

Hausdorff 距离

汇报人 王如晨

中国海洋大学 信息科学与工程学院

2014 年 11 月

Contents

- 1 经典 Hausdorff 距离
- 2 部分 Hausdorff 距离 (PHD)
- 3 改进 Hausdorff 距离 (MHD)
- 4 LTS Hausdorff 距离
- 5 应用

Hausdorff 距离¹

Hausdorff 距离是描述两组点集之间相似程度的一种度量, 是一种定义于两个点集上的最大最小距离。

若给定两个点集, $A = \{a_1, a_2, \dots\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots\}$, 则点集 A、B 之间的 Hausdorff 距离定义为:

$$H(A, B) = \max[h(A, B), h(B, A)]$$

其中, $h(A, B)$ 称为集合 A 到 B 有向 Hausdorff 距离, 即点集 A 中所有点到点集 B 的最小距离的最大值。

$$h(A, B) = \max_{a \in A} d_B(a) \quad d_B(a) = \min_{b \in B} \|a - b\|$$

¹陈岚岚, 毕笃彦, 马时平. Hausdorff 距离在图像匹配中的应用. 现代电子技术. 2002.

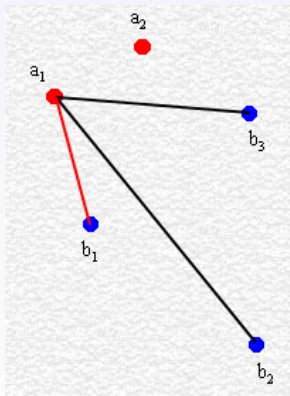


Figure: a_1 到 B 的距离

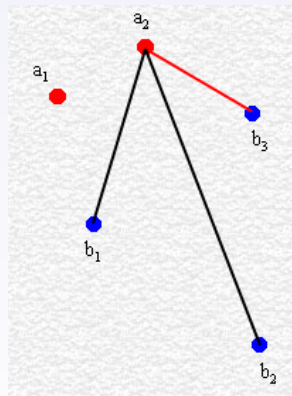


Figure: a_2 到 B 的距离

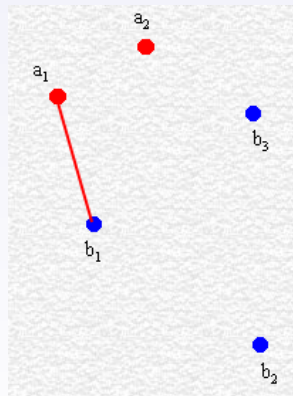


Figure: 点集 A 到 B 的距离

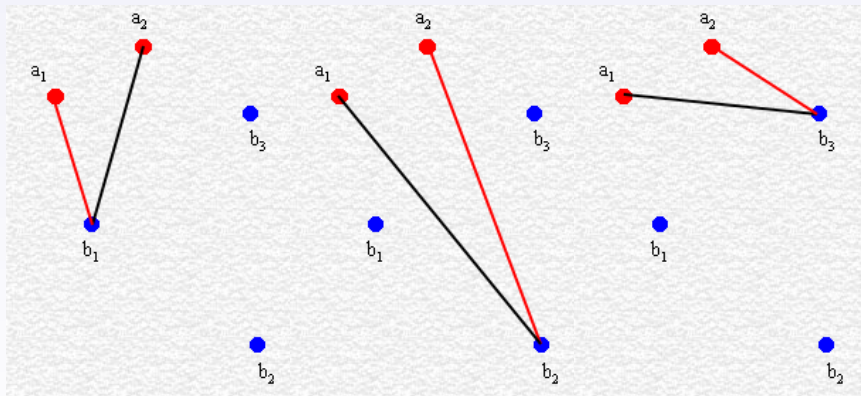


Figure: b_1 到 A 的距离 Figure: b_2 到 A 的距离 Figure: b_3 到 A 的距离

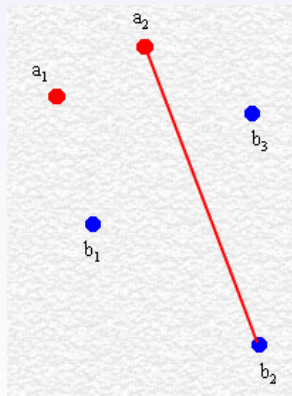


Figure: 点集 B 到 A 的距离

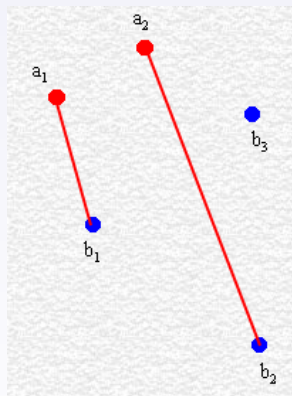


Figure: 点集 A 、 B 之间的距离

$$H(A, B) = \max[h(A, B), h(B, A)]$$

经典 Hausdorff 距离的缺点

受到噪声的影响较大。例如，即使 A、B 的形状相似，只要 A 中有一个点偏离 B 较远，那么计算出来的 Hausdorff 距离就会很大。

部分 Hausdorff 距离 (PHD) ²

部分 Hausdorff 距离的定义:

$$H_K(A, B) = \max[h_K(A, B), h_K(B, A)]$$

$$h_K = K_{a \in A}^{th} d_B(a)$$

部分 Hausdorff 距离中, 要求出点集 A 中所有点到点集 B 的距离, 然后将这些距离从小到大排序, 其中序号为 K 的距离就是 $h_K(A, B)$ 。

$$K = [f \times N_A]$$

部分 hausdorff 距离可以有效处理当目标发生遮蔽和有外部点存在的情形。

²苏磊, 张登福, 王世强, 刘涛. 基于 Hausdorff 距离的图像匹配技术应用综述. 第八届全国信号与信息处理联合学术论文集. 2009.

改进 Hausdorff 距离 (MHD)

改进 Hausdorff 距离的定义:

$$H_K(A, B) = \max[h_{MHD}(A, B), h_{MHD}(B, A)]$$

$$h_{MHD}(A, B) = \frac{1}{N_A} \sum_{a \in A} d_B(a)$$

改进 Hausdorff 距离中, $h_{MHD}(A, B)$ 要求出点集 A 中所有点到点集 B 的距离, 然后求取距离的平均值。

LTS Hausdorff 距离³

LTS Hausdorff 距离为了获得更加准确的目标匹配结果，结合上面两种方法得到的。

$$H_{LTS}(A, B) = \max[h_{LTS}(A, B), h_{LTS}(B, A)]$$

$$h_{LTS}(A, B) = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H d_B(a)_i$$

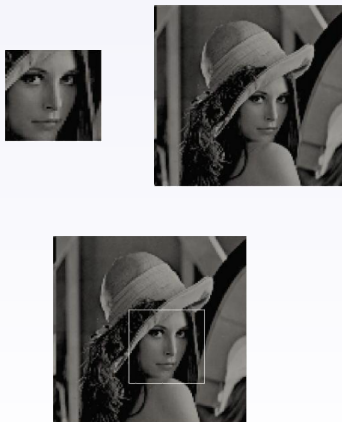
其中， $H = h \times N_A$, $0 < h < 1$, N_A 是点集 A 的个数， $d_B(a)_i$ 表示对序列 $d_B(a)$ 排序后第 i 个距离。

LTS Hausdorff 距离是一种排序再求部分均值的方法来确定点集 A , B 之间的距离。这种方法将噪声干扰和遮挡产生的大距离问题去除。

³沈大伟, 段会川. 基于 LTS Hausdorff 距离与遗传算法的图像配准方法. 电子应用技术. 2007.

应用

图像匹配⁴



⁴孙瑾, 顾宏斌, 秦小麟, 周娜. 一种鲁棒型 Hausdorff 距离图像匹配方法. 中国图像图形学报.2008.