Learning-Based PDE in Computer Vision

主讲人 邱欣欣
幻灯片制作 邱欣欣

中国海洋大学 信息科学与工程学院

2014 年 10 月 31 日

Learning-Based PDE in Computer Vision

Contents

Adaptive PDE Learning for Visual Saliency Detection

主要内容：显著度检测的自适应 PDE 学习方法
背景：

- 传统的 PDE 方法：一般应用于处理低层的视觉问题，如图像去噪等；固定的形式与边界条件难以处理复杂的视觉任务。
- PDE+Learning ：扩散的观点来理解和模拟显著度检测的物理性质；结合自底向上，自顶向下的先验知识；提出 LESD 模型，并有效求解。

显著度检测与扩散

扩散：物理意义，扩散方程，图像去噪
显著度检测是一个从图像中检测出最能吸引人的视觉注意的物体区域的计算机视觉处理过程。
这个过程可以用扩散的观点来看：假设我们的注意首先被最典型的显著的图像元素（文章中为显著性种子）所吸引，然后视觉注意会扩散到整个显著区域。

LESD(Linear Elliptic System with Dirichlet Boundary)

定义扩散过程:

$$\frac{\partial f(\mathbf{p},t)}{\partial t} = F(f,\nabla f),\ f(g)=0,\ f(\mathbf{p})=s_{\mathbf{p}},\ \mathbf{p}\in S$$

其中实值得分函数 (real-value visual attention score function)$f(\mathbf{p})$ 衡量了 p 的显著度（$p\in\nu$，ν 是图像域).
假设已知显著度种子的集合（S）和它相应的初始分数 $f(\mathbf{p})=s_{\mathbf{p}},\mathbf{p}\in S$。

$$F(f,\nabla f)=\mathrm{div}(\mathbf{K_p}\nabla f(p))+\lambda(f(\mathbf{p})-g(\mathbf{p}))$$

引入正则化项 $f(\mathbf{p})$ 与 Guidance map $g(\mathbf{p})$ 的差。
对于扩散方程来说，当显著注意不再扩散，显著度过程达到稳定，此时 $F(f,\nabla f)=0$。这时对方程进行离散化处理可以得到 $f(p)$ 的表达式。

Learning LESD for Saliency Detection

- 建立的 LESD 模型与 Learning 有什么关系？学习的是什么？

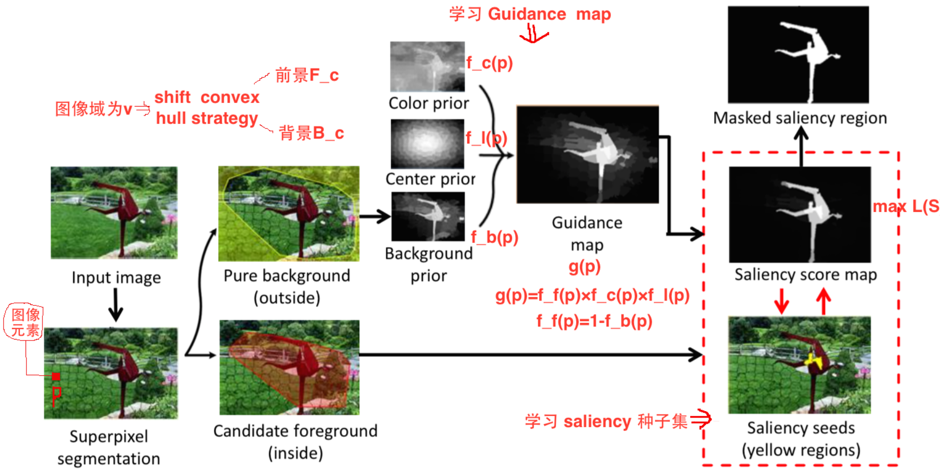
Learning LESD for Saliency Detection

- 建立的 LESD 模型与 Learning 有什么关系？学习的是什么？
- 学习的是 Guidance map (g(p)) 与边界条件（saliency seeds 集 S)

Learning LESD for Saliency Detection

- 建立的 LESD 模型与 Learning 有什么关系？学习的是什么？
- 学习的是 Guidance map (g(p)) 与边界条件（saliency seeds 集 S)
- 学习是求解 PDE 的参数

The Pipeline of PDE Based Saliency Detection



Learning boundary conditions(S)

如何选择显著度扩散的种子点?
-不能选择前景中所有的点作为显著度扩散的种子。

- 前景中含有背景的点。
- 可以观察到和领域有高局部对比度的种子（邻近边界的点和亮、暗的点）可能会导致得到较差的显著图。

-目标是将种子的视觉注意得分扩散到整个图像域 ν。
因此可以通过求得 ν 中全部图像元素得分的和的极大值来定义种子集 S。

Learning boundary conditions(S)

以上问题简化为下列的离散最优化问题

$$\max_{S \in \mathbb{M}^n} L(S)$$

$$s.t. \begin{cases} f(\mathbf{p}) = \frac{1}{d_p+\lambda}(\sum_{\mathbf{q}\in N(\mathbf{p})})\mathbf{K}_\mathbf{p}(\mathbf{q})f(\mathbf{q}) + \lambda g(\mathbf{p})) \\ f(g) = 0,\ f(\mathbf{p}) = s_\mathbf{p},\ \mathbf{p} \in S \end{cases}$$

其中 $L(S) = \sum_{\mathbf{p}\in\nu} f(\mathbf{p}; S), \mathbb{M}^n = \{S|S \subset F_c, |S| \leqslant n\}$。
分数可以看做点与种子间的关系，因此前景内有高局部对比度的点将会从 S 中移除；在前景内的背景点有相对较小的 L 值，因此也不在 S 里面。
但结果依赖于显著度种子集 S 的最大数量 n，作者采用了一种自适应的选择方法来判断 n 并且进一步去除了 F_c 中的背景点。

最终结果

得到了 Guidance map，种子集 S，便可以求解 $f(p)$ 了，由 $f(p)$ 可以构造出最终的显著图。

Contents

general PDE system

大多数对一幅图像 u 处理的 PDE 可以写作下列的形式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - F(u, \nabla u, \mathbf{H}_u) = 0$$

general PDE system

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - F_u(u, v, \mathbf{a}) = 0, & (x, y, t) \in Q, \\ u(x, y, t) = 0, & (x, y, t) \in \Gamma, \\ u|_{t=0} = f_u, & (x, y) \in \Omega, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} - F_v(v, u, \mathbf{b}) = 0, & (x, y, t) \in Q, \\ v(x, y, t) = 0, & (x, y, t) \in \Gamma, \\ v|_{t=0} = f_v, & (x, y) \in \Omega, \end{cases}$$

$$F_u(u, v, \mathbf{a}) = \sum_{j=0}^{16} a_j(t) \mathrm{inv}_j(u, v),$$

$$F_v(v, u, \mathbf{b}) = \sum_{j=0}^{16} b_j(t) \mathrm{inv}_j(v, u).$$

general PDE system

如何与学习联系起来?

- 表示平移旋转微分不变性质的“字典”。
- 建立 PDE 方程学习系数函数 a,b，这个模型的求解是一个训练过程

general PDE system

Dictionary for PDEs in Computer Vision
(Shift/Rotation Invariant Fundamental Differential Invariants)

j	$\text{inv}_j(u,v)$
0,1,2	$1,\ v,\ u$
3,4	$\|\nabla v\|^2 = v_x^2 + v_y^2,\ \|\nabla u\|^2 = u_x^2 + u_y^2$
5	$(\nabla v)^T \nabla u = v_x u_x + v_y u_y$
6,7	$\text{tr}(\mathbf{H}_v) = v_{xx} + v_{yy},\ \text{tr}(\mathbf{H}_u) = u_{xx} + u_{yy}$
8	$(\nabla v)^T \mathbf{H}_v \nabla v = v_x^2 v_{xx} + 2 v_x v_y v_{xy} + v_y^2 v_{yy}$
9	$(\nabla v)^T \mathbf{H}_u \nabla v = v_x^2 u_{xx} + 2 v_x v_y u_{xy} + v_y^2 u_{yy}$
10	$(\nabla v)^T \mathbf{H}_v \nabla u = v_x u_x v_{xx} + (v_x u_y + v_y u_x) v_{xy} + v_y u_y v_{yy}$
11	$(\nabla v)^T \mathbf{H}_u \nabla u = v_x u_x u_{xx} + (v_x u_y + v_y u_x) u_{xy} + v_y u_y u_{yy}$
12	$(\nabla u)^T \mathbf{H}_v \nabla u = u_x^2 v_{xx} + 2 u_x u_y v_{xy} + u_y^2 v_{yy}$
13	$(\nabla u)^T \mathbf{H}_u \nabla u = u_x^2 u_{xx} + 2 u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy}$
14	$\text{tr}(\mathbf{H}_v^2) = v_{xx}^2 + 2 v_{xy}^2 + v_{yy}^2$
15	$\text{tr}(\mathbf{H}_v \mathbf{H}_u) = v_{xx} u_{xx} + 2 v_{xy} u_{xy} + v_{yy} u_{yy}$
16	$\text{tr}(\mathbf{H}_u^2) = u_{xx}^2 + 2 u_{xy}^2 + u_{yy}^2$

几点总结

关于 general PDE system

- 应用在多方面：图像去噪，边缘检测，模糊与去模糊，图像分割等
- 高阶 PDE，复杂的组合 -多层 PDE 系统
- 更精确的理论解求解方法

几点总结

- 一般性的 PDE 或具体的 PDE
- 物理意义，其他
- 与 deep learning 的潜在联系
- $\cdots$