



## (12)发明专利

(10)授权公告号 CN 105511265 B

(45)授权公告日 2018.02.27

(21)申请号 201610004396.6

(22)申请日 2016.01.06

(65)同一申请的已公布的文献号

申请公布号 CN 105511265 A

(43)申请公布日 2016.04.20

(73)专利权人 东南大学

地址 210096 江苏省南京市玄武区四牌楼2号

(72)发明人 高丙团 刘传德 谢吉华

(74)专利代理机构 南京苏高专利商标事务所  
(普通合伙) 32204

代理人 柏尚春

(51)Int.Cl.

G05B 13/04(2006.01)

(56)对比文件

CN 102621982 A, 2012.08.01, 全文.

CN 104199291 A, 2014.12.10, 全文.

CN 104950682 A, 2015.09.30, 全文.

Bingtuan Gao 等. Virtual Constraints Based Control Design of an Inclined Translational Oscillator with Rotational Actuator System.《Hindawi Publishing

Corporation Shock and Vibration》.2015, 全文.

Bingtuan Gao 等. Controllability Analysis of an Underactuated 2-Dimensional TORA System on a Slope.《International Journal of Advanced Robotic Systems》.2014, 全文.

武宪青 等. 欠驱动基准系统的约束控制.《控制理论与应用》.2015, 第32卷(第12期), 全文.

高丙团 等. 欠驱动2DTORA基于部分反馈线性化的非线性控制设计.《东南大学学报(自然科学版)》.2011, 第41卷(第2期), 全文.

毕玉春 等. 二维旋转激励平移振荡器滑模控制设计.《南京理工大学学报》.2014, 第38卷(第2期), 全文.

高丙团 等. TORA的动力学建模与 Backstepping控制.《控制与决策》.2007, 第22卷(第11期), 全文.

戴婉君 等. TORA系统的控制和跟踪策略设计.《信息与控制》.2012, 第41卷(第3期), 全文.

(续)

审查员 赵珊珊

权利要求书1页 说明书4页 附图2页

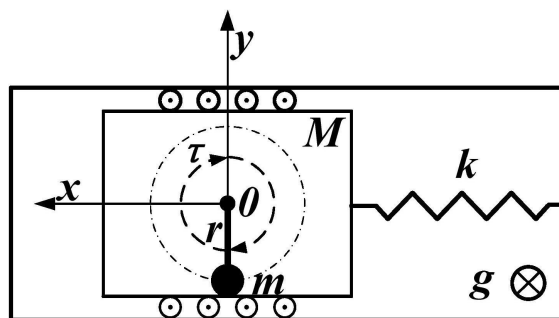
(54)发明名称

一种具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法

(57)摘要

本发明公开了一种具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法。获得该装置中小车和小球的动态周期性目标轨迹;构造可达到动态周期性目标轨迹的Lyapunov函数;构造基于Lyapunov函数的控制转矩实时作用于该装置。可实现装置中小车位移快速达到预设的动态周期性目标轨迹,小球转角逐渐稳定在预设的动态周期性目标轨迹上。本发明提出的控制方法仅通过少许装置物理参数和控制参数可将所述装置自由度带入动态周期性目标轨迹,具有控制方法

简单高效的特点。解决了具有旋转激励的平移振荡装置现阶段控制应用领域较单一、研究领域过于狭窄的问题。



[转续页]

[接上页]

**(56)对比文件**

Yuqing Bao 等.On Hierarchical Sliding  
Mode Control of Underactuated TORA  
System.《Proceedings of the 10th World

Congress on Intelligent Control and  
Automation》.2012,全文.

高丙团.ToRA的动力学建模及基于能量的控  
制设计.《自动化学报》.2008,第34卷(第9期),全  
文.

1. 一种具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法,其特征在于:包括如下步骤:

S1:获得具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹:

动态周期性轨迹包括小车位移 $x$ 的动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 和小球转角 $\theta$ 的动态周期性目标轨迹 $\bar{\theta}_d(t)$ ,分别如式(1)和式(2)所示:

$$\bar{x}_d(t) = x_d \sin\left(\sqrt{k/(M+m)}t + \varphi\right) \quad (1)$$

$$\bar{\theta}_d(t) = (n+0.5)\pi, \quad n=1,2,3\cdots \quad (2)$$

其中, $t > t_0$ ,  $t_0$ 表示小车位移 $x$ 与小球转角 $\theta$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 与 $\bar{\theta}_d(t)$ 所需的最小时间, $x_d$ 表示小车位移 $x$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的振幅, $k$ 表示弹簧的劲度系数, $M$ 表示小车的质量, $m$ 表示小球的质量, $\varphi$ 表示小车位移 $x$ 达到周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的初相角;

S2:构造可达到动态周期性目标轨迹的Lyapunov函数 $V$ :

构造含装置总能量误差项 $e_E$ 、小球转角误差项 $e_\theta$ 、小球转角速度 $\dot{\theta}$ 的Lyapunov函数 $V$ ,如式(3)所示:

$$V = 0.5k_1 e_E^2 + 0.5k_2 e_\theta^2 + 0.5k_3 \dot{\theta}^2 \quad (3)$$

其中 $e_E = E - E_d$ ,  $e_\theta = \theta - \bar{\theta}_d(t)$ ,  $k_1, k_2, k_3$ 表示控制参数,且 $k_1, k_2, k_3$ 均大于0,  $E_d = 0.5kx_d^2$ 表示本发明方法下达到动态周期性轨迹装置的目标能量值,  $E = 0.5(M+m)\dot{x}^2 + mr\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + 0.5(mr^2 + I)\dot{\theta}^2$ 表示该装置的总能量, $\dot{x}$ 表示小车速度, $r$ 表示小球旋转半径, $I$ 表示小球的转动惯量;

S3:构造基于Lyapunov函数 $V$ 的装置的控制转矩:

对Lyapunov函数 $V$ 求导后得到式(4):

$$\dot{V} = \dot{\theta}(k_1 e_E \tau + k_2 e_\theta + k_3 \ddot{\theta}) \quad (4)$$

其中, $\ddot{\theta} = [(M+m)\tau + mrh_1 \cos\theta]/\Delta$ ,  $\ddot{\theta}$ 为小球转角加速度, $\tau$ 为输入转矩;

令导函数 $\dot{V}$ 中:

$$k_1 e_E \tau + k_2 e_\theta + k_3 \ddot{\theta} = -k_4 \dot{\theta} \quad (5)$$

反解求出输入转矩 $\tau$ 为:

$$\tau = -\left[\Delta(k_4 \dot{\theta} + k_2 e_\theta) + k_3 mrh_1 \cos\theta\right] / \left[k_1 \Delta e_E + k_3 (M+m)\right] \quad (6)$$

其中, $k_4$ 表示控制参数,且 $k_4$ 大于0,  $\Delta = (M+m)(mr^2 + I) - (mr\cos\theta)^2$ ,  $h_1 = kx - mr(\sin\theta)\dot{\theta}^2$ ,  $k$ 表示弹簧的劲度系数,输入转矩 $\tau$ 作为旋转激励作用于平移振荡装置以实现该装置动态周期性轨迹控制。

## 一种具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及平移振荡装置周期性运动控制技术领域,特别是涉及一种具有单一旋转激励二自由度的欠驱动机械系统动态周期性轨迹控制方法。

### 背景技术

[0002] 在机器人、航空航天和交通运输等领域存在欠驱动机械系统的应用,所谓欠驱动机械系统是指系统自由度的数量多于系统独立控制输入量的一类非线性机械系统。欠驱动机械系统的表达形式广泛,表达式不具有统一性,很难确立完全适用的控制理论。因此在实际中,针对欠驱动系统的运动控制研究大都集中在某一类系统中,而具有旋转激励的平移振荡装置是欠驱动机械系统的基准系统。该装置特点为具有二个运动自由度与单一旋转控制输入量,由于驱动装置的减少可以减轻系统重量、减少能源消耗、提高系统可靠性,但系统驱动的减少导致控制变得复杂,因而针对此类欠驱动机械系统的基准系统分析和控制是兼具实用性和趣味性的挑战。

[0003] 在具有旋转激励的一维平移振荡装置的控制实践中,所实现的目标分为两种:平衡点的镇定控制和特殊轨迹的跟踪控制。目前多数控制方法集中在平衡点的镇定控制问题上,针对特殊轨迹的跟踪控制方面得到的研究尚少,并且周期性轨迹跟踪控制这样新颖的控制目标暂未在具有旋转激励平移振荡装置中普遍使用。

### 发明内容

[0004] 本发明的目的是为解决现有的旋转激励的平移振荡装置不能实现动态周期性轨迹运动控制的问题,提供该装置的动态周期性轨迹控制方法。

[0005] 本发明所述的具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法,包括如下步骤:

[0006] S1:获得具有旋转激励的一维平移振荡装置的动态周期性轨迹:

[0007] 动态周期性轨迹包括小车位移 $x$ 的动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 和小球转角 $\theta$ 的动态周期性目标轨迹 $\bar{\theta}_d(t)$ ,分别如式(1)和式(2)所示:

$$[0008] \quad \bar{x}_d(t) = x_d \sin\left(\sqrt{k/(M+m)}t + \varphi\right) \quad (1)$$

$$[0009] \quad \bar{\theta}_d(t) = (n+0.5)\pi, \quad n=1,2,3\cdots \quad (2)$$

[0010] 其中, $t > t_0$ ,  $t_0$ 表示小车位移 $x$ 与小球转角 $\theta$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 与 $\bar{\theta}_d(t)$ 所需的最小时间, $x_d$ 表示小车位移 $x$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的振幅, $k$ 表示弹簧的劲度系数, $M$ 表示小车的质量, $m$ 表示小球的质量, $\varphi$ 表示小车位移 $x$ 达到周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的初相角;

[0011] S2:构造可达到动态周期性目标轨迹的Lyapunov函数V:

[0012] 构造含装置总能量误差项 $e_E$ 、小球转角误差项 $e_\theta$ 、小球转角速度 $\dot{\theta}$ 的Lyapunov函数V,如式(3)所示:

$$[0013] \quad V = 0.5k_1e_E^2 + 0.5k_2e_\theta^2 + 0.5k_3\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

[0014] 其中 $e_E = E - E_d$ ,  $e_\theta = \theta - \bar{\theta}_d(t)$ ,  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 表示控制参数,且 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 均大于0,  $E_d = 0.5kx_d^2$ 表示本发明方法下达到动态周期性轨迹装置的目标能量值,  $E = 0.5(M+m)\dot{x}^2 + mr\dot{\theta}\cos\theta + 0.5(mr^2 + I)\dot{\theta}^2$ 表示该装置的总能量,  $\dot{x}$ 表示小车速度,  $r$ 表示小球旋转半径,  $I$ 表示小球的转动惯量;

[0015] S3:构造基于Lyapunov函数V的装置的控制转矩:

[0016] 对Lyapunov函数V求导后得到式(4):

$$[0017] \quad \dot{V} = \dot{\theta}(k_1e_E\tau + k_2e_\theta + k_3\ddot{\theta}) \quad (4)$$

[0018] 其中,  $\ddot{\theta} = [(M+m)\tau + mrh_1\cos\theta]/\Delta$ ,  $\ddot{\theta}$ 为小球转角加速度,  $\tau$ 为输入转矩;

[0019] 令导函数 $\dot{V}$ 中:

$$[0020] \quad k_1e_E\tau + k_2e_\theta + k_3\ddot{\theta} = -k_4\dot{\theta} \quad (5)$$

[0021] 反解求出输入转矩 $\tau$ 为:

$$[0022] \quad \tau = -[\Delta(k_4\dot{\theta} + k_2e_\theta) + k_3mrh_1\cos\theta]/[k_1\Delta e_E + k_3(M+m)] \quad (6)$$

[0023] 其中,  $k_4$ 表示控制参数,且 $k_4$ 大于0,  $\Delta = (M+m)(mr^2 + I) - (mr\cos\theta)^2$ ,  $h_1 = kx - mr\sin\theta\dot{\theta}^2$ 。输入转矩 $\tau$ 作为旋转激励作用于平移振荡装置以实现该装置动态周期性轨迹控制。

[0024] 本发明的有益效果在于:

[0025] 1、本发明提出的控制方法仅通过少许装置物理参数和控制参数可将所述装置自由度带入动态周期性目标轨迹,具有控制方法简单高效的特点。

[0026] 2、本发明所提出的动态周期性轨迹控制也是一个典型非线性周期运动控制目标,通过单一旋转激励可间接控制耦合自由度的周期性运动轨迹,可广泛应用于欠驱动机械系统控制的科研和教学场合。

## 附图说明

[0027] 图1为本发明的具有旋转激励的平移振荡装置的结构图;

[0028] 图2为本发明方法控制物理参数如表1所示装置的控制结果图。

## 具体实施方式

[0029] 下面结合附图对本发明作更进一步的说明。

[0030] 本发明所述的具有旋转激励的平移振荡装置的动态周期性轨迹控制方法,包括如下步骤:

[0031] S1:获得具有旋转激励的一维平移振荡装置的动态周期性轨迹:

[0032] 动态周期性轨迹包括小车位移 $x$ 的动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 和小球转角 $\theta$ 的动态

周期性目标轨迹 $\bar{\theta}_d(t)$ ,分别如式(1)和式(2)所示:

$$[0033] \quad \bar{x}_d(t) = x_d \sin\left(\sqrt{k/(M+m)}t + \varphi\right) \quad (1)$$

$$[0034] \quad \bar{\theta}_d(t) = (n+0.5)\pi, \quad n=1,2,3\cdots \quad (2)$$

[0035] 其中, $t > t_0$ , $t_0$ 表示小车位移 $x$ 与小球转角 $\theta$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 与 $\bar{\theta}_d(t)$ 所需的最小时间, $x_d$ 表示小车位移 $x$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的振幅, $k$ 表示弹簧的劲度系数, $M$ 表示小车的质量, $m$ 表示小球的质量, $\varphi$ 表示小车位移 $x$ 达到周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 时的初相角;

[0036] S2:构造可达到动态周期性目标轨迹的Lyapunov函数 $V$ :

[0037] 构造含装置总能量误差项 $e_E$ 、小球转角误差项 $e_\theta$ 、小球转角速度 $\dot{\theta}$ 的Lyapunov函数 $V$ ,如式(3)所示:

$$[0038] \quad V = 0.5k_1e_E^2 + 0.5k_2e_\theta^2 + 0.5k_3\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

[0039] 其中 $e_E = E - E_d$ , $e_\theta = \theta - \bar{\theta}_d(t)$ , $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 表示控制参数,且 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 均大于0,  $E_d = 0.5kx_d^2$ 表示本发明方法下达到动态周期性轨迹装置的目标能量值,  $E = 0.5(M+m)\dot{x}^2 + mr\dot{\theta}\cos\theta + 0.5(mr^2 + I)\dot{\theta}^2$ 表示该装置的总能量, $\dot{x}$ 表示小车速度, $r$ 表示小球旋转半径, $I$ 表示小球的转动惯量;

[0040] S3:构造基于Lyapunov函数 $V$ 的装置的控制转矩:

[0041] 对Lyapunov函数 $V$ 求导后得到式(4):

$$[0042] \quad \dot{V} = \dot{\theta}(k_1e_E\tau + k_2e_\theta + k_3\ddot{\theta}) \quad (4)$$

[0043] 其中, $\ddot{\theta} = [(M+m)\tau + mrh_1\cos\theta]/\Delta$ , $\ddot{\theta}$ 为小球转角加速度, $\tau$ 为输入转矩;

[0044] 令导函数 $\dot{V}$ 中:

$$[0045] \quad k_1e_E\tau + k_2e_\theta + k_3\ddot{\theta} = -k_4\dot{\theta} \quad (5)$$

[0046] 反解求出输入转矩 $\tau$ 为:

$$[0047] \quad \tau = -\left[\Delta(k_4\dot{\theta} + k_2e_\theta) + k_3mrh_1\cos\theta\right]/\left[k_1\Delta e_E + k_3(M+m)\right] \quad (6)$$

[0048] 其中, $k_4$ 表示控制参数,且 $k_4$ 大于0,  $\Delta = (M+m)(mr^2 + I) - (mr\cos\theta)^2$ ,  $h_1 = kx - mr\sin\theta\dot{\theta}^2$ 。输入转矩 $\tau$ 作为旋转激励作用于平移振荡装置可实现该装置动态周期性轨迹控制。

[0049] 图1所述的是本发明方法控制对象的结构图,也即平移振荡装置的结构图。在重力 $g$ 方向垂直纸面向下的重力场中,外围矩形框表示四周固定的静止墙壁,轻质弹簧两端分别与右墙壁和小车左端固定。 $xoy$ 坐标系的添加为模型量化分析提供矢量基准,系统小球转角 $\theta$ 以 $y$ 轴负方向为零基准线,顺时针旋转为正方向;同时小车位移 $x$ 以系统弹簧自然长度条件下坐标原点为零基准点,沿 $x$ 轴正方向为正方向;装置的单输入转矩 $\tau$ 顺时针旋转为正方向。

[0050] 表1

	参数	数值	物理意义
[0051]	$M(\text{kg})$	1.3608	小车质量
	$m(\text{kg})$	0.096	小球质量
	$k(\text{N}/\text{m})$	186.3	弹簧劲度系数
	$r(\text{m})$	0.0592	小球的偏心距
	$I(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0002175	小球的转动惯量

[0052] 表1所示的是本发明方法控制对象的物理参数表。在基于表1所示参数下的平移振荡装置可以通过驱动一个小球在水平面内旋转,从而驱动轴向自由度上小车位移的达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ ,同时小球转角最终稳定在 $\bar{\theta}_d(t)$ 。本发明方法利用表1所示参数的装置可实现的动态周期性轨迹控制效果样例见图2。

[0053] 图2所示的是本发明方法控制物理参数如表1所示装置的结果图。小车位移 $x$ 在 $t_0=2\pi\text{s}$ 时,达到以 $T=0.56\text{s}$ 为周期(此时 $\omega=2\pi/T=11.308$ ),以 $x_d=0.02\text{m}$ 为振幅,以 $\varphi=-0.5\pi$ 为初相角的动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)=0.02\sin(11.308t-0.5\pi)$ , $t>t_0$ ;小球转角 $\theta$ 在 $t_0=2\pi\text{s}$ 时,达到动态周期性目标轨迹 $\bar{\theta}_d(t)=(3+0.5)\pi$ , $n=3$ 。

[0054] 在本发明所述的动态周期性目标轨迹中,为使小车位移 $x$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{x}_d(t)$ 、小球转角 $\theta$ 达到动态周期性目标轨迹 $\bar{\theta}_d(t)$ 时输入转矩 $\tau$ 为零,装置不需要 $\tau$ 持续做功维持周期性目标轨迹的可达性,需满足 $\bar{\theta}_d(t)=(n+0.5)\pi$ , $n=1,2,3\cdots$ 的限制。

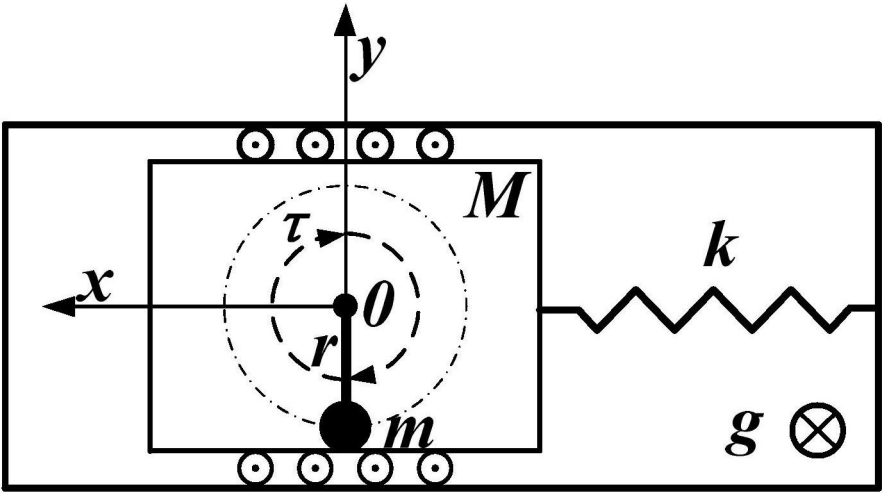


图1



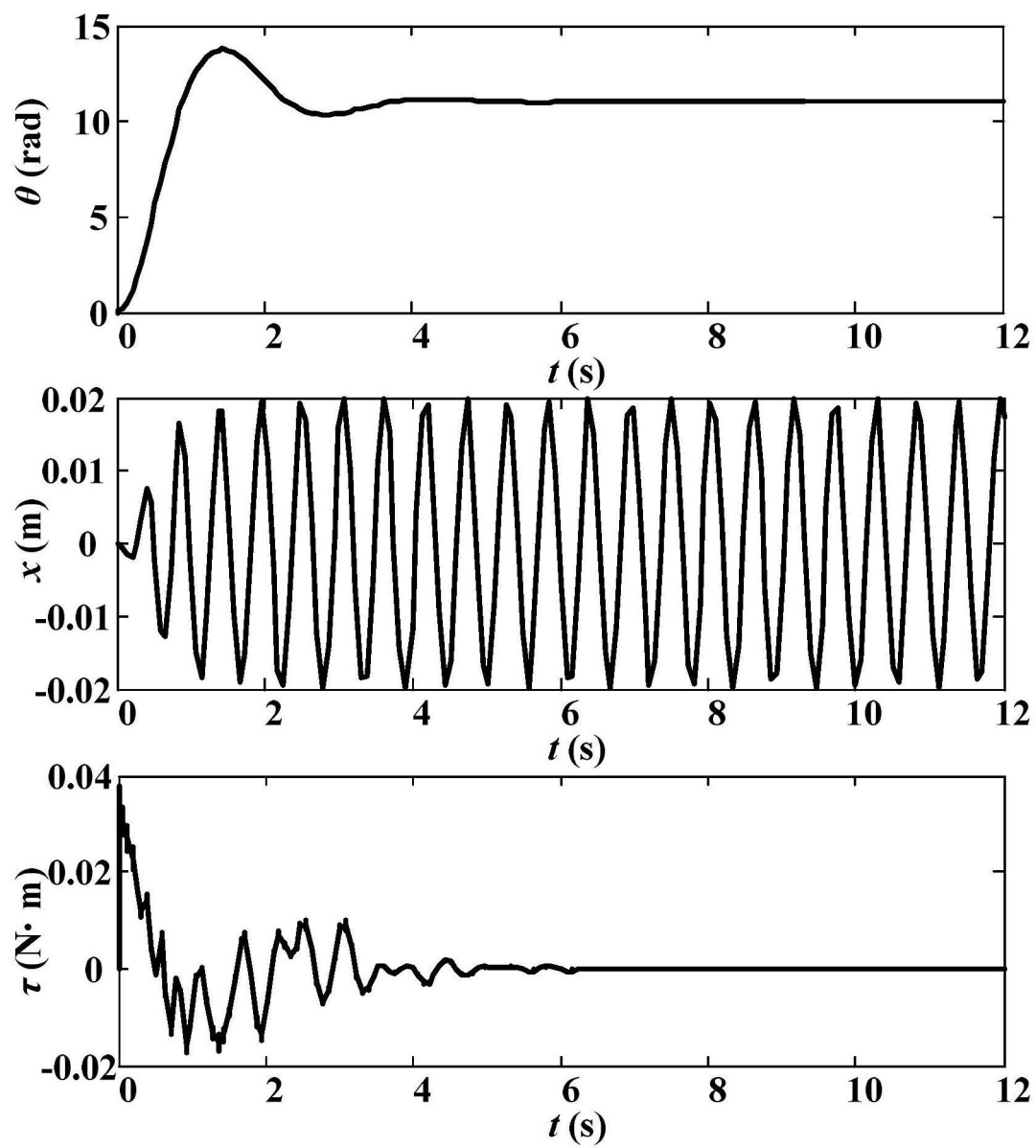


图2