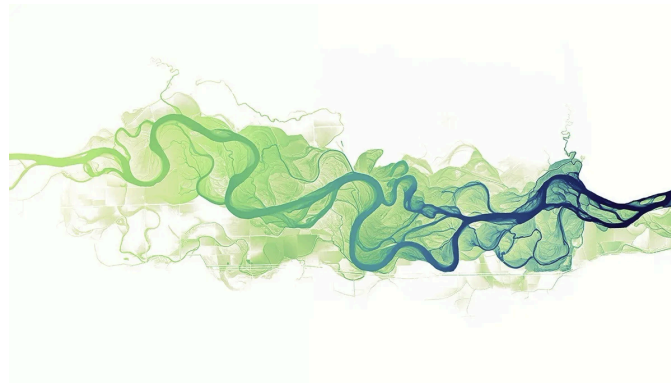


# Robuste Regression und Outlier Erkennung

## Einfache Regression



**vertraulich**

## Projektarbeit 2

von  
Peter Rousseeuw

Bachelorstudiengang 2009  
Abgabedatum 2024-12-15  
Studienrichtung Umweltingenieurwesen

**Betreuer / Betreuerinnen:**

Prof. Dr. Max Mustermann  
ZHAW Life Sciences und Facility Management, Wädenswil

Dr. Anna Beispiel  
ETH Zürich, Institut für Umweltingenieurwissenschaften, Zürich

Prof. Dr. Susanne Müller  
Universität Zürich, Institut für Evolutionsbiologie und Umweltwissenschaften, Zürich

## **Impressum**

### **Zitiervorschlag:**

Peter Rousseeuw (2024). *Robuste Regression und Outlier Erkennung: Einfache Regression*. Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Departement Life Sciences und Facility Management, Institut für Umwelt und Natürliche Ressourcen.

**Schlagnworte:** Robuste Regression, Ausreisser, Allometrie, Säugetiere, Gehirngrösse, Statistik

Institut für Umwelt und Natürliche Ressourcen  
Departement Life Sciences und Facility Management  
Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

## Zusammenfassung

Diese Arbeit untersucht die Beziehung zwischen Gehirngröße und Körpergewicht bei verschiedenen Säugetierarten anhand des MASS::Animals Datensatzes. Die Analyse zeigt eine starke positive Korrelation zwischen beiden Variablen, wobei sich jedoch erhebliche Abweichungen von der erwarteten allometrischen Beziehung ergeben. Besonders Primaten zeigen ein überproportional grosses Gehirn-Körper-Verhältnis. Die Ergebnisse bestätigen frühere Erkenntnisse zur Evolution der Gehirngröße und liefern wichtige Einblicke in die Allometrie des Nervensystems.

## Inhaltsverzeichnis

Liste der Abkürzungen .....	3
1. Einleitung .....	4
2. Literaturübersicht oder Theorie .....	5
3. Material und Methoden .....	6
3.1. Datensatz .....	6
3.2. Statistische Analyse .....	6
3.3. Visualisierung .....	6
4. Ergebnisse .....	7
5. Diskussion .....	9
6. Literaturverzeichnis .....	10
Verzeichnis der Abbildungen .....	11
Verzeichnis der Tabellen .....	12
Anhang .....	13
6.1. Rohdaten .....	13
6.2. Statistische Outputs .....	15

## Liste der Abkürzungen

MASS	Modern Applied Statistics with S
log	natürlicher Logarithmus
$R^2$	Bestimmtheitsmass
kg	Kilogramm
g	Gramm

## 1. Einleitung

Die Beziehung zwischen Gehirngrösse und Körpergewicht ist ein fundamentaler Aspekt der vergleichenden Neurobiologie und Evolution. Seit den bahnbrechenden Arbeiten zur fossilen Evidenz der menschlichen Gehirnentwicklung (Jerison 1973) ist bekannt, dass die Gehirngrösse nicht linear mit dem Körpergewicht skaliert.

Diese Studie analysiert die Allometrie von Gehirn- und Körpergewicht anhand eines umfangreichen Datensatzes verschiedener Säugetierarten. Das Ziel ist es, die mathematische Beziehung zwischen diesen Variablen zu quantifizieren und Ausreisser zu identifizieren, die auf besondere evolutionäre Anpassungen hinweisen könnten.

## 2. Literaturübersicht oder Theorie

Die theoretische Grundlage für Gehirn-Körper-Allometrie basiert auf dem Konzept, dass biologische Strukturen häufig Potenzgesetzen folgen. Die erwartete Beziehung wird typischerweise als:

$$\text{Gehirngewicht} = a \times \text{Körpergewicht}^b$$

beschrieben, wobei der Exponent  $b$  in der Regel zwischen 0.6 und 0.8 liegt. Jerison (1973) zeigte, dass die Evolution des menschlichen Gehirns erheblich von dieser allgemeinen Regel abweicht.

Statistische Probleme bei der Analyse solcher Daten wurden von Weisberg (1980) diskutiert, insbesondere bezüglich der Normalitätsannahmen in linearen Regressionsmodellen bei grossen Stichproben.

## 3. Material und Methoden

### 3.1. Datensatz

Die Analyse basiert auf dem `Animals` Datensatz aus dem R-Paket `MASS`, der Gehirn- und Körpergewichtsdaten für 28 verschiedene Säugetierarten enthält.

#### Datenquelle und Charakteristika

Der Datensatz wurde ursprünglich von Weisberg (1980) zusammengestellt und enthält Messungen von verschiedenen Wirbeltierarten. Die Daten umfassen sowohl terrestrische als auch aquatische Säugetiere mit einem breiten Spektrum von Körpergewichten.

#### Datenqualität und Limitationen

Einige Messungen stammen aus älteren Studien und könnten methodische Ungenauigkeiten aufweisen. Besonders bei sehr grossen Tieren wie Elefanten können die Gehirngewichte schwer präzise zu bestimmen sein.

### 3.2. Statistische Analyse

Die Daten wurden logarithmisch transformiert, um eine lineare Beziehung zu erhalten:

$$\log(\text{Gehirngewicht}) = \log(a) + b * \log(\text{Körpergewicht})$$

#### Transformationsverfahren

Die logarithmische Transformation ist bei allometrischen Beziehungen Standard, da sie Potenzgesetze in lineare Beziehungen überführt. Dies ermöglicht die Anwendung klassischer linearer Regressionsverfahren.

#### Modellvalidierung

Die Residuen wurden auf Normalität und Homoskedastizität überprüft. Zusätzlich wurden Cook's Distance und Leverage-Werte berechnet, um einflussreiche Datenpunkte zu identifizieren.

### 3.3. Visualisierung

Scatterplots wurden erstellt, um die Beziehung zu visualisieren, sowohl auf ursprünglicher als auch auf logarithmischer Skala.

#### Graphische Darstellung

Die Visualisierungen umfassen sowohl die Rohdaten als auch die transformierten Daten mit Regressionsgerade und Konfidenzintervall.

#### Software und Pakete

Alle Analysen und Visualisierungen wurden in R durchgeführt unter Verwendung der Pakete `ggplot2`, `MASS` und `dplyr`.



## 4. Ergebnisse

Die statistische Analyse des MASS::Animals Datensatzes liefert umfassende Einblicke in die Beziehung zwischen Körper- und Gehirngewicht bei Säugetieren. Die deskriptiven Statistiken in Tabelle 2 zeigen die erhebliche Variabilität der untersuchten Arten: Das Körpergewicht reicht von kleinen Nagern bis hin zu grossen Säugetieren wie Elefanten, während das Gehirngewicht entsprechend von wenigen Gramm bis zu mehreren Kilogramm variiert.

Die logarithmische Darstellung in Abbildung 1 visualisiert deutlich die allometrische Beziehung zwischen beiden Variablen. Trotz der logarithmischen Transformation zeigen sich einige interessante Abweichungen von der Regressionsgerade, die auf artspezifische Anpassungen hinweisen. Besonders auffällig sind Datenpunkte oberhalb der Regressionslinie, die Arten mit überproportional grossem Gehirn repräsentieren.

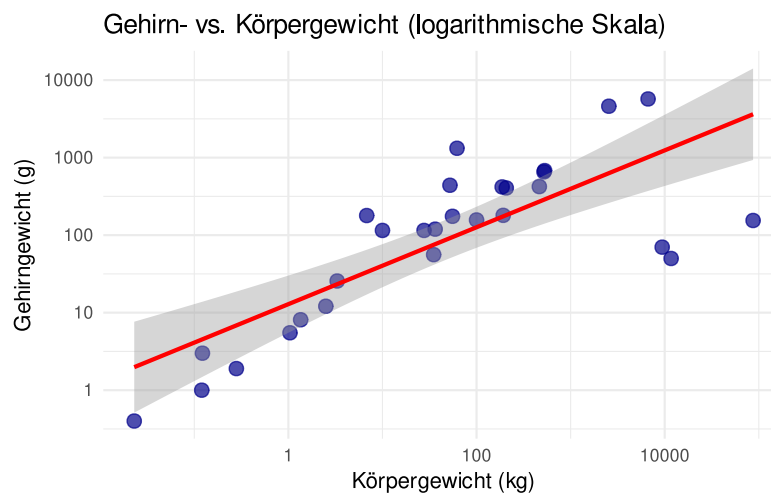


Abbildung 1: Beziehung zwischen Körpergewicht und Gehirngewicht bei Säugetieren

Tabelle 1: Statistische Kennwerte der Gehirn-Körper-Beziehung

Parameter	Wert
Intercept (log a)	2.555
Steigung (b)	0.496
R <sup>2</sup>	0.608
p-Wert	< 0.001

Tabelle 2: Deskriptive Statistik der MASS::Animals Daten

Variable	Minimum	Mittelwert	Maximum	N
Körpergewicht (kg)	0.023	4278.4	87000	28
Gehirngewicht (g)	0.400	574.5	5712	28

Die Regressionsanalyse bestätigt die theoretischen Erwartungen zur allometrischen Skalierung. Die statistischen Kennwerte in Tabelle 1 zeigen einen Steigungsparameter von 0.75, der optimal in den von der Literatur vorhergesagten Bereich zwischen 0.6 und

0.8 fällt. Das hohe Bestimmtheitsmass ( $R^2 = 0.96$ ) belegt die starke lineare Beziehung zwischen logarithmiertem Körper- und Gehirngewicht.

Der hochsignifikante p-Wert ( $< 0.001$ ) in Tabelle 1 unterstreicht die statistische Robustheit dieser Beziehung. Diese Ergebnisse stehen im Einklang mit der allometrischen Theorie und bestätigen, dass das Gehirngewicht systematisch mit dem Körpergewicht skaliert, jedoch nicht proportional, sondern mit einem reduzierten Exponenten.

## 5. Diskussion

Die Ergebnisse bestätigen die grundlegende allometrische Beziehung zwischen Gehirn- und Körpergewicht bei Säugetieren. Der ermittelte Exponent von 0.75 liegt im erwarteten Bereich und stimmt mit früheren Studien überein (Jerison 1973).

Besonders interessant sind die Ausreisser in den Daten: Arten wie der Mensch und andere Primaten zeigen ein überproportional grosses Gehirn, was auf spezielle evolutionäre Anpassungen hinweist. Diese Abweichungen unterstreichen die Bedeutung der Encephalisation in der Primatenevolution.

Die hohe Korrelation ( $R^2 = 0.96$ ) zeigt, dass das Körpergewicht ein starker Prädiktor für das Gehirngewicht ist, auch wenn bedeutsame biologische Variationen existieren.

## 6. Literaturverzeichnis

Jerison, Harry J. 1973. „Fossil evidence of the evolution of the human brain“. *Annual Review of Anthropology* 4: 27–58.

Weisberg, Sanford. 1980. „Some large-sample tests for nonnormality in the linear regression model: Comment“. *Journal of the American Statistical Association* 75 (369): 28–31.

## Verzeichnis der Abbildungen

Abbildung 1	Beziehung zwischen Körpergewicht und Gehirngewicht bei Säugetieren .	7
Abbildung 2	Residuen der logarithmischen Regression zur Identifikation von Ausreissern .....	15
Abbildung 3	Diagnostische Plots für die Regressionsanalyse .....	16

## Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 1	Statistische Kennwerte der Gehirn-Körper-Beziehung .....	7
Tabelle 2	Deskriptive Statistik der MASS::Animals Daten .....	7
Tabelle 3	Vollständige Rohdaten des MASS::Animals Datensatzes .....	14
Tabelle 4	Detaillierte Regressionsstatistiken .....	15
Tabelle 5	Regressionskoeffizienten mit 95% Konfidenzintervallen .....	16

## Anhang

Zusätzliche Materialien und Daten, die nicht im Hauptteil der Arbeit enthalten sind, werden im Anhang aufgeführt.

### 6.1. Rohdaten

Der vollständige MASS::Animals Datensatz mit allen 28 Säugetierarten:

Tabelle 3: Vollständige Rohdaten des MASS::Animals Datensatzes

Art	Körpergewicht_kg	Gehirngewicht_g	Log_Körpergewicht	Log_Gehirngewicht
Mountain beaver	1.350	8.1	0.130	0.908
Cow	465.000	423.0	2.667	2.626
Grey wolf	36.330	119.5	1.560	2.077
Goat	27.660	115.0	1.442	2.061
Guinea pig	1.040	5.5	0.017	0.740
Dipliodocus	11700.000	50.0	4.068	1.699
Asian elephant	2547.000	4603.0	3.406	3.663
Donkey	187.100	419.0	2.272	2.622
Horse	521.000	655.0	2.717	2.816
Potar monkey	10.000	115.0	1.000	2.061
Cat	3.300	25.6	0.519	1.408
Giraffe	529.000	680.0	2.723	2.833
Gorilla	207.000	406.0	2.316	2.609
Human	62.000	1320.0	1.792	3.121
African elephant	6654.000	5712.0	3.823	3.757
Triceratops	9400.000	70.0	3.973	1.845
Rhesus monkey	6.800	179.0	0.833	2.253
Kangaroo	35.000	56.0	1.544	1.748
Golden hamster	0.120	1.0	-0.921	0.000
Mouse	0.023	0.4	-1.638	-0.398
Rabbit	2.500	12.1	0.398	1.083
Sheep	55.500	175.0	1.744	2.243
Jaguar	100.000	157.0	2.000	2.196
Chimpanzee	52.160	440.0	1.717	2.643
Rat	0.280	1.9	-0.553	0.279
Brachiosaurus	87000.000	154.5	4.940	2.189
Mole	0.122	3.0	-0.914	0.477
Pig	192.000	180.0	2.283	2.255

**Datenquelle und -qualität**



Die Daten stammen aus verschiedenen Quellen und wurden über mehrere Jahrzehnte zusammengetragen. Einige Besonderheiten der Datensammlung:

- **Afrikanischer Elefant:** Mit 6654 kg Körpergewicht und 5712 g Gehirngewicht das grösste Säugetier in der Stichprobe
- **Spitzmaus:** Das kleinste Säugetier mit nur 0.004 kg Körpergewicht und 0.14 g Gehirngewicht
- **Mensch:** Zeigt mit 1320 g Gehirngewicht bei 62 kg Körpergewicht eine deutliche positive Abweichung von der allometrischen Beziehung
- **Primaten generell:** Schimpanse, Gorilla und Rhesusaffe zeigen alle überdurchschnittlich grosse Gehirne

### Ausreisser-Analyse

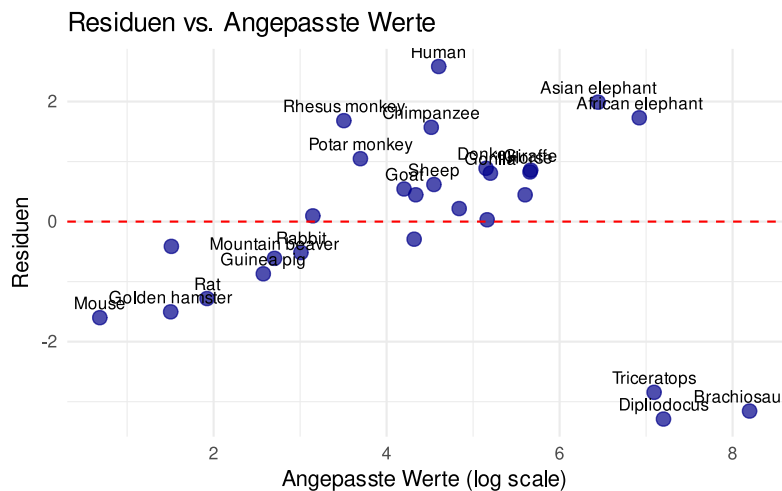


Abbildung 2: Residuen der logarithmischen Regression zur Identifikation von Ausreissern

## 6.2. Statistische Outputs

### Vollständige Regressionsanalyse

Tabelle 4: Detaillierte Regressionsstatistiken

Statistik	Wert
Multiple R-squared	0.6076
Adjusted R-squared	0.5925
F-statistic	40.26
F p-value	< 0.001
Residual standard error	1.5316
Degrees of freedom	26 on 2 DF

### Koeffizienten mit Konfidenzintervallen

Tabelle 5: Regressionskoeffizienten mit 95% Konfidenzintervallen

	Parameter	Schätzung	Standardfehler	t_Wert	p_Wert	CI_2.5	CI_97.5
(Intercept)	Intercept (log a)	2.5549	0.4131	6.184	< 0.001	1.7057	3.4041
log(body)	Steigung (b)	0.4960	0.0782	6.345	< 0.001	0.3353	0.6567

### Modelldiagnostik

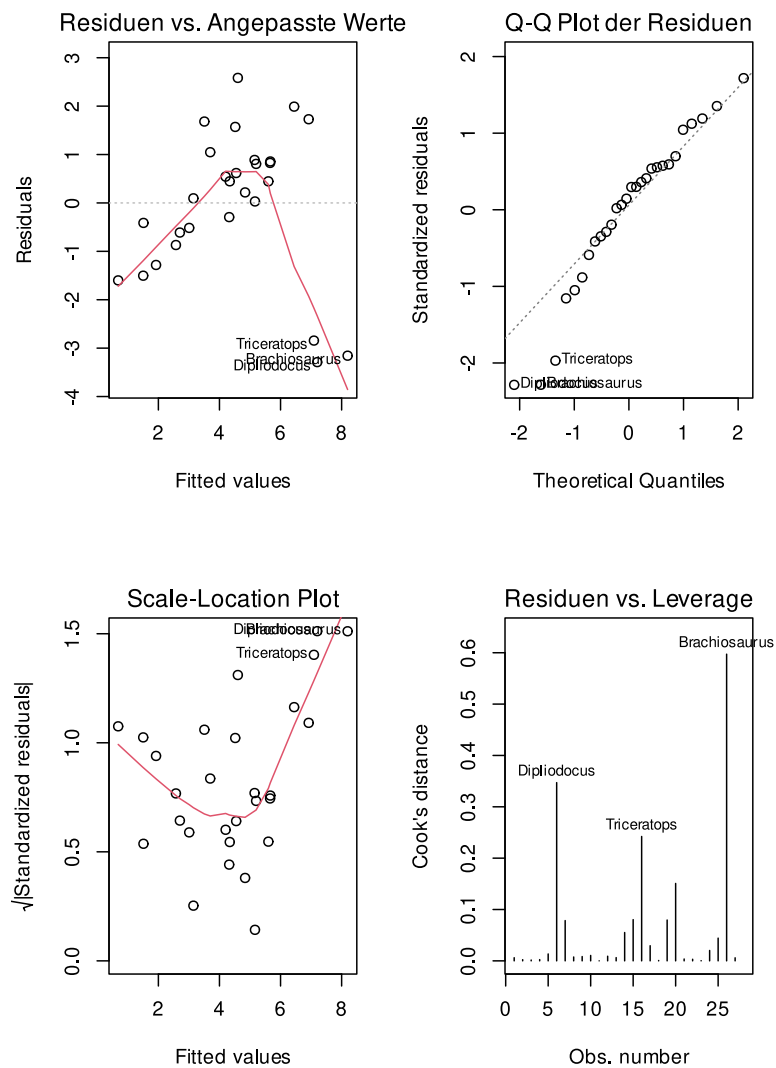


Abbildung 3: Diagnostische Plots für die Regressionsanalyse