实验力学作业 2

孙振川　PB23081463

2025 年 9 月 28 日

题目 1.　从四种不同级别的压力表读出摩天大楼的顶层气压如下表，试给出最终测量结果（最佳值及其不确定度）

压力表	精度等级	量程 (kPa)	读数 (kPa)
A	2.5	150	85
B	2.5	300	87
C	1.6	300	82
D	1.0	500	83

解答: 设各压力表的读数分别为 x_1, x_2, x_3, x_4，则它们的标准不确定度分别为

$$u(x_1) = 2.5\% \times 150 = 3.75\text{kPa}$$

$$u(x_2) = 2.5\% \times 300 = 7.5\text{kPa}$$

$$u(x_3) = 1.6\% \times 300 = 4.8\text{kPa}$$

$$u(x_4) = 1.0\% \times 500 = 5\text{kPa}$$

各压力表的权值分别为

$$w_1 = \frac{1}{u^2(x_1)} = \frac{1}{3.75^2} = 0.0711\text{kPa}^{-2}$$

$$w_2 = \frac{1}{u^2(x_2)} = \frac{1}{7.5^2} = 0.0178\text{kPa}^{-2}$$
$$w_3 = \frac{1}{u^2(x_3)} = \frac{1}{4.8^2} = 0.0434\text{kPa}^{-2}$$
$$w_4 = \frac{1}{u^2(x_4)} = \frac{1}{5^2} = 0.04\text{kPa}^{-2}$$

以上权值归一化后为

$$\tilde{w_1} = \frac{w_1}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{0.0711}{0.1723} = 0.4129$$
$$\tilde{w_2} = \frac{w_2}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{0.0178}{0.1723} = 0.1033$$
$$\tilde{w_3} = \frac{w_3}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{0.0434}{0.1723} = 0.2519$$
$$\tilde{w_4} = \frac{w_4}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{0.04}{0.1723} = 0.2320$$

所以最终测量结果为

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{4} \tilde{w}_i x_i = 0.4129\times85+0.1033\times87+0.2519\times82+0.2320\times83 = 84.07\text{kPa}$$

$$u(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^4 w_i}} = \sqrt{\frac{1}{0.1723}} = 2.41\text{kPa}$$

取 $k=1$ ，则最终测量结果为

$$\bar{x} \pm \Delta x = 84.07 \pm 2.41\text{kPa}$$

题目 2. 对某一轴径进行等精密度测量 9 次，得到下表数据。请按规范程序处理测量结果，包括：（1）求最佳值和标准误差，（2）分别以 Malikov 和 Abbe － Helmert 准则判断有无系统误差（按数据列顺序），（3）以 Grubbs 准则（危险率 1% ）判断有无粗大误差，有则剔除，（4）写出测量结果最佳值及其不确定度（不确定度以极限误差表达，不必修正系差）。

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L/mm	24.774	24.778	24.771	24.780	24.772	24.777	24.773	24.775	24.774

解答:

0.1 最佳值和标准误差

设测量值为 $x_i(i=1,2,\ldots,9)$ ，则最佳值为

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i \\ &= \frac{24.774+24.778+24.771+24.780+24.772+24.777+24.773+24.775+24.774}{9} \\ &= 24.775 \text{ mm}\end{aligned}$$

标准误差为

$$\begin{aligned}s(\bar{x}) &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i-\bar{x})^2}{9(9-1)}} \\ &= 0.0029 \text{ mm}\end{aligned}$$

0.2 Malikov 和 Abbe 一 Helmert 准则判断有无系统误差

Malikov 准则：

$$D = \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} d_i - \sum_{i=\frac{n+3}{2}}^{n} d_i = 0.004 \text{ mm} < 0.0065 \text{ mm}$$

Abbe 一 Helmert 准则：

$$\left|\sum_{i=1}^{n-1}(d_i \cdot d_{i+1})\right| = 6\times10^{-5} \text{ mm}^2 < \sqrt{n-1}\cdot\sigma^2 = 0.000076 \text{ mm}^2$$

所以无系统误差。

0.3 Grubbs 准则判断有无粗大误差

计算 $G_1 = \frac{|x_i - \bar{x}|_{max}}{s(\bar{x})} = \frac{0.005}{0.0029} = 1.724 < G_{\text{critical}} = 2.32$，所以无粗大误差。

0.4 测量结果最佳值及其不确定度

取极限误差为 $3s$，则测量结果为

$$\bar{x} \pm \Delta x = 24.775 \pm 0.0087 \text{ mm}$$

题目 3. 以下面关系式测定金属电导率 $\gamma = \frac{4l}{\pi d^2 R}$，其中，$l$ 是导线长度，R 是导线的电阻，d 是导线直径，试问在怎样的测量条件下才能保证 γ 有较小的测量误差？设 $\frac{\sigma_l}{l}$ $\frac{\sigma_d}{d}$ $\frac{\sigma_R}{R}$ 近似相等，分析 l d R 中哪个值的误差对结果影响最大，从而测量得更准确？（提示：用 σ_γ/γ 的表达式来分析）

解答:

由误差传递公式可知

$$\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial l}\frac{\sigma_l}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial d}\frac{\sigma_d}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial R}\frac{\sigma_R}{\gamma}\right)^2}$$

计算各偏导数

$$\frac{\partial\gamma}{\partial l} = \frac{4}{\pi d^2 R}$$
$$\frac{\partial\gamma}{\partial d} = -\frac{8l}{\pi d^3 R}$$
$$\frac{\partial\gamma}{\partial R} = -\frac{4l}{\pi d^2 R^2}$$

所以

$$\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(-2\cdot\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(-1\cdot\frac{\sigma_R}{R}\right)^2}$$

设 $\frac{\sigma_l}{l}$ $\frac{\sigma_d}{d}$ $\frac{\sigma_R}{R}$ 近似相等为 k ，则

$$\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2}k = \sqrt{6}k$$

可见，d 的误差对结果影响最大，所以应尽量减小 d 的测量误差。