



# 多旋翼飞行器设计与控制

## 第六讲 多旋翼的运动模型和参数测量

全权 副教授

qq\_buaa@buaa.edu.cn

自动化科学与电气工程学院

北京航空航天大学

2016年4月14日 北航主南401



北航可靠飞行控制研究组  
BUAA Reliable Flight Control Group



# 前言

**东方智慧：**中国古人很早就认识事物发展必定遵循一定规律，即模型。在《素问·阴阳应象大论》中，“黄帝曰：阴阳者，天地之道也，万物之纲纪，变化之父母，生杀之本始，神明之府也，治病必求于本。”古人认为阴阳是天地循环的道理、是万物生死的规律、是产生各种变化的根本，是生死的源头。更具体地，太极图是古人概括阴阳易理和认识世界的宇宙模型。在《孙子兵法》中，“孙子曰：声不过五，五声之变，不可胜听也；色不过五，五色之变，不可胜观也；味不过五，五味之变，不可胜尝也；战势不过奇正，奇正之变，不可胜穷也。奇正相生，如循环之无端，孰能穷之哉！”告诉我们需要掌握事物本质规律，才可灵活变通。图：八卦图





# 前言

---

多旋翼的运动模型如何构成以及参数如何确定?



# 大纲

---

1. 多旋翼控制模型
2. 多旋翼气动阻力模型
3. 多旋翼模型参数测量
4. 小结
5. 作业
6. 后续部分
7. 资源





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 总体描述

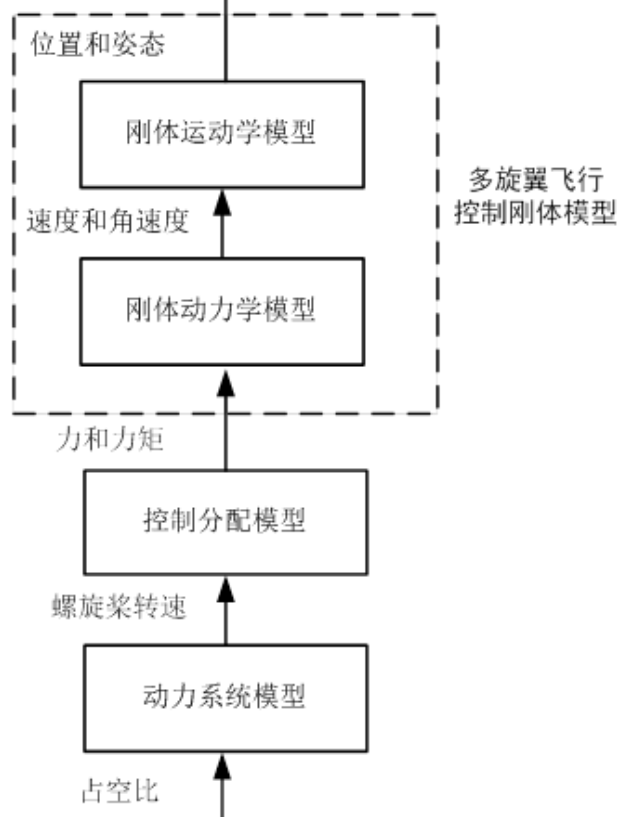


图 多旋翼的建模流程图

(1) 刚体运动学模型。跟质量与受力无关，只研究速度、加速度、位移、位置、角速度等参量，常以质点为模型。

(2) 刚体动力学模型。它与一般刚体运动模型最大的不同是，**拉力方向始终与机体轴 $z_b$ 轴的负方向一致**。

(3) 控制分配模型。多旋翼和四旋翼的区别，就在这个控制分配模型上。

(4) 动力系统模型。通过控制分配模型，得到每个螺旋桨期望的转速。由这个模型产生最终施加到电机上的期望电压，而这个电压将输出给电机。



# 1. 多旋翼控制模型

## □ 多旋翼飞行控制刚体模型

### (1) 假设和符号定义

假设1. 飞行器是刚体;

假设2. 质量和转动惯量是不变的;

假设3. 飞行器重心与中心一致;

假设4. 飞行器只受重力和螺旋桨升力, 其中螺旋桨拉力沿 $z_b$ 向下方向, 而重力沿 $z_e$ 方向;

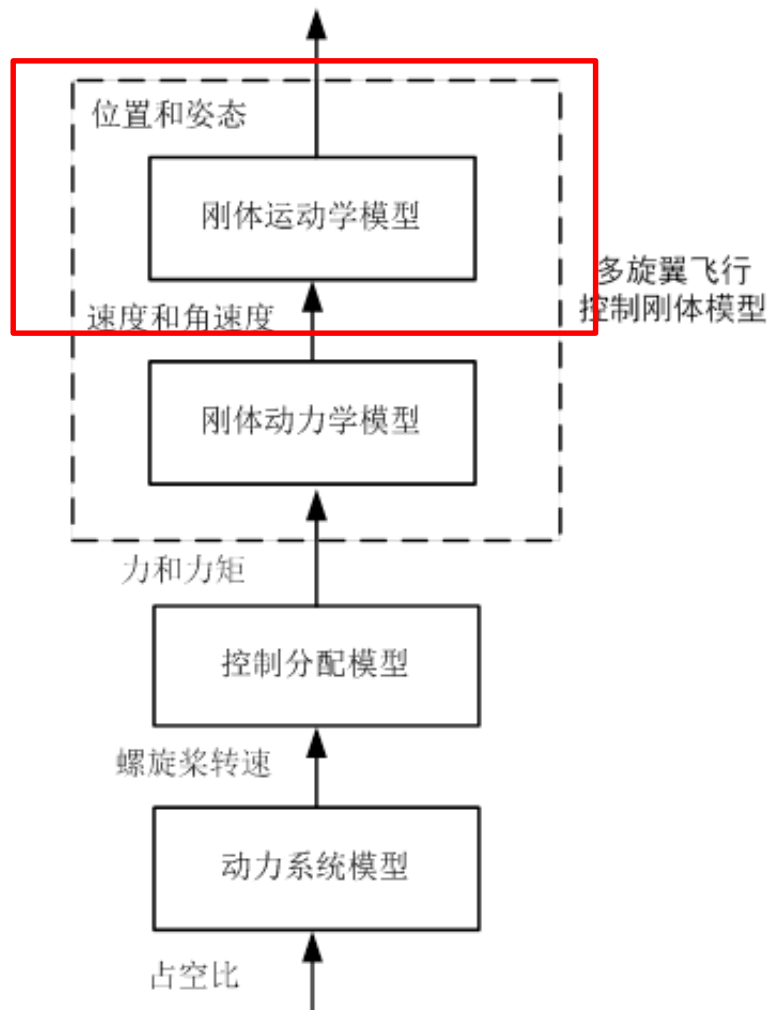
假设5. 奇数标号的螺旋桨逆时针转动, 偶数标号顺时针转动。



节选自<https://www.youtube.com/watch?v=w2itwFJCgFQ>



# 1. 多旋翼控制模型





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 多旋翼飞行控制刚体模型

### (2) 刚体运动学模型

#### 1) 基于欧拉角模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$

$$\dot{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{W}^b \boldsymbol{\omega}$$

#### 2) 基于旋转矩阵模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \left[ {}^b\boldsymbol{\omega} \right]_{\times}$$

#### 3) 基于四元数模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \cdot {}^b\boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} \left( q_0 \mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) {}^b\boldsymbol{\omega}$$

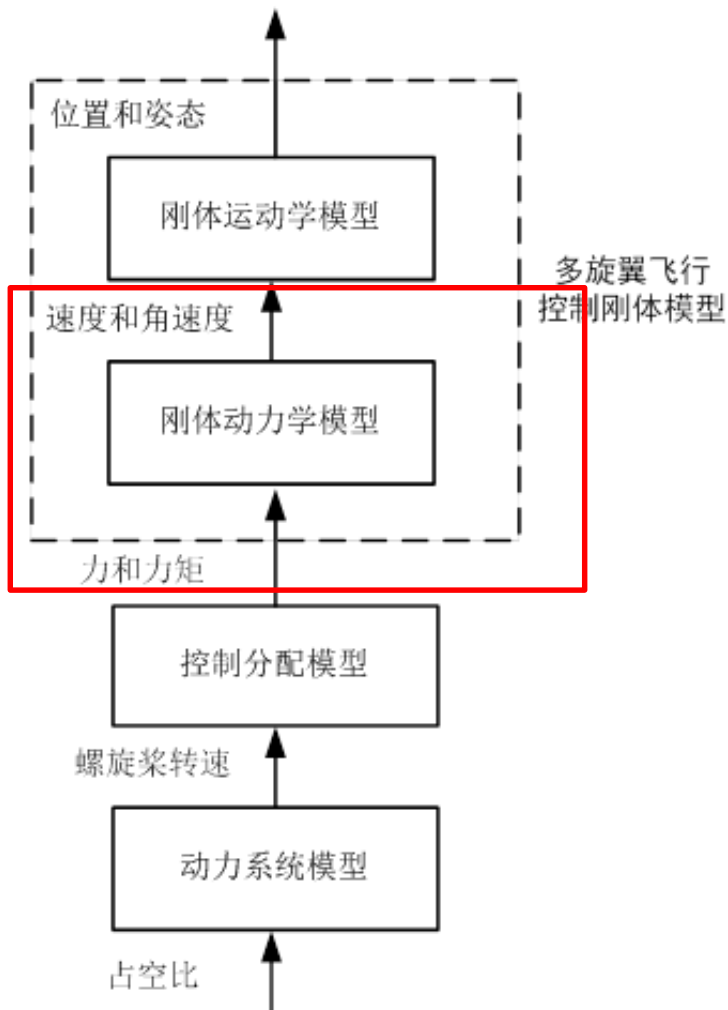
姿态表示见上一讲第五讲！







# 1. 多旋翼控制模型





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 多旋翼飞行控制刚体模型

### (3) 动力学模型

- 惯性系下的位置动力学模型

$${}^e \dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m} {}^e \mathbf{b}_3$$

假设4. 飞行器只受重力和螺旋桨升力，其中螺旋桨拉力沿 $\mathbf{z}_b$ 向下方向，而重力沿 $\mathbf{z}_e$ 方向

- 机体系下的位置动力学模型

$${}^e \mathbf{v} = \mathbf{R} {}^b \mathbf{v}$$

所以两边求导可得

$${}^e \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{R} {}^b \dot{\mathbf{v}} + \dot{\mathbf{R}} {}^b \mathbf{v}$$

$$= \mathbf{R} {}^b \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{R} \left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} {}^b \mathbf{v}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{R} {}^b \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{R} \left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} {}^b \mathbf{v} \\ &= g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m} \mathbf{R} \mathbf{e}_3 \end{aligned}$$

$${}^b \dot{\mathbf{v}} = - \left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} {}^b \mathbf{v} + g\mathbf{R}^T \mathbf{e}_3 - \frac{f}{m} \mathbf{e}_3$$



# 1. 多旋翼控制模型

## □ 多旋翼飞行控制刚体模型

### (3) 动力学模型

- 姿态动力学模型

基于假设1-3，在机体坐标系建立多旋翼姿态动力学方程如下

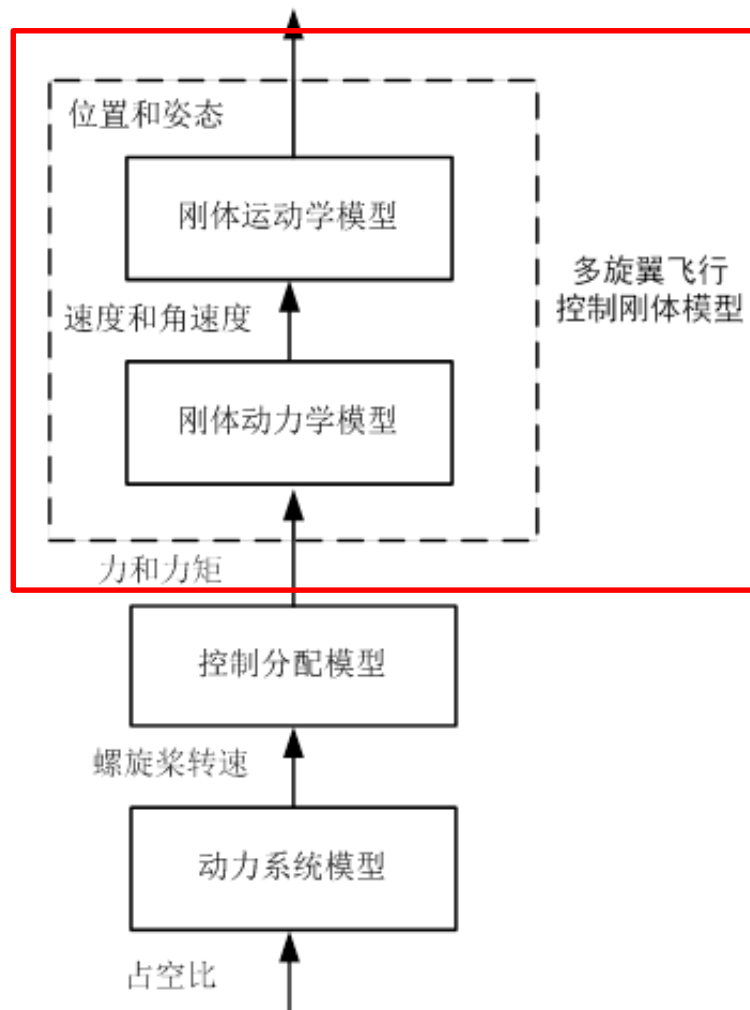
$$\mathbf{J}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau}$$

其中  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z]^T \in \mathbb{R}^3$  表示螺旋桨在机体轴上产生的力矩，  
陀螺力矩

$\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  表示多旋翼的转动惯量。



# 1. 多旋翼控制模型





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 多旋翼飞行控制刚体模型

### (4) 综合多旋翼飞行控制刚体模型

#### 模型1

$$\begin{cases} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m}\mathbf{R}_b^e \cdot \mathbf{e}_3 \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$

#### 模型2

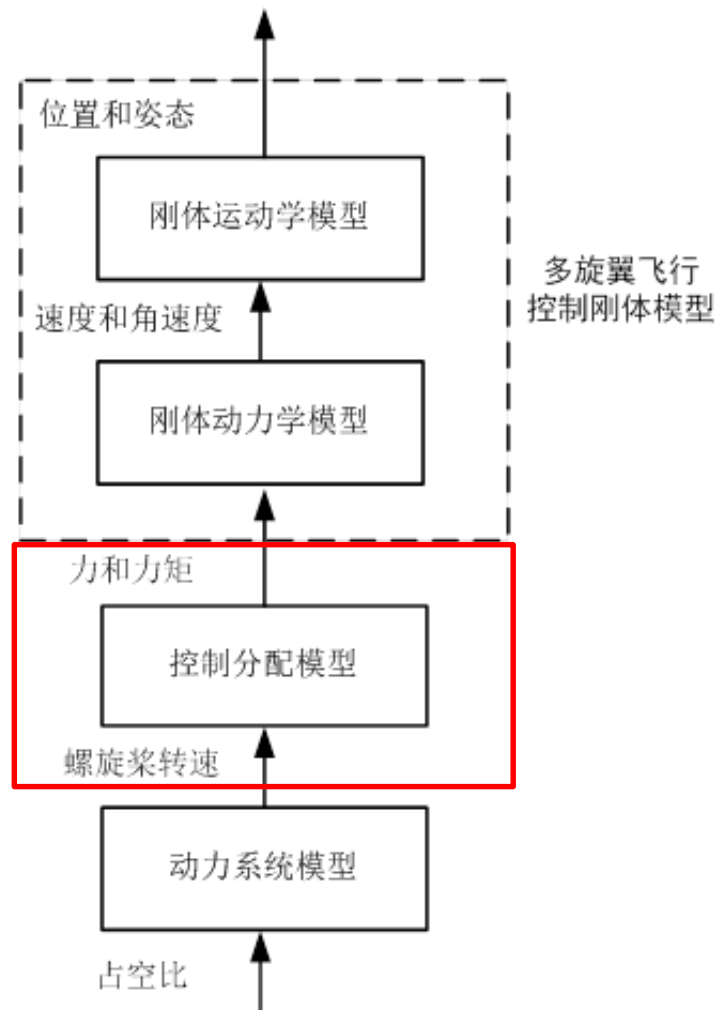
$$\begin{cases} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m}\mathbf{R}_b^e \cdot \mathbf{e}_3 \\ \dot{\mathbf{R}}_b^e = \mathbf{R}_b^e \left[ {}^b\boldsymbol{\omega} \right]_{\times} \\ \mathbf{J}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$

#### 模型3

$$\begin{cases} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m}\mathbf{R}_b^e \cdot \mathbf{e}_3 \\ \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}\mathbf{q}_v^T \cdot {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} \left( q_0\mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$



# 1. 多旋翼控制模型

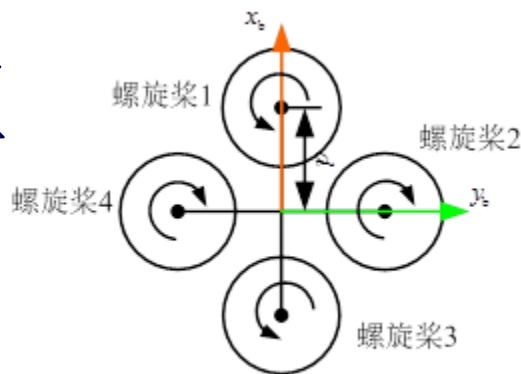




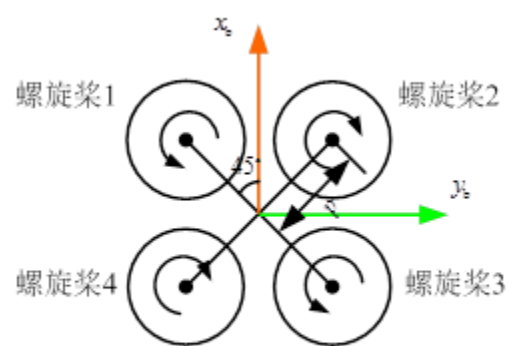
# 1. 多旋翼控制模型

## □ 控制分配模型

### (1) 标准四旋翼



(a) + 字形



(b) × 字形

作用在机体上的总拉力为

$$f = \sum_{i=1}^4 T_i = c_T (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$

对于+字形四旋翼，螺旋桨产生力矩为

$$\tau_x = dc_T (-\omega_2^2 + \omega_4^2)$$

$$\tau_y = dc_T (\omega_1^2 - \omega_3^2)$$

$$\tau_z = c_M (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)$$

其中  $c_T = \frac{1}{4\pi^2} \rho D_p^4 C_T$ ,  $c_M = \frac{1}{4\pi^2} \rho D_p^5 C_M$  (见第四讲)

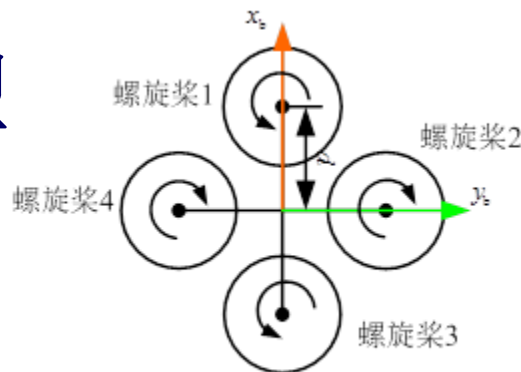
$$\begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ 0 & -dc_T & 0 & dc_T \\ dc_T & 0 & -dc_T & 0 \\ c_M & -c_M & c_M & -c_M \end{bmatrix}}_{M_4} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$



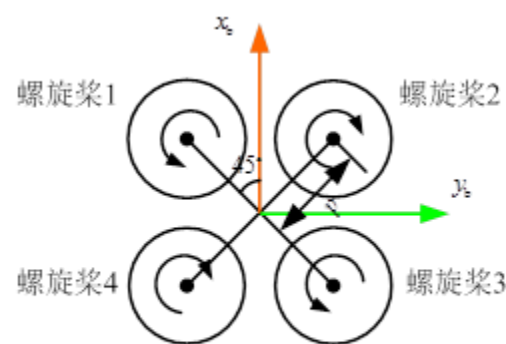
# 1. 多旋翼控制模型

## □ 控制分配模型

### (1) 标准四旋翼



(a) + 字形



(b) × 字形

作用在机体上的总拉力为

$$f = \sum_{i=1}^4 T_i = c_T (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2)$$

对于**X字形四旋翼**，螺旋桨产生力矩为

$$\tau_x = dc_T \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_1^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_2^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_3^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_4^2 \right)$$

$$\tau_y = dc_T \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_1^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_2^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_3^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \varpi_4^2 \right)$$

$$\tau_z = c_M (\varpi_1^2 - \varpi_2^2 + \varpi_3^2 - \varpi_4^2)$$



$$\begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ c_M & -c_M & c_M & -c_M \end{bmatrix}}_{M_4} \begin{bmatrix} \varpi_1^2 \\ \varpi_2^2 \\ \varpi_3^2 \\ \varpi_4^2 \end{bmatrix}$$





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 控制分配模型

### (2) 多旋翼

模型

$$\begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & \cdots & c_T \\ -d_1 c_T \sin \varphi_1 & -d_2 c_T \sin \varphi_2 & \cdots & -d_{n_r} c_T \sin \varphi_{n_r} \\ d_1 c_T \cos \varphi_1 & d_2 c_T \cos \varphi_2 & \cdots & d_{n_r} c_T \cos \varphi_{n_r} \\ c_M \delta_1 & c_M \delta_2 & \cdots & c_M \delta_{n_r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{n_r}} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \vdots \\ \omega_{n_r}^2 \end{bmatrix}$$

其中  $\mathbf{M}_{n_r} \in \mathbb{R}^{4 \times n_r}$ ,  $\delta_i = (-1)^{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, n_r$

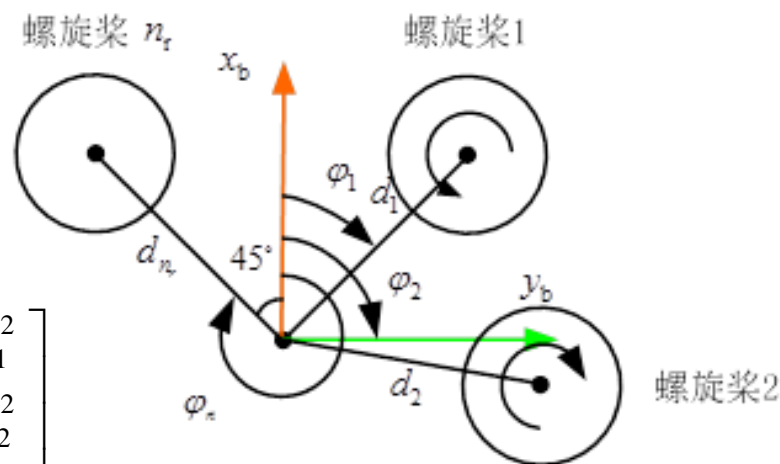


图. 多旋翼系统几何定义

假设5. 奇数标号的螺旋桨逆时针转动，偶数标号顺时针转动。



# 1. 多旋翼控制模型

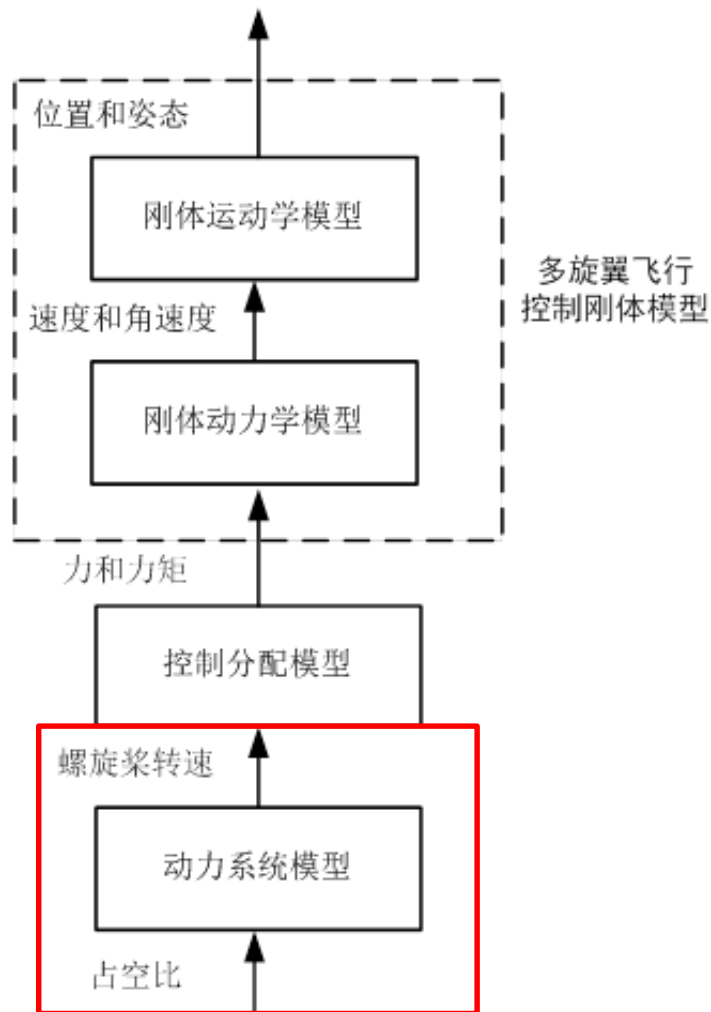
## □ 控制分配模型



Volocopter VC200 – Video for NASA On-Demand Mobility (ODM) Workshop, Washington D.C., March 2016  
<https://www.youtube.com/watch?v=YkiyiSdZzXk&nohtml5=False>



# 1. 多旋翼控制模型





# 1. 多旋翼控制模型

## □ 动力系统模型

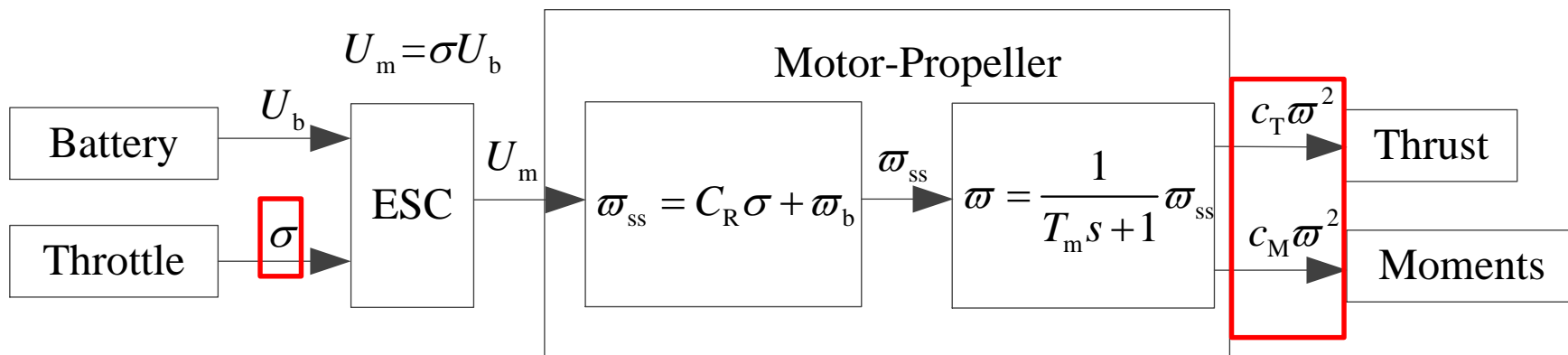


图 动力系统信号传递图

模型

$$\omega = \frac{1}{T_m s + 1} (C_R \sigma + \omega_b)$$

其中电机油门  $\sigma$  为输入，电机转速  $\omega$  为输出， $T_m$  电机的动态响应常数。



# 大纲

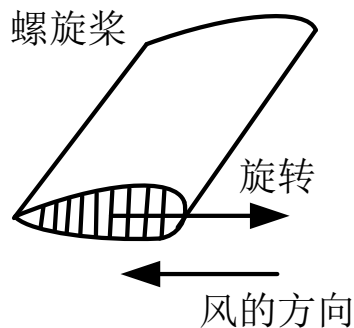
---

1. 多旋翼控制模型
- 2. 多旋翼气动阻力模型**
3. 多旋翼模型参数测量
4. 小结
5. 作业
6. 后续部分
7. 资源

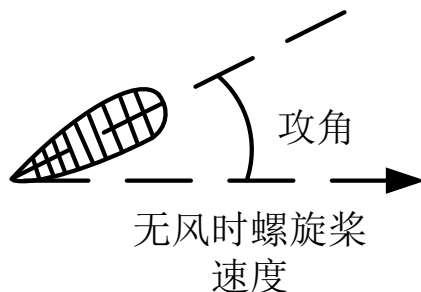


## 2. 多旋翼气动阻力模型

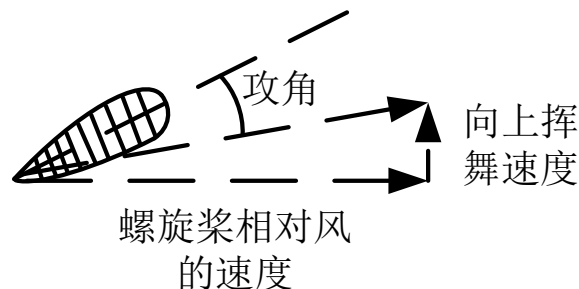
### □ 桨叶挥舞



(a) 螺旋桨剖面图



(b) 无风时螺旋桨速度与攻角



(c) 相对风螺旋桨速度与攻角

图. 螺旋桨速度与攻角变化关系

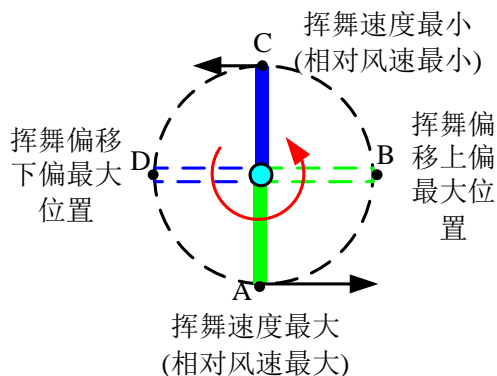
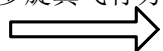
桨叶挥舞是桨叶的上下运动。如上图 (a) 所示，前行桨叶逆风前进，因此获得更大的相对速度。这时作用在螺旋桨的拉力增加，产生向上挥舞速度。如上图 (c)，螺旋桨的向上挥舞速度会减少攻角，进而减少拉力。

可参考 [1] Blade flapping: <http://www.dynamicflight.com/aerodynamics/flapping/>

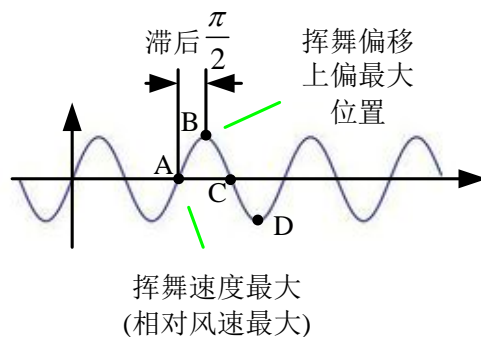
## 2. 多旋翼气动阻力模型

### □ 桨叶挥舞

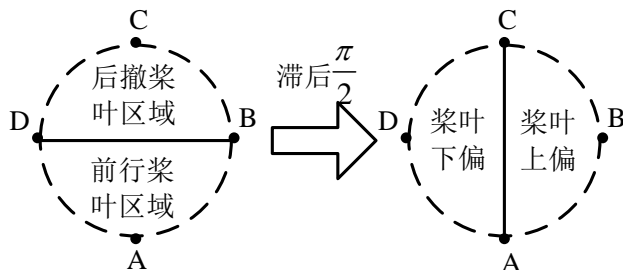
多旋翼飞行方向



(a) 螺旋桨挥舞速度和偏移关系



(b) 正弦曲线对应关系



(c) 桨叶偏转原理

如左图 (a) 所示，多旋翼向右飞行，螺旋桨逆时针旋转。在**A点**处产生最大的相对速度。然而，螺旋桨最大的上偏位置出现在**B点**，其中A点比B点滞后  $\pi/2$ 。这个道理如同正弦曲线运动规律一般 (如图 (b))。因此，如图 (c) 所示，螺旋桨桨盘下方是**前行螺旋桨** (Advancing blade) 区，上方是**后撤螺旋桨** (Retreating blade) 区。因为位置滞后速度，因此，前面半区是螺旋桨上偏区，而后面半区是螺旋桨下偏区。

图 螺旋桨挥舞速度与偏移位置示意图





## 2. 多旋翼气动阻力模型

### □ 桨叶挥舞

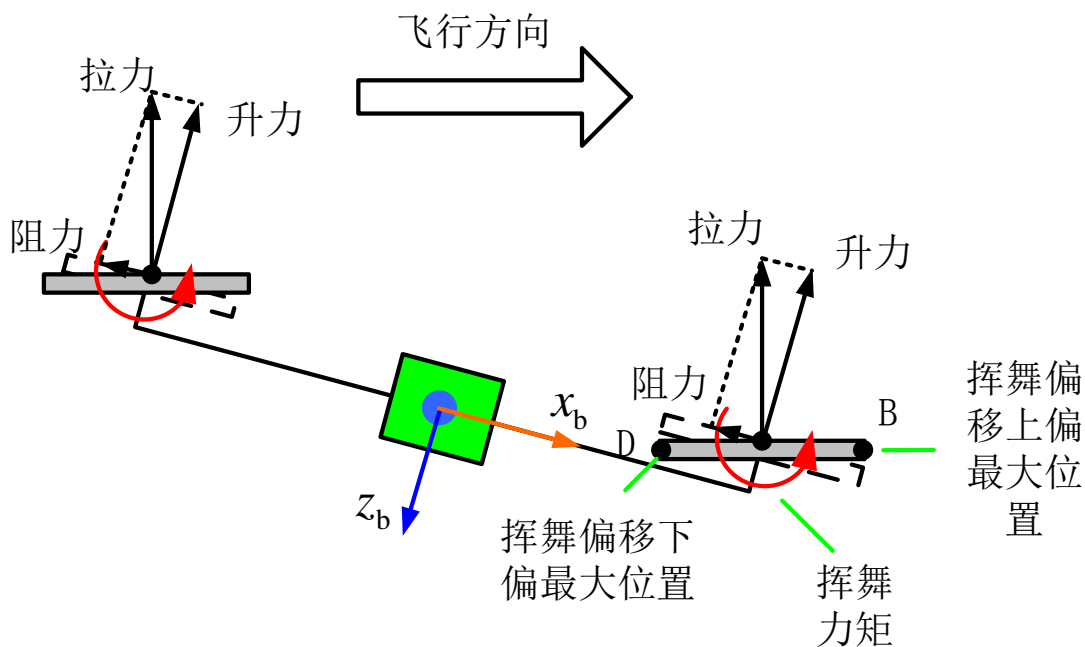


图 多旋翼飞行时的升力阻力示意图

由于螺旋桨的挥舞，改变了桨盘的方向，从而进一步改变了拉力的方向。从左图可以看出，**拉力不再与多旋翼的机体轴平行，而是在 $x_b$ 负方向上产生分量，即诱导阻力**。该阻力是多旋翼阻力的主要组成部分，不容忽视。多旋翼气动阻力模型将以此为依据。

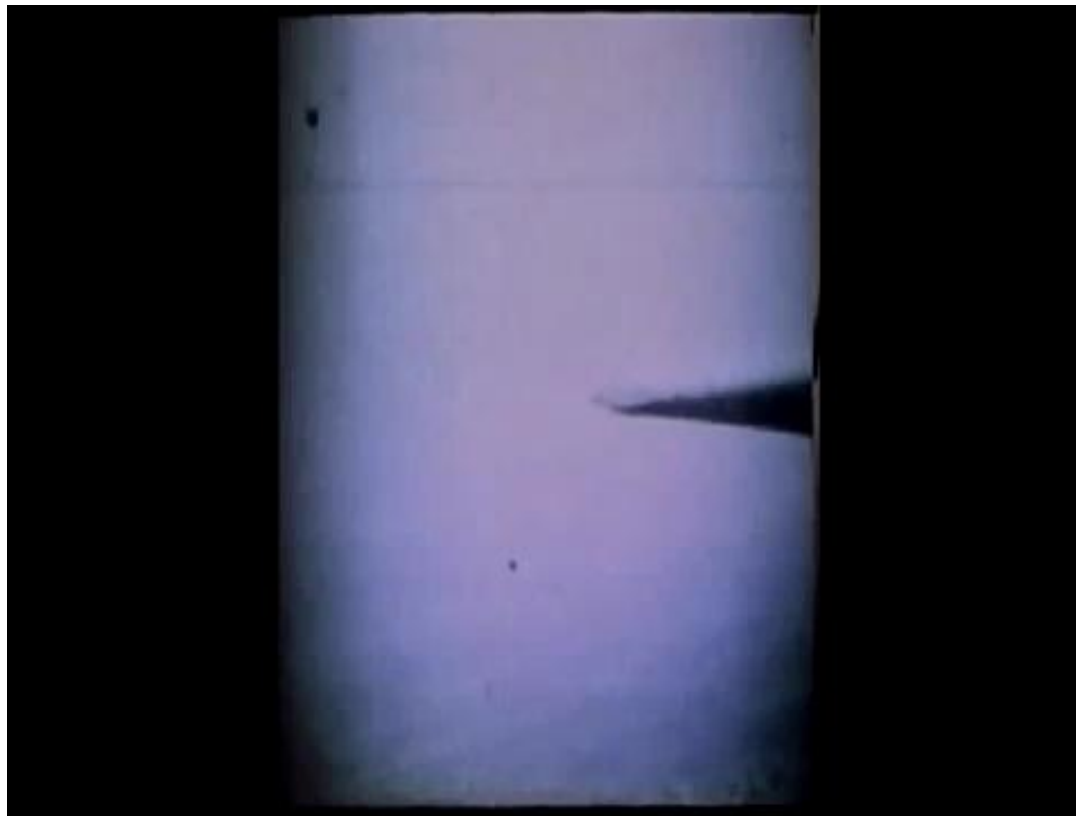




## 2. 多旋翼气动阻力模型

---

### □ 桨叶挥舞



Slow motion video of a helicopter rotor blade, [https://www.youtube.com/watch?v=Ug6W7\\_tafnc&nohtml5=False](https://www.youtube.com/watch?v=Ug6W7_tafnc&nohtml5=False)



## 2. 多旋翼气动阻力模型

### □ 多旋翼气动阻力模型

回顾p. 10 “机体系下的位置动力学模型”

$${}^b\dot{\mathbf{v}} = -[{}^b\boldsymbol{\omega}]_{\times} {}^b\mathbf{v} + g\mathbf{R}^T\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m}\mathbf{e}_3$$

多旋翼在机体轴 $x_b, y_b$ 上的速度为

$$\dot{v}_{x_b} = v_{y_b}\omega_{z_b} - v_{z_b}\omega_{y_b} - g\sin\theta$$

$$\dot{v}_{y_b} = v_{z_b}\omega_{x_b} - v_{x_b}\omega_{z_b} + g\cos\theta\sin\phi$$

阻力表示如下

$$f_x = -k_{\text{drag}}v_{x_b}$$

$$f_y = -k_{\text{drag}}v_{y_b}$$

其中 $f_x, f_y$  分别表示在机体轴  $x_b, y_b$  上的阻力，而  $k_{\text{drag}} \in \mathbb{R}_+$  表示阻力系数。



## 2. 多旋翼气动阻力模型

### □ 多旋翼气动阻力模型

多旋翼气动阻力模型如下

$$\begin{aligned}\dot{v}_{x_b} &= v_{y_b} \omega_{z_b} - v_{z_b} \omega_{y_b} - g \sin \theta - \frac{k_{\text{drag}}}{m} v_{x_b} \\ \dot{v}_{y_b} &= v_{z_b} \omega_{x_b} - v_{x_b} \omega_{z_b} + g \cos \theta \sin \phi - \frac{k_{\text{drag}}}{m} v_{y_b}\end{aligned}$$

或者

$$\begin{aligned}\dot{v}_{x_b} &= v_{y_b} \omega_{z_b} - v_{z_b} \omega_{y_b} - g \sin \theta - \frac{k_{\text{drag}}}{m} v_{x_b} \\ \dot{v}_{y_b} &= v_{z_b} \omega_{x_b} - v_{x_b} \omega_{z_b} + g \cos \theta \sin \phi - \frac{k_{\text{drag}}}{m} v_{y_b} \\ \dot{k}_{\text{drag}} &= 0\end{aligned}$$

$k_{\text{drag}}$  常数



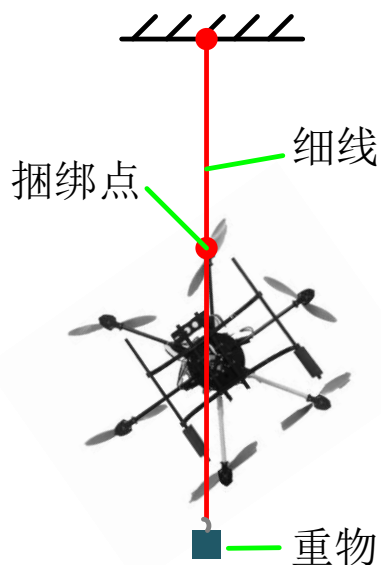
# 大纲

---

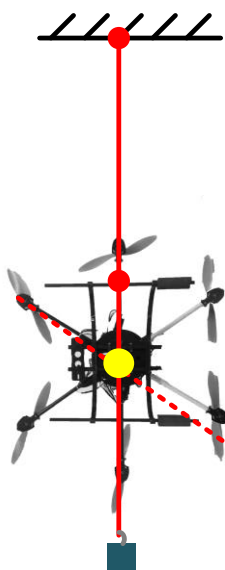
1. 多旋翼控制模型
2. 多旋翼气动阻力模型
- 3. 多旋翼模型参数测量**
4. 小结
5. 作业
6. 后续部分
7. 资源

## 3. 多旋翼模型参数测量

### □ 重心位置



(a) 第一次悬挂



(b) 第二次悬挂

图 多旋翼质心的确定方式

步骤如下：

(1) 取一根细绳，末端绑上重物，将多旋翼某机臂的一头绑在细绳中间，然后提起细绳的另一头。记录悬线在多旋翼上的位置(图(a)中实线，(b)中虚线所示)。

(2) 同样的，将接触点放在另一个地方，提起多旋翼并记录悬线位置。

(3) 如图(b)所示，取两次记录悬线的交点位置就是多旋翼质心所在位置。

(4) 通过多次同样的测量，可提高质心测量精度。

# 3. 多旋翼模型参数测量

## 转动惯量

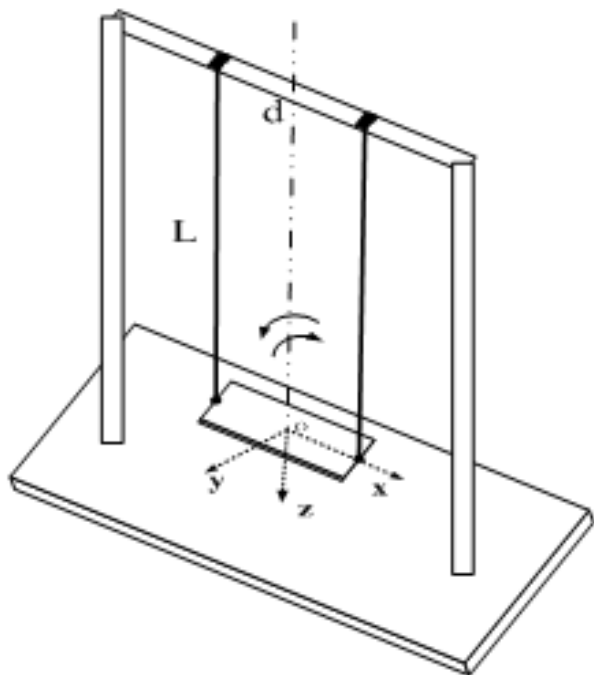


图 双线摆测量转动惯量示意图

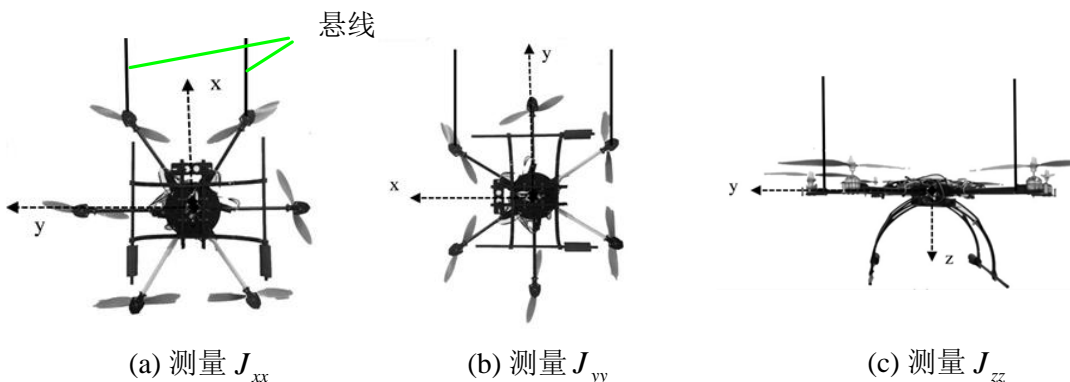


图 多旋翼主轴转动惯量测量

**原理：**以z轴为例，双线摆动的周期满足下列公式

$$T_0 = 4\pi \sqrt{\frac{J_{zz}L}{m_0gd^2}}$$

从而有

$$J_{zz} = \frac{m_0gd^2}{16\pi^2L} T_0^2$$

**问题：惯性积**

$J_{xy}, J_{yz}, J_{xz}$

**如何求？**

步骤详情见“全权，戴训华等，一种测量小型飞行器转动惯量与惯性积的方法. 发明专利，授权号ZL 201310479270.0”。



### 3. 多旋翼模型参数测量

#### □ 动力系统参数测量

##### (1) 基本原理

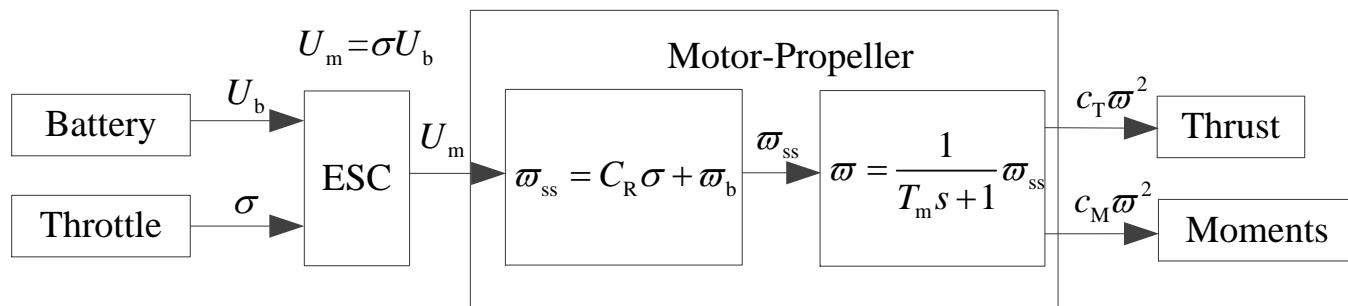


图 动力系统信号传递图

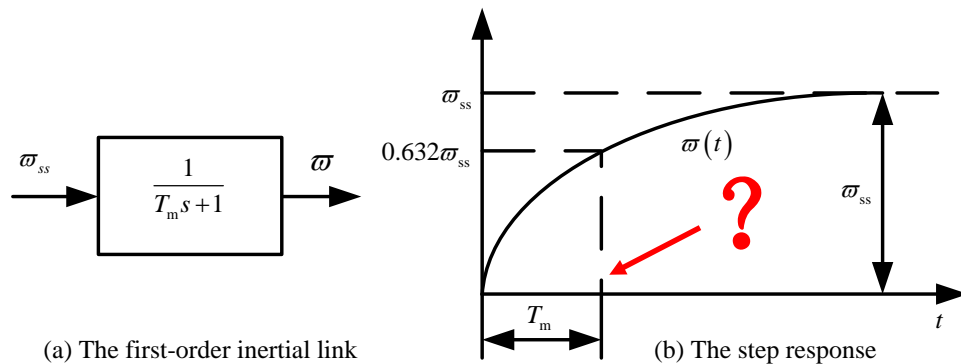


图 电机惯性环节方块图与阶跃响应曲线

$$\omega = \frac{1}{T_m s + 1} (C_R \sigma + \omega_b)$$

动态参数  $T_m$       稳态参数  $C_R$  and  $\omega_b$

$$T = c_T \omega^2 \quad M = c_M \omega^2$$

Dynamic parameters  $T_m$  and  $c_T$  are associated with the thrust equation, while steady-state parameters  $C_R$ ,  $\omega_b$ , and  $c_M$  are associated with the moment equation.



### 3. 多旋翼模型参数测量

#### □ 动力系统参数测量

##### (2) 测量装置



图 网友DIY动力系统测量装置<sup>1</sup>



图 专业动力系统测量装置RCbenchmark-1580<sup>2</sup>

1. <http://bbs.5imx.com/forum.php?mod=viewthread&tid=871144>
2. <https://www.rcbenchmark.com/?from=singlemessage&isappinstalled=0>





### 3. 多旋翼模型参数测量

---



**Brushless Motors and Propellers Test Tools**

RCbenchmark-1580使用演示视频，链接：<https://www.youtube.com/watch?v=O4ORChwM68g>

---



# 3. 多旋翼模型参数测量

## □ 动力系统参数测量

### (3) 测量结果(稳态参数)

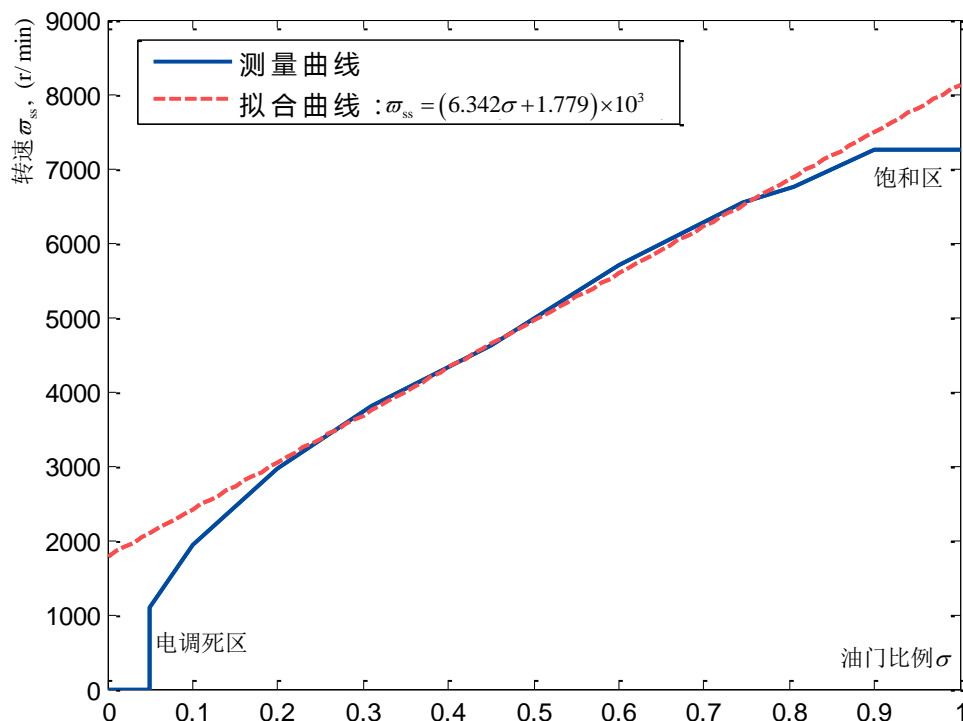


图. 油门-稳态转速曲线

目标:

$$\varpi = \frac{1}{T_m s + 1} (C_R \sigma + \varpi_b)$$

稳态参数

在多旋翼正常工作的区间

$0.2 < \sigma < 0.8$  , 油门-稳态转速曲线呈现完美的线性, 对该曲线进行线性拟合可以得到:

$$\varpi_{ss} = 6342\sigma + 1779$$

单位r/min, 还需转为rad/s



# 3. 多旋翼模型参数测量

## 动力系统参数测量

### (3) 测量结果

目标:  $T = c_T \omega_{ss}^2$   $M = c_M \omega_{ss}^2$

稳态参数

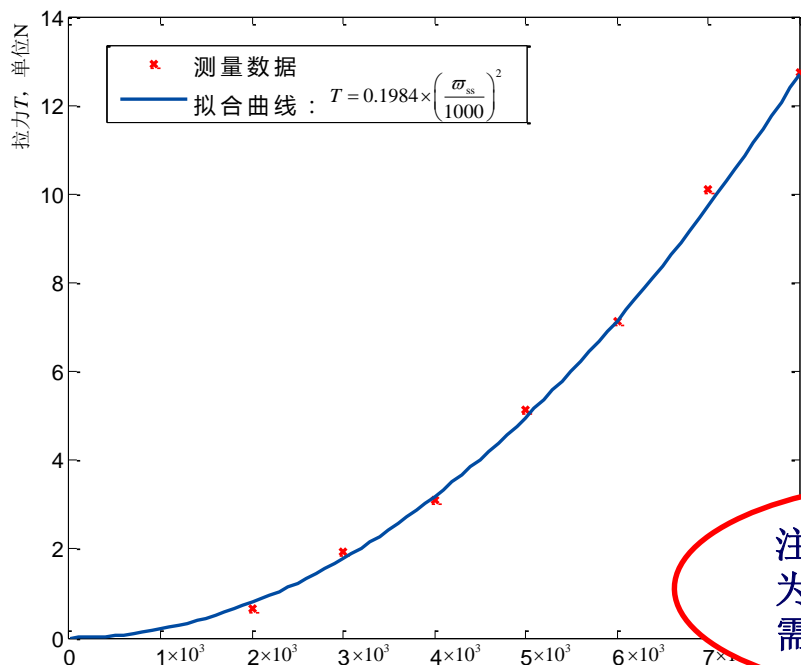


图. 转速-拉力实验数据与拟合效果

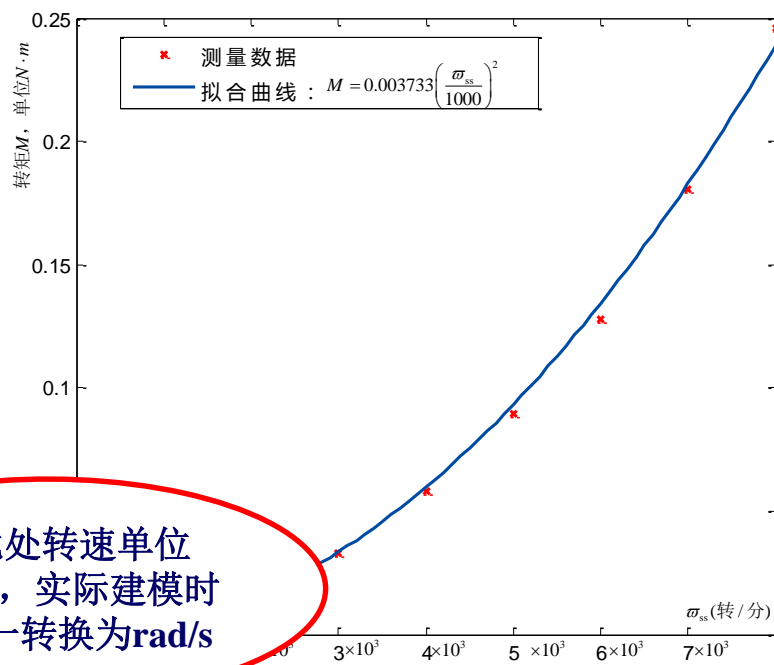


图. 转速-转矩实验数据与拟合

注意: 此处转速单位为  $r/min$ , 实际建模时需要统一转换为  $rad/s$

$$T = 0.1984 \left(\omega_{ss}/1000\right)^2 \quad c_T = 1.984 \times 10^{-7}$$

$$M = 0.003733 \left(\omega_{ss}/1000\right)^2 \quad c_M = 3.733 \times 10^{-9}$$



## 3. 多旋翼模型参数测量

### □ 动力系统参数测量

#### (3) 测量结果

目标:  $\varpi = \frac{1}{T_m s + 1} (C_R \sigma + \varpi_b)$

动态参数

将电调信号线接到遥控器的三段开关上（输出值在0, 0.5, 1之间跳变），然后快速改变开关位置，并用拉力机记录拉力变化曲线。

将电机假设为一阶惯性环节，而一阶惯性环节的时间常数 $T_m$ 为电机阶跃响应，其值为电机转速从0增加到0.632倍转速稳态值所消耗的时间，即为拉力从0增加到0.4倍拉力稳态值所消耗的时间。

$$T_m = \Delta t = t_e - t_s = 0.098s$$

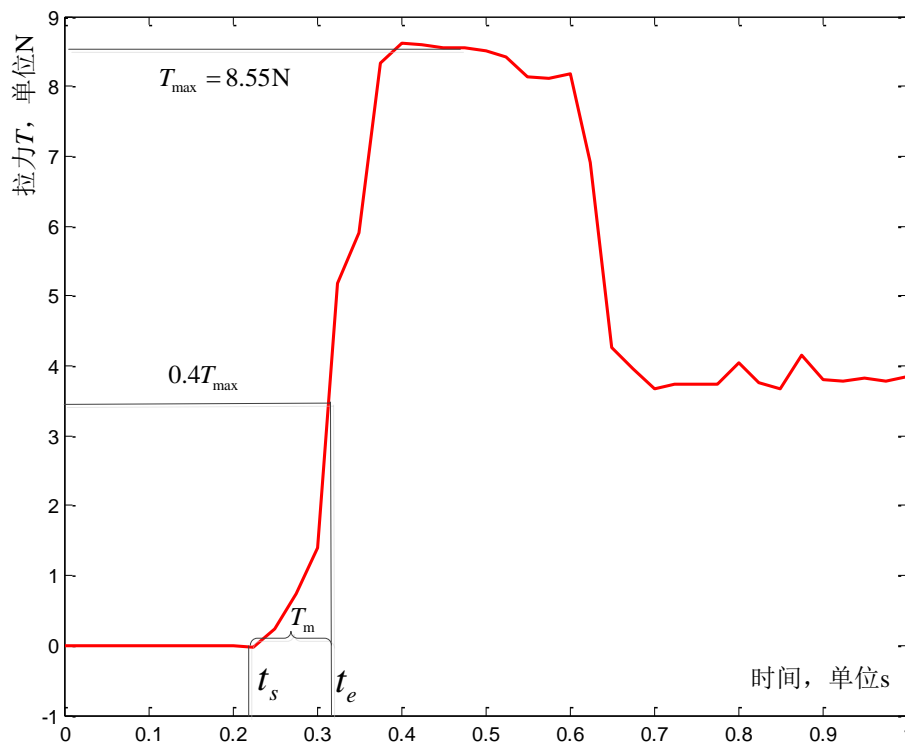


图 电机响应曲线



# 大纲

---

1. 多旋翼控制模型
2. 多旋翼气动阻力模型
3. 多旋翼模型参数测量
4. 小结
5. 作业
6. 后续部分
7. 资源



## 4. 小结

---

- 详细推导了多旋翼飞行控制刚体模型、控制分配模型以及动力系统模型。这三者合起来便是多旋翼控制模型。感兴趣的读者可参考文献[2][3][4]。
- 解释了桨叶挥舞，建立了多旋翼气动阻力模型。
- 介绍了如何获取模型参数。
- 对于非常高精度的控制来说，需要更高精度的模型，比如：在风干扰下的运动模型、地效作用下的运动模型、前飞情况下的气动模型等等。

[2] Bresciani T. Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter [Master dissertation]. Lund University, Sweden, 2008.

[3] De Oliveira M. Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft [Master dissertation]. Czech Technical University, Czech, 2011.

[4] Pounds P, Mahony R, Corke P. Modelling and control of a large quadrotor robot. Control Engineering Practice, 2010, 18(7): 691-699.



## 5. 作业

---

选做一题：

1. 写出Volocopter VC200的控制分配模型（尺寸去官网查找， $c_T$ 和 $c_M$ 用字母替代）；
2. 惯性积  $J_{xy}, J_{yz}, J_{xz}$  如何测量？查找文献，写出大概的可行方案和思路。
3. 自拟一道与本章节内容相关的题，并给出自己理解。（难度与上面题目相当，不能抄袭其他书籍）



## 6. 后续部分

多旋翼飞行器**建模部分**已经结束，下周开始多旋翼飞行器**状态估计部分**。

### 2016. 4. 21 第七次课：传感器模型以及校正

- 首先建立这些传感器的测量模型，进而进一步提出校正方法，估计需要校正的参数。

### 2016. 4. 28 第八次课：可观性和卡尔曼滤波

- 有了传感器不一定能将需求的信息估计出来，这就是可观性问题。如果系统不可观，那么所做的滤波也就没有意义了。在可观的基础上，可以设计滤波器。本章介绍目前自动驾驶仪用得最为广泛的卡尔曼滤波器。

### 2016. 5. 5 第九次课：多旋翼的运动信息估计

- 包括姿态估计、位置-速度估计、速度估计和障碍估计。

如果有从事与以上课程相关的工程师和专家，欢迎推荐和自荐。通过后，可安排在课堂与同学们分享经验。邮箱：全权，[qq\\_buaa@buaa.edu.cn](mailto:qq_buaa@buaa.edu.cn)





## 7. 资源

---

- (1) 课程中心 (课件、资料、作业等)
- (2) 可靠飞行控制研究组主页 (课件等)

<http://rfly.buaa.edu.cn/resources/>

- (3) 关注可靠飞行控制研究组公众号 **buaarfly** (课件等)





# 谢谢！

如课件有错误之处，请反馈到邮箱 [qq\\_buaa@buaa.edu.cn](mailto:qq_buaa@buaa.edu.cn)