

实验力学作业 3

孙振川 PB23081463

2025 年 10 月 20 日

题目 1. 标定一个位移传感器，在 0 ~ 5 mm 的测量范围内进行三个循环的测量，测量数据如下表，请给出该传感器的线性度（端点连线拟合直线）、灵敏度、最大滞环率和重复性误差。

输入 (mm)		0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
输出 (mV)	增序	0.0	4.3	9.2	14.4	20.6	25.0
	减序	0.0	5.4	10.1	16.0	21.5	25.0
	增序	0.0	5.0	9.8	15.1	19.8	25.0
	减序	0.0	5.2	11.0	16.3	20.9	25.0
	增序	0.0	5.1	10.2	15.3	20.5	25.0
	减序	0.0	5.3	11.2	16.4	21.2	25.0

解答: (1) 线性度计算如下:

$$\delta_L = \frac{\Delta_{\max}}{Y_{\text{FS}}} \times 100\% = \frac{1.5 \text{ mV}}{25.0 \text{ mV}} \times 100\% = 6\%$$

(2) 灵敏度计算如下:

$$S = \frac{Y_{\text{FS}}}{X_{\text{FS}}} = \frac{25.0 \text{ mV}}{5.0 \text{ mm}} = 5.0 \text{ mV/mm}$$

(3) 最大滞环率计算如下:

$$\delta_H = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{\text{FS}}} \times 100\% = \frac{1.6 \text{ mV}}{25.0 \text{ mV}} \times 100\% = 6.4\%$$

(4) 重复性误差计算如下: 取各输入值对应的输出值的最大差值 ΔR_{\max} ，则有 $\Delta R_{\max} = \{10.1, 11.0, 11.2\}$ 的标准差 = 0.586 mV，因此重复性误差为:

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{Y_{\text{FS}}} \times 100\% = \frac{3.586 \text{ mV}}{25.0 \text{ mV}} \times 100\% = 7.0\%$$

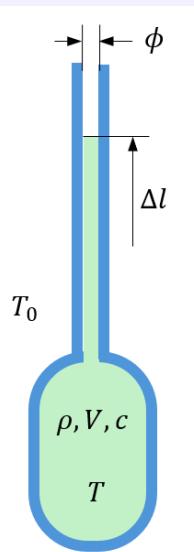
题目 2.

水银温度计如图：玻璃毛细管的内径 $\phi = 0.2 \text{ mm}$ ，内部封装 $V = 0.1\text{ml}$ 的水银；水银的密度 $\rho = 13.5 \text{ g/cm}^3$ 、比热容 $c = 140 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ 、体积膨胀系数 $\alpha = 0.18\%/\text{K}$ ；水银泡的传热表面积 $A = 1.0 \text{ cm}^2$ ，在充分接触下的表面传热系数 $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。问：

(1) 该温度计的灵敏度是多少？(升高一度毛细管水银柱长度变化多少)；

(2) 设温度计初始温度为 T ，将其快速置入温度为 T_a 的恒温水浴中，其动态响应的时间常数是多少？至少需要等待多少分钟读数才能保证动态误差小于初始温差的 2%？

注：表面传热系数有 $h = \frac{Q}{\Delta T \cdot A} = \frac{dU/dt}{\Delta T \cdot A} = \frac{\rho V c \cdot (dT/dt)}{(T_a - T) \cdot A}$



解答：(1) 灵敏度计算如下：

$$S = \frac{dl}{dT} = \frac{dV}{dT} \cdot \frac{1}{A_c} = \alpha V \cdot \frac{4}{\pi \phi^2} = 0.18\%/\text{K} \cdot 0.1\text{ml} \cdot \frac{4}{\pi (0.2 \text{ mm})^2} = 5.73 \text{ mm/K}$$

(2) 时间常数计算如下：

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{hA}{\rho V c} (T_a - T) \\ \tau &= \frac{\rho V c}{hA} = \frac{13.5 \text{ g/cm}^3 \cdot 0.1\text{ml} \cdot 140 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}}{20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \cdot 1.0 \text{ cm}^2} = 0.945 \text{ s} \end{aligned}$$

动态误差小于初始温差的 2% 所需时间计算如下：

$$t \geq -\tau \ln 0.02 = 4.56 \text{ s}$$

题目 3. 某压电式压力传感器属于二阶系统，其固有频率为 $1MHz$ ，阻尼比为 0.65。问：

- (1) 当测量阶跃压力时，该传感器的延迟时间、上升时间（5% ~ 95%）与响应时间（与稳定值的相对误差小于 3%）分别是多少？超调和衰减比分别是多少？
- (2) 当测量简谐压力波时，其谐振频率和最大振幅误差分别是多少？当谐振压力波频率为 0.5 MHz 时，其幅值误差和相位误差分别是多少？

解答：(1) 延迟时间、上升时间与响应时间（2%）计算如下：

$$t_d = \frac{1 + 0.7\zeta}{\omega_n} = \frac{1 + 0.7 \times 0.65}{1MHz} = 1.455\mu s$$

$$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d} = \frac{\pi - \arccos 0.65}{0.76MHz} = 1.5\mu s$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0.65 \times 1MHz} = 6.15\mu s$$

超调和衰减比分别计算如下：

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{0.65\pi}{\sqrt{1-0.65^2}}} = 0.163$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.65^2}} = 1.32$$

(2) 谐振频率和最大振幅误差计算如下：

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 1MHz \sqrt{1 - 2 \times 0.65^2} = 0.66MHz$$

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{2 \times 0.65\sqrt{1-0.65^2}} = 1.02$$

当谐振压力波频率为 0.5 MHz 时，幅值误差和相位误差计算如下：

$$\frac{A_0}{A_i} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{0.5MHz}{1MHz}\right)^2\right)^2 + \left(2 \times 0.65 \times \frac{0.5MHz}{1MHz}\right)^2}} = 1.09$$

$$\phi = -\arctan \frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = -\arctan \frac{2 \times 0.65 \times \frac{0.5MHz}{1MHz}}{1 - \left(\frac{0.5MHz}{1MHz}\right)^2} = -40.4^\circ$$