Pert5

KONSEP TRANSFORMASI

Transformasi : mengubah posisi

Transformasi dasar :

- Translasi 2D dan 3D
- Scaling 2D dan 3D
- Rotasi 2D dan 3D
- Shear 2D dan 3D

REPRESENTASI MATRIKS

- Aplikasi grafis memerlukan transformasi geometri : animasi
- Animasi tidak hanya menggunakan satu macam transformasi

- Misalnya obyek akan di-scaling lalu dirotasi lalu ditranslasi
- Cara manual:
  - Koordinat awal -> scaling -> rotasi -> translasi -> koordinat baru

- Memakai representasi matriks:
  - Representasi matriks = scaling * rotasi * translasi
  - Koordinat awal -> representasi matriks -> koordinat baru

TRANSLASI

- Merubah posisi benda dari koordinat yang satu ke koordinat yang lain
- Dilakukan dengan menambahkan jarak translasi (t_x, t_y) pada posisi awal (x, y) untuk memindahkan benda ke posisi baru (x', y')

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

- Jarak translasi (t_x, t_y) disebut juga vektor translasi atau vektor perpindahan

MATRIKS TRANSLASI 2D

- Koordinat homogen untuk translasi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = T(t_x, t_y) \cdot P$$

- Inverse translasi dapat dilakukan dengan mengubah (t_x, t_y) menjadi $(-t_x, -t_y)$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1)$ dan titik akhir $B(2,3)$

Translasikan garis tersebut dengan vector translasi $T(2,2)$

Jawab:

- Sebelum translasi : $A(1,1)$ dan $B(2,3)$
- Setelah translasi :
- $A' = T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = T \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(3,3)$ dan $B'(4,5)$

TRANSLASI 3D

- Mengubah posisi benda dari koordinat satu ke koordinat yang lain
- Dilakukan dengan menambahkan jarak translasi (t_x, t_y, t_z) pada posisi awal (x, y, z) untuk memindahkan benda ke posisi baru (x', y', z')
- Jarak translasi (t_x, t_y, t_z) disebut juga vektor translasi atau vektor perpindahan
- Rumus Translasi 3D:

$$x' = x + t_x$$
$$y' = y + t_y$$
$$z' = z + t_z$$

MATRIKS TRANSLASI 3D

- Dapat dirumuskan :

$$P' = T \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

INVERSE MATRIKS TRANSLASI 3D

- Dapat dirumuskan :

$$T^{-1}(t_x, t_y, t_z) = T(-t_x, -t_y, -t_z)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & 0 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 & -t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$

Translasikan garis tersebut dengan vector translasi $T(2,2,1)$

Jawab:

- $A' = T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $B' = T \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(3,3,2)$ dan $B'(4,5,3)$

SCALING

- Mengubah ukuran obyek
- Dilakukan dengan mengalikan factor skala (s_x, s_y) pada posisi awal (x, y) untuk menghasilkan ukuran baru pada koordinat (x', y')

$$x' = x \cdot s_x$$

$$y' = y \cdot s_y$$

- Faktor skala s_x men-skala-kan obyek ke arah sumbu x
- Faktor skala s_y men-skala-kan obyek ke arak sumbu y

MATRIKS SCALING 2D

- Koordinat homogen untuk scaling:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = S(s_x, s_y) \cdot P$$

- Inverse scaling dapat dilakukan dengan mengubah (s_x, s_y) menjadi $(\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y})$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1)$ dan titik akhir $B(2,3)$
Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2)$
Jawab:

- Sebelum scaling : $A(1,1)$ dan $B(2,3)$
- Setelah scaling :
- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah scaling $A'(2,2)$ dan $B'(4,6)$

SCALING 3D

- Mengubah ukuran obyek
- Dilakukan dengan mengalikan factor skala (s_x, s_y, s_z) pada posisi awal (x, y, z) untuk menghasilkan ukuran baru pada koordinat (x', y', z')
- Faktor skala s_x men-skala-kan obyek ke arah sumbu x
- Faktor skala s_y men-skala-kan obyek ke arah sumbu y
- Faktor skala s_z men-skala-kan obyek ke arah sumbu z
- Rumus scaling :

$$x' = x \cdot s_x$$
$$y' = y \cdot s_y$$
$$z' = z \cdot s_z$$

MATRIKS SCALING 3D

- Dapat dirumuskan :

$$P' = S \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

INVERSE SCALING 3D

- Dapat dirumuskan :

$$S^{-1}(s_x, s_y, s_z) = S\left(\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y}, \frac{1}{s_z}\right)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$
Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2,1)$
Jawab:

- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(2,2,1)$ dan $B'(4,6,2)$

SCALING 3D AT FIXED POINT

- Caranya :
  - Translasi obyek sehingga titik tetap scaling ada di koordinat asal / origin
  - Scaling obyek terhadap koordinat asal
  - Translasi kan kembali obyek ke titik tetap
- Bila titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan :

$$P' = T(x_f, y_f, z_f) \cdot S(s_x, s_y, s_z) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f) \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & (1 - s_x)x_f \\ 0 & s_y & 0 & (1 - s_y)y_f \\ 0 & 0 & s_z & (1 - s_z)z_f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$
Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2,1)$ dan titik tetap $F(1,1,1)$
Jawab:

- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 2 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 0 & 1 & (1-1)1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 2 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 0 & 1 & (1-1)1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(1,1,1)$ dan $B'(3,5,1)$

ROTASI

- Mengubah posisi terhadap jalur melingkar pada bidang x-y
- Dilakukan dengan menentukan sudut rotasi θ dan titik rotasi (rotation point / pivot point) (x, y) untuk menghasilkan posisi baru pada koordinat (x', y')
- Bila $\theta > 0$: rotasi berlawanan jarum jam
- Bila $\theta < 0$: rotasi searah jarum jam

ROTASI

Bila

- r : jarak titik ke origin / titik asal
- ϕ : sudut posisi angular titik dari sumbu horizontal
- θ : sudut rotasi

Maka

- $x' = r\cos(\phi + \theta) = r\cos\phi\cos\theta - r\sin\phi\sin\theta$
- $y' = r\sin(\phi + \theta) = r\cos\phi\sin\theta + r\sin\phi\cos\theta$

ROTASI

Koordinat awal

- $x = r\cos\phi$
- $y = r\sin\phi$

Dapat diubah

- $x' = x\cos\theta - y\sin\theta$
- $y' = x\sin\theta + y\cos\theta$

MATRIKS ROTASI 2D

- Koordinat homogen untuk translasi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = R(\theta) \cdot P$$

- Inverse rotasi dapat dilakukan dengan mengubah θ menjadi $-\theta$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1{,}1)$ dan titik akhir $B(2{,}3)$
Rotasikan garis tersebut dengan sudut rotasi $\theta = 30°$
Jawab:

- Sebelum rotasi : $A(1{,}1)$ dan $B(2{,}3)$
- Setelah rotasi :
- $A' = R \cdot A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = R \cdot B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} - \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah rotasi $A'(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})$ dan $B'(\sqrt{3} - \frac{3}{2}, 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3})$

ROTASI 3D

- Mengubah posisi terhadap jalur melingkar pada bidang x-y-z
- Dilakukan dengan menentukan sudut rotasi θ dan titik rotasi (rotation point / pivot point) (x, y, z) untuk menghasilkan posisi baru pada koordinat (x', y', z')
- Bila $\theta > 0$: rotasi berlawanan jarum jam
- Bila $\theta < 0$: rotasi searah jarum jam

ROTASI 3D SUMBU-Z

- $x' = x\cos\theta - y\sin\theta$
- $y' = x\sin\theta + y\cos\theta$
- $z' = z$

- Atau $P' = R_z(\theta) \cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

ROTASI 3D SUMBU-X

- $x' = x$
- $y' = y\cos\theta - z\sin\theta$
- $z' = y\sin\theta + z\cos\theta$

- Atau $P' = R_x(\theta) \cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

INVERSE ROTASI

- Inverse rotasi dilakukan dengan mengubah tanda θ

$$R^{-1}(\theta) = R(-\theta)$$

ROTASI 3D SUMBU-Y

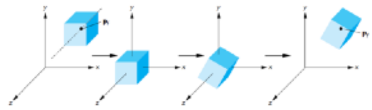
- $x' = z\sin\theta + x\cos\theta$
- $y' = y$
- $z' = z\cos\theta - x\sin\theta$

- Atau $P' = R_y(\theta) \cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

Caranya :

- Translasikan obyek sehingga titik rotasi dipindah ke titik asal / origin
- Rotasikan obyek terhadap titik asal
- Translasikan kembali obyek ke titik rotasi semula



ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-z dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_z = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_z(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & x_f - x_f\cos\theta + y_f\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & y_f - x_f\sin\theta - y_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-x dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_x = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_x(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & y_f - y_f\cos\theta + z_f\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & z_f - y_f\sin\theta - z_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-y dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_y = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_y(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & x_f - x_f\cos\theta - z_f\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & z_f + x_f\sin\theta - z_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$

Rotasikan garis tersebut dengan sudut rotasi $\theta = 30°$ terhadap sumbu-Z

Jawab:

- $A' = R_z \cdot A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $B' = R_z \cdot B = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} - \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- Jadi koordinat setelah rotasi $A'(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}, 1)$ dan $B'(\sqrt{3} - \frac{3}{2}, 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3}, 2)$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : TRANSLASI

- Membuat urutan transformasi menjadi satu bentuk matriks
- Bila diaplikasikan 2 translasi secara berurutan maka :

$$P' = [T(t_{x2}, t_{y2}) \cdot T(t_{x1}, t_{y1})] \cdot P$$

- Bentuk matriksnya:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x2} \\ 0 & 1 & t_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x1} \\ 0 & 1 & t_{y1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x1} + t_{x2} \\ 0 & 1 & t_{y1} + t_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$T(t_{x2}, t_{y2}) \cdot T(t_{x1}, t_{y1}) = T(t_{x1} + t_{x2}, t_{y1} + t_{y2})$$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : ROTASI

- Bila diaplikasikan 2 rotasi secara berurutan maka :

$$P' = [R(\theta_2) \cdot R(\theta_1)] \cdot P$$

- Atau

$$P' = R(\theta_1 + \theta_2) \cdot P$$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : SCALING

- Bila diaplikasikan 2 scaling secara berurutan maka :

$$P' = [S(s_{x2}, s_{y2}) \cdot S(s_{x1}, s_{y1})] \cdot P$$

- Bentuk matriksnya:

$$\begin{bmatrix} s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{x1} \cdot s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1} \cdot s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$S(s_{x2}, s_{y2}) \cdot S(s_{x1}, s_{y1}) = S(s_{x1} \cdot s_{x2}, s_{y1} \cdot s_{y2})$$

REFLEKSI 2D

- Matriks refleksi terhadap sumbu x
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap sumbu y
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap origin
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks reflesi terhadap y=x
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

REFLEKSI 3D

- Matriks refleksi terhadap bidang x-y
- $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap bidang y-z
- $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriks refleksi terhadap bidang x-z

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

SHEAR

- Shear ada 2 : kearah sumbu x dan sumbu y
- Shear kearah sumbu x
- $\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x + sh_x \cdot y$
- $y' = y$
- Shear kearah sumbu x terhadap garis referensi y_{ref}
- $\begin{bmatrix} 1 & sh_x & -sh_x \cdot y_{ref} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x + sh_x(y - y_{ref})$
- $y' = y$

SHEAR

- Shear kearah sumbu y
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x'$
- $y' = sh_y + y$
- Shear kearah sumbu x terhadap garis referensi y_{ref}
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & -sh_y \cdot x_{ref} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x'$
- $y' = sh_y(x - x_{ref}) + y$
- Contoh shear dengan $sh_y = \frac{1}{2}$ dan $x_{ref} = -1$

SHEAR 3D

- Shear 3D di bidang x-y
- $SH_{x-y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Shear 3D di bidang x-z

$SH_{x-z} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Shear 3D di bidang y-z
- $SH_{y-z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Pert6

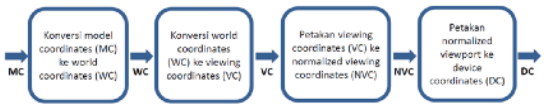
KONSEP VIEWING

- Menentukan bagian mana pada obyek / gambar yang akan ditampilkan di layar
- Dilakukan dengan mentransformasikan world coordinates ke device coordinates
- Konversi world coordinates ke device coordinates melibatkan proses translasi, rotasi, scaling dan clipping

2D VIEWING

- **Window (jendela)** : daerah pada world coordinates yang dipilih sebagai layar tampilan
- **Viewport (daerah pandang)** : daerah pada layar tampilan dimana jendela dipetakan ke daerah tersebut
- Perbedaan :
  - Window mendefinisikan apa yang akan ditampilkan
  - Viewport mendefinisikan dimana akan ditampilkan
- Viewing transformation = window-to-viewport transformation

2D VIEWING PIPELINE



2D VIEWING PIPELINE

Langkah 1 :
- Buat ruangan pada world coordinates untuk diletakkan obyek
- Konversi model coordinates ke world coordinates

Langkah 2 :
- Set 2D viewing coordinates pada bidang world coordinates
- Definisikan jendela (window) pada sistem viewing coordinates tersebut
- Viewing coordinates reference frame digunakan untuk mengatur orientasi dari jendela

Langkah 3 :
- Definisikan normalized viewing coordinates (0 – 1)
- Petakan viewing coordinates ke normalized viewing coordinates

Langkah 4 :
- Lakukan clipping pada bagian obyek diluar daerah pandang
- Isi dari daerah pandang ditransfer ke device coordinates

TUJUAN NORMALIZED VIEWPORT

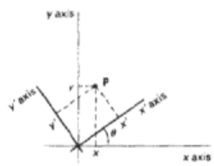
- Membuat jendela viewing menjadi device independent
- Tranformasi pada viewport menjadi device independent
- Mudah dipetakan ke semua device display karena sudah ternormalisasi

TRANSFORMASI ANTAR SISTEM KOORDINAT

- Transformasi dapat dilakukan antara coordinate reference pada bidang kartesius dengan sistem koordinat kartesius yang lain
- Misal satu sistem koordinat mempunyai titik origin $(0,0)$ dan sistem yang lain mempunyai titik origin (x_0, y_0) dengan sudut orientasi θ antara sumbu x dan sumbu x'.
- Langkah transformasi sistem koordinat xy ke sistem koordinat $x'y'$:
  - Melakukan translasi sehingga titik origin (x_0, y_0) dari sistem koordinat $x'y'$ dipindah ke titik asal sistem xy di $(0,0)$
  - Melakukan rotasi sumbu x' ke sumbu x

TRANSFORMASI ANTAR SISTEM KOORDINAT

- Matriks Translasi
- $T(-x_0, -y_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks Rotasi
- $R(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks komposisinya
- $M_{xy,x'y'} = R(-\theta) \cdot T(-x_0, -y_0)$



VIEWING COORDINATE REFERENCE FRAME

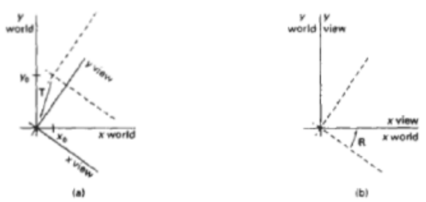
- Sistem koordinat menyediakan reference frame dalam membuat jendela pada world coordinates
- Langkah :
- Titik asal viewing coordinates dipilih pada world coordinates misalnya

$$P_0 = (x_0, y_0)$$

- Mengikuti langkah pada transformasi antar sistem koordinat yaitu ditranslasikan kemudian dirotasikan

$$M_{WC,VC} = R \cdot T$$

VIEWING COORDINATE REFERENCE FRAME



TRANSFORMASI WINDOW-TO-VIEWPORT

- Posisi titik (xw, yw) pada window dipetakan ke posisi (xv, yv) pada viewport dengan :

$$\frac{xv - xv_{min}}{xv_{max} - xv_{min}} = \frac{xw - xw_{min}}{xw_{max} - xw_{min}}$$

$$\frac{yv - yv_{min}}{yv_{max} - yv_{min}} = \frac{yw - yw_{min}}{yw_{max} - yw_{min}}$$

TRANSFORMASI WINDOW-TO-VIEWPORT

- Sehingga (xv, yv) dapat dihitung dengan :

$$xv = xv_{min} + (xw - xw_{min})sx$$
$$yv = yv_{min} + (yw - yw_{min})sy$$

- Dimana

$$sx = \frac{xv_{max} - xv_{min}}{xw_{max} - xw_{min}}$$

$$sy = \frac{yv_{max} - yv_{min}}{yw_{max} - yw_{min}}$$

TRANSFORMASI WINDOW-TO-VIEWPORT

- Langkah :
  - Melakukan scaling menggunakan titik tetap (fixed point) (xw_{min}, yw_{min}) yang men-scaling area jendela ke ukuran viewport
  - Mentranslasikan jendela tersebut ke posisi viewport
- Dari normalized viewport ini kemudian ditransformasikan ke device coordinate
- Pemetaan tersebut dinamakan workstation transformation
- Dilakukan dengan memilih area jendela pada normalized viewing coordinate dan memilih viewport area pada layar tampilan

CLIPPING

- Prosedur untuk menentukan bagian mana pada citra yang berada didalam atau diluar area yang ditentukan
- Areanya disebut jendela clipping (clipping window)
- Jendela clipping bisa berupa poligon atau kurva
- Biasanya berupa jendela kotak

OPERASI CLIPPING

- Point Clipping
- Line Clipping
- Polygon Clipping
- Curve Clipping
- Text Clipping
- Exterior Clipping

POINT CLIPPING

- Bila jendela clipping berbentuk kotak
- $xw_{min} \leq x \leq xw_{max}$
- $yw_{min} \leq y \leq yw_{max}$
- $(xw_{min}, xw_{max}, yw_{min}, yw_{max})$ = tepian dari jendela clipping
- Titik yang ada diluar batasan jendela ini tidak akan tampil di layar

LINE CLIPPING

Prosedur line clipping :

- Cek apakah keseluruhan garis ada didalam jendela clipping
- Cek apakah keseluruhan garis ada diluar jendela clipping
- Cek perpotongan garis dengan jendela clipping

  Bila titik ujung garis (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

$$xw = x_1 + u(x_2 - x_1)$$
$$yw = y_1 + u(y_2 - y_1)$$

- Dengan $0 \leq u \leq 1$ dan (xw, yw) adalah batasan jendela clipping
- Bila diuji hasil u diluar batas $0 \leq u \leq 1$ maka garis tidak memasuki jendela clipping di batasan itu

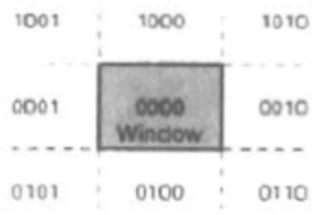
METODE LINE CLIPPING

- Cohen-Sutherland
- Liang-Barsky
- Nicholl-Lee-Nicholl

COHEN-SUTHERLAND

- Menggunakan 4 digit kode biner
- Bit 1 : kiri : $x - xw_{min}$
- Bit 2 : kanan : $xw_{max} - x$
- Bit 3 : bawah : $y - yw_{min}$
- Bit 4 : atas : $yw_{max} - y$
- Titik ujung garis dibandingkan dengan batasan jendela clipping
- Misal bit 1 bernilai 1 bila $x - xw_{min} < 0$
- Bila kode 0000 maka titik ada didalam jendela clipping
- Bila kode 0101 maka titik ada di kiri bawah jendela clipping

COHEN-SUTHERLAND



COHEN-SUTHERLAND

- Untuk garis yang berada sebagian di jendela clipping
- Dihitung perpotongannya dengan garis batas jendela

$$y = y_1 + m(xw - x_1)$$

- dengan $xw = xw_{min}$ atau $xw = xw_{max}$ tergantung garis berpotongan dengan garis batas jendela xw_{min} atau xw_{max}

$$x = x_1 + \frac{(yw - y_1)}{m}$$

- dengan $yw = yw_{min}$ atau $yw = yw_{max}$ tergantung garis berpotongan dengan garis batas jendela yw_{min} atau yw_{max}

LIANG-BARSKY

- Line clipping didefinisikan dengan rumus :
- $xw = x_1 + u(x_2 - x_1) = x_1 + u\Delta x$
- $yw = y_1 + u(y_2 - y_1) = y_1 + u\Delta y$
- Dengan $0 \leq u \leq 1$
- Liang-Barsky memodifikasi persamaan diatas menjadi :
- $xw_{min} \leq x_1 + u\Delta x \leq xw_{max}$
- $yw_{min} \leq y_1 + u\Delta y \leq yw_{max}$

LIANG-BARSKY

- Atau dapat dimisalkan
- $up_k \leq q_k$ untuk $k = 1,2,3,4$
- Dimana :
- $p_1 = -\Delta x$ $\quad q_1 = x_1 - xw_{min}$ $\quad$ (kiri)
- $p_2 = \Delta x$ $\quad q_2 = xw_{max} - x_1$ $\quad$ (kanan)
- $p_3 = -\Delta y$ $\quad q_3 = y_1 - yw_{min}$ $\quad$ (bawah)
- $p_4 = \Delta y$ $\quad q_4 = yw_{max} - y_1$ $\quad$ (atas)

LIANG-BARSKY

- Bila titik potong garis pada jendela adalah u_1 dan u_2
- Bila $p_k < 0$ maka update u_1 dengan $\max\left(0, \frac{q_k}{p_k}\right)$
- Bila $p_k > 0$ maka update u_2 dengan $\min\left(1, \frac{q_k}{p_k}\right)$
- Bila $u_1 > u_2$ maka garis dibuang
- Bila tidak maka cek :
- Bila $p_k = 0$ dan $q_k < 0$ maka garis dibuang
- Bila tidak maka titik ujung garis diambil dari titik potong dengan jendela

NICHOLL-LEE-NICHOLL (NLN)

Kelebihan :

- Lebih sedikit persyaratannya

Kekurangan :

- Hanya bisa diterapkan pada 2D clipping

NICHOLL-LEE-NICHOLL (NLN)

Langkah :

- Bagi area disekeliling jendela menjadi 9 bagian
- Cek letak area titik ujung P_1
- Pindahkan titik ujung P_1 bila ada selain di 3 daerah (didalam jendela, ditepi dan di sudut)
- Tentukan posisi P_2 berdasarkan P_1 dengan menggunakan slope (m)
- Hitung perpotongan dengan jendela clipping

NICHOLL-LEE-NICHOLL (NLN)

Aturan bila P_1 ada didalam jendela clipping

- Buat 4 daerah yang merupakan perpotongan P_1 dengan titik sudut jendela clipping beri nama L, T, R, B
- Tentukan daerah P_2
  - Bila didaerah T maka garis diclipping sampai perpotongan P_1 dengan batas atas jendela clipping
  - Lakukan cara yang sama untuk daerah yang lain

NICHOLL-LEE-NICHOLL (NLN)

Aturan bila P_1 ada dikiri jendela clipping

- Buat 4 daerah yang merupakan perpotongan P_1 dengan titik sudut jendela clipping beri nama L, LT, LR, LB
- Tentukan daerah P_2
  - Bila di daerah L maka garis diclipping dari perpotongan P_1 dengan batas kiri sampai P_2
  - Bila didaerah LT maka garis diclipping dari perpotongan P_1 dengan batas kiri jendela clipping sampai batas atas jendela clipping
  - Lakukan cara yang sama untuk daerah yang lain
  - Bila diluar daerah tersebut garis diabaikan

NICHOLL-LEE-NICHOLL (NLN)

Aturan bila P_1 ada di kiri atas jendela clipping

- Buat 6 daerah yang merupakan perpotongan P_1 dengan titik sudut jendela clipping beri nama T, L, TR, TB, LR, LB
- Tentukan daerah P_2 dengan membandingkan slope garis P_1-P_2 dengan slope P_1 dan batas jendela
- Lakukan cara yang sama untuk daerah yang lain
- Bila diluar daerah tersebut garis diabaikan

POLYGON CLIPPING

- Poligon diekstrak menjadi titik dan segmen garis
- Membuat area tertutup dari hasil clipping

SUTHERLAND-HODGEMAN

- Setiap segment garis pada poligon akan dicek bila melewati batas jendela clipping :
- Bila titik pertama ada diluar jendela clipping dan titik kedua ada didalam maka titik perpotongan titik pertama dengan jendela dan titik kedua disimpan sebagai titik baru
- Bila titik pertama dan kedua ada didalam jendela clipping maka titik kedua disimpan sebagai titik baru
- Bila titik pertama ada didalam jendela clipping dan titik kedua ada diluar maka perpotongan titik pertama dengan jendela batas akan disimpan sebagai titik baru
- Bila semua titik ada diluar jendela maka tidak disimpan sebagai titik baru
- Keluaran titik baru ini akan dicek terhadap batas jendela yang lain

SUTHERLAND-HODGEMAN

Kelemahan :

- Bila melakukan clipping pada polygon konkaf hasil clipping akan terdapat garis tambahan pada polygon

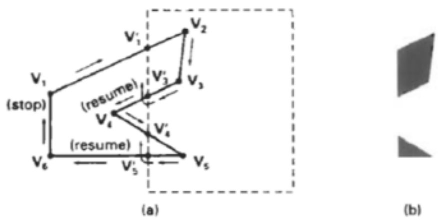
Solusi :

- Membagi polygon konkaf menjadi beberapa polygon konvek kemudian diclipping
- Mendeteksi hasil akhir dari clipping dan menghubungkan titik-titiknya dengan benar

WEILER-ATHERTON

- Menyempurnakan algoritma dari Sutherland-Hodgeman
- Algoritmanya tergantung dari arah polygon dan pasangan titik pada polygon pada arah luar ke dalam atau dalam ke keluar
- Bila urutan titik pada polygon searah jarum jam maka :
  - Untuk pasangan titik arah luar ke dalam ikuti tepian polygon
  - Untuk pasangan titik arah dalam ke luar ikuti tepian jendela searah jarum jam

WEILER-ATHERTON



CURVE CLIPPING

- Prosedur untuk clipping kurva sama dengan clipping polygon
- Hanya menggunakan persamaan garis non linear untuk menentukan perpotongan dengan batas jendela clipping
- Untuk obyek lingkaran atau ellipse clipping dapat diperingkas dengan membagi lingkaran atau ellipse menjadi 4 kuadran

TEXT CLIPPING

- Clipping teks dilakukan dengan beberapa cara :
- All or none string clipping :
  - String teks diwakili dengan area kotak yang melingkupi string teks
  - Bila semua string teks ada didalam jendela clipping maka teks akan tampil dilayar
  - Bila hanya sebagian maka semua teks dibuang
- All or none character clipping
  - Setiap karakter diwakili dengan area kotak yang melingkupi karakter
  - Karakter yang sebagian ada di dalam jendela akan diclipping menurut segment garis yang membentuk karakter tersebut

EXTERIOR CLIPPING

- Clipping eksterior akan membuang obyek didalam jendela dan menampilkan obyek diluar jendela
- Digunakan pada tampilan dengan banyak layar

3D CLIPPING

- 3D clipping lebih mudah dilakukan setelah koordinat proyeksi diterapkan
- Permukaan batas pandang akan tegak lurus dengan setiap sumbu koordinat
- Proyeksi orthogonal view volumenya sudah berupa pipa kotak yang parallel
- Proyeksi miring view volumenya akan dikonversi dengan transformasi shear untuk mendapatkan view volume kotak yang parallel
- Proyeksi perspektif akan dikonversi dengan kombinasi transformasi shear-scale untuk mendapatkan view volume yang parallel
- Normalisasi perlu dilakukan setelah tranformasi proyeksi
- Digunakan agar membuat view volume independent terhadap layar
- Prosedur sama seperti normalisasi viewport hanya ditambah sumbu Z

VIEWPORT CLIPPING

- Bila menggunakan metode bit :
- Menggunakan 6 digit kode biner
- Bit 1 : kiri : bernilai 1 bila $x < xv_{min}$
- Bit 2 : kanan : bernilai 1 bila $x > xv_{max}$
- Bit 3 : bawah : bernilai 1 bila $y < yv_{min}$
- Bit 4 : atas : bernilai 1 bila $y > yv_{max}$
- Bit 5 : depan : bernilai 1 bila $z < zv_{max}$
- Bit 6 : belakang : bernilai 1 bila $z > zv_{max}$

VIEWPORT CLIPPING

- Misalnya kode 101000 menunjukkan bahwa titik berada di atas dan belakang viewport
- Kode 000000 menunjukkan bahwa titik ada di dalam view volume

VIEWPORT CLIPPING

- Untuk persamaan garisnya :

$$x = x_1 + u(x_2 - x_1) = x_1 + u\Delta x$$
$$y = y_1 + u(y_2 - y_1) = y_1 + u\Delta y$$
$$z = z_1 + u(z_2 - z_1) = z_1 + u\Delta z$$

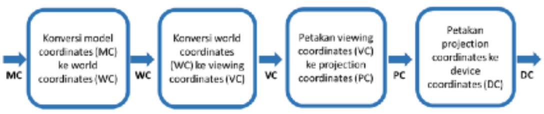
- Dengan $0 \le u \le 1$
- Perpotongan garisnya dihitung dengan u

$$u = \frac{zv_{min} - z_1}{z_2 - z_1}$$

- Bila u tidak berada di rentang 0 – 1 maka garis tidak berpotongan dengan bidang

Pert7

3D VIEWING PIPELINE



TRANSFORMASI WORLD KE VIEWING COORDINATES

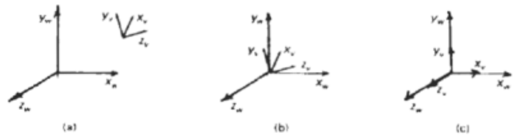
Langkah :

- Melakukan translasi titik referensi pandang (view reference point) ke titik asal dari sistem world coordinates (WC)
- Melakukan rotasi untuk menyetarakan x_v, y_v, z_v dengan x_w, y_w, z_w
- Bila titik referensi pandang pada posisi (x_0, y_0, z_0) maka translasinya :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TRANSFORMASI WORLD KE VIEWING COORDINATES

Di 3D Viewing mungkin diperlukan tiga kali rotasi yaitu $R_z \cdot R_y \cdot R_x$

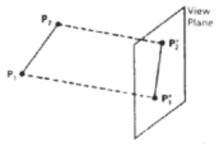


KONSEP PROYEKSI

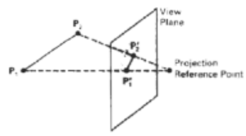
- Setelah konversi dari WC ke VC kemudian dipetakan ke PC
- Metode proyeksi :
  - Proyeksi paralel : posisi koordinat obyek ditransformasikan ke bidang pandang dengan garis-garis paralel
  - Proyeksi perspektif : posisi koordinat obyek ditransformasikan ke bidang pandang dengan garis-garis yang memusat di sebuah titik yang disebut titik referensi proyeksi atau center of projection (COP)
- Proyeksi obyek ditentukan dari perpotongan garis-garis proyeksi dengan bidang pandang

PROYEKSI PARALEL DAN PERSPEKTIF

Proyeksi Paralel



Proyeksi Perspektif



PERBEDAAN

Proyeksi Paralel :

- Tetap menjaga proporsi dari obyek
- Menampilkan tampilan akurat di berbagai sisi pada benda
- Tidak tampak realistis sebagai obyek 3D

Proyeksi perspektif :

- Menghasilkan tampilan realistis
- Tidak menjaga proporsi obyek

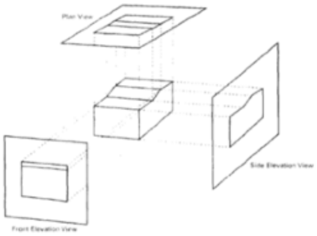
PROYEKSI PARALEL

- Proyeksi paralel menggunakan vektor proyeksi sebagai arah dari garis-garis proyeksi
- Bila proyeksi paralel tegak lurus terhadap bidang pandang disebut proyeksi paralel orthografik
- Bila tidak tegak lurus disebut proyeksi paralel miring (oblique parallel projection)

PROYEKSI ORTHOGRAFIK

- Digunakan untuk melihat obyek dari depan, samping dan atas
- Proyeksi orthografik depan, samping dan belakang disebut elevasi
- Proyeksi orthografik atas disebut plan view
- Proyeksi orthografik yang menampilkan lebih dari satu bidang pandang disebut proyeksi orthografik axonometrik
- Digunakan pada bidang teknik dan arsitektur

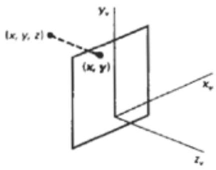
CONTOH PROYEKSI ORTHOGRAFIK



TRANSFORMASI PROYEKSI ORTHOGRAFIK

- Bila bidang pandang ada di posisi z_{vp} sejalur dengan sumbu z_v
- Setiap titik (x, y, z) pada VC ditransformasi ke PC :

  $x_p = x$, dan $y_p = y$
- Sedangkan koordinat z tetap sebagai kesan kedalaman



PROYEKSI MIRING (OBLIQUE PROJECTION)

- Bila ada dua sudut α dan φ dan panjang garis yang ditarik dari (x, y, z) ke (x_p, y_p) adalah L maka :

$$x_p = x + L\cos\varphi$$
$$y_p = y + L\sin\varphi$$

- Garis L tergantung dari sudut α dan sumbu Z

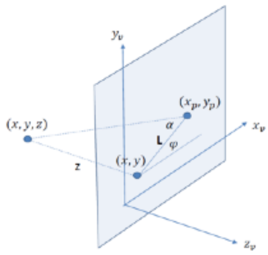
$$\tan\alpha = \frac{z}{L}$$
$$L = \frac{z}{\tan\alpha} = zL_1$$

- Dimana L_1 adalah $\tan^{-1}\alpha$

PROYEKSI MIRING (OBLIQUE PROJECTION)

Dapat dituliskan :

- $x_p = x + z(L_1\cos\varphi)$
- $y_p = y + z(L_1\sin\varphi)$



MATRIKS PROYEKSI PARALEL

$$M_{paralel} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_1\cos\varphi & 0 \\ 0 & 1 & L_1\sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Untuk proyeksi orthografik : $L_1 = 0$
- Untuk proyesi miring (oblique projection) : $L_1 > 0$

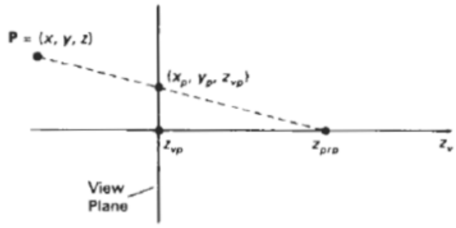
PROYEKSI PERSPEKTIF

- Dibuat dengan menarik garis proyeksi yang bertemu pada titik referensi
- Bila titik referensi ada di posisi z_{prp} pada sumbu z_v dan letak bidang pandang pada z_{vp} maka garis proyeksi :

$$x_p = x - xu$$
$$y_p = y - yu$$
$$z_p = z - (z - z_{prp})u$$

- Dengan $u = 0 \ldots 1$
- Koordinat (x_p, y_p, z_p) adalah koordinat titik di garis proyeksi
- Saat $u = 0$ maka ada di titik awal di $P = (x, y, z)$
- Saat $u = 1$ maka ada di titik referensi di $P = (0, 0, z_{prp})$

ILUSTRASI PROYEKSI PERSPEKTIF



RUMUS PROYEKSI PERSPEKTIF

- Pada bidang pandang $z_p = z_{vp}$ maka parameter u dapat dirumuskan :

$$u = \frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}$$

- Bila disubtitusikan ke persamaan x_p dan y_p maka transformasi proyeksi perspektif menjadi :

$$x_p = x\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) = x\left(\frac{d_p}{z_{prp} - z}\right)$$
$$y_p = y\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) = y\left(\frac{d_p}{z_{prp} - z}\right)$$

- Dengan $d_p = z_{prp} - z_{vp}$ adalah jarak bidang pandang dengan titik referensi

MATRIK PROYEKSI PERSPEKTIF

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_{vp}/d_p & z_{vp}(z_{prp}/d_p) \\ 0 & 0 & -1/d_p & z_{prp}/d_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Faktor homogennya :

$$h = \frac{z_{prp} - z}{d_p}$$

- Maka koordinat proyeksi di bidang pandang :

$$x_p = x_h/h$$
$$y_p = y_h/h$$

KASUS PROYEKSI PERSPEKTIF

- Bila kasus bidang pandang pada $z_{vp} = 0$
- Bila disubtitusikan ke persamaan x_p dan y_p maka transformasi proyeksi perspektif menjadi :

$$x_p = x\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) = x\left(\frac{1}{1 - z/z_{prp}}\right)$$
$$y_p = y\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) = y\left(\frac{1}{1 - z/z_{prp}}\right)$$

KASUS PROYEKSI PERSPEKTIF

- Bila kasus titik referensi pada $z_{prp} = 0$
- Bila disubtitusikan ke persamaan x_p dan y_p maka transformasi proyeksi perspektif menjadi :

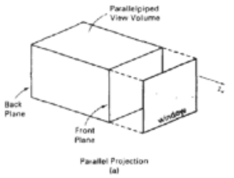
$$x_p = x\left(\frac{z_{vp}}{z}\right) = x\left(\frac{1}{z/z_{prp}}\right)$$
$$y_p = y\left(\frac{z_{vp}}{z}\right) = y\left(\frac{1}{z/z_{prp}}\right)$$

TRANSFORMASI PROYEKSI

- Pada proyeksi perspektif, bidang pandang berupa bentuk piramida dengan puncaknya yaitu titik referensi
- Volume pandang dibatasi dengan membatasi arah z dengan bidang batas
- Bidang batas ini disebut front plane dan back plane atau near plane dan far plane
- Bidang batas ini akan membentuk sebuah area bidang pandang piramida yang membentuk frustum

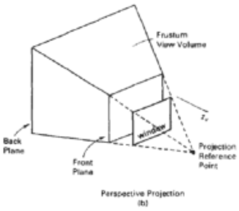
VIEW VOLUME

View volume pada proyeksi paralel dengan batasan bidang batas dekat dan jauh



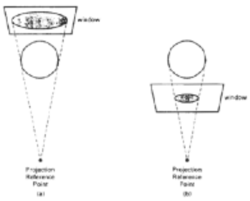
VIEW VOLUME

View volume pada proyeksi perspektif dengan batasan bidang batas dekat dan jauh



PROYEKSI PERSPEKTIF

Ukuran obyek saat proyeksi tergantung dari posisi bidang pandang



TRANSFORMASI PROYEKSI PARALEL

- Bila vektor proyeksi paralel :

$$v_p = (p_x, p_y, p_z)$$

- Vektor akan disejajarkan dengan vektor normal dengan transformasi shear :

$$v_p' = M_{paralel} \cdot v_p$$

- $M_{paralel}$ sama dengan matriks proyeksi paralel dan direpresentasikan dengan shear pada sumbu z

TRANSFORMASI PROYEKSI PARALEL

- Matriks proyeksi paralel :

$$M_{paralel} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Untuk mencari nilai a dan b maka digunakan bentuk eksplisit :

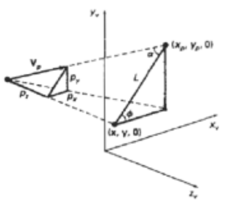
$$p_x + ap_z = 0$$
$$p_y + bp_z = 0$$

- Dengan a dan b adalah :

$$a = -p_x/p_z$$
$$b = -p_y/p_z$$

TRANSFORMASI PROYEKSI PARALEL

- Maka matriks proyeksi paralel menjadi :
- $M_{paralel} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -p_x/p_z & 0 \\ 0 & 1 & -p_y/p_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



TRANSFORMASI WORLD KE PROYEKSI PARALEL

- Maka matriks tranformasi dari WC ke proyeksi paralel

$$M = M_{paralel} \cdot R(-\theta) \cdot -T$$

- Untuk proyeksi orthogonal maka :

$$p_x = p_y = 0 \text{ dan } M_{paralel} \text{ adalah matriks identitas}$$

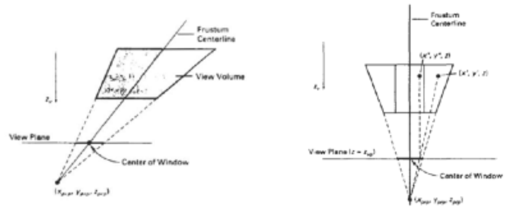
- Dari matriks transformasi proyeksi paralel sebelumnya dapat diketahui :

$$\frac{L\cos\varphi}{z} = -\frac{p_x}{p_z}$$
$$\frac{L\sin\varphi}{z} = -\frac{p_y}{p_z}$$

TRANSFORMASI PROYEKSI PERSPEKTIF

- Titik referensi bisa berada dimana saja kecuali di bidang pandang atau diantara view volume
- Langkahnya :
  - Melakukan shear pada view volume sehingga garis tengah pada frustum tegak lurus dengan bidang pandang
  - Melakukan scaling pada view volume dengan faktor skala yang bergantung pada $1/z$
- Shear digunakan untuk meluruskan view volume ke jendela proyeksi

ILUSTRASI PROYEKSI PERSPEKTIF



TRANSFORMASI PROYEKSI PERSPEKTIF

- Bila titik referensi proyeksi $(x_{prp}, y_{prp}, z_{prp})$ maka transformasinya terdiri dari kombinasi shear di sumbu z dan translasi :

$$M_{shear} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & -az_{prp} \\ 0 & 1 & b & -bz_{prp} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dengan parameter shear nya :

$$a = -\frac{x_{prp} - (xw_{min} + xw_{max})/2}{z_{prp}}$$
$$b = -\frac{y_{prp} - (yw_{min} + yw_{max})/2}{z_{prp}}$$

TRANSFORMASI PROYEKSI PERSPEKTIF

- Koordinat di view volume dapat dihitung dengan :

$$x' = x + a(z - z_{prp})$$
$$y' = y + b(z - z_{prp})$$
$$z' = z$$

- Setelah di shear maka langkah selanjutnya adalah scaling

$$x'' = x'\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) + x_{prp}\left(\frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}\right)$$
$$y'' = y'\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) + y_{prp}\left(\frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}\right)$$

TRANSFORMASI PROYEKSI PERSPEKTIF

- Matriks scalingnya menjadi :

$$M_{scale} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{x_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{x_{prp}z_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} \\ 0 & 1 & -\frac{y_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{y_{prp}z_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{z_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} \end{bmatrix}$$

TRANSFORMASI PROYEKSI PERSPEKTIF

- Maka transformasi proyeksi perspektifnya menjadi :

$$M_{perspektif} = M_{scale} \cdot M_{shear}$$

- Dan transformasi dari WC ke koordinat perspektif menjadi :

$$M = M_{perspective} \cdot R(-\theta) \cdot -T$$

Tabel sudut istimewa:

Kuadran	α (°)	α (rad)	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\csc\alpha$	$\sec\alpha$	$\cot\alpha$
I	0°	0	0	1	0	td	1	td
	30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
	45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
	60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	td	1	td	0
II	120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
	135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	-1
	150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
	180°	π	0	-1	0	td	-1	td
III	210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
	225°	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1
	240°	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	td	-1	td	1
IV	300°	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
	315°	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-1
	330°	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
	360°	2π	0	1	0	td	-1	td