

华中科技大学光学与电子信息学院本科教学

半导体物理（电子16级）

姜胜林、刘欢、张光祖

2018. 10





普通高等教育“十一五”国家级规划教材
电子科学与技术类专业精品教材

半导体物理学

(第7版)

The Physics of Semiconductors

7th Edition

©刘恩科 朱秉升 罗晋生 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

1

半导体中的电子状态

2

半导体中载流子的统计分布

3

载流子输运与导电

4

非平衡载流子

5

p-n结

6

金属和半导体的接触

7

半导体表面与MIS结构

8

半导体异质结

9

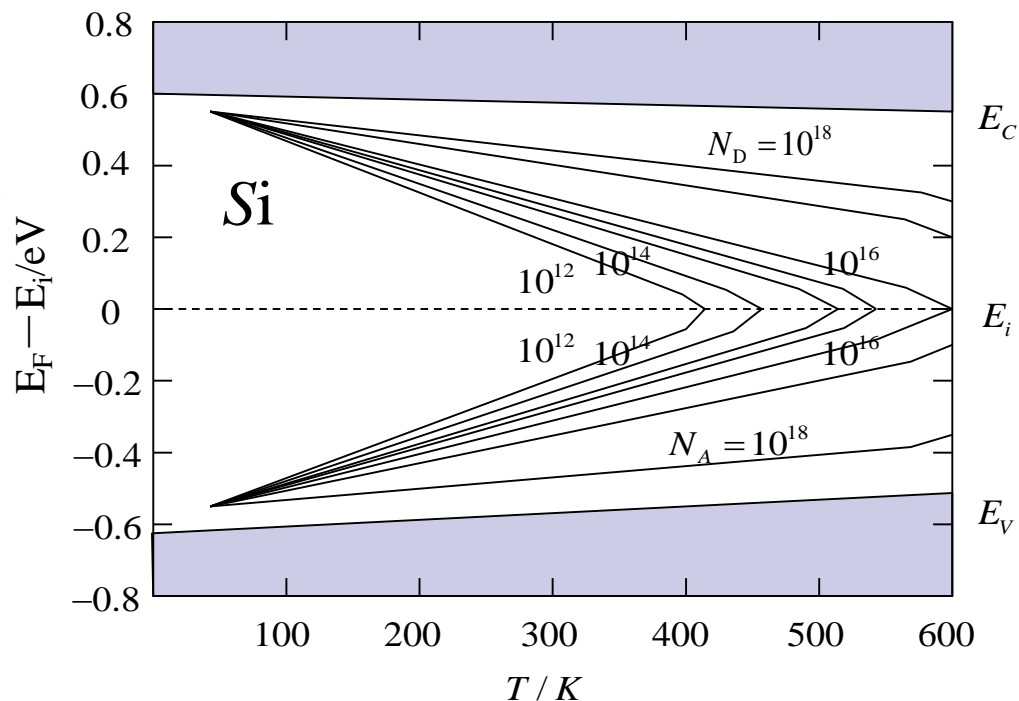
半导体的光、热、磁效应

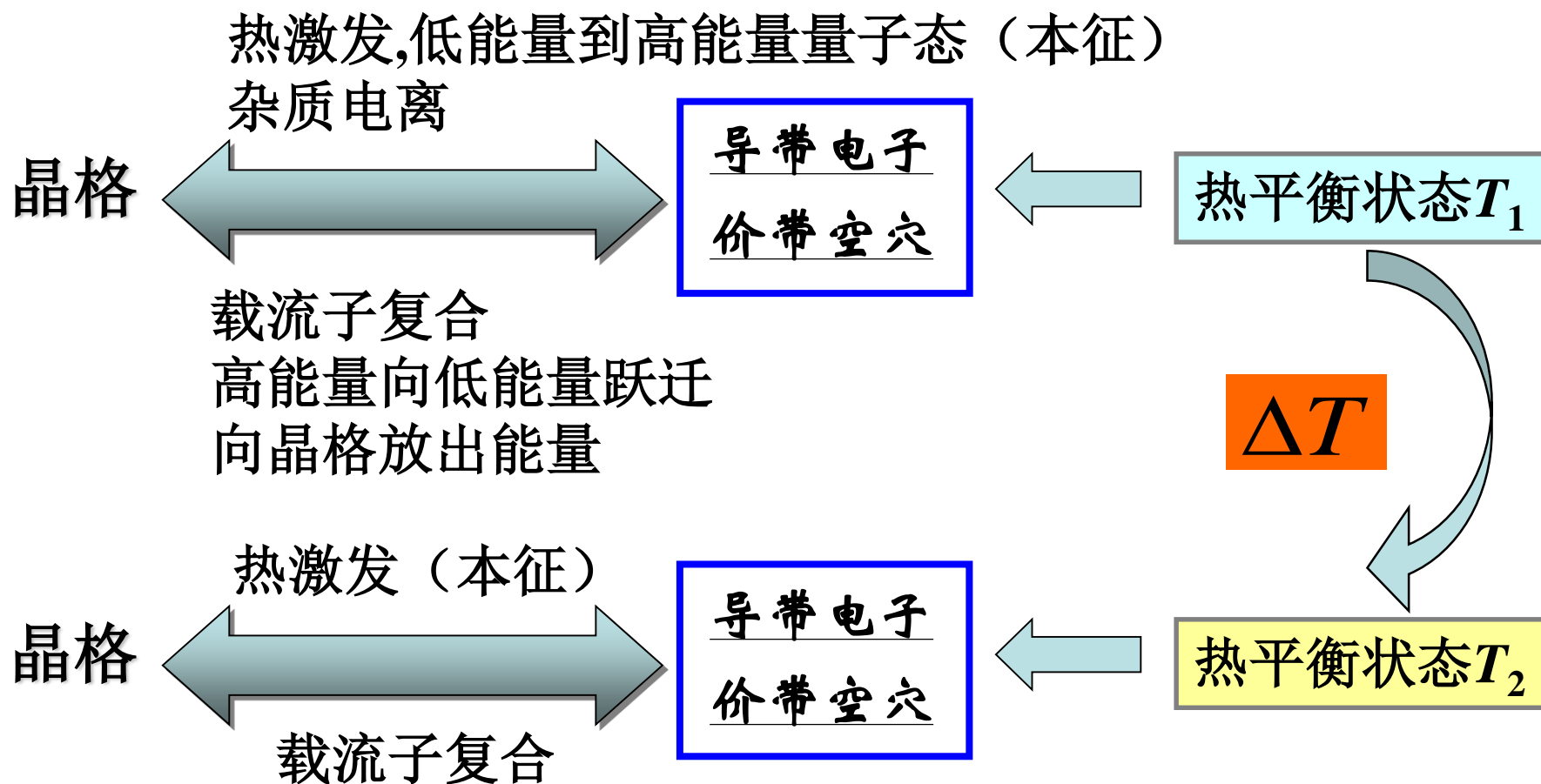
2

半导体中载流子的统计分布

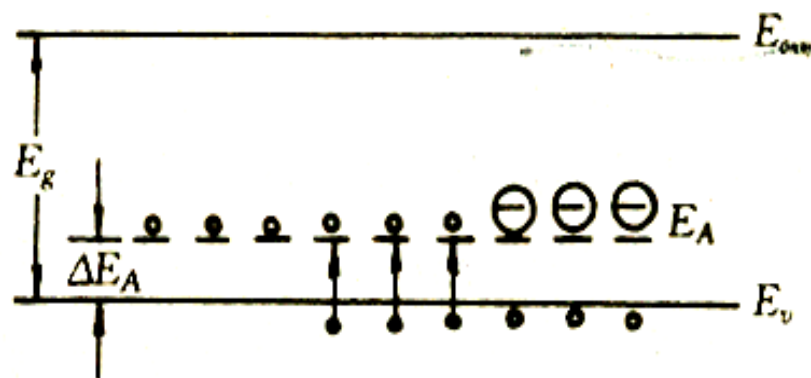
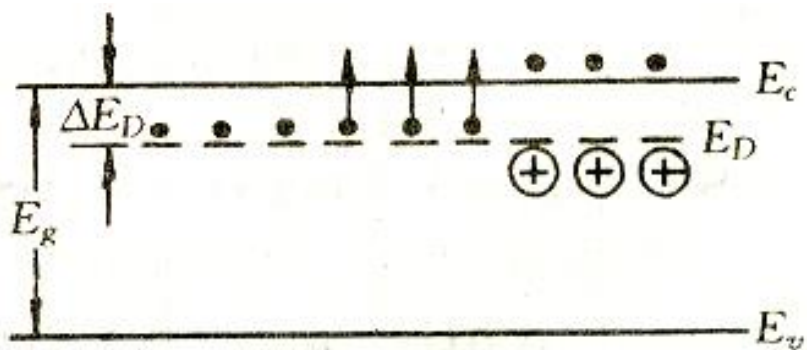
本章内容提要

- 热平衡状态，状态密度
- 费米能级与分布函数
- 电中性方程
- 载流子浓度 Vs 温度
- 简并半导体

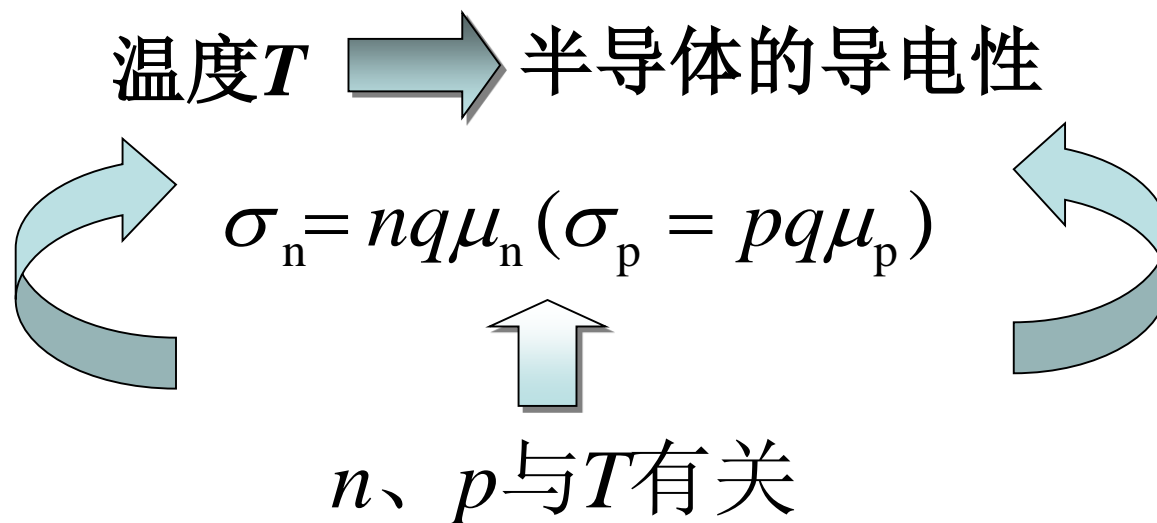




热平衡载流子: 一定温度下, 处于热平衡状态下的导电电子和空穴



电子从施主能级跃迁到导带时产生导带电子
 电子从价带激发到受主能级时产生价带空穴



- ❖ 载流子浓度随温度的变化规律
- ❖ 计算一定温度下热平衡载流子浓度

电子如何按照能量分布



允许量子态按能量的分布

电子在允许量子态中的分布

- ❖ 载流子浓度 n 、 p 随温度的变化规律
- ❖ 计算一定温度下热平衡载流子 n 、 p 浓度

电子如何按照能量分布

允许量子态按能量的分布

状态密度 $g(E)$

电子在允许量子态中的分布

费米和玻耳兹曼分布 $f(E)$



E 到 $E+dE$ 之间被电子占据的量子态 $f(E)g(E)dE$

2.1 状态密度

量子态：晶体中电子允许存在的能量状态。

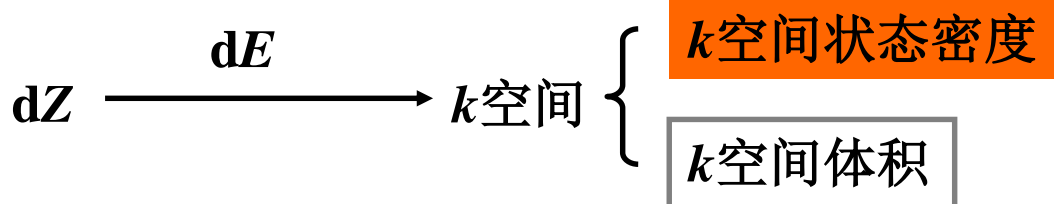
$$g(E) = \frac{dZ}{dE}$$

dZ 是 E 到 $E+dE$ 之间无限小的能量间隔内的量子态个数

意义： $g(E)$ 就是在能带中能量 E 附近单位能量间隔内的量子态数。

计算状态密度的方法：

算出单位 k 空间中量子态（ k 空间状态密度）→算出 k 空间中能量 E 到 $E+dE$ 间所对应的 k 空间体积，并和 k 空间的状态密度相乘，求出 dZ →利用 $g(E) = \frac{dZ}{dE}$ 求出。



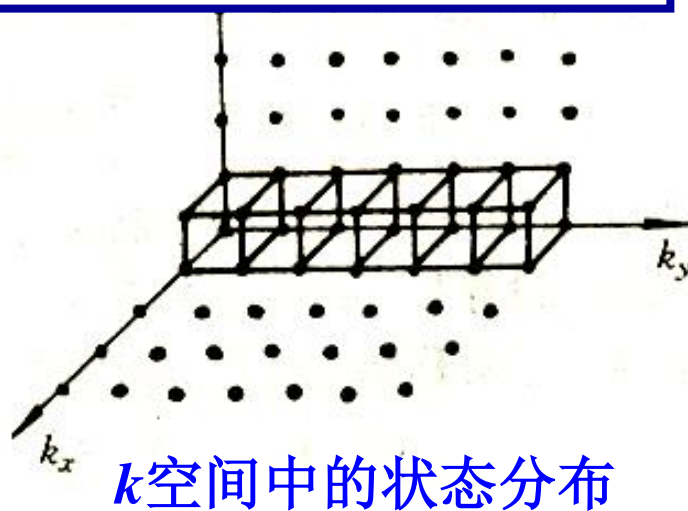
1. k 空间中量子态的分布(周期性边界条件, k 只能取分立数值)

k 空间中, 体积为 $8\pi^3/V$ 的一个立方体中有一个代表点, 即 k 空间中代表点的密度为 $V/8\pi^3$; 也就是说, k 空间中, 电子的允许能量状态密度是 $V/8\pi^3$, (计入自旋) 电子的允许量子态密度是 $2V/8\pi^3$ 。

坐标轴方向均为 $2\pi/L$ 的整数倍

代表点在 k 空间中是均匀分布的

每一个代表点都和体积为 $8\pi^3/L^3=8\pi^3/V$ 的一个立方体相联系



2. 状态密度

(1) 导带底附近（极值在 $k=0$ ，等能面为球面）

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$$

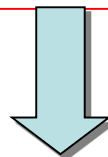


$$k = \frac{(2m_n^*)^{\frac{1}{2}}(E - E_c)^{\frac{1}{2}}}{\hbar}, \quad kdk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2}$$

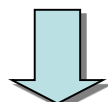
$E \rightarrow E + dE$ 间的量子态数：

$$dZ = \frac{2V}{8\pi^3} \cdot 4\pi k^2 dk$$

$$k = \frac{(2m_n^*)^{\frac{1}{2}}(E - E_c)^{\frac{1}{2}}}{\hbar}, \quad kdk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2}$$



$$dZ = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} dE$$



$$g_c(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

(1) 导带底附近

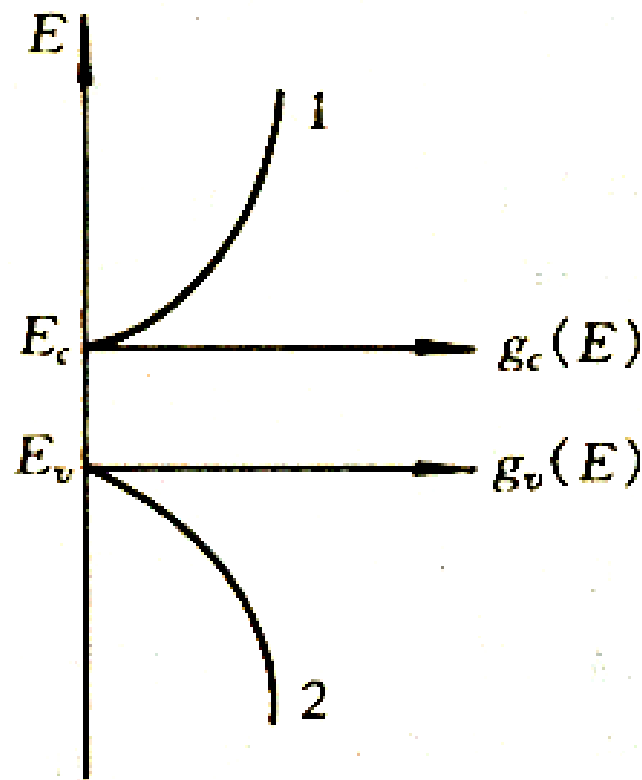
$$g_c(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

(2) 价带顶附近

$$g_v(E) = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_p^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E_v - E)^{\frac{1}{2}}$$

表明：

导带底（价带顶）附近单位能量间隔内的量子态数目，随着电子（空穴）的能量增加按抛物线关系增大。即电子（空穴）的能量越大，状态密度越大。



状态密度与能量的关系

2.2 费米能级和载流子的统计分布

1. 费米分布函数

(1) 费米分布函数的意义

一定温度下： 低能量的量子态 $\xrightleftharpoons{\text{电子跃迁}}$ 高能量的量子态

单个电子 \longrightarrow 与晶格交换能量
能量时大时小，经常变化

大量电子 \longrightarrow 在热平衡状态下，电子按能量大小具有一定的统计分布规律性



电子在不同能量的量子态
上统计分布概率是一定的

量子统计理论 → 服从**泡利不相容原理**的电子遵循费米统计律
(费米-狄拉克统计理论)

对于能量为 E 的一个量子态
被一个电子占据的概率 $f(E)$
:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)}$$

k_0 : 玻耳兹曼常数
 T : 绝对温度

$f(E)$: 电子的费米分布函数, 它是描写热平衡状态下, 电子在允许的量子态上如何分布的一个统计分布函数。

E_F : 费米能级或费米能量, 与**温度、半导体材料的导电类型、杂质的含量以及能量零点的选取**有关。

一个很重要的物理参数, 决定电子在能级上的分布

在一定温度下电子在各量子态上的统计分布完全确定

将半导体中大量电子的集体看成一个热力学系统，
由统计理论证明，费米能级 E_F 是系统的化学势：

$$E_F = \mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_T$$

μ ：系统的化学势， F ：系统的自由能

意义：当系统处于热平衡状态，也不对外界做功的情况下，系统中增加一个电子所引起系统自由能的变化，等于系统的化学势，也就是等于系统的费米能级。而处于热平衡状态的系统有统一的化学势，所以处于热平衡状态的电子系统有统一的费米能级。

思考：能量为 E 的量子态被空穴占据的概率是多少？

(2) 费米分布函数 $f(E)$ 的特性

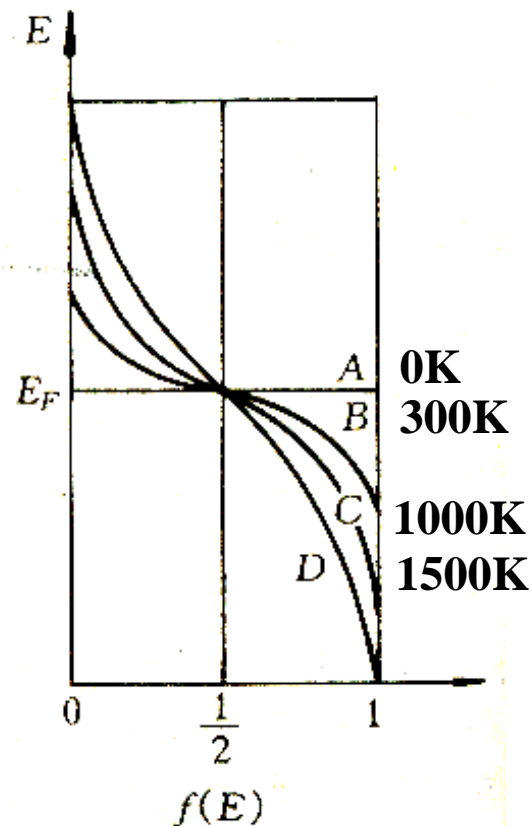
$$T=0\text{K时} \quad \begin{cases} E < E_F, \text{ 则 } f(E) = 1 \\ E > E_F, \text{ 则 } f(E) = 0 \end{cases}$$

E_F 可看成量子态是否被电子占据的一个界限。

$$T>0\text{K时} \quad \begin{cases} E < E_F, \text{ 则 } f(E) > 1/2 \\ E = E_F, \text{ 则 } f(E) = 1/2 \\ E > E_F, \text{ 则 } f(E) < 1/2 \end{cases}$$

E_F 是量子态基本上被电子占据或基本上是空的一个标志。

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)}$$



费米分布函数与
温度关系曲线

与温度的变化规律是什么

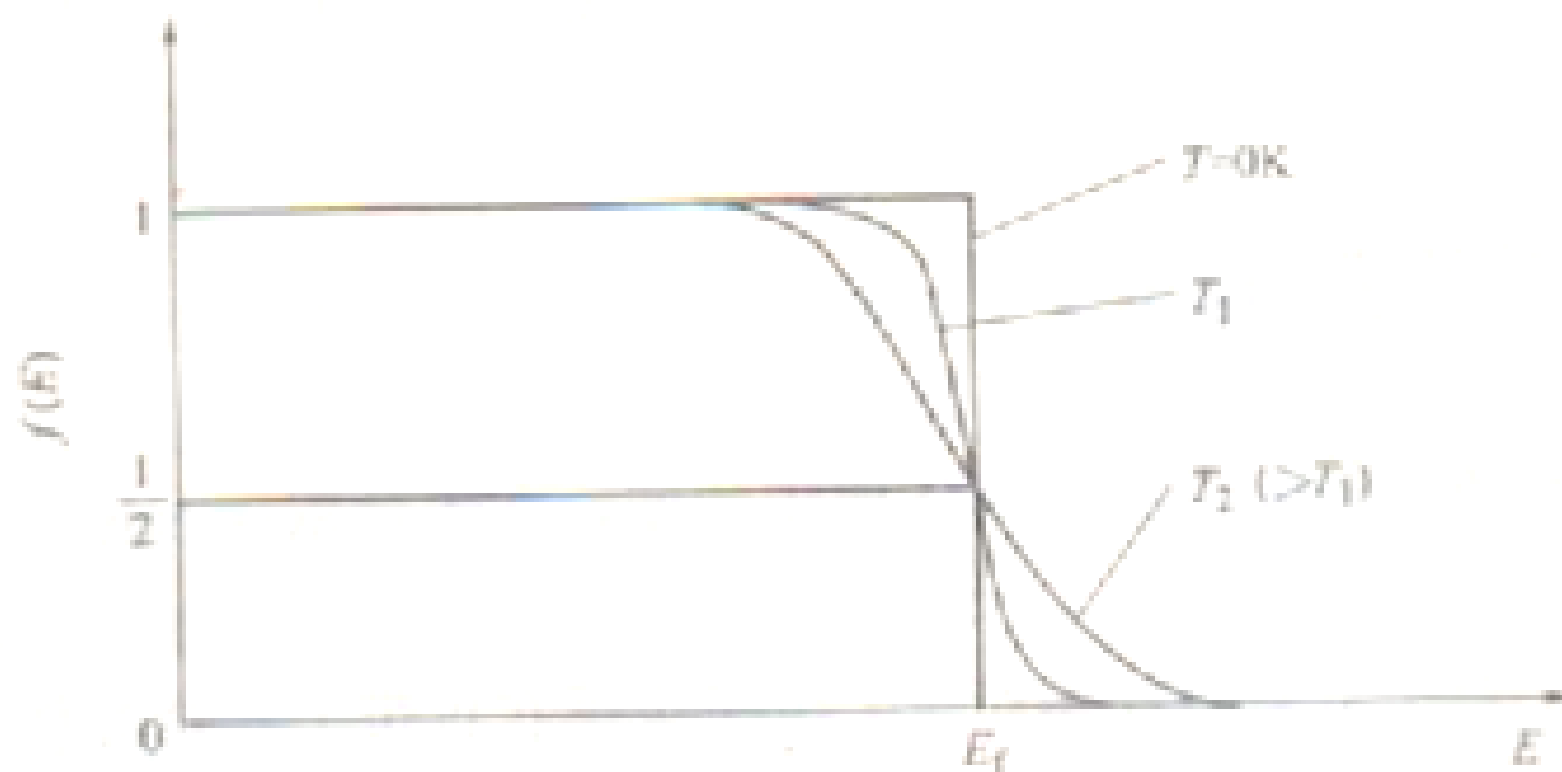


图 5-11 费米分布函数随能级能量的变化

- ◆ 一般可以认为，在温度不很高时，能量大于费米能级的量子态基本上没有被电子占据，而能量小于费米能级的量子态基本上为电子所占据，而电子占据费米能级的概率在各种温度下总是 $1/2$ 。 ($E - E_F > 5k_0T, f(E) < 0.007$; $E - E_F < -5k_0T, f(E) > 0.993$)
- ◆ 费米能级的位置比较直观地标志了电子占据量子态的情况，
(通常就说费米能级标志了电子填充能级的水平)。 E_F 高，则说明有较多的能量较高的量子态上有电子。
- ◆ T 升高，电子占据能量小于费米能级的量子态的概率下降，而占据能量大于费米能级的量子态的概率增大。

2. 玻耳兹曼分布函数

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)}$$

当 $E - E_F \gg k_0 T$ 时，量子态为电子占据的概率很小，泡利原理失去作用，两种分布统计的结果自然也就变成一样了！

$$E - E_F \gg k_0 T$$

$$\exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right) \gg 1$$

在一定 T 时，电子占据能量为 E 的量子态的概率由指数因子 $e^{-\frac{E}{k_0 T}}$ 所决定。

玻耳兹曼分布函数

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_0 T}\right) = \exp\left(\frac{E_F}{k_0 T}\right) \exp\left(-\frac{E}{k_0 T}\right) \xrightarrow{\text{令 } A = \exp\left(\frac{E_F}{k_0 T}\right)} f_B(E) = A \exp\left(-\frac{E}{k_0 T}\right)$$

$f(E)$: 能量为 E 的量子态被电子占据的概率

$1 - f(E)$: 能量为 E 的量子态不被电子占据的概率
也就是量子态被空穴占据的概率

$$1 - f(E) = 1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{k_0 T}\right)}$$

$$\downarrow \begin{array}{l} E_F - E \gg k_0 T \\ \text{令 } B = \exp\left(-\frac{E_F}{k_0 T}\right) \end{array}$$

$$1 - f(E) = B \exp\left(\frac{E}{k_0 T}\right) \quad \text{空穴的玻耳兹曼分布函数}$$

电子的玻耳兹曼分布函数

$$f_B(E) = A \exp\left(-\frac{E}{k_0 T}\right)$$

说明: $E_F - E \gg k_0 T$ 时, 空穴占据能量远低于 E_F 的量子态的概率很小
即这些量子态几乎都被电子所占据了

半导体中， E_F 常位于禁带内，且与导带底或价带顶的距离远大于 k_0T

- ◆ 对**导带中的所有量子态**来说
被电子占据的概率，一般都满足 $f(E) \ll 1$
故其**电子**分布可用玻耳兹曼分布函数描写
- ◆ 对**价带中的所有量子态**来说
被空穴占据的概率，一般都满足 $1 - f(E) \ll 1$
故其**空穴**分布可用玻耳兹曼分布函数描写

非简并性系统：服从玻耳兹曼统计律的电子系统

简并性系统：服从费米统计律的电子系统

思考： 导带中绝大多数电子分布在导带底附近
价带中绝大多数空穴分布在价带顶附近

Why?

3. 导带中的电子浓度和价带的空穴浓度

- ❖ 载流子浓度 n 、 p 随温度的变化规律
- ❖ 计算一定温度下热平衡载流子 n 、 p 浓度

电子如何按照能量分布

允许量子态按能量的分布

状态密度 $g(E)$

电子在允许量子态中的分布

费米和玻耳兹曼分布 $f(E)$



求解 n_0 的具体步骤:

导带: $E \rightarrow E + dE$ 之间, 量子态 $dZ = g_c(E) dE$

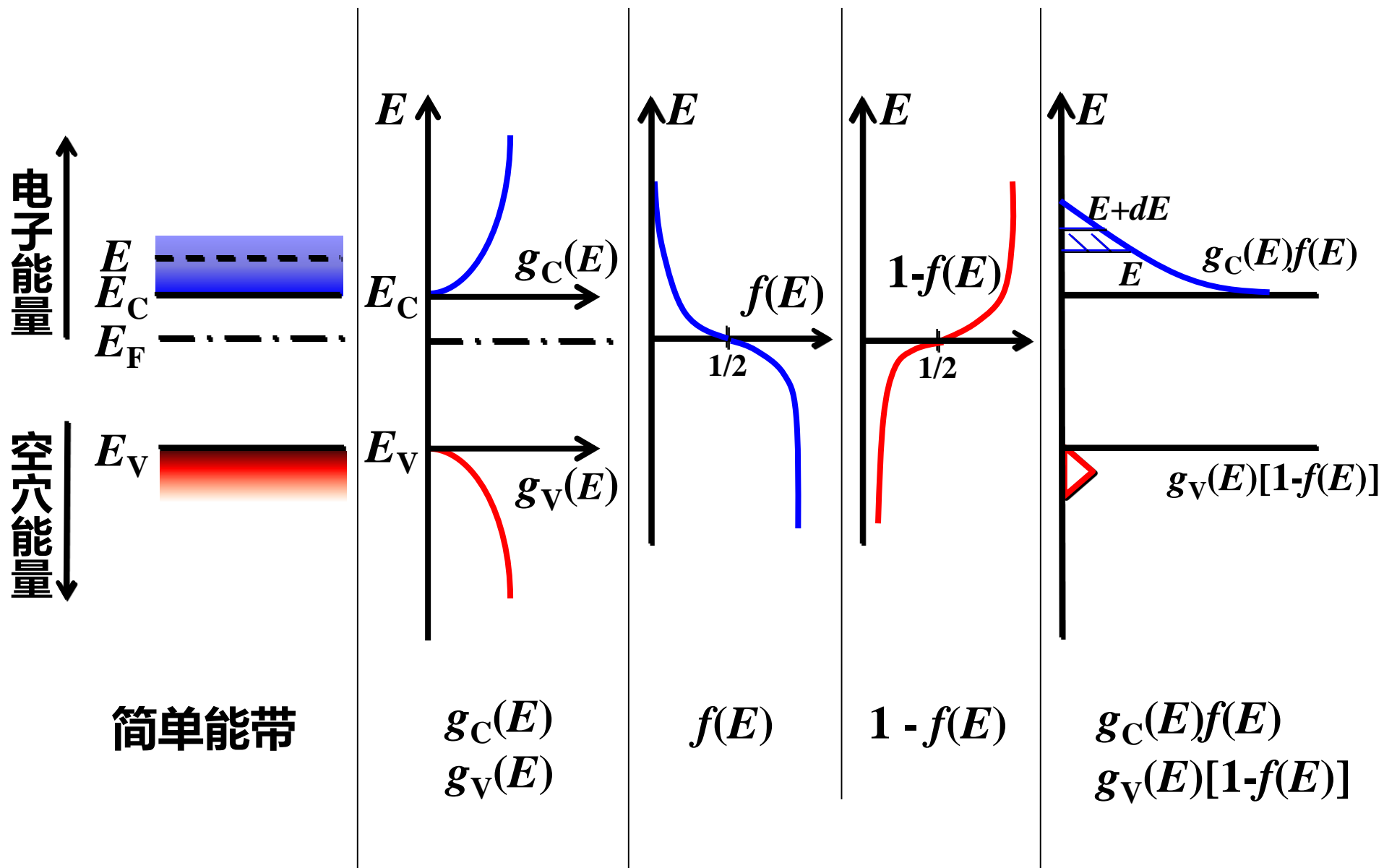
被电子占据量子态 (电子数目) $dN = f(E) dZ = f(E) g_c(E) dE$

在整个能量区间求和: 从导带底到导带顶对 $f(E) g_c(E) dE$ 积分

导带中的电子总数 N

除以半导体体积 V

导带中的电子浓度 n_0



热平衡时的能带、状态密度、分布函数、载流子浓度示意图

(1) 非简并情况下，导带中电子浓度

$E \rightarrow E + dE$ 间的电子数 dN $dN = f_B(E)g_c(E)dE$

$$g_c(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

$$f_B(E) = e^{-\frac{E - E_F}{k_0 T}}$$

$$dN = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_0 T}\right) (E - E_c)^{1/2} dE$$

积分 E_c' 导带顶能量

$$n_0 = \frac{\int_{E_c}^{E_c'} dN}{V} = \int_{E_c}^{E_c'} \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_0 T}\right) (E - E_c)^{1/2} dE$$

热平衡状态下非简并半导体的导带电子浓度 n_0

$$n_0 = \frac{\int_{E_C}^{E'_C} dN}{V} = \int_{E_C}^{E'_C} \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_0 T}\right) (E - E_C)^{1/2} dE$$

$\text{令 } x = \frac{E - E_C}{k_0 T} \quad x' = \frac{(E'_C - E_C)}{k_0 T}$

$$n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} (k_0 T)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) \int_0^{x'} x^{1/2} e^{-x} dx$$

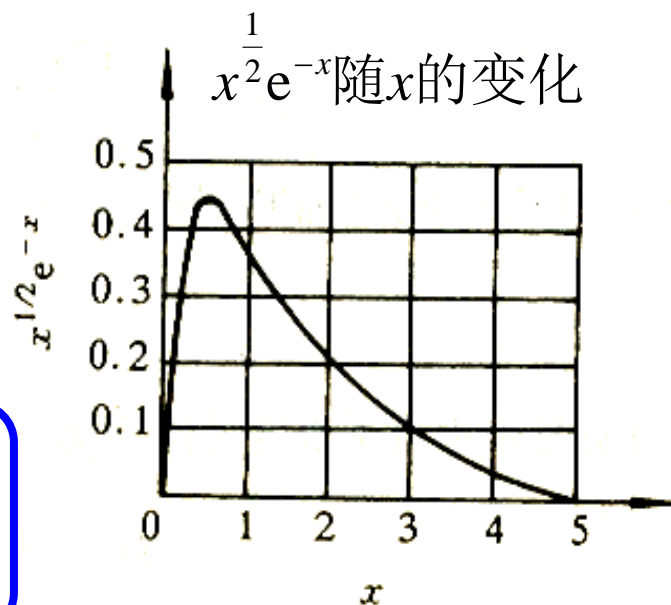
$$x' = \frac{(E'_C - E_C)}{k_0 T}$$

x' 取值：导带宽度典型值为1~2eV，目前对一般半导体器件有兴趣的最高温度为500K



$$\begin{cases} k_0 T \approx 0.043 \text{ eV} \\ x' = \frac{(E'_C - E_C)}{k_0 T}, \text{至少是 } \frac{1}{0.043} \approx 23 \end{cases}$$

$$\int_0^{23} x^{1/2} e^{-x} dx \text{ 与 } \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx \text{ 差别不大}$$



或者可以这样理解：

导带电子大多数在底部附近 $\xrightarrow[\text{电子占据概率随能量增加而迅速下降}]{\text{玻耳兹曼分布}}$ E'_C 与 ∞ 之间的电子数极少

$$n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} (k_0T)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0T}\right) \int_0^{x'} x^{1/2} e^{-x} dx$$



$$n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} (k_0T)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0T}\right) \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx$$



$$\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$n_0 = 2 \left(\frac{m_n^* k_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T} \right)$$

导带中电子浓度为:

$$n_0 = 2 \left(\frac{m_n^* k_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{E_C - E_F}{k_0 T} \right)$$

N_C : 导带的有效状态密度

$N_C \propto T^{3/2}$, 是温度的函数

令 $N_C = 2 \left(\frac{m_n^* k_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$

$$n_0 = N_C \exp \left(- \frac{E_C - E_F}{k_0 T} \right)$$

非简并条件下电子占据
能量为 E_C 的量子态的概率

$$f(E_C) = \exp \left(- \frac{E_C - E_F}{k_0 T} \right)$$

导带中所有量子态
都集中在导带底 E_C
它的状态密度为 N_C

如何理解?

$$n_0 = N_C f(E_C)$$

则 n_0 为 N_C 中有电子占据的量子态数

(2) 非简并情况下，价带中空穴浓度

价带中空穴浓度为：

$$p_0 = 2 \left(\frac{m_p^* k_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T} \right)$$

N_V ：价带的有效状态密度

$N_V \propto T^{3/2}$ ，是温度的函数

$$\text{令 } N_V = 2 \left(\frac{m_p^* k_0 T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

$$p_0 = N_V \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T} \right)$$

非简并条件下空穴占据
能量为 E_V 的量子态的概率

$$f(E_V) = \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T} \right)$$

价带中所有量子态
都集中在价带顶 E_V ，
它的状态密度为 N_V

如何理解？

$$p_0 = N_V f(E_V)$$

则 p_0 为 N_V 中有空穴占据的量子态数

小结：

$$\left\{ \begin{array}{l} n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) \\ p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right) \end{array} \right.$$

$$n_0, p_0 \left\{ \begin{array}{l} T \left\{ \begin{array}{l} N_C, N_V \\ \text{玻耳兹曼分布函数} \end{array} \right. \\ E_F \left\{ \begin{array}{l} T \\ \text{所含杂质} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

温度、半导体材料的导电类型、杂质的含量以及能量零点的选取有关。

$\Rightarrow T$ 一定时，杂质类型和数量不同 $\Rightarrow n_0, p_0$ 随之变化
一定温度下，只要费米能级确定，就能计算出 n_0 和 p_0

4. 载流子浓度乘积 $n_0 p_0$

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$n_0 p_0 = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_C - E_V}{k_0 T}\right) = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_g}{k_0 T}\right)$$

$$N_C = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

$$N_V = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$



$$n_0 p_0 = 4 \left(\frac{2\pi k_0}{h^2} \right)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{k_0 T}\right)$$

$$n_0 p_0 = 4 \left(\frac{2\pi k_0}{h^2} \right)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} T^3 \exp \left(-\frac{E_g}{k_0 T} \right)$$

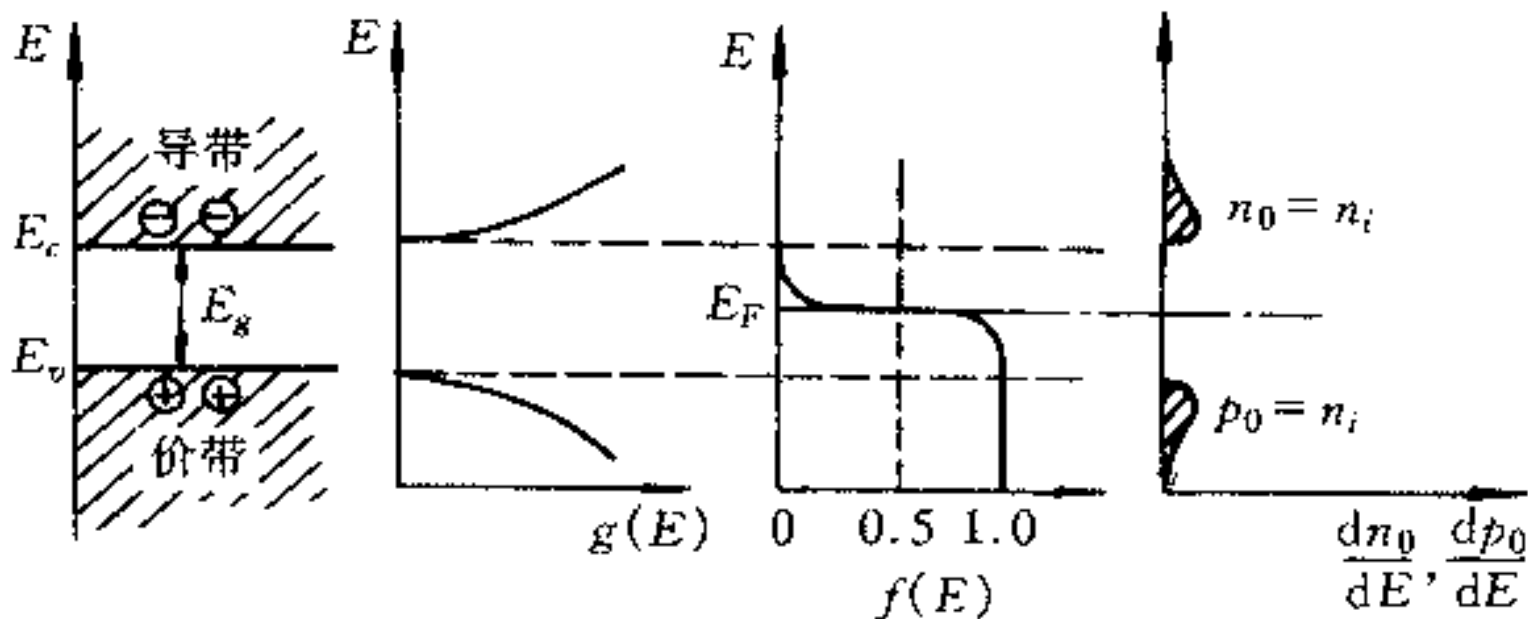
讨论：

- ◆ 电子和空穴浓度乘积和费米能级无关。
- ◆ 一定的半导体材料（ E_g 确定）， $n_0 p_0$ 乘积只取决于温度 T ，与所含杂质无关。
- ◆ T 一定时， $n_0 p_0$ 乘积与 E_g 有关。
- ◆ T 、半导体材料（ E_g ）确定后， $n_0 p_0$ 一定（例如 $n_0 \uparrow$ 则 $p_0 \downarrow$ ）

这个关系式适用于热平衡状态下的非简并半导体（本征、杂质半导体）

2.3 本征半导体的载流子浓度

本征半导体：没有杂质和缺陷的半导体。



$T=0K$: 价带全满，导带空

$T>0K$: 本征激发，电子和空穴成对出现， $n_0=p_0$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) \\ p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right) \end{array} \right. \xrightarrow{n_0=p_0} N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) = N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_0 T}\right)$$

取对数

本征半导体的费米能级 E_F 常用 E_i 表示

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

$$N_C = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \quad N_V = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3k_0 T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3k_0T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

讨论:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si: } \frac{m_p^*}{m_n^*} = 0.55 \\ \text{Ge: } \frac{m_p^*}{m_n^*} = 0.52 \\ \text{GaAs: } \frac{m_p^*}{m_n^*} \approx 7.0 \end{array} \right\} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} \text{ 在2以下}$$

E_F 约在禁带中线附近
 $1.5k_0T$ 范围内

$T = 300\text{K}$ (室温), $k_0T \approx 0.026\text{eV}$, $E_{g_{\text{Si, Ge, GaAs}}}$ 约为1eV左右

上述半导体本征费米能级 E_i 基本上在禁带中线处

例外: 锑化铟, 室温时 $E_g \approx 0.17\text{eV}$, $\frac{m_p^*}{m_n^*} \approx 32$, E_i 已远在禁带中线之上

本征载流子浓度：

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3k_0 T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

$$n_i = n_0 = p_0 = (N_C N_V)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right)$$

- ◆ 一定的半导体材料， n_i 随温度的升高而迅速增加。
- ◆ 同一温度 T 时，不同的半导体材料， E_g 越大， n_i 越小。

载流子浓度乘积

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{本征载流子浓度: } n_i = n_0 = p_0 = (N_C N_V)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right) \\ \text{非简并半导体: } n_0 p_0 = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_g}{k_0 T}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow n_0 p_0 = n_i^2$$

说明：在一定温度下，任何**非简并半导体**的热平衡载流子浓度的乘积等于该温度时的**本征载流子浓度 n_i 的平方**，**与所含杂质无关**，即上式适用于本征、以及非简并的杂质半导体。

$$n_i = n_0 = p_0 = (N_C N_V)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right)$$

$$N_C = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \quad \downarrow \quad N_V = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

$$n_i = \left[\frac{2(2\pi k_0 T)^{3/2} (m_p^* m_n^*)^{3/4}}{h^3} \right] \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right)$$

h 、 k_0 的数值, 电子质量 m_0

$$n_i = 4.82 \times 10^{15} \left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^2} \right)^{3/4} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right)$$

$$E_g = E_g(0) + \beta T, \beta = \frac{dE}{dT}$$

$$n_i = 4.82 \times 10^{15} \left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^2} \right)^{3/4} T^{3/2} \exp\left(-\frac{\beta}{2k_0}\right) \exp\left[-\frac{E_g(0)}{2k_0 T}\right]$$

$$n_i = 4.82 \times 10^{15} \left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^2} \right)^{3/4} T^{3/2} \exp\left(-\frac{\beta}{2k_0}\right) \exp\left[-\frac{E_g(0)}{2k_0 T}\right]$$

据此，作出 $\ln(n_i T^{-3/2}) \sim 1/T$ 的关系曲线，基本上是一直线

因此可根据实验数据作图并从直线斜率得到 $T=0K$ 时的禁带宽度

$$E_g(0) = -2k_0 \times \text{斜率}$$

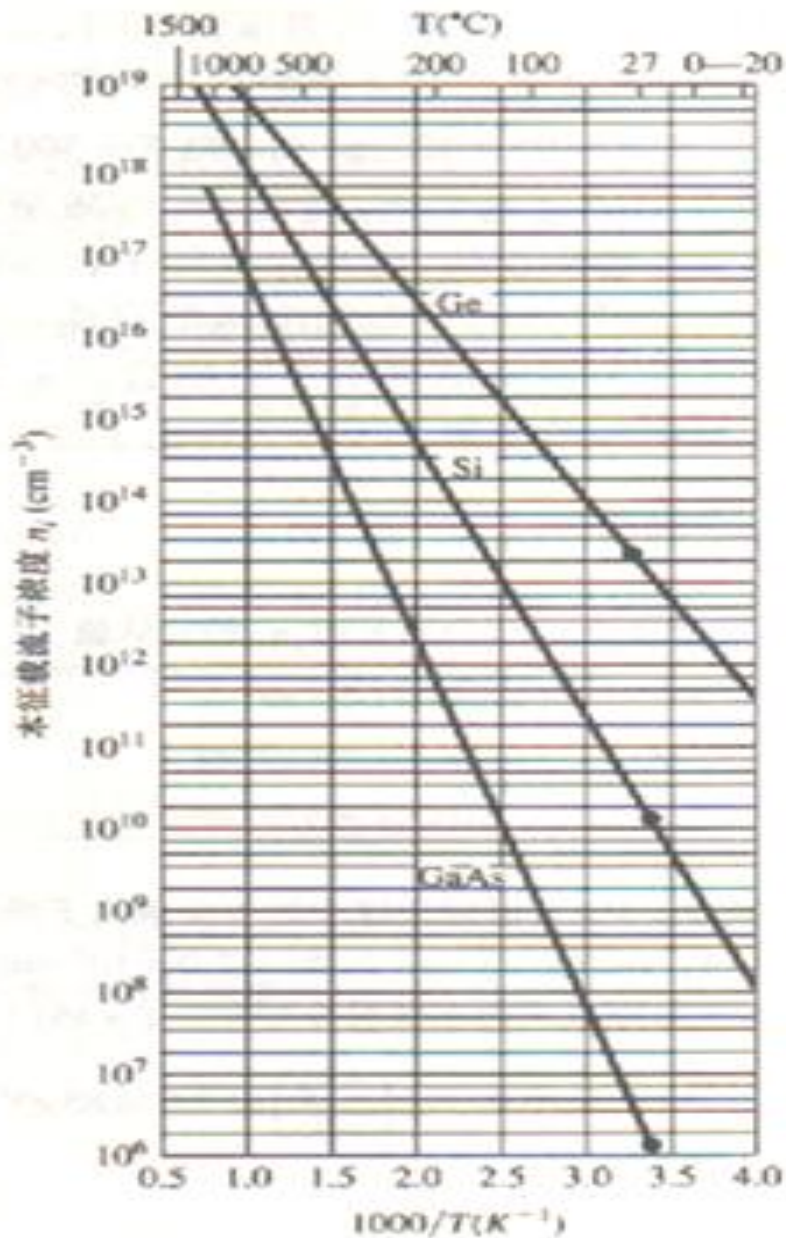
讨论：

本征载流子浓度随温度升高迅速增加，不利于器件稳定工作！

- 本征载流子浓度没有超过杂质电离所提供的载流子浓度的温度范围内，器件才能稳定工作；当温度足够高时，本征激发占主要地位，器件不能正常工作。
- 因此，每一种半导体材料制成的器件都有一定的极限工作温度，超过这一温度，本征激发占主要地位，器件就失效了。

例如：硅器件的极限工作温度520K，锗370K（ E_g 比Si小），GaAs720K（ E_g 比Si大）更适宜于制造大功率器件。

- 制造半导体器件一般都用含有适当杂质的半导体材料，使载流子主要来源于杂质电离，而将本征载流子浓度忽略不计。



你能根据曲线确定对应的半导体吗

- 常见半导体在室温下的本征载流子浓度:

Si: $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

Ge: $n_i = 2.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

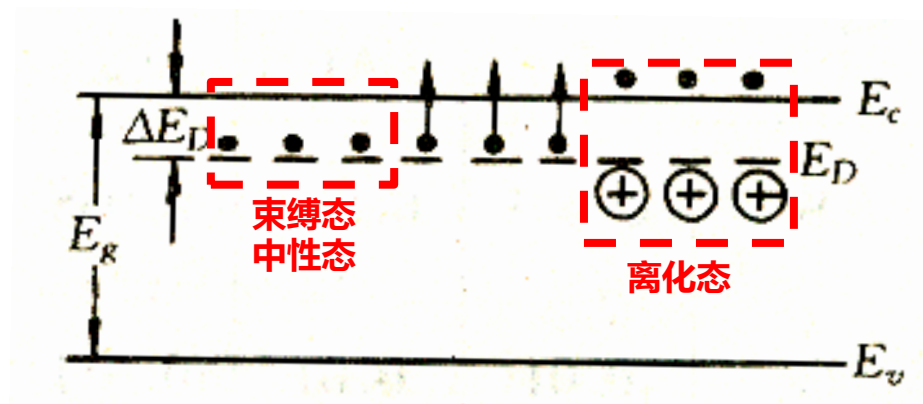
GaAs: $n_i = 1.8 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$

硅、砷化镓和锗的本征载流子浓度与温度的函数关系

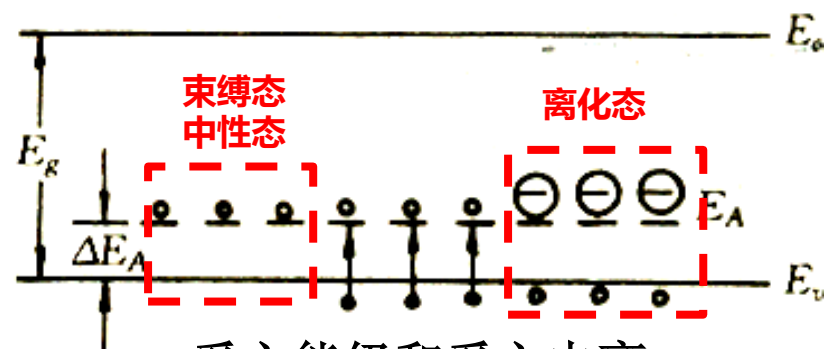
2.4 杂质半导体的费米能级与载流子浓度

1. 杂质能级上的电子和空穴

电子占据 { 未电离的施主杂质能级
已电离的受主杂质能级



施主能级和施主电离



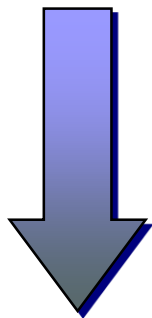
受主能级和受主电离

电子占据杂质能级的概率可用费米分布函数决定吗？

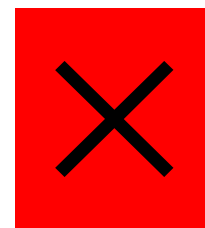
能带中的能级可以容纳自旋方向相反的两个电子。

施主杂质能级或者被一个有任一自旋方向的电子所占据，或者不接受电子，不允许同时被自旋方向相反的两个电子所占据。(放入一个电子，就满足了原子空位的需要，不可能在施主能级再放入第二个电子)

可以证明



费米分布函数 $f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)}$



电子占据施主能级的概率: $f_D(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$

空穴占据受主能级的概率: $f_A(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_A} \exp\left(\frac{E_F - E_A}{k_0 T}\right)}$

能级的基态简并度
(简并因子)

对Ge、Si、GaAs等材料, $g_D=2$, $g_A=4$

施主浓度 N_D 和受主浓度 N_A 就是杂质的量子态密度

电子和空穴占据杂质能级的概率分别是 $f_D(E)$ 和 $f_A(E)$

施主能级上的电子浓度 n_D 为： $n_D = N_D f_D(E) = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$
即没有电离的施主浓度

受主能级上的空穴浓度 p_A 为： $p_A = N_A f_A(E) = \frac{N_A}{1 + \frac{1}{g_A} \exp\left(\frac{E_F - E_A}{k_0 T}\right)}$
即没有电离的受主浓度

电离施主浓度为： $n_D^+ = N_D - n_D = N_D [1 - f_D(E)] = \frac{N_D}{1 + g_D \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$

电离受主浓度为： $p_A^- = N_A - p_A = N_A [1 - f_A(E)] = \frac{N_A}{1 + g_A \exp\left(-\frac{E_F - E_A}{k_0 T}\right)}$

讨论:

1. 杂质能级与费米能级的**相对位置**明显反映了电子和空穴占据杂质能级的情况。

2. 当 $E_D - E_F \gg k_0 T \longrightarrow \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right) \gg 1 \longrightarrow \begin{cases} n_D \approx 0 \\ n_D^+ \approx N_D \end{cases}$
说明了什么?

3. 当 E_D 与 E_F 重合时, $n_D = 2 \frac{N_D}{3}$ 而 $n_D^+ = \frac{N_D}{3}$, 即施主杂质有1/3电离, 还有2/3没有电离。


4. 同理, **当 E_F 远在 E_A 之上时, 受主杂质几乎全部电离**; 当 E_F 远在 E_A 之下时, 受主杂质基本上没有电离; 当 E_F 等于 E_A 时, 受主杂质有1/5电离, 4/5没有电离。(思考题)

2. n型半导体的载流子浓度（只含一种施主杂质的n型半导体）

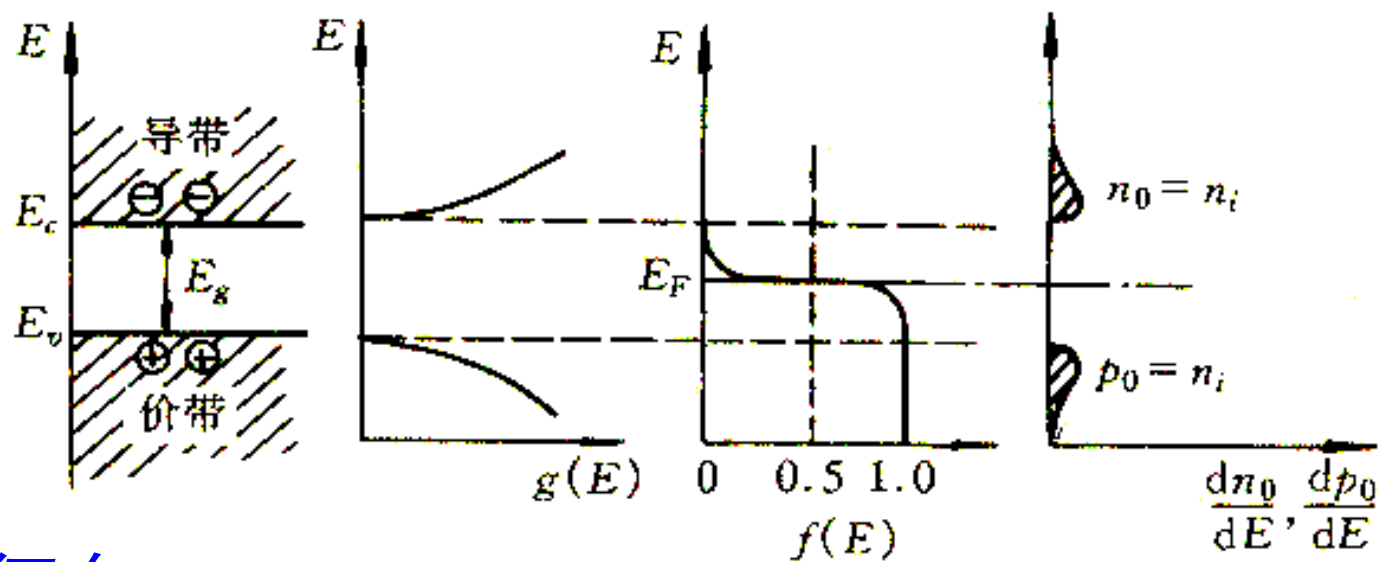
方法：利用电中性条件→确定该状态的费米能级→ T 、 E_F 确定后，

计算 n_0 (或 p_0) $\xrightarrow{n_0 p_0 = n_i^2}$ 求出 p_0 (或 n_0)

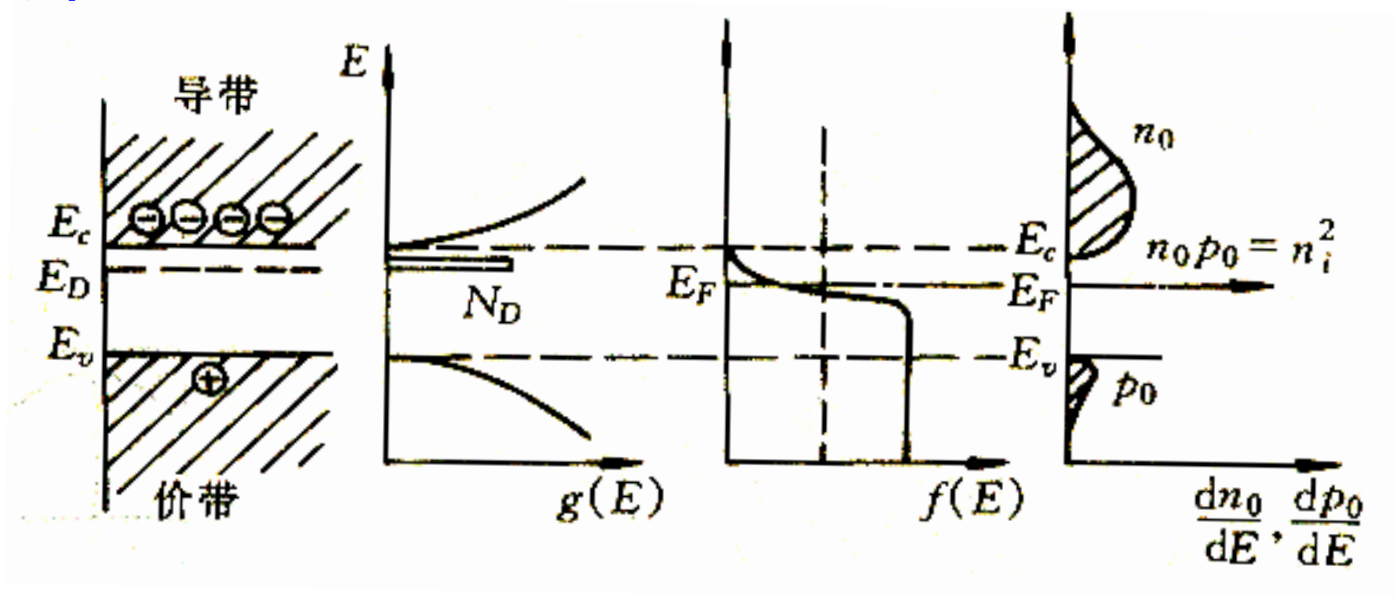
电中性条件： $n_0 = n_D^+ + p_0$ [常用总方程： $p_0 + n_D^+ = n_0 + p_A^-$]


$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) \quad p_0 = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$
$$n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

求出 E_F (关键所在)



区别何在?



如何求 E_F ，较困难？按不同温度范围讨论


(1) 低温弱电离区

$$n_0 = p_0 + n_D^+$$

大部分施主杂质能级仍为电子所占据，少量施主电离（弱电离） $n_0 = n_D^+$

价带中只靠本征激发跃迁至导电的电子数很少 $p_0 = 0$

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$



$$n_D^+ = N_D - n_D = N_D [1 - f_D(E)] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

$$\left[\exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right) \gg 1 \right] \quad (n_D^+ \text{ 远比 } N_D \text{ 小: 弱电离})$$

$$N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) = \frac{1}{2} N_D \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)$$

↓ 取对数并化简

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \left(\frac{k_0 T}{2}\right) \ln\left(\frac{N_D}{2N_C}\right)$$

与温度、杂质浓度、杂质种类有关

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \left(\frac{k_0 T}{2} \right) \ln \left(\frac{N_D}{2N_C} \right)$$

讨论

① $\lim_{T \rightarrow 0K} E_F = \frac{E_C + E_D}{2}$, 导带底和施主能级的中线处

② $\frac{dE_F}{dT}$ 可以了解随温度的变化情况

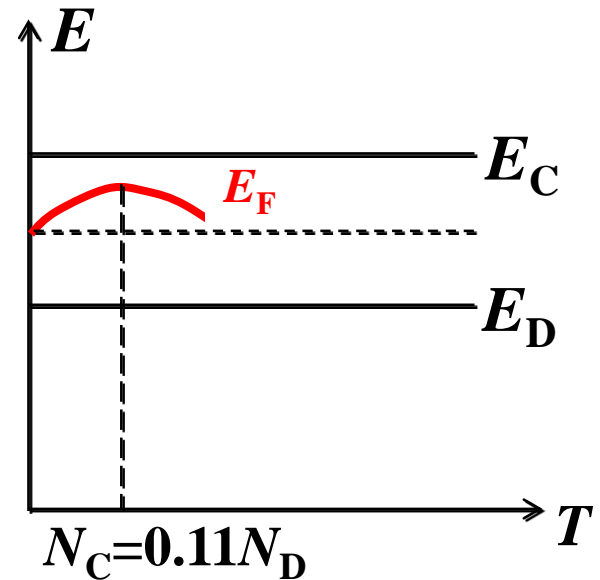
$$\frac{dE_F}{dT} = \frac{k_0}{2} \ln \left(\frac{N_D}{2N_C} \right) + \frac{k_0 T}{2} \frac{d(-\ln 2N_C)}{dT} = \frac{k_0}{2} \left[\ln \left(\frac{N_D}{2N_C} \right) - \frac{3}{2} \right]$$

• $T \rightarrow 0K$ 时, $N_C \rightarrow 0$, $dE_F/dT \rightarrow +\infty$, 上升快

• $T \uparrow$, $N_C \uparrow$, $dE_F/dT \downarrow$, 上升慢

• $T \uparrow \uparrow$, $N_C = \left(\frac{N_D}{2} \right) e^{-3/2} = 0.11N_D$ 时, $\frac{dE_F}{dT} = 0$, E_F 极大值

• $T \uparrow \uparrow \uparrow$, $dE_F/dT < 0$, 开始下降



低温弱电离区 E_F 与 T 关系

杂质含量越高, E_F 达到极值的温度也越高

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \left(\frac{k_0 T}{2} \right) \ln \left(\frac{N_D}{2N_C} \right)$$

$$n_0 = N_C \exp \left(- \frac{E_C - E_F}{k_0 T} \right)$$

n_0 随温度上升迅速增加

$$n_0 = \left(\frac{N_D N_C}{2} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{E_C - E_D}{2k_0 T} \right) = \left(\frac{N_D N_C}{2} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{\Delta E_D}{2k_0 T} \right)$$

取对数化简

$$\ln n_0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{N_D N_C}{2} \right) - \frac{\Delta E_D}{2k_0 T}$$

$$N_C \propto T^{3/2}$$

$$\ln n_0 T^{-3/4} \sim 1/T \text{ 为直线, 直线斜率为 } \frac{\Delta E_D}{2k_0}$$

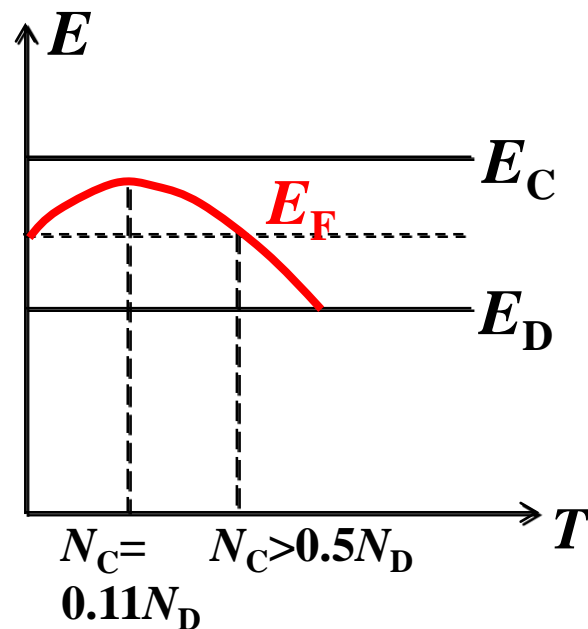
可通过实验测定 $n_0 \sim T$ 关系, 确定杂质电离能, 从而得到杂质能级的位置。

(2) 中间电离区

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \left(\frac{k_0 T}{2} \right) \ln \left(\frac{N_D}{2N_C} \right)$$

$T \uparrow$ $2N_C > N_D$

E_F 下降至 $\frac{(E_C + E_D)}{2}$ 以下



当温度升高到使 $E_F = E_D$ 时,

$$\exp \left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T} \right) = 1$$

施主杂质有1/3电离

$$n_D^+ = N_D - n_D = N_D [1 - f_D(E)] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp \left(- \frac{E_D - E_F}{k_0 T} \right)}$$

(3) 强电离区

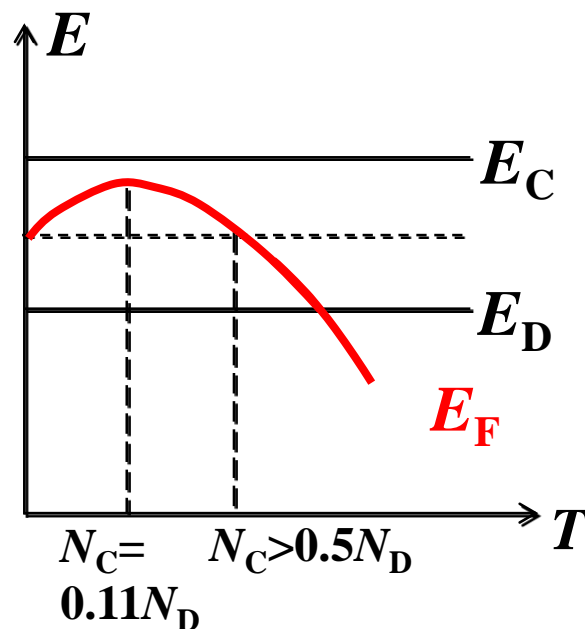
当温度升高至大部分杂质都电离时称为强电离。

此时， $n_D^+ \approx N_D$

$$n_D^+ = N_D - n_D = N_D[1 - f_D(E)] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

$$\exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right) \ll 1, \text{ 或 } E_D - E_F \gg k_0 T$$

费米能级远在 E_D 之下

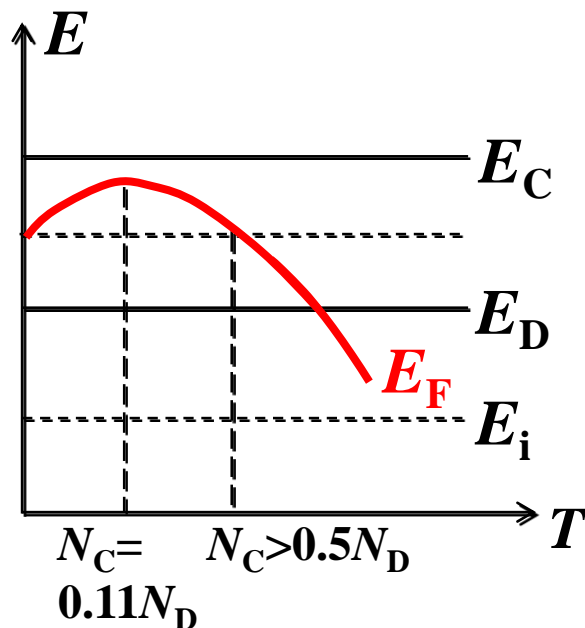


$$n_0 = n_D^+ \approx N_D$$



$$N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) = N_D$$

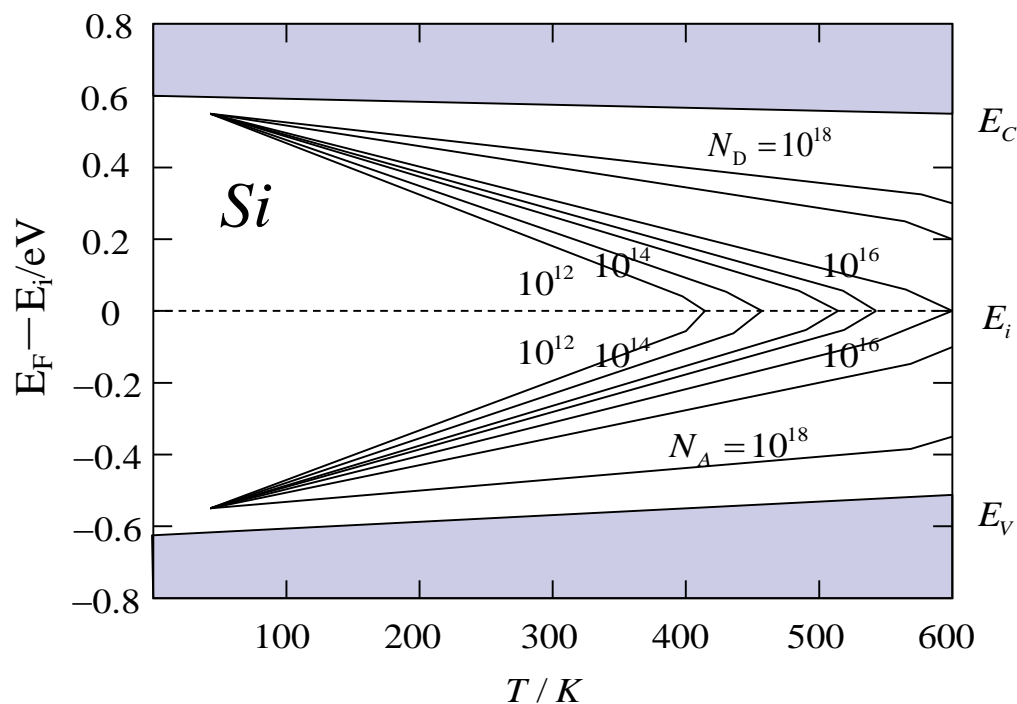
$$E_F = E_C + k_0 T \ln\left(\frac{N_D}{N_C}\right)$$



{ 强电离区 E_F 由温度 T 和施主杂质浓度所决定
 { 一般掺杂时 N_C 大于 N_D : T 一定时, N_D 越大, $E_F \rightarrow E_C$; N_D 一定时, $T \uparrow$, $E_F \rightarrow E_i$
 { n型半导体 E_F 在 E_i 之上(why?)

{ 强电离区 E_F 由温度 T 和施主杂质浓度所决定
 一般掺杂时 N_C 大于 N_D : T 一定时, N_D 越大, $E_F \rightarrow E_C$; N_D 一定时, $T \uparrow$, $E_F \rightarrow E_i$
 n型半导体 E_F 在 E_i 之上(why?)

强电离区



饱和区： 杂质全部电离, $n_0 = N_D$, 此时载流子浓度与 T 无关

(4) 过渡区

处于饱和区和完全本征激发区之间时称为过渡区

此时, $n_0 = N_D + p_0$

$$\begin{cases} p_0 = n_0 - N_D \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} n_0 &= \frac{N_D}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2} \right)^{1/2} \right] \\ p_0 &= \left(\frac{2n_i^2}{N_D} \right) \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_D^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} \end{aligned}$$

分情况讨论:

$$N_D \gg n_i \text{ 时 } \begin{cases} n_0 = N_D + \frac{n_i^2}{N_D} \\ p_0 = \frac{n_i^2}{N_D} \end{cases}$$

电子浓度远大于空穴
过渡区更接近于饱和区一侧

$$N_D \ll n_i \text{ 时 } \begin{cases} n_0 = \frac{N_D}{2} + n_i \\ p_0 = -\frac{N_D}{2} + n_i \end{cases}$$

电子浓度接近于空穴
过渡区更接近于本征激发区一侧

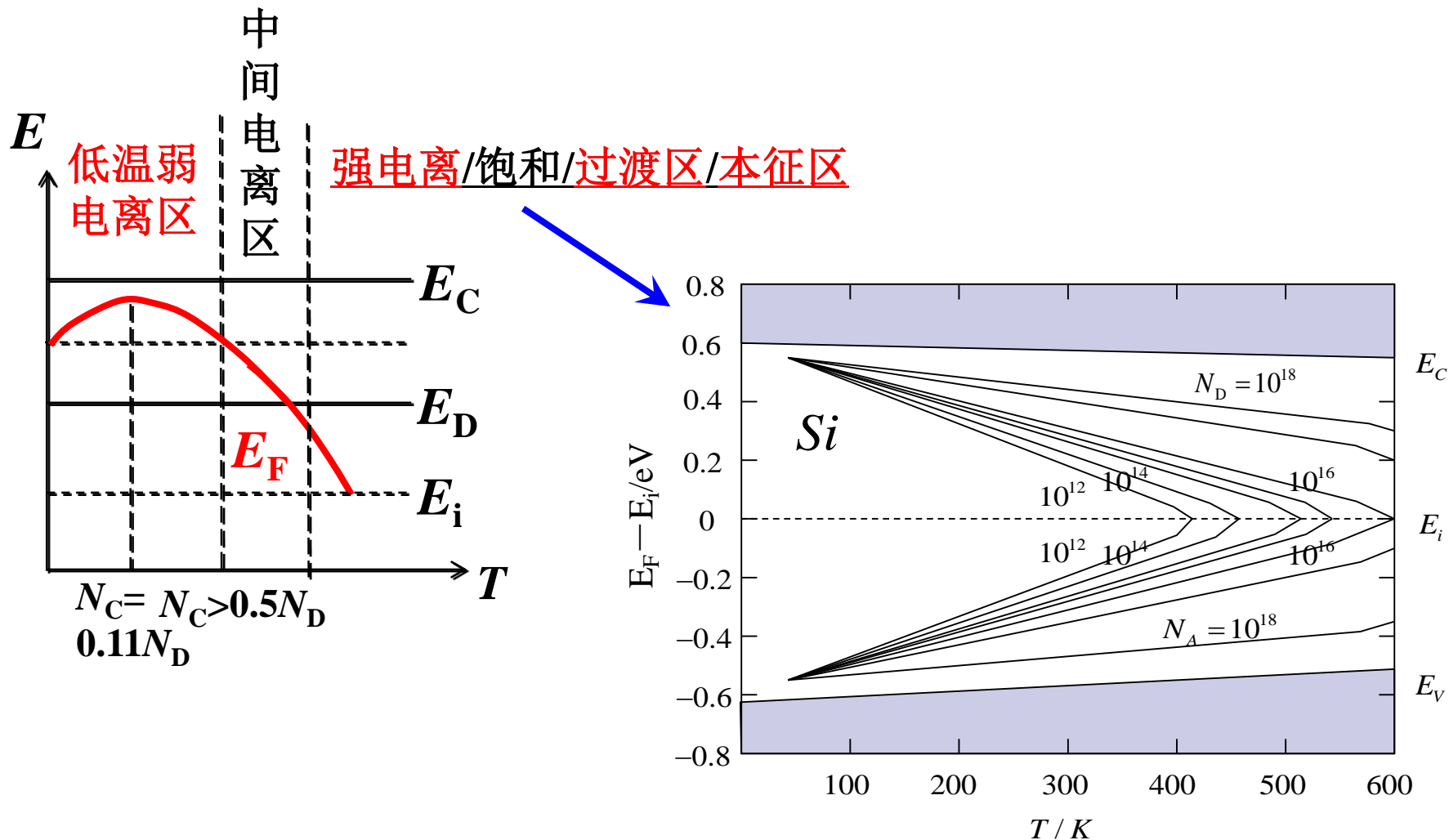
(5) 高温本征激发区

$$T \uparrow, n_0 \gg N_D, p_0 \gg N_D$$

电中性条件: $n_0 = p_0$

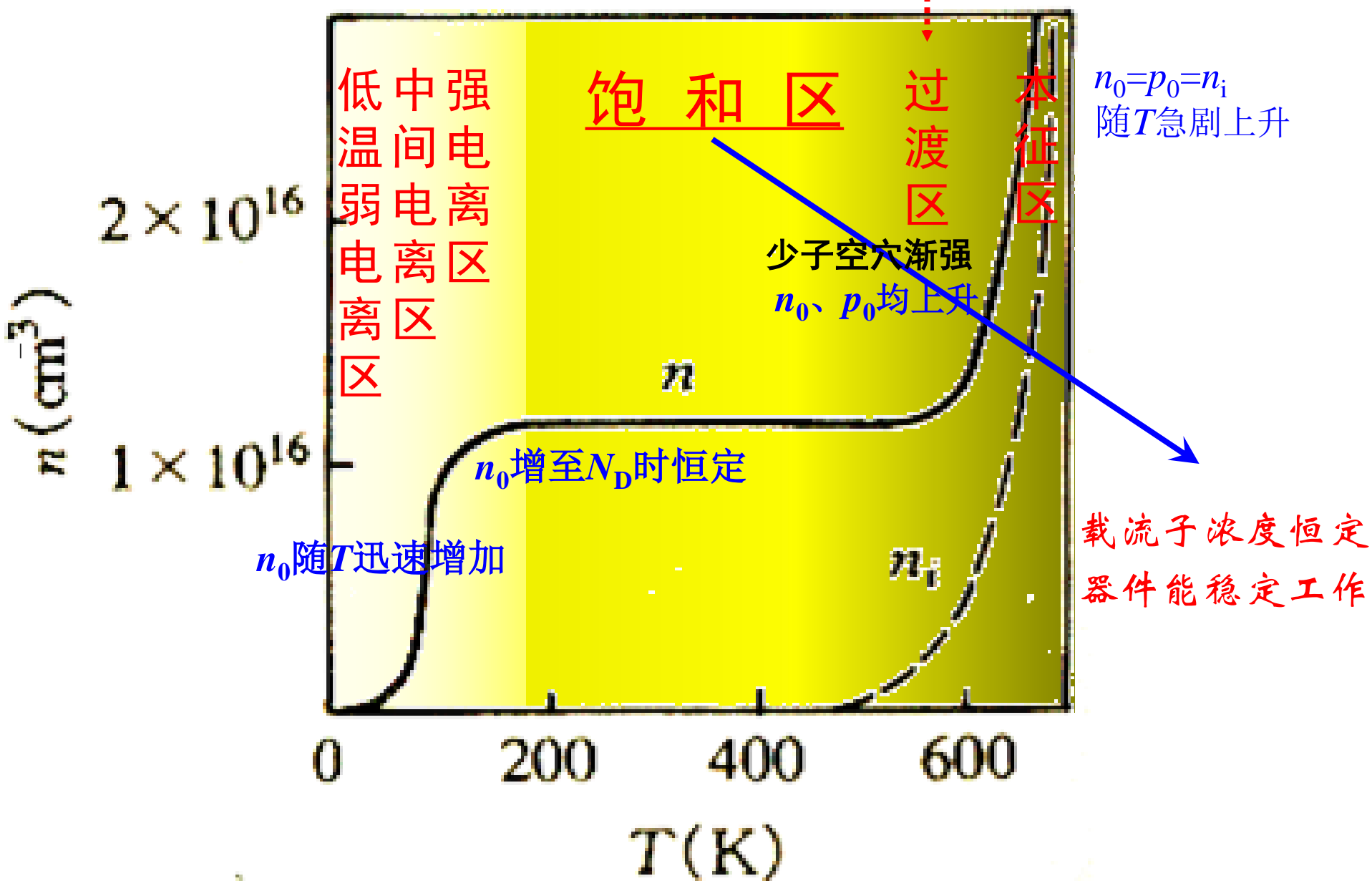
- 类似本征半导体
- 费米能级接近禁带中线，载流子浓度随温度升高而迅速增加
- 杂质浓度越高，达到本征激发起主要作用的温度也越高

小结：杂质半导体（n型）的 $E_F \sim T$



特征	电中性	载流子浓度	费米能级
低温弱电离 导带电子从施主 电离产生	$p_0=0$ $n_0= n_D^+$	$n_0 = \left(\frac{N_D N_C}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\Delta E_D}{2k_0 T} \right)$	$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \left(\frac{k_0 T}{2} \right) \ln\left(\frac{N_D}{2N_C} \right)$ $\lim_{t \rightarrow 0k} E_F = \frac{E_C + E_D}{2}$
中间电离 导带电子从施主 电离产生	同上	$n_D = \frac{2}{3} N_D, n_0 = \frac{1}{3} N_D$ $(E_F = E_D)$	$\begin{cases} 2N_C > N_D \\ E_F \text{ 下降到 } \frac{E_C + E_D}{2} \text{ 以下} \\ \text{极限 } E_F = E_D \end{cases}$
强电离（饱和） 导带电子浓度等 于施主浓度	$n_D^+ \approx N_D$	$n_0 = N_D$	$E_F = E_C + k_0 T \ln\left(\frac{N_D}{N_C} \right)$ $E_F < E_D$
过渡区 导带电子来源于 全部杂质电离和 部分本征激发	$n_0 = N_D + p_0$	$n_0 = N_D + \frac{n_i^2}{N_D}$	$E_F = E_i + k_0 T \ln\left(\frac{N_D}{2n_i} \right)$
高温本征激发区 $n_0 \gg N_D$ $p_0 \gg N_D$	$n_0 = p_0$	$n_i = (N_C N_V)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T} \right)$	$E_F = E_i$

n型硅中 电子浓度与温度关系



3. p型半导体的载流子浓度（略）

低温弱电离区：

$$\left\{ \begin{aligned} E_F &= \frac{E_V + E_A}{2} - \left(\frac{k_0 T}{2} \right) \ln \left(\frac{N_A}{2N_V} \right) \\ p_0 &= \left(\frac{N_A N_V}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{\Delta E_A}{2k_0 T} \right) \end{aligned} \right.$$

中间电离区：

强电离（饱和区）：

$$E_F = E_V - k_0 T \ln \frac{N_A}{N_V} \quad p_0 = N_A$$

过渡区：

$$p_0 = \left(\frac{N_A}{2} \right) \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_A^2} \right)^{1/2} \right] \quad n_0 = \left(\frac{2n_i^2}{N_A} \right) \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_A^2} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

高温本征激发区：（同前）

NOTE:

- ◆ 杂质半导体的载流子浓度和费米能级由温度和杂质浓度所决定。
- ◆ 对于杂质浓度一定的半导体，随着温度的升高，载流子则是从以杂质电离为主要来源过渡到以本征激发为主要来源的过程， E_F 从杂质能级附近→禁带中线处。
- ◆ 温度一定时，费米能级的位置由杂质的种类和浓度决定，费米能级的位置反映导电类型和掺杂水平。

不同掺杂情况下的费米能级



2.5 简并半导体

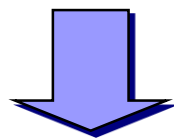
1. 载流子的简并化

强电离/饱和区 $E_F = E_C + k_0 T \ln \left(\frac{N_D}{N_C} \right)$

一般情况下（微量掺杂）： $N_D < N_C$ ，故 E_F 在 E_C 下

重掺杂时，若 $N_D \geq N_C$ 时： E_F 与 E_C 重合或在之上，费米能级进入导带

说明施主掺杂水平高（ N_D 大）；导带底附近的量子态基本上已被电子占据



导带电子数目多，“不相容”

玻耳兹曼分布不适用，必须采用费米分布函数

载流子的简并化（简并半导体）

同理可以讨论价带

2. 简并化条件

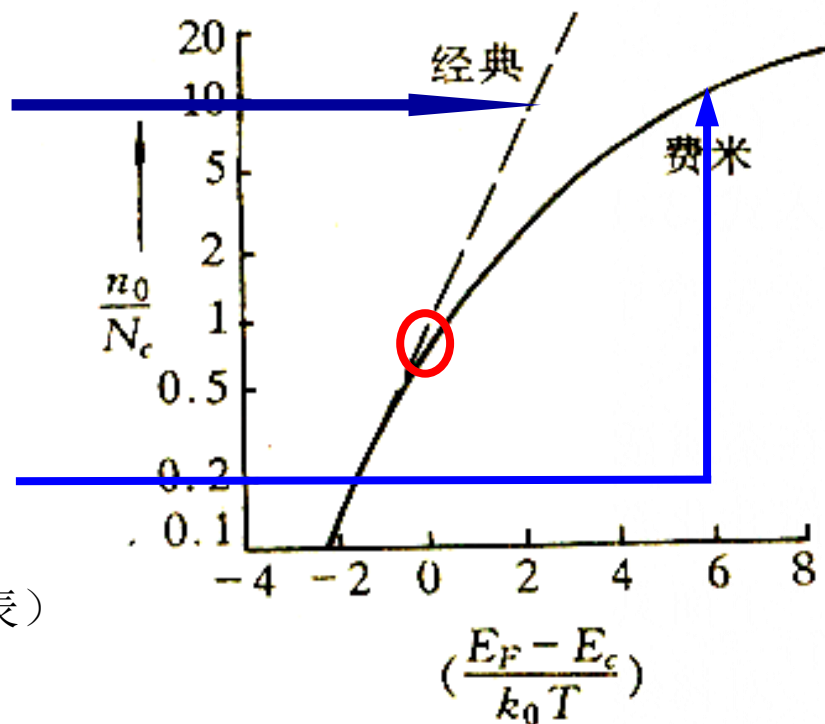
非简并

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

简并

$$n_0 = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}}\left(\frac{E_F - E_C}{k_0 T}\right)$$

(费米积分, 可查表)



E_F 比 E_C 低很多时, 两曲线重合

E_F 接近 E_C 时, 开始略有差别

E_F 等于 E_C 时, 开始有明显差别

$$\begin{cases} E_C - E_F > 2k_0 T, & \text{非简并} \\ 0 < E_C - E_F \leq 2k_0 T, & \text{弱简并} \\ E_C - E_F \leq 0, & \text{简并} \end{cases}$$

E_F 与 E_C 的相对位置可区分简并与非简并

思考：重掺杂导致半导体载流子简并化，**杂质浓度为多少时发生简并？**

仍以含一种施主杂质的n型半导体为例

电中性条件 $n_0 = n_D^+$ （由于重掺杂， p_0 可忽略）

$$\begin{cases} n_0 = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left(\frac{E_F - E_C}{k_0 T} \right) \\ n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp \left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T} \right)} \\ E_F = E_C \text{ 设为简并化条件} \end{cases}$$

发生简并时的杂质浓度

代入相应费米积分的值

$$N_D = 0.68 N_C \left[1 + 2 \exp \left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T} \right) \right]$$

发生简并时的杂质浓度

$$N_D = 0.68N_C \left[1 + 2 \exp \left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T} \right) \right]$$

讨论

- ① 简并： N_D 必定是接近或者大于 N_C ；非简并 $N_D \ll N_C$ 。
(硅、锗的 N_C 约 $10^{18} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$)
- ② 发生简并时的 N_D 与 ΔE_D 有关， $\Delta E_D \downarrow$ ，则杂质浓度较小时就会发生简并。
- ③ 将 $N_C \propto T^{3/2}$ 代入上式，可知对一定 ΔE_D 和 N_D ， T 有两个解 T_1 、 T_2 ，即发生简并化有一个温度范围 $T_1 \sim T_2$ ，而且杂质浓度越大，发生简并的温度范围越宽。

进一步思考：简并半导体的杂质能级是怎样的情况？

3. 杂质带导电

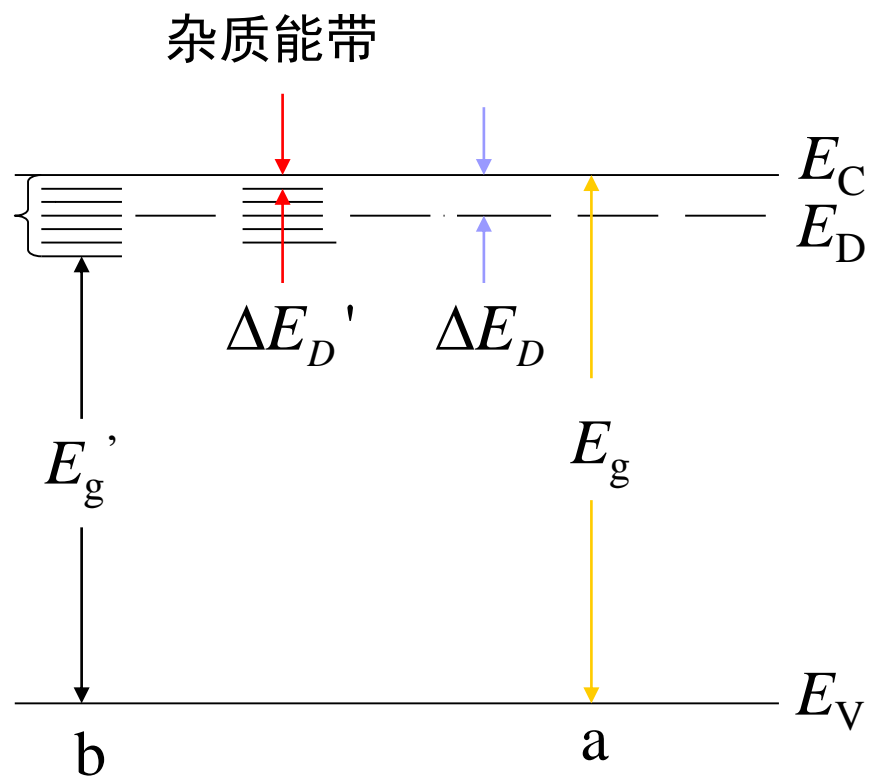
简并半导体源于重掺杂

- 单位体积内杂质原子数很多，且距离很近，相互作用明显
- 相邻杂质原子上的电子波函数将发生显著重迭
- 束缚在杂质原子上的电子（杂质电子）就可能在杂质原子之间转移 → 杂质电子在杂质原子之间的共有化运动
- 原本孤立的杂质能级扩展为杂质能带

杂质能带中的电子通过在杂质原子之间的共有化运动参加导电

4. 禁带变窄效应

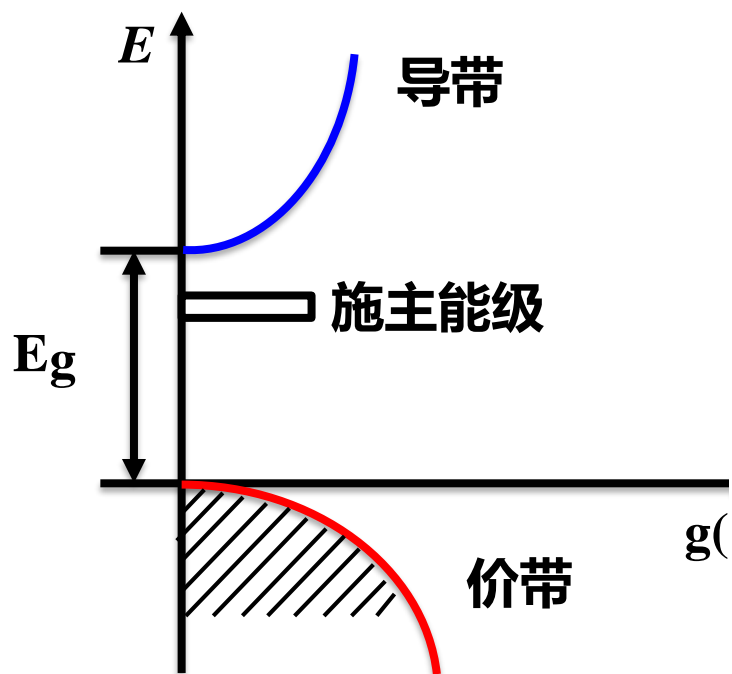
半导体中杂质能级/带的示意图



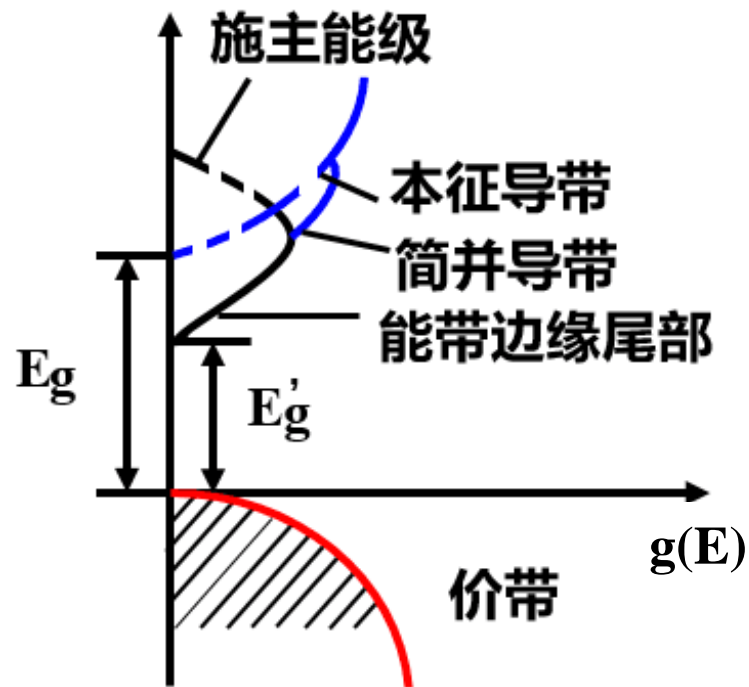
杂质能带产生的影响：

当杂质浓度很高时，杂质能带宽化明显，杂质能带将与导带相连，形成新的简并导带，其底部在禁带中

- ◆ 使杂质电离能降低
- ◆ 禁带宽度将减小：即简并半导体的**禁带变窄效应**



(a) 非简并半导体



(b) 简并半导体

Chapter 1: 半导体中电子运动的基本特征和能量状态→载流子具有类似于自由荷电粒子的性质

载流子类型已知（电子&空穴）

载流子质量已知（有效质量）



Chapter 2: 在平衡状态下，载流子浓度与温度以及杂质的关系

载流子浓度已知（ n_0 & p_0 ）

实际半导体器件总是工作在一定的
外部条件（如电场、磁场、....）



Chapter 3: 在外电场作用下，半导体中载流子运动所引起的一些主要现象及运动规律

宏观：在外场（力）下的运动及其表现出的宏观特性