素点

计算耗时对比



概率、逻辑与证明方法

- 硬币问题 or 一种抽奖游戏

想象你手里有5个硬币，每个硬币有正反面，求:
将这5个银币随机抛一次，有3个或3个以上正面朝上的概率

常规与非常规解法?
真的只是数学问题?
忘记公式怎么解?
解法过程中的思考和优化?

排列组合解法

- 排列组合公式:

$$\frac{C_5^3 + C_5^4 + C_5^5}{2^5} = \frac{1}{2}$$

穷举状态

- 0 - 反面， 1 - 正面
- 00000（2） ~ 11111（2）= 0 ~ 31
  - 求0~31这些数字转换成2进制数中超过两个“1”的数字的个数

思维实验法

- 考虑情形A：5硬币中3个及以上正面朝上
- 考虑情形B：5硬币中3个及以上反面朝上
- 对于独立硬币来说，正面朝上和反面朝上概率均等，因此A和B相对于所有情形的集合出现的概率相同
- 又因为，显然对于5个硬币来说，B情形和A情形互斥，它们合起来概率为1
- 所以A、B的概率均为1/2

模拟事件法

- 用随机数模拟硬币的情况，随机模拟N次
- 求出符合条件的次数，得到近似概率
- N越大，得到的概率越接近于准确概率

解决问题的数学方法

穷举

计算

模拟

证明

思维

逻辑证明

- 最后讲一个与前端无关的数学问题:
  - 有理数的有理数次方可以是无理数，那么无理数的无理数次方可以是有理数吗?
- 如果是，如何证明?
  - 思维的力量：不是所有的真理都必须亲眼所见

$$\sqrt{2} \qquad \left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}} \qquad \left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$$

谢谢

- Q&A