

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉运动方程

原创 心之器机 已于 2022-05-12 16:07:31 修改 阅读量1.7w 收藏 152 点赞数 38

分类专栏: 机器人 文章标签: 运动学

开放原子开发者工作坊 文章已被社区收录

机器人 专栏收录该内容

66 订阅 11 篇文

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉运动方程

最近研究欧拉角速度与角速度之间的关系，特别折磨，网上的资料要不就是地理学的进动——章动——自转那一套欧拉角与角速度的关系，要套欧拉角与角速度的关系，不具有普遍性，因此在大干三天后，将自己的心得写上来供大家参考。

欧拉角

欧拉角的定义不再赘述，简单来说它是确定定点转动刚体位置的3个一组独立角参量。这个东西坏就坏在它有太多种了。绕轴转动的顺序不同（绕轴转动的类型不同（指绕惯性坐标系x-y-z或刚体固连坐标系x-y'-z''），两次转动绕同一轴如（z-x'-z''）等等，都会产生不同的欧拉角。场合使用的欧拉角不同，甚至同一欧拉角的俗称也不同，带来了非常大的不便。在机器人学中，常用的是以下两种欧拉角：

RPY角：指绕惯性坐标系旋转（即绕的轴在整个旋转中是固定不变的），依次绕X轴（roll角），Y轴（pitch角），Z轴（yaw角）进行旋转。

ZYX角：指绕刚体固连坐标系旋转（即绕的轴会随着旋转变化而变化），依次绕z轴（yaw角），旋转后的y'轴（pitch角），两次旋转后的x''轴转。

注意，这两种旋转是完全等价的，即若roll，pitch，yaw取相同的值，按这两种过程进行旋转，得到的结果相同。

在一些设计仿真软件（如adams）中，它们的Euler Angle指的是**ZYZ角**，即绕刚体固连系的z轴，y'轴，z''轴进行旋转。

角速度

角速度很简单，初中生都知道。但是具体使用起来却容易出错。因为角速度有两种表示方式，一种表示在惯性坐标系，为**全局角速度**。常用在等领域。另一种表示在刚体固连坐标系，为**随体角速度**。常用在陀螺仪、惯导等领域。这两种角速度在于欧拉角之间进行转换时，思路是不同

全局角速度与ZYX欧拉角速率之间的转换

角速度w是表示在惯性坐标系的，可分解为

$$w = w_x i + w_y j + w_z k$$

同时，有可以将它分解到刚体固连坐标系三次旋转的转轴上：

$$w = dr \cdot e_1 + dp \cdot e_2 + dy \cdot e_3$$

dr、dp、dy即为roll、pitch、yaw角速度的值。

(1)首先，绕着固连系z轴（也是惯性系z轴）旋转dy完成了第一次旋转，其值为

$$dy \cdot e_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dr \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2)其次，绕着固连系（这里的固连系并非狭义上的固连系，而是值进行过一次roll旋转的坐标系，注意是roll旋转而不是上文提到的dr旋转）的转，旋转量为dp，固连系的y'轴与惯性系的y轴之间存在R_{yaw}的变换，即

$$dp \cdot e_2 = \begin{bmatrix} \cos(yaw) & -\sin(yaw) & 0 \\ \sin(yaw) & \cos(yaw) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ dp \\ 0 \end{bmatrix}$$



心之器机 关注

38 152 21

(3) 最后，绕着固连系的 x'' 轴轴旋转 dr 。此时的 x'' 轴和惯性系的 x 轴之间存在 $R_{yaw} R_{pitch}$ 的变换，即

$$dp \cdot e_2 = \begin{bmatrix} \cos(yaw) & -\sin(yaw) & 0 \\ \sin(yaw) & \cos(yaw) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(pitch) & 0 & \sin(pitch) \\ -\sin(pitch) & 0 & \cos(pitch) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dy \end{bmatrix}$$

将三者相加，就可得到角速度与欧拉角速度率的关系：
换，即

$$\begin{bmatrix} wx \\ wy \\ wz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(pitch) * \cos(yaw) & -\sin(yaw) & 0 \\ \cos(pitch) * \sin(yaw) & \cos(yaw) & 0 \\ -\sin(pitch) & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dr \\ dp \\ dy \end{bmatrix}$$

若要求得随体角速度和ZYX角速度的关系，方法与上面类似，但要注意顺序是反过来的，即 dr 是绕随体坐标系中的 x 轴，无需进行变换， dp 需要换等等。结果如下：

$$w = dr + R'_{roll} \cdot dp + R'_{roll} R'_{pitch} \cdot dy$$

即：

$$\begin{bmatrix} wx \\ wy \\ wz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(pitch) \\ 0 & \cos(roll) & \cos(pitch) * \sin(roll) \\ 0 & -\sin(roll) & \cos(pitch) * \cos(roll) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dr \\ dp \\ dy \end{bmatrix}$$

对于全局RPY角，由于其与ZYX角等效，结果完全相同，推导方法也类似。至于其他的欧拉角种类，推导方法也是相似的，朋友们可以自己尝

欧拉角微分方程-求解欧拉角速度

已知：1.机体坐标系的角速度 gyro_x, gyro_y, gyro_z; 2.欧拉角，pitch, roll, yaw，参考我的上一章节姿态解算知识点1——四元数互滤波求解：地理坐标系的角速

欧拉角速率和机体角速度转换

欧拉角速率和机体角速度转换的详细推导

21 条评论 >  ssr_acty 热评 感谢博主，最后这个公式和我从PX4中找到的一模一样，应该没问题

【刚体姿态运动学】角速度和欧拉角速率的换算关系的详细推导

欧拉角:刚体绕运动轴旋转的角度(内旋Intrinsic rotations) 固定角:刚体绕固定轴

欧拉角速度和机体角速度_欧拉角速率和机体角速率的关系

欧拉角速度和机体角速度 和 分别表示惯性系S下的位置和姿态; 和 分别表示机体系下的线速度和角速度,则无人机在惯性系下的位移与机体系下的线速度关系 表示为

刚体动力学: 欧拉角导数和角速度之间的转换关系推导 (不同坐标系下的表示)

sul

刚体动力学: 欧拉角导数和角速度之间的转换关系推导 (不同坐标系下的表示)

欧拉角速度和机体角速度

和分别表示惯性系S下的位置和姿态，和分别表示机体系下的线速度和角速度，则无人机在惯性系下的位移与机体系下的线速度关系...

day01无人机理论_欧拉角变化率与机体角速度

1欧拉角的定义 2 欧拉角变化率与机体角速度的关系 根据学习北航《多旋翼飞行器设计与控制》的课件,结合自己理解、推导写的笔记,以此加深理解,与大家交流。

【刚体姿态运动学】角速度和欧拉角速率的换算关系的详细推导 最新发布

Scarle

本文以一种新的角度推导刚体姿态运动学，也即角速度和欧拉角速率之间的换算，不同于相似博文的地方在于，本文旨在从原理上给出直观清晰生动的解释。将详

ROS-Difference between euler angles rate and angular velocity

Ja

1. 概念区分参考资料: https://www.reddit.com/r/robotics/comments/3mgqab/whats_the_difference_between_roll_pitch_yaw_rate/ (可能需要外网打开) 2. 两者的

浅谈牛顿-欧拉方程及其推导

m0_378:

牛顿-欧拉方程推导过程



心之器机

关注

38



152

21



刚体姿态运动学 (二) 旋转的微分形式——角速

刚体姿态运动学（二）姿态的微分形式——角速度、欧拉角导数、四元数导数、旋转矩阵导数上一篇我们讲了姿态的表达方式及其转换，可以说还是比较简单的。

欧拉角变化率和机体角速度的关系

weixin_4056

这篇blog用于帮助初学者了解欧拉角变化率和机体角速度的关系。

傻子都能看懂的 —— 详解欧拉公式推导

7

不论是高等数学还是大学物理，欧拉公式都如影随形。因为其重要性和划时代意义，Euler Formula(欧拉公式)有着很多了不起的别称，例如“上帝公式”、“最伟大的

houfangjiaohui.zip_旋转矩阵_欧拉旋转_欧拉角

基于欧拉角作为旋转矩阵的后方交会程序。用于计算相片的外方位元素。你懂得

矩阵与欧拉角_矩阵与欧拉角互换_scara_

旋转矩阵与欧拉角互换，有水平机器人scara正解

大学机器人教程第03章 运动学方程.ppt

本章节主要介绍了机器人运动学方程的基本概念和原理，包括齐次变换、A矩阵、T矩阵、欧拉角、摇摆、俯仰和偏转、圆柱坐标、球坐标等。3.1 引言 在机器人

欧拉角速率与机体角速度转换详细推导

weixin_3966

根据旋转矩阵及绕各个轴旋转的角速度，推导机体角速度 旋转矩阵旋转矩阵还不清楚的同学去看我的另一篇博客，这里咱们废话不多说，旋转矩阵已知 欧拉角 大

INS/GNSS组合导航（七）角速度坐标系变换与欧拉角转换

scott11

角速度坐标系变换与欧拉角转换，卡单角与欧拉角

欧拉-拉格朗日方程 热门推荐

5

欧拉-拉格朗日方程（The Euler-Lagrange equation）最近经常看到这个，正好趁这次ddl总结一下。文章结构一、泛函二、引例 1.最短路径 2.最速降线三、欧拉拉

刚体动力学-牛顿欧拉方程（刚体旋转）

sul

刚体动力学-牛顿欧拉方程（刚体旋转）

刚体运动学——欧拉角、四元数、旋转矩阵

风

前言刚体运动旋转一般用：欧拉角、四元数、轴角对等表示，在对某个坐标旋转的时候，只需将欧拉角或四元数转换为旋转矩阵，并与原始坐标相乘，便可得到旋

彻底搞懂阻抗控制、导纳控制、力位混合控制

a7351

彻底搞懂阻抗控制、导纳控制、力位混合控制本人在学习的机械臂力控时，始终觉得这三个概念太过抽象，不能很好理解，读了很多博客和文献，仍然感觉没有参

tle5012 角速度 rpm

回答1： TLE5012是一款高精度、非接触式的角速度传感器，用于测量旋转物体的转速。它能够以rpm（每分钟转数）为单位提供精确的角速度测量结果。 TL

“相关推荐”对你有帮助么？

非常没帮助 没帮助 一般 有帮助 非常有帮助

关于我们 招贤纳士 商务合作 寻求报道 400-660-0108 kefu@csdn.net 在线客服 工作时间 8:30-22:00

公安备案号11010502030143 京ICP备19004658号 京网文〔2020〕1039-165号 经营性网站备案信息 北京互联网违法和不良信息举报中心

家长监护 网络110报警服务 中国互联网举报中心 Chrome商店下载 账号管理规范 版权与免责声明 版权申诉 出版物许可证 营业执照

©1999-2024北京创新乐知网络技术有限公司



心之器机

码龄6年

暂无认证

30 6万+ 196万+ 16万+ 原创 周排名 总排名 访问 等级

1456 256 314 122 1778 积分 粉丝 获赞 评论 收藏



私信

关注

大额流量券送不停

多发多得，流量翻倍！

去查看



心之器机

关注

38



152



21



搜博主文章

Q

热门文章

彻底搞懂阻抗控制、导纳控制、力位混合控制

40378

牛顿迭代法收敛性的一点讨论

18426

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉运动方程

17953

刚体姿态运动学（二）旋转的微分形式——角速度、欧拉角速度、四元数导数、旋转矩阵导数

13879

基于MPC的移动机器人轨迹跟踪控制matlab例程

7366

分类专栏

 机器人

11篇

 机器人算法工程师

4篇

 slam

6篇

 ROS

2篇

 从零开始的力扣之旅

1篇

 ompl

5篇

▼

最新评论

彻底搞懂阻抗控制、导纳控制、力位混合...
unknownwww: 参考位置是什么意思

彻底搞懂阻抗控制、导纳控制、力位混合...
崔健宁: 有一点没有搞懂。请问一下，阻抗控制的框图中，如果 $F_r = F_e$ 的话，那么力 F_r ...

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉...
ssr_acty: 确实是有的，应该是在，PX4-Autopilot\src\modules\fw_att_control\eccl_yav...

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉...
ssr_acty: 确实是有的，应该是在，PX4-Autopilot\src\modules\fw_att_control\eccl_yav...

基于MPC的移动机器人轨迹跟踪控制matl...
普通网友: 请问这个轨迹应该调整什么参数才会好一i点，我发现仿真的轨迹很差

您愿意向朋友推荐“博客详情页”吗？











强烈不推荐

不推荐

一般般

推荐

强烈推荐

最新文章

非线性优化的数值方法小结——梯度下降法，牛顿法，高斯牛顿法，LM法

机器人算法工程师入门指南（四）常用技能与如何备战offer

机器人算法工程师入门指南（三）机器人算法工程师需要学习哪些知识？（及教材推荐）



心之器机

关注

38



152

21



2023年 1篇 2021年 12篇
2020年 13篇 2019年 7篇

目录

欧拉角速度与角速度的关系推导——欧拉...

欧拉角

角速度

全局角速度与ZYX欧拉角速率之间的...



心之器机

关注

👍 38



★ 152

💬 21

