

三维模块化特征线方法

刘宙宇, 吴宏春, 曹良志, 陈其昌, 李云召

(西安交通大学核科学与技术学院, 西安, 710049)

摘要: 提出了一种新的模块化特征线方法。该方法将求解几何剖分为许多长方体栅元, 从中选出所有的典型栅元, 仅存储典型栅元的特征线信息, 从而大量减少特征线信息。为了解决现有求积组公式不适用于新特征线的产生方法, 提出了新的求积组权重公式。应用该方法对三维栅元和小型轻水反应堆进行数值计算, 结果显示, 该模块化特征线方法结果可靠并且可以显著地减少特征线信息。

关键词: 三维特征线方法; 模块化; 求积组

中图分类号: TL323 **文献标识码:** A

1 引 言

特征线方法是一种三维复杂几何的中子输运计算的有力工具。然而, 直接将特征线方法应用到几何尺寸较大的问题时将面临庞大的信息量而无法进行。

为了解决这一问题, 本文提出了一种新特征线追踪技术。它在保证特征线方法几何处理能力的同时能显著地减少特征线信息量。其基本思想是将求解几何剖分为许多长方体栅元, 并从中选出所有的典型栅元, 且仅存储典型栅元的特征线信息, 极大地减少特征线信息量。由于现有角度求积不能满足模块化特征线方法, 本文提出了新的求积组权重公式。

2 理论模型

2.1 特征线方法

输运方程沿某一方向可以简写为以下特征线方程:

$$\frac{d\phi_g(s, \Omega_m)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\phi_g(s, \Omega_m) = Q_g(s, \Omega_m) \quad (1)$$

式中, $\phi_g(s, \Omega_m)$ 为 s 位置处沿 Ω_m 方向的中子角通量, $s^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$; $\Sigma_{t,g}(s)$ 为 s 位置处材料的总截面, cm^{-1} ; $Q_g(s, \Omega_m)$ 为 s 位置处沿 Ω_m 方向的中子源项, $s^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ 。

若假设子区内材料截面和源项为定值, 当已知沿特征线方向入射中子通量时, 即可以得到出

射中子角通量:

$$\phi_{g,i,k}^{\text{out}}(\Omega_m) = \phi_{g,i,k}^{\text{in}}(\Omega_m) \exp(-\Sigma_{t,g,i} s_{i,k}) + \frac{Q_{g,i}(\Omega_m)}{\Sigma_{t,g,i}} [1 - \exp(-\Sigma_{t,g,i} s_{i,k})] \quad (2)$$

式中, $\phi_{g,i,k}^{\text{out}}(\Omega_m)$ 为出射中子角通量, $s^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$; $s_{i,k}$ 为沿特征线 k 从子区 i 的入射点到出射点的距离, cm ; $\phi_{g,i,k}^{\text{in}}(\Omega_m)$ 为入射中子角通量, $s^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ 。

沿特征线 i, k 的平均角通量可表示为:

$$\bar{\phi}_{g,i,k}(\Omega_m) = \frac{Q_{g,i}(\Omega_m)}{\Sigma_{t,g,i}} + \frac{\phi_{g,i,k}^{\text{in}}(\Omega_m) - \phi_{g,i,k}^{\text{out}}(\Omega_m)}{\Sigma_{t,g,i} s_{i,k}} \quad (3)$$

2.2 三维模块化特征线方法

2.2.1 方法的组成 三维模块化特征线方法的组成及流程如图 1 所示。

三维模块化特征线产生方法由几何模块化过程和特征线生成两部分组成。几何模块化过程包括几何建模、网格剖分、提取典型栅元; 求栅元排列方式。在此过程中, 先将求解几何剖分为许多长方体栅元。由于这些栅元大多数是相同的, 因此, 在特征线追踪时只考虑典型栅元, 以通过基于计算机辅助设计软件 (AutoCAD) 实现二次



图 1 模块化特征线方法流程

Fig. 1 Flow Chart for Modular Characteristics Method

收稿日期: 2010-09-20; 修回日期: 2010-11-04

基金项目: 国家磁约束核聚变能研究专项资助 (2009GB109011) 和国家自然科学基金资助 (10976021, 10875094)

开发^[1]。三维模块化特征线生成是模块化特征线方法的关键技术。由此可以保证在求解几何中特征线追踪时,不同典型栅元内的特征线能在交界面上对接,从而实现在求解几何体内进行特征线追踪。

2.2.2 实例 在一典型栅元内沿某一方向 $\Omega(\varphi, \theta)$ 的三维特征线生成分为2个步骤,分别用于处理辐角和极角。

(1) 辐角的处理:图2为栅元的俯视图,如图示关系得到辐角 φ 的关系式^[2]为:

$$\tan(\varphi) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{n_x}{n_y} \quad (4)$$

$$\delta_\varphi = \frac{\Delta x}{n_x} \sin(\varphi) = \frac{\Delta y}{n_y} \cos(\varphi) \quad (5)$$

式中, Δx 是典型栅元 x 方向的长度,cm; Δy 是 y 方向的长度,cm; n_x 是 Δx 边上分段数; n_y 是 Δy 边上的分段数。

(2) 极角的处理:将上述思想用于处理极角,则图2中的斜实线即为三维实体中垂直于 x, y 平面的剖面,这些剖面按图3所示的顺序排列。对由这些剖面新组成的矩形进行与图2相同的操作,即可得到图3中的20根线段(这些线段即为特征线信息)。由这些线段可实现在几何体内进行特征线追踪。其在栅元交接面和边界面上特征线连接情况如图4和图5所示。

与辐角方向关系类似,极角方向上的变量值可由下式确定:

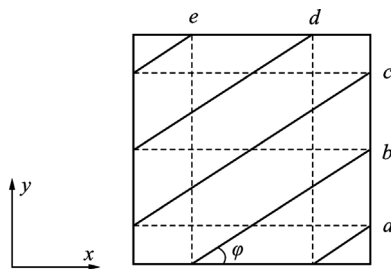


图2 辐角处理

Fig. 2 Treatment of Azimuthal Angle

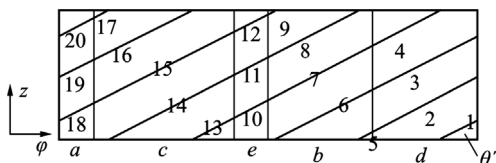


图3 极角的处理

Fig. 3 Treatment of Polar Angle

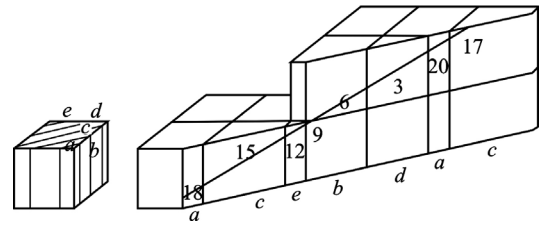


图4 特征线在栅元交界面的连接

Fig. 4 Connection of Tracing Lines at Cell Interfaces

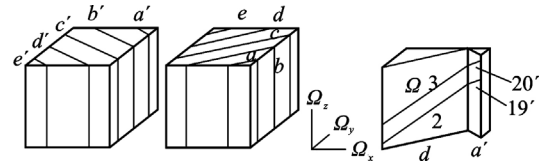


图5 特征线在反射面的连接

Fig. 5 Connection of Characteristic Lines at Reflective Boundary Faces

$$\Delta l_\varphi = \sum_k S_k \quad (6)$$

$$\tan(\theta') = \frac{\Delta z}{\Delta l_\varphi} \frac{n_\varphi}{n_z} \quad (7)$$

$$\delta_\theta = \frac{\Delta l_\varphi}{n_\varphi} \sin(\theta') = \frac{\Delta z}{n_z} \cos(\theta') \quad (8)$$

式中, Δl_φ 为所有剖面沿辐角方向的总长度,cm; S_k 为剖面 k 沿辐角方向的长度,即图2中斜线段的长度,cm; Δz 为典型栅元 z 向的长度,cm; n_z 为图3中 Δz 边上的分段数; n_φ 为图3中边 Δl_φ 上的分段数。

沿 $\Omega(\varphi, \theta)$ 方向的截面面积为:

$$A_\delta(\Omega) = \delta_\varphi \delta_\theta \quad (9)$$

式中, $A_\delta(\Omega)$ 为沿 Ω 方向特征线代表的截面面积,cm²; δ_φ 为特征线在辐角方向之间的间距,cm; δ_θ 为特征线在极角方向之间的间距,cm。

2.3 角度求积组权重公式

由于式(4)和式(7)所确定的方向与现有求积组方向不符,本文推导了适用于三维模块化特征线方法的求积组权重公式。

三维模块化特征线方法中,角度值由式(4)和式(7)确定,方向的个数及排列如图6b所示。它们满足以下关系式:

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} \right) \left(\frac{N}{2+1} \right) \quad (10)$$

式中, M 为一个卦限内角度离散方向的总个数; N 为角度离散阶数,与 S_N 阶数的意义相同。

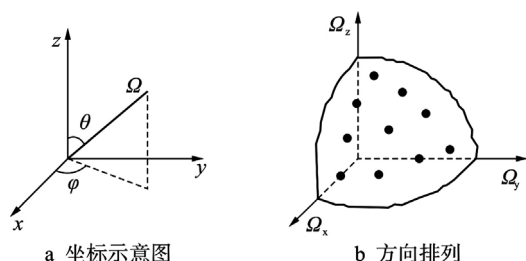


图6 求积组方向示意图

Fig. 6 Schematic Diagram for Angular Quadrature Set

因为球谐函数系： $[Y_{2n}^m(\varphi, \theta): n=0, 1, \dots, m=0, 1, \dots, n]$ 在卦限 $\{\varphi \in [0, \pi/2], \theta \in [0, \pi/2]\}$ 内是完备正交系。可用于展开定义于该区间的函数。

假设函数 $f(\varphi, \theta)$ 定义于该区间，则该函数可展开为：

$$f(\theta, \varphi) = \sum_n \sum_{m=0}^n a_{n,m} Y_{2n}^m(\theta, \varphi) \quad (11)$$

将函数在区间内的积分写成数值积分形式：

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} f(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \sum_k w_k f(\theta_k, \varphi_k) \end{aligned} \quad (12)$$

将上式代入式(11)，并使其两端恒等，则得：

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} Y_{2n}^m(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \sum_k w_k Y_{2n}^m(\theta_k, \varphi_k) \end{aligned} \quad (13)$$

当离散方向的个数为 M 时，由上式可得各方向的权重：

$$\begin{aligned} & \sum_k^M w_k Y_{2n}^m(\theta_k, \varphi_k) = \\ & \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} Y_{2n}^m(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned} \quad (14)$$

$$n=0, 1, \dots, N; \quad m=0, 1, \dots, n;$$

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} \right) \left(\frac{N}{2+1} \right)$$

新的权重公式可用于求解一个卦限内离散方向个数满足式(10)的任意方向的权重。

3 计算结果与分析

基于三维模块化特征线方法，笔者开发了三维模块化特征线程序3DMMOC。为了验证该程序的可行性，以三维栅元和小型轻水反应堆作为计算对象，文中以MCNP程序的结果作为基准解，

并将3DMMOC的计算结果与MCNP的计算结果进行比较；在算例中选取S8角度离散阶数。

3.1 三维栅元问题

三维栅元的几何结构示意图见图7。轻水慢化剂在外层，裂变燃料在中心。燃料区尺寸为4 cm，慢化剂外边长6 cm。

计算时将网格划分为： $12 \times 12 \times 12$ 。模块化特征线方法与参考值的比较结果见表1， k_{eff} 误差为0.21%，在精度要求以内。

表2给出了特征线信息量的大小。由表2的数据可知，在相同的特征线宽度下，模块化特征线信息仅为全局特征线信息的1/1728。

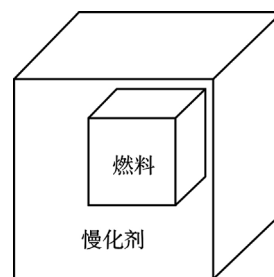


图7 三维栅元的结构示意图

Fig. 7 Geometry Description of Three-Dimensional Cell

表1 三维栅元的特征值(k_{eff})比较

Table 1 Comparison of K-infinity of Three-Dimensional Cell

程序	k_{eff}	误差/%
MCNP	1.11707±0.00027	—
3DMMOC	1.114721	0.21

表2 三维栅元的存储量比较

Table 2 Comparison of Storage of Three-Dimensional Cell

特征线	特征线信息量	比值
全局特征线	862 MB	1728
模块化特征线	499 kB	1

3.2 小型轻水反应堆问题

以日本临界实验装置(KUCA)作为研究基准题^[3]。本文给出了其1/4堆芯的几何结构，其x-y平面，x-z平面的剖面图见图8。计算时包括控制棒全提和控制棒全插入2种工况。表3给出了在控制棒全提和全插时的 k_{eff} 和控制棒价值。特征线信息存储量见表4。

表3的数据表明，特征线方法的计算结果在精度要求范围以内。计算此基准题时，网格划分为： $25 \times 25 \times 25$ 。由于仅有一个典型栅元，模块化

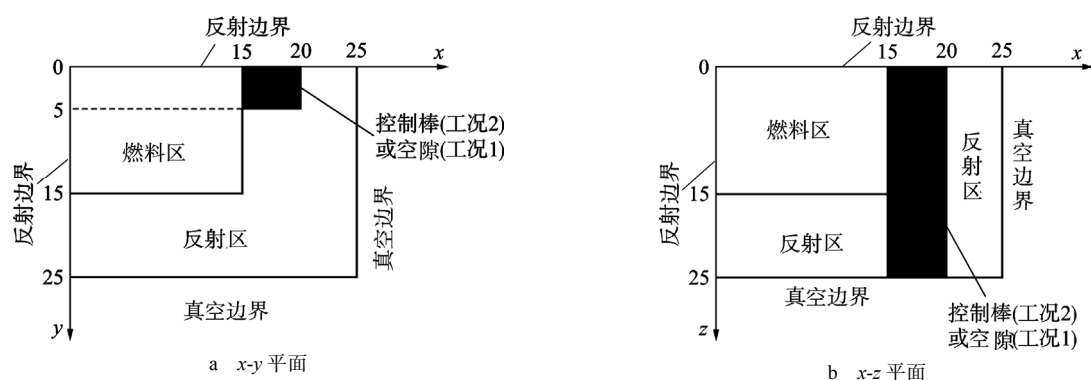


图 8 KUCA 临界装置堆芯剖面图 cm

Fig. 8 Sectional Diagram for Core of KUCA Critical Installation (cm)

表3 KUCA基准题的特征值 (k_{eff}) 结果比较

Table 3 Comparison of K-infinity of KUCA Benchmark Problem

程序	k_{eff}		控制棒价值 / 10^{-2}
	控制棒全提	控制棒全插	
MCNP	0.9778 ± 0.0005	0.9624 ± 0.0005	1.64 ± 0.07
3DMMOC	0.9764 (-0.143%)	0.9609 (-0.156%)	1.65 (+0.6%)

表4 KUCA基准题的存储量比较

Table 4 Comparison of Storage of KUCA Benchmark Problem

特征线	特征线信息量	比值
全局特征线	8437.5 MB	15625
模块化特征线	540 kB	1

特征线信息量为全局特征线总量的 1/15625。由此可见,随着重量栅元的增多,模块化特征线方法可以有效地减少特征线信息量。

4 结 论

本文给出了三维模块化特征线信息的产生方法及相应的求积组权重公式。计算结果显示,该模块化特征线方法能有效地减少特征线信息量,对几何尺寸大、重复几何结构多的问题效果更加突出。

参考文献:

- [1] Chen Q, Wu H, Cao L. Auto MOC—A 2D Neutron Transport Code for Arbitrary Geometry Based on the Method of Characteristics and Customization of AutoCAD[J]. Nuclear Engineering and Design, 2008, 238(10): 2828-2833.
- [2] Filippone W L, Woolf S, Lavigne R J. Particle Transport Calculations with the Method of Streaming Rays[J]. Nucl Sci. Eng, 1981, 77(2): 119-136.
- [3] Takeda T, Ikeda H, 3-D Neutron Transport Benchmarks[J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 1991, 28(7): 656-669.

Three-Dimensional Modular Characteristics Method

LIU Zhou-yu, WU Hong-chun, CAO Liang-zhi, CHEN Qi-chang, LI Yun-zhao

(School of Nuclear Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new three-dimensional modular characteristics method is proposed in this paper. With this method, the problem geometry is cut into many cuboid cells, from which all the typical cells are selected, and only the characteristic lines of the typical cells are saved to significantly reduce the memory requirement. Corresponding to this technique, new angular quadrature sets are derived. Numerical results demonstrate that this new technique is accurate and efficient to reduce the requirement of memory.

Key words: 3D MOC, Modular, Angular quadrature sets

作者简介:

刘宙宇 (1985—), 男, 在读博士研究生。2008 年毕业于西安交通大学核工程与核技术专业, 获学士学位。现主要从事中子输运方程数值计算方法方面的研究工作。

吴宏春 (1964—), 男, 教授, 博士研究生导师。1994 年毕业于西安交通大学核科学与工程专业, 获博士学位。现从事核反应堆物理教学与科研工作。

曹良志 (1978—), 男, 博士, 讲师。2005 年毕业于西安交通大学核科学与技术专业, 获博士学位。现从事反应堆物理教学与科研工作。

(责任编辑: 查刚菊)