

数据采集方法作业

姓名：蒋贵豪 学号：B+X9bo

2021 年 11 月 22 日

题目 1. Sirvanci and Durmaz(1993) 报告过一个高过头的凸滑轮辅助操作杆的表面修饰操作试验。下面是该试验的一个改进，该部件的目标值是 $75\mu m$ 。其三个试验因子是：插入类型 (A)、速度 (rpm)(B) 和吃进率 (每秒毫米 mm/min)(C)。用了一个 2^3 设计，因子 $(-, +)$ 水平分别是： $A(\#5023, \#5074), B(800, 1000), C(50, 80)$ 。各个部分的表面粗糙度是由一个 Surtronic-3 装置测得。对该操纵杆试验的设计和数据显示在表1中。对该表面修饰工艺的当前因子设置是插入类型 ($\#5023$), 780rpm 和 $60mm/min$ 。

(a) 利用适当的方法来分析本试验的位置和散度效应。

(b) 对位置和散度效应的最优因子水平设置作推荐。试问用二步程序合适吗？

表 1: 操纵杆试验的设计矩阵和粗糙程度

试验号	因子			粗糙程度				
	A	B	C					
1	-	-	-	54.6	73	139.2	55.4	52.6
2	-	-	+	86.2	66.2	79.2	86	82.6
3	-	+	-	41.4	51.2	42.6	58.6	58.4
4	-	+	+	62.8	64.8	74.6	74.6	64.6
5	+	-	-	59.6	58.2	55.2	61	61
6	+	-	+	82	72.8	76.6	73.4	75
7	+	+	-	43.4	49	48.6	49.6	55.2
8	+	+	+	65.6	65	64.2	60.8	77.4

解答. (a) 首先分析因子效应，然后进行相应的图示：

首先为因子的主效应，例如 A 的主效应，我们的计算方法如下：

$$ME(A) = \bar{z}(A+) - \bar{z}(A-) \quad (1)$$

其中 $A+$ 和 $A-$ 分别表示 A 的高水平和低水平， $\bar{z}(A+)$ 为在 $A+$ 上所观测到的 z_i 的平均， $\bar{z}(A-)$ 类似。我们编写了 **Matlab** 代码来计算了 A, B, C 的主效应，并绘制了主效应图如图1：

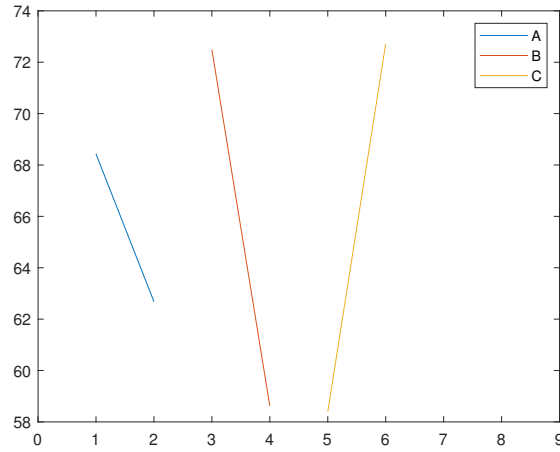


图 1: 操纵杆试验的主效应图

从图1中可以看出， B, C 的主效应相较于 A 更为显著。

然后我们来考虑交互效应，例如我们计算 AB 的交互效应，计算方式如下：

$$INT(A, B) = \bar{z}(AB = +) - \bar{z}(AB = -) \quad (2)$$

其中， AB 对应 A, B 两个因子水平高低设置之积。类似的我们还有三个水平的交互效应：

$$INT(A, B, C) = \bar{z}(ABC = +) - \bar{z}(ABC = -) \quad (3)$$

交互效应图如图2，图3，图4所示。从图中可以看出， B 对 A 、 A 对 B 、 C 对 A ， A 对 C 、 B 对 C 、 C 对 B 都是协同的。

最后得到的因子效应如表2所示：

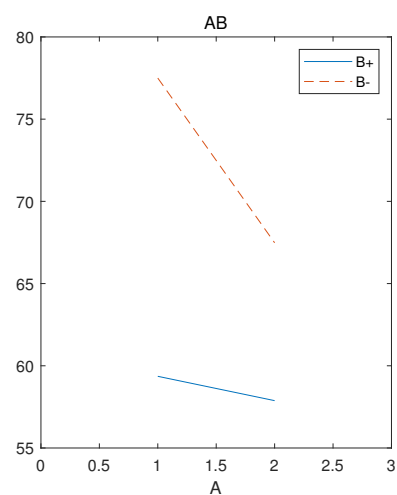
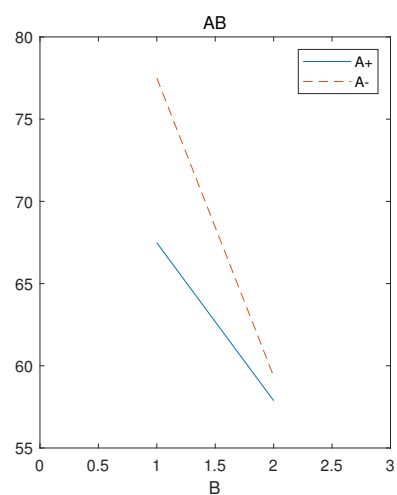


图 2: 操纵杆试验的 B 对 A 图和 A 对 B 图

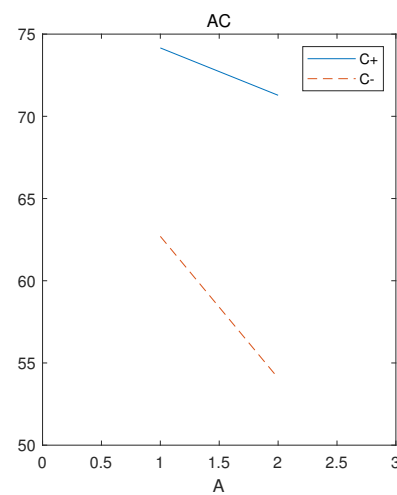
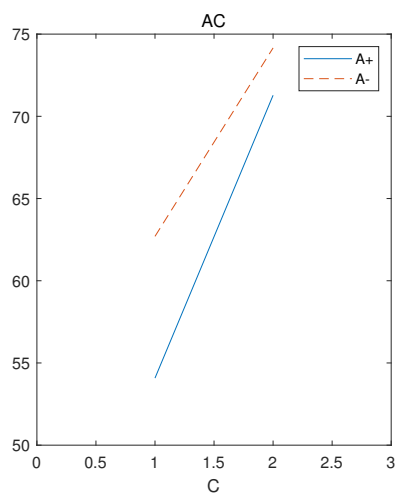


图 3: 操纵杆试验的 C 对 A 图和 A 对 C 图

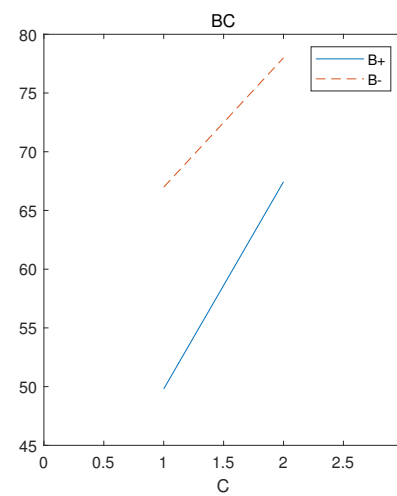
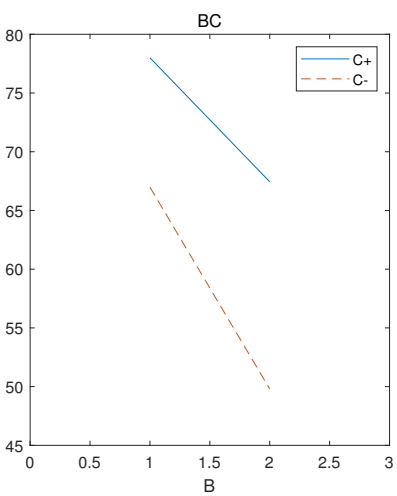


图 4: 操纵杆试验的 B 对 C 图和 C 对 B 图

表 2: 操纵杆试验的因子效应

效应	\bar{y}	$\ln s^2$
A	-5.7500	-2.0634
B	-13.8700	-0.3776
C	14.3300	-0.5082
AB	4.2700	1.4646
AC	2.8700	1.3394
BC	3.3100	0.5676
ABC	-3.0700	-0.5774

利用回归和模型矩阵计算因子效应:

将表2中的第一列作为自变量 X 。 A, B, C 分别取高低不同的水平对应的 X 记作 X_1, \dots, X_8 , 考虑如下线性模型:

$$z_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^7 \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad (4)$$

用最小二乘法求解式4, 有:

$$\hat{\beta}_j = \frac{1}{1 - (-1)} (\bar{z}(x_{ij} = +1) - \bar{z}(x_{ij} = -1)) \quad (5)$$

通过最小二乘法求得的系数如表所示:

表 3: 操纵杆试验的因子效应回归系数

效应	\bar{y}	$\ln s^2$
$\hat{\beta}_0$	65.5550	3.7639
$\hat{\beta}_1$	-2.8750	-1.0317
$\hat{\beta}_2$	-6.9350	-0.1888
$\hat{\beta}_3$	7.1650	-0.2541
$\hat{\beta}_4$	2.1350	0.7323
$\hat{\beta}_5$	1.4350	0.6697
$\hat{\beta}_6$	1.6550	0.2838
$\hat{\beta}_7$	-1.5350	-0.2887

对比表3和表2，回归模型计算得的因子系数确实满足式5。

下面进行上述这些效应的分析：我们分别绘制 \bar{y} 和 $\ln s^2$ 的半正态概率图。设 $|\hat{\theta}|_{(1)} \leq \dots \leq |\hat{\theta}|_{(I)}$ 表示无符号效应估计 $|\hat{\theta}|_{(i)}$ 的顺序值，半正态概率表图由以下点给出：

$$\left(\Phi^{-1}(0.5 + 0.5[i - 0.5]/I), |\hat{\theta}|_{(i)} \right), \quad i = 1, \dots, I \quad (6)$$

\bar{y} 和 $\ln s^2$ 的半正态概率图如图5和图6所示：

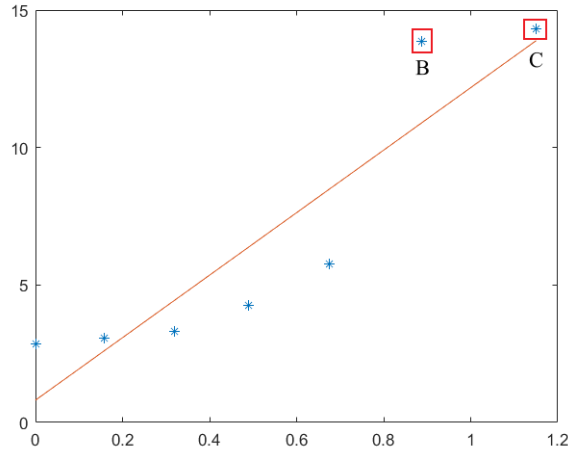


图 5: 操纵杆试验的位置半正态图

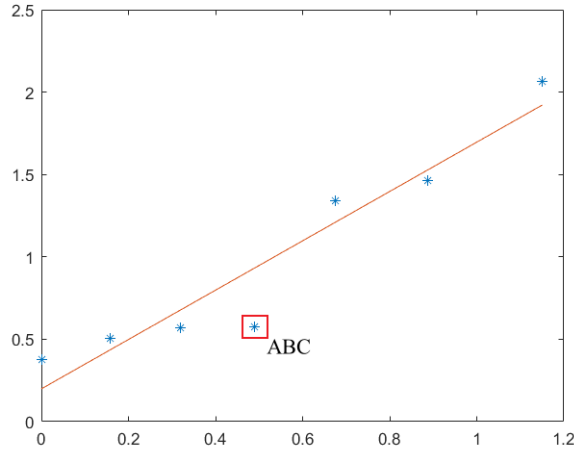


图 6: 操纵杆试验的散度半正态图

我们在图5和图6中还绘制了这些点的拟合直线。因此，从图5可以看出， B, C 对于位置效应是显著的。从图6可以看出， ABC 对于散度效应是显著的。

(b) 由 (a) 中的结论， B, C, ABC 是显著的，两个响应的回归方程为：

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_B x_B + \hat{\beta}_C x_C = 65.5550 - 6.9350x_B + 7.1650x_C \quad (7)$$

$$\hat{z} = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_{ABC}x_{ABC} = 3.7639 - 0.2887x_{ABC} \quad (8)$$

我们的优化目标是最小化 $E(L(y, t))$:

$$\begin{aligned} E(L(y, t)) &= E(c(y - t)^2) \\ &= cE[(y - E(y)) + (E(y) - t)]^2 \\ &= c\text{Var}(y) + c(E(y) - t)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

即最小化:

$$L = e^z + (75 - y)^2 \quad (10)$$

我们使用 **Lingo** 软件来得到了式10的最优解为: $x_A = 1, x_B = 0, x_C = 1$ 。

也就是说, 位置和散度效应的最优因子水平设置作推荐为: 插入类型: #5074, 速度: 900rpm, 吃进率: 80mm/min。

二步程序在该情况下并不是非常的适合, 因为如 B, C 因子的影响在位置和散度模型中均存在, 在优化时可能存在一定的困难。

附录

本次作业用到的所有代码如下：

```
1      A=[54.6  73  139.2  55.4  52.6
2          86.2  66.2  79.2  86  82.6
3          41.4  51.2  42.6  58.6  58.4
4          62.8  64.8  74.6  74.6  64.6
5          59.6  58.2  55.2  61  61
6          82  72.8  76.6  73.4  75
7          43.4  49  48.6  49.6  55.2
8          65.6  65  64.2  60.8  77.4]';
9      Size = size(A) ;
10     y_bar = mean(A);
11     s_2 = var(A);
12     ln_s_2 = log(s_2);
13     A_plus = 5:8;
14     A_minus = 1:4;
15     B_plus = [3 4 7 8];
16     B_minus = B_plus-2;
17     C_plus = [2 4 6 8];
18     C_minus = C_plus-1;
19     ME_A = mean(y_bar(A_plus))-mean(y_bar(A_minus));
20     ME_B = mean(y_bar(B_plus))-mean(y_bar(B_minus));
21     ME_C = mean(y_bar(C_plus))-mean(y_bar(C_minus));
22     INT_AB = 0.5*((mean(y_bar(intersect(A_plus, B_plus))))-...
23         mean(y_bar(intersect(A_plus, B_minus))))-...
24         ((mean(y_bar(intersect(A_minus, B_plus))))-...
25         mean(y_bar(intersect(A_minus, B_minus))))));
26     INT_AC = 0.5*((mean(y_bar(intersect(A_plus, C_plus))))-...
27         mean(y_bar(intersect(A_plus, C_minus))))-...
28         ((mean(y_bar(intersect(A_minus, C_plus))))-...
```

```

29         mean(y_bar(intersect(A_minus, C_minus))))));
30 INT_BC = 0.5*((mean(y_bar(intersect(B_plus, C_plus)))-...
31         mean(y_bar(intersect(B_plus, C_minus)))-...
32         ((mean(y_bar(intersect(B_minus, C_plus)))-...
33         mean(y_bar(intersect(B_minus, C_minus))))));
34 a = ones(1,Size(2));
35 b = a;
36 c = a;
37 a(A_minus) = -1;
38 b(B_minus) = -1;
39 c(C_minus) = -1;
40 abc = a.*b.*c;
41 INT_ABC = mean(y_bar.*abc)*2;
42 %分割线,以下是绘图绘图代码%
43 plot([1,2],[mean(y_bar(A_minus)),mean(y_bar(A_plus))]);
44 hold on
45 plot([3,4],[mean(y_bar(B_minus)),mean(y_bar(B_plus))]);
46 hold on
47 xlim([0 9])
48 plot([5,6],[mean(y_bar(C_minus)),mean(y_bar(C_plus))]);
49 legend('A','B','C');
50
51 subplot(1,2,1)
52 plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(A_plus, ...
53         B_minus))))),mean(y_bar(intersect(A_plus, B_plus)))]);
54 hold on
55 plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(A_minus, ...
56         B_minus))))),mean(y_bar(intersect(A_minus, B_plus)))],'--');
57 legend('A+', 'A-');
58 xlabel('B')

```



```

57     title('AB')
58     xlim([0 3])
59     subplot(1,2,2)
60     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(B_plus, ...
        A_minus))))),mean(y_bar(intersect(B_plus, A_plus))))]);
61     hold on
62     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(B_minus, ...
        A_minus))))),mean(y_bar(intersect(B_minus, A_plus))))], '--');
63     legend('B+', 'B-');
64     xlabel('A')
65     title('AB')
66     xlim([0 3])
67
68     subplot(1,2,1)
69     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(A_plus, ...
        C_minus))))),mean(y_bar(intersect(A_plus, C_plus))))]);
70     hold on
71     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(A_minus, ...
        C_minus))))),mean(y_bar(intersect(A_minus, C_plus))))], '--');
72     legend('A+', 'A-');
73     xlabel('C')
74     title('AC')
75     xlim([0 3])
76     subplot(1,2,2)
77     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(C_plus, ...
        A_minus))))),mean(y_bar(intersect(C_plus, A_plus))))]);
78     hold on
79     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(C_minus, ...
        A_minus))))),mean(y_bar(intersect(C_minus, A_plus))))], '--');
80     legend('C+', 'C-');

```

```

81     xlabel('A')
82     title('AC')
83     xlim([0 3])
84
85     subplot(1,2,1)
86     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(C_plus, ...
            B_minus))))],mean(y_bar(intersect(C_plus, B_plus))))]);
87     hold on
88     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(C_minus, ...
            B_minus))))],mean(y_bar(intersect(C_minus, B_plus))))], '--');
89     legend('C+', 'C-');
90     xlabel('B')
91     title('BC')
92     xlim([0 3])
93     subplot(1,2,2)
94     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(B_plus, ...
            C_minus))))],mean(y_bar(intersect(B_plus, C_plus))))]);
95     hold on
96     plot([1,2],[(mean(y_bar(intersect(B_minus, ...
            C_minus))))],mean(y_bar(intersect(B_minus, C_plus))))], '--');
97     legend('B+', 'B-');
98     xlabel('C')
99     title('BC')
100    xlim([0 3])
101    %%下面是线性回归代码
102    X(:,1) = a;
103    X(:,2) = b;
104    X(:,3) = c;
105    X(:,4) = X(:,1).*X(:,2);
106    X(:,5) = X(:,1).*X(:,3);

```

```

1107 X(:,6) = X(:,2).*X(:,3);
1108 X(:,7) = X(:,1).*X(:,2).*X(:,3);
1109 X(:,8) = ones(8,1);
1110 Y = y_bar';
1111 beta = regress(Y,X);
1112 INT = beta(1:length(beta)-1)*2;
1113 %%半正态概率图的绘制
1114 I = 1:length(beta)-1;
1115 qq_x = 0.5+0.5.*(I-0.5)/length(Y);
1116 qq_y = abs(INT);
1117 QQ_y = sort(qq_y);
1118 QQ_x = norminv(qq_x,0,1);
1119 plot(QQ_x,QQ_y, '*')
1120 hold on
1121 RE_X(:,1) = QQ_x';
1122 RE_X(:,2) = ones(length(QQ_x'),1);
1123 RE= regress(QQ_y,RE_X);
1124 plot_re_x = linspace(min(RE_X(:,1)),max(RE_X(:,1)),1000);
1125 plot_re_y = polyval(RE,plot_re_x);
1126 plot(plot_re_x ,plot_re_y);
1127
1128 Y_s = ln_s_2';
1129 beta_s = regress(Y_s,X);
1130 INT_s = beta_s(1:length(beta_s)-1)*2;
1131 I_s = 1:length(beta_s)-1;
1132 qq_x_s = 0.5+0.5.*(I_s-0.5)/length(Y_s);
1133 qq_y_s = abs(INT_s);
1134 QQ_y_s = sort(qq_y_s);
1135 QQ_x_s = norminv(qq_x_s,0,1);
1136 plot(QQ_x_s,QQ_y_s, '*')

```

```

137     hold on
138     RE_X(:,1) = QQ_x_s';
139     RE_X(:,2) = ones(length(QQ_x_s'),1);
140     RE= regress(QQ_y_s,RE_X);
141     plot_re_x = linspace(min(RE_X(:,1)),max(RE_X(:,1)),1000);
142     plot_re_y = polyval(RE,plot_re_x);
143     plot(plot_re_x ,plot_re_y);
144     %75=65.5550-6.9350xb+7.1650xc
145     %sigma= 3.7639-0.2887xaxbxc
146     %a=1 b=0 c=1
147

```