

欠驱动 TORA 振荡轨迹跟踪的模糊控制设计

刘传德¹, 高丙团¹, 郑功倍¹, 孙国兵²

(1. 东南大学 电气工程学院, 江苏 南京 210096; 2. 黑龙江大学 电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 欠驱动 TORA (Translational oscillators with rotating actuator) 传统控制目标是实现平衡点的稳定控制。针对系统的周期性振荡轨迹, 研究实用的轨迹跟踪控制方案。通过分析 TORA 系统的动力学, 得到平移小车的自然振荡周期, 在此基础上设计一种平移小车周期运动和旋转小球保持定值的动态轨迹。为实现系统动态轨迹的跟踪控制, 基于系统状态变量的轨迹跟踪误差设计模糊控制系统; 通过设计融合函数合并系统状态变量, 将模糊控制器的输入数由 4 减少到 2, 再设计模糊控制规则, 得到易于实现的模糊控制器。最后, 仿真和实验结果验证了所提控制方案的有效性与实用性。

关键词: 欠驱动; 旋转激励平移振荡器; 模糊控制; 轨迹跟踪

DOI: 10.15938/j.emc.2018.05.015

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

文章编号: 1007-449X(2018)05-0117-06

Fuzzy control design of oscillating trajectory tracking for underactuated TORA

LIU Chuan-de¹, GAO Bing-tuan¹, ZHENG Gong-bei¹, SUN Guo-bing²

(1. School of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Electronic Engineering College, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: Conventional research work on underactuated TORA (Translational oscillator with rotational actuator) system mainly focused on stabilizing control of equilibrium points. A practical trajectory tracking control design scheme was proposed to steer periodic oscillating trajectories of TORA system. Based on the dynamics of TORA, the natural period of translational oscillation cart was derived, and then the dynamic periodic orbits were followed, namely, the translational oscillation cart oscillating periodically while the rotational proof mass being stabilized at the fixed angle. To track the designed trajectory successfully, tracking errors of system's state variables were employed as the inputs of fuzzy control system. And a fusion function was applied for inputting tracking errors such that the input number of the fuzzy controller decreases from 4 to 2. Consequently, the corresponding fuzzy rules were established and a practical fuzzy controller was achieved. Finally, simulation results and experimental results validate efficiency and practicability of the proposed control scheme.

Keywords: underactuated; translational oscillators with rotating actuator; fuzzy control; trajectory tracking

收稿日期: 2017-01-12

基金项目: 国家自然科学基金(11102039); 江苏省“六大人才高峰”第十一批高层次人才资助计划(2014-ZBZZ-001); 东南大学优秀青年教师科研资助计划(2242015R30024)

作者简介: 刘传德(1989—), 男, 博士研究生, 研究方向为欠驱动系统建模与控制;

高丙团(1981—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为系统的建模与控制、机器人与自动化、新能源发电与电力需求侧管理等;

郑功倍(1990—), 男, 硕士研究生, 研究方向为欠驱动系统建模与控制;

孙国兵(1979—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为系统仿真与控制技术、飞行器动力学等。

通信作者: 高丙团

0 引言

具有旋转激励的平移振荡器^[1] (TORA) 又称 RTAC (Rotational/translational actuator), 由一个未驱动的平移振荡小车和驱动的旋转小球组成, 原本是 Bupp 等人^[2] 提出的双自旋航天器简化模型, 现作为一种欠驱动基准系统, 用来研究非线性系统的控制问题。与其他欠驱动系统类似^[3-5], TORA 系统的传统控制目标是实现平衡点的镇定^[6-9]。然而, TORA 系统平移振荡轨迹的设计及跟踪控制^[10] 的应用价值不容忽视, 例如, 欠驱动平移小车跟踪状态空间上给定的振荡运动轨迹是双自旋航天器姿态调整的主动进动过程的简化, 因其振荡轨迹的跟踪控制复杂困难很少有学者实现。

虽然振荡运动的跟踪控制在全驱动系统中是成熟的研究领域, 但在欠驱动系统中则研究较少并逐渐引起人们的关注^[11]。早在 1995 年 Chung 等^[12] 研究了车摆系统 (Pendulum) 周期性轨迹跟踪控制。控制欠驱动基准系统的振荡运动通常需要确定目标周期性轨迹, 并设计合适的控制方法维持该基准系统跟踪目标周期性轨迹^[13-14]。针对二自由度欠驱动基准系统, Shiriaev 等人^[11] 提出了通过构造系统虚约束的控制技术, 设计并跟踪目标周期性轨迹, 实现轨迹误差的镇定控制, 并率先应用到 Pendulum 系统中^[11, 15]; 近来, 高丙团等人^[16] 又将该控制技术成功地推广到 TORA 系统中, 实现了平移小车周期性轨迹的镇定控制。但基于虚约束的轨迹跟踪控制技术的物理意义模糊不清, 且设计过程相对复杂。以模糊理论为代表的智能控制^[8] 可克服上述依赖系统模型精度的非线性控制方法, 通过专家经验设计易于实现的轨迹跟踪控制器。

本文针对 TORA 系统的周期性振荡轨迹, 基于模糊控制设计并实现了系统的轨迹跟踪控制方案。与现有研究相比, 本文的贡献在于: 1) 基于平移小车振荡的固有周期, 设计了一种平移小车周期振荡、旋转小球保持定值的动态轨迹, 更加简明直观; 2) 设计的轨迹跟踪的模糊控制系统中, 采用融合函数减少了模糊控制器的输入量, 有效降低了系统计算量, 增强了控制方案的实用性; 3) 仿真分析的基础上进行了实验研究, 证明了所提控制方法的有效性与实用性。

1 TORA 系统的动态轨迹设计

如图 1 所示, TORA 系统由在平面内作直线运

动的小车和安装在其上的作圆周转动的小球组成。唯一的输入转矩 τ 通过轻质连杆用于驱动质量为 m 的小球运动, 通过倔强系数为 k 的弹簧连接于固定物的质量为 M 的平移小车无直接驱动输入。系统的动力学模型^[2] 可表示为:

$$\left. \begin{aligned} (M+m)\ddot{x} + mrcos\theta\ddot{\theta} - mrsin\theta\dot{\theta}^2 + kx + N_x &= 0 \\ mrcos\theta\ddot{x} + (mr^2 + I)\ddot{\theta} &= \tau \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: x 、 \dot{x} 和 \ddot{x} 分别为平移小车位移、速度和加速度; θ 、 $\dot{\theta}$ 和 $\ddot{\theta}$ 分别为旋转小球逆时针转离 y 负半轴的转角、角速度和角加速度; N_x 为平移小车振荡运动时受到的滑动摩擦力; I 为旋转小球绕其质心的转动惯量; r 为旋转小球的转动半径。

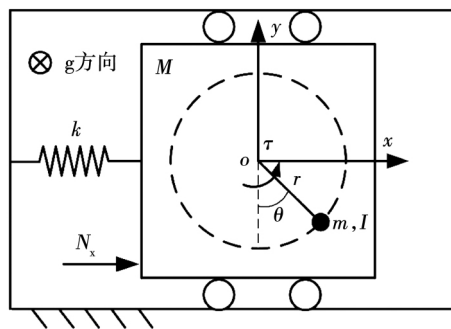


图1 TORA 系统示意图

Fig.1 Configuration of TORA system

由于 TORA 系统需要通过唯一的控制输入转矩同时控制小车平动和小球转动, 因此其是典型的欠驱动系统。传统的控制目标是通过控制设计实现小车和小球在平衡点处的稳定控制。本文研究其动态轨迹的跟踪控制。

轨迹跟踪控制前提是自由度的动态轨迹设计。其中, 驱动自由度 θ 的控制易于实现, 欠驱动自由度 x 的振荡运动具有周期性, 由动力学(1)可得其动态轨迹的周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)}{k}} \quad (2)$$

值得注意的是, TORA 系统各自由度间存在非线性耦合, 平移小车的振荡状态受旋转小球运动的影响。当平移小车的运动状态实现目标周期性轨迹跟踪时, 控制旋转小球与平移小车保持相对静止, 使得 θ 稳定在定值 θ_d 确保 x 运动轨迹的周期不变。

设驱动旋转小球达到的定值 θ_d 为

$$\theta_d = (n + \alpha)\pi \quad (3)$$

式中 α 为旋转小球与 x 轴的关系角, $\alpha \in (0, 1)$ 且

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。基于式(2)确定的轨迹周期, x 的目标周期性轨迹 $x_d(t)$ 以正弦形式可表示为

$$x_d(t) = x_0 + x_A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad (4)$$

式中: x_0 、 x_A 、 φ 分别为给定动态轨迹的初始位置、振幅、初相角。

对于 $\theta_d = 2n\pi$, $x_0 = 0$ 的目标周期性轨迹(3)(4), TORA 系统的跟踪控制过程可借助如图2进行分析说明。

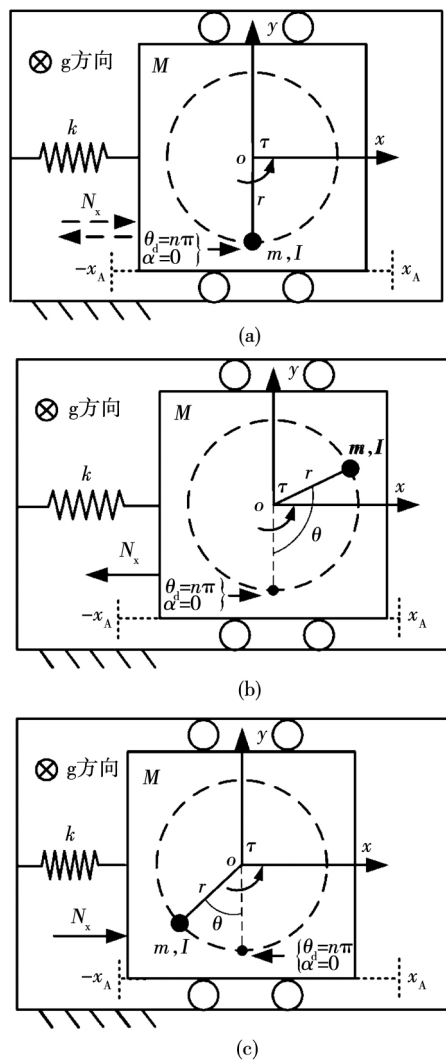


图2 动态轨迹跟踪

Fig. 2 Dynamic orbit tracking

由图2(a)可看出,系统在输入转矩 τ 作用下,由平衡点运动到图2(b)所示状态;此时,旋转小球转动的耦合作用使得平移小车具有正冲量,平移小车沿 x 轴正方向接近目标轨迹振幅 x_A 。随着旋转小球转角 θ 越过 π ,系统达到图2(c)所示状态,旋转小球转动的耦合作用使得平移小车具有负冲量,平移小车沿 x 轴负方向接近目标轨迹振幅 x_A 。经过多次图2(b)与图2(c)的状态后,平移小车的动态轨迹达到目标轨迹的振幅,旋转小球保持定值角度 θ_d ;最终系统在图2(a)所示状态周期性运动。

注1:TORA 系统状态空间平衡点由动力学(1)得出 $(\dot{x} \quad \dot{\theta}) = (0 \quad \theta_e \quad 0)$, 其中, θ_e 表示任意平衡角度。对于式(3)所示的定值角度,总存在 n 和 α 使得 $\theta_d = \theta_e$;对于式(4)所示的周期性轨迹,若 $x_0 = 0$, $x_A = 0$ 则有 $x_d(t) = 0$ 。基于此可知,系统的平衡点是一种特殊的周期性轨迹;动态轨迹的跟踪问题可蜕化为平衡点的稳定问题。动态轨迹的跟踪设计拓展了 TORA 系统稳定控制的应用多样性。

注2:式(3)中 $\alpha = 0.5$ 时,旋转小球落在 x 轴上有 $\tau = 0$,TORA 系统蜕化为弹簧振子系统。式(3)中 $\alpha \neq 0.5$ 时,旋转小球未落在 x 轴上且具有因平移小车运动耦合产生的分冲量; τ 提供补偿转矩维持旋转小球镇定在 θ_d ,保持与平移小车相对静止。

2 模糊控制设计

为实现所设计轨迹的跟踪控制,一般情况下,将选择系统状态变量的轨迹跟踪误差作为模糊控制器的输入量,即小球转角 θ 及角速度 $\dot{\theta}$ 和平移小车位移 x 及速度 \dot{x} ;若每个变量划分 7 个模糊集,则推理规则会达到 2401 条,显然如此多的规则是不宜实现的。为解决该模糊“规则爆炸”的问题,设计一个线性融合函数,将多个变量融合为综合误差 e 和综合误差的变化率 ec ,将模糊控制器的输入数量由 4 降为 2,可有效减少模糊规则数目。设计的控制系统结构如图3所示。

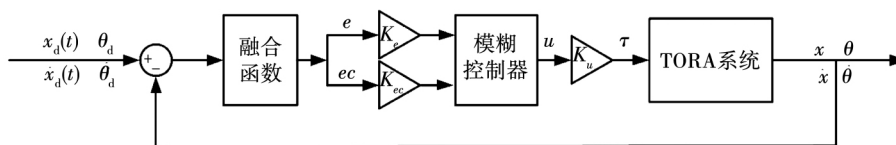


图3 模糊控制系统结构图

Fig. 3 Configuration of fuzzy control

融合函数设计的主要步骤为:步骤1,设计状态反馈矩阵为 $K = [K_x \ K_{\dot{x}} \ K_\theta \ K_{\dot{\theta}}]$;步骤2,构造融合函数为

$$F_k(X) = \begin{bmatrix} K_x & 0 & K_\theta & 0 \\ 0 & K_{\dot{x}} & 0 & K_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}; \quad (5)$$

步骤3,得到融合误差 e 和融合误差变化率 ec 为

$$\begin{bmatrix} e \\ ec \end{bmatrix} = F_k(X) \begin{bmatrix} x_d(t) - x \\ \dot{x}_d(t) - \dot{x} \\ \theta_d - \theta \\ \dot{\theta}_d - \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

模糊控制器的输入量为 e 和 ec , 输出量为 u ; 设其模糊论域均为 $[-3 \ 3]$, 模糊论域对应基本论域的量化因子分别为 K_e 、 K_{ec} , 比例因子为 K_u 。模糊输入输出量都采用三角形、全交迭、均匀分布的隶属函数, 每个变量用7个模糊子集[NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB]描述, 模糊规则如表1所示。模糊控制器采用常见的重心法来实现解模糊化。

表1 模糊规则表

Table 1 Fuzzy control rules

u	ec						
	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
e	NB	NB	NB	NB	NM	NM	ZE
	NM	NB	NB	NB	NM	NM	ZE
	NS	NM	NM	NM	ZE	ZE	PS
	ZE	NM	NM	NS	ZE	PS	PM
	PS	NS	NS	ZE	PM	PM	PM
	PM	ZE	ZE	PM	PB	PB	PB
	PB	ZE	ZE	PM	PB	PB	PB

3 仿真与实验

3.1 TORA 系统的轨迹跟踪仿真

为了检验所设计的模糊控制方法, 首先基于 Matlab/SIMULINK 进行控制系统的仿真研究。系统参数按图5所示装置选取, 即 $M = 5.2 \text{ kg}$, $m = 0.3 \text{ kg}$, $k = 1428 \text{ N/m}$, $r = 0.0695 \text{ m}$ 和 $I = 0.001503 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 欠驱动平移小车的目标周期性轨迹取为

$$x_d(t) = 0.008 \sin(16.11t + 0.57\pi). \quad (7)$$

易知 $\dot{x}_d(t) = 0.1288 \cos(16.11t + 0.57\pi)$ 。驱动旋转小球的定值角度取为 $\theta_d = 2\pi$, 易知 $\dot{\theta}_d = 0$ 。

数字仿真考虑滑动摩擦力 N_x 对轨迹跟踪的影响, 分析无摩擦 ($N_x = 0$) 系统的轨迹跟踪控制效果, 其相关参数为: $K = [-2 \ -1.6 \ 0.00127 \ 0.02]$, $K_e = 145$; $K_{ec} = 8$; $K_u = 0.1$ 。对比分析有摩擦 ($N_x \neq 0$) 系统的轨迹跟踪控制效果, 相关参数为: $K = [2 \ -4.6 \ 0.00127 \ 0.02]$; $K_e = 135$, $K_{ec} = 4$; $K_u = 0.14$ 。其中, 有摩擦系统的摩擦模型为

$$N_x = \mu_1(M + m)g \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \mu_2 \dot{x}. \quad (8)$$

式中 μ_1 和 μ_2 均为摩擦系数, 经辨识得 $\mu_1 = 0.017$, $\mu_2 = 0.5$ 。在初始条件 $(x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta} \ \pi) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ 下, 仿真结果如图4所示。

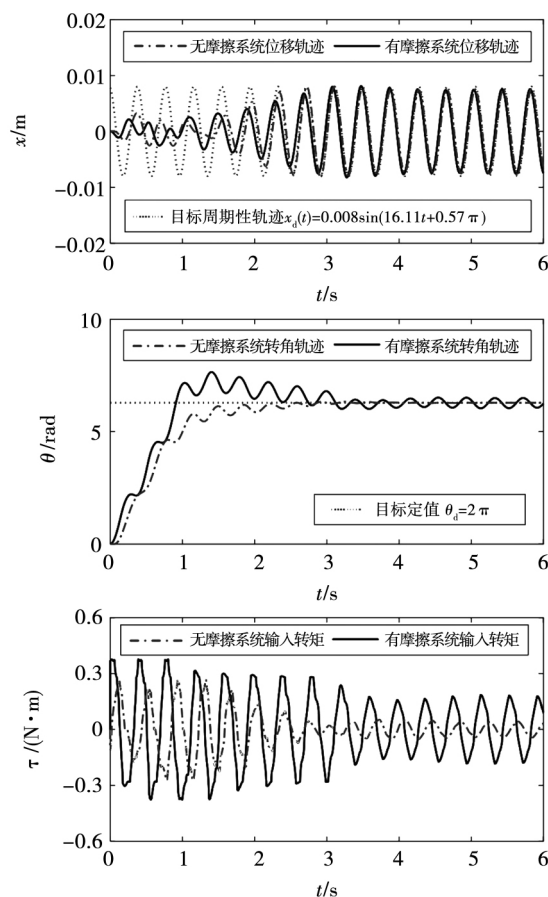


图4 周期性轨迹跟踪仿真

Fig. 4 The simulation of periodic orbit tracking

由图4仿真结果可以看出, 无摩擦情况中, 4 s 内平移小车位移 x 跟踪至目标周期性轨迹 $x_d(t)$; 旋转小球转角 θ 在 4 s 时达到定值角度 θ_d ; 此后, 输入转矩 τ 为镇定旋转小球转角 θ 以类正弦形式输出补偿转矩。有摩擦系统中, 平移小车位移 x 对目标周期性轨迹 $x_d(t)$ 的跟踪速度与在无摩擦系统的差

异微小;但旋转小球转角 θ 在定值 θ_d 附近小幅度周期性波动,其动能持续补偿因平移小车周期运动所受滑动摩擦力引起的系统能量耗散。另外,有摩擦系统的输入转矩 τ 提供旋转小球转角 θ 在 θ_d 附近波动的动能,并且补偿滑动摩擦力对平移小车能量的消耗,在仿真过程中其变化幅度明显大于无摩擦系统的情况。仿真结果证明了所设计的模糊控制方法在实现目标周期性轨迹跟踪的有效性。

3.2 TORA 装置的轨迹跟踪实验

为了进一步说明所设计模糊控制方案的实用性,搭建 TORA 装置平台并对提出的动态轨迹进行跟踪实验。

如图 5 所示, TORA 装置平台中采用直线轴承导轨实现未驱动平移小车的直线运动;旋转小球的运动通过 MAXON 直流盘式无刷电机驱动;控制器采用 SIEMENS 的 S7-200 型 PLC (programmable logic controller); 平移小车直线位移和旋转小球转角均由高分辨率旋转编码器进行检测;并基于 VC++ 开发了 PC 上位机监控系统。

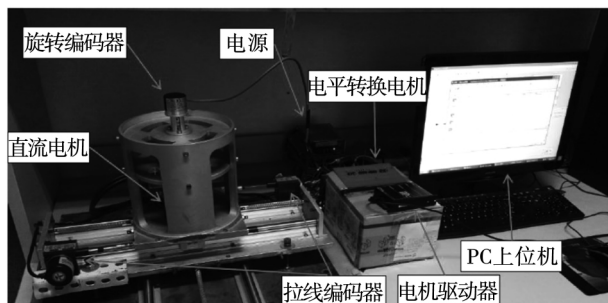


图 5 TORA 系统装置平台

Fig. 5 Platform for TORA system

装置平台的目标周期性轨迹、初始状态和量化因子等参数与有摩擦系统的动态轨迹跟踪仿真一致,实验结果如图 6 所示。

从实验结果可以看出, 4.6 s 时装置平台的平移小车位移 x 跟踪至轨迹 $x_d(t)$, 同时装置平台的旋转小球转角 θ 达到定值 θ_d 并在其附近波动, 证明了所设计控制方案的实用性。需要说明的是, 实验结果中平移小车位移 x 跟踪 $x_d(t)$ 后并非完全吻合, 这是由于驱动执行机构中的未建模动态和扰动导致的驱动小球控制误差, 驱动小球的控制误差通过耦合导致小车位置的跟踪误差。

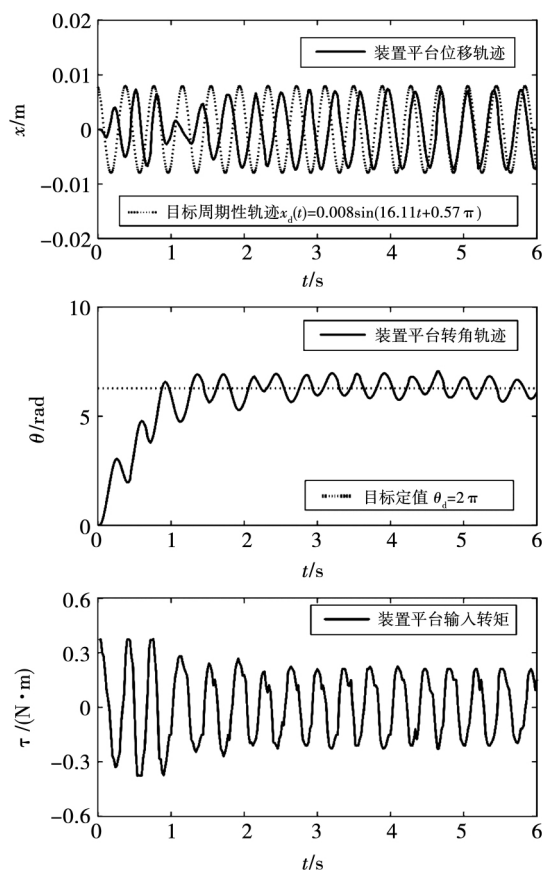


图 6 周期性轨迹跟踪实验

Fig. 6 Experiment of periodic orbit tracking

4 结 论

本文将欠驱动 TORA 系统的控制目标由传统的平衡点镇定控制推广到动态轨迹跟踪控制, 拓展了稳定控制的应用多样性。设计了一种平移小车周期运动、旋转小球保持定值的动态轨迹, 在此基础上提出了一种可实现周期性轨迹跟踪的模糊控制方法。数字仿真和实验证明了该方法的有效性与实用性。本文的研究结果对于一类欠驱动系统的轨迹跟踪控制设计具有借鉴意义。

参 考 文 献:

- [1] 高丙团, 孙国兵. TORA 转子位置反馈的稳定控制方法[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(8): 58.
GAO Bingtuan, SUN Guobing. Stabilization control method with rotor angle feedback for TORA system[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(8): 58.
- [2] BUPP R T, BERNSTEIN D S, COPPOLA V T. A benchmark problem for nonlinear control design[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998, 8: 307.
- [3] SHIRIAEV A, LUDVIGSEN H, EGELAND O, et al. On global

- properties of passivity based control of the inverted pendulum[J]. 1999, 3: 2513.
- [4] XIN Xin, YAMASAKI T. Energy-based swing-up control for a remotely driven acrobot: Theoretical and experimental results[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(4): 1048.
- [5] SUN Ning, FANG Yongchun, CHEN He, et al. Adaptive nonlinear crane control with load hoisting/lowering and unknown parameters: design and experiments[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(5): 2107.
- [6] GAO Bingtuan, XU Jing, ZHAO Jianguo, et al. Stabilizing control of an underactuated 2-dimensional TORA with only rotor angle measurement[J]. Asian Journal of Control, 2013, 15(3): 1477.
- [7] FABIO C. Output regulation for the TORA benchmark via rotational position feedback[J]. Automatica, 2011, 47(3): 584.
- [8] XIA Deyin, CHAI Tianyou, WANG Liangyong. Fuzzy neural-network friction compensation-based singularity avoidance energy swing-up to nonequilibrium unstable position control of Pendubot[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(2): 690.
- [9] LEE Chinghung, CHANG Shengkai. Experimental implementation of nonlinear TORA system and adaptive backstepping controller design[J]. Neural Computing Applications, 2012, 21(4): 785.
- [10] PETRES Z, BARANYI P, KORONDI P, et al. Trajectory tracking by tp model transformation: case study of a benchmark problem[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(3): 1654.
- [11] SHIRIAEV A, PERRAM J W, CANUDAS-DE-WIT C. Constructive tool for orbital stabilization of underactuated nonlinear systems: virtual constraints approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(8): 1164.
- [12] CHUNG C C, HAUSER J. Nonlinear control of a swinging Pendulum[J]. Automatica, 1995, 31(6): 851.
- [13] ZHANG Acai, SHE Jinhua, LAI Xuzhi, et al. Motion planning and tracking control for an Acrobot based on a rewinding approach[J]. Automatica, 2013, 49(1): 278.
- [14] KORKMAZ O, IDER S K, OZGOREN M K. Trajectory tracking control of an underactuated underwater vehicle redundant manipulator system[J]. Asian Journal of Control, 2016, 18(5): 1593.
- [15] GREGORY J, OLIVARES A, STAFFETTI E. Energy-optimal trajectory planning for the Pendubot and the Acrobot[J]. Optimal Control Applications & Methods, 2013, 34(3): 275.
- [16] GAO Bingtuan, LIU Chuande, CHENG Hongtai. Virtual constraints based control design of an inclined translational oscillator with rotational actuator system[J]. Shock and Vibration, 2015, Article ID 769151: 1.

(编辑: 张楠)