



### 2.2.1. Flusssdichte

Luftspalt  $B_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta'} H_M = B_M \frac{A_M}{A_\delta} (1 - \sigma)$

Permanentmagnet  $B_M = -\frac{h_M}{\delta'} \frac{A_\delta}{A_M} \frac{\mu_0}{1 - \sigma} H_M = -k_{SG} \cdot H_M$

### 2.2.2. Fluss

Luftspalt  $\Phi_\delta = (1 - \sigma) \Phi_M = B_\delta A_\delta$

Permanentmagnet  $\Phi_M = B_M A_M$

### 2.2.3. Fläche

Luftspalt  $A_\delta = \beta_M \frac{D}{2} l_i = \beta_M \frac{D}{2} l_2 \cdot k_{Fe}$

Permanentmagnet  $A_M = \beta_M \frac{D}{2} l_M$

Leiterquerschnitt  $A_L = \frac{A_N \cdot k_Q}{Z_N}$

### 2.2.4. Materialgrößen

$\sigma = k_{\sigma 1} \cdot k_{\sigma 2}$

### 2.2.5. Effektiver Luftspalt

$\delta' = k_{C2} \cdot (\delta + \delta_M)$

$\delta'' = (1 + k_\mu)$

$k_\mu = \frac{V_\mu}{2 \cdot H_\delta \cdot \delta'}$

### 2.3. Scherungsgerade

Arbeitspunktbestimmung	
1. Scherungsgerade: $B_M = -k_{SG} \cdot H_M$	
2. Materialkennlinie: $B_M = \mu_0 \mu_r H_M + B_r$	
3. Schneiden von Materialkennlinie und Scherungsgerade	
4. $\Rightarrow$ Arbeitspunkt: $H_M = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r + k_{SG}} B_r$	

Luftspaltfluss im Arbeitspunkt:

$$\Phi_{\delta P} = (1 - \sigma) \cdot \frac{k_{SG}}{\mu_0 \mu_r + k_{SG}} \cdot B_r \cdot l_M \cdot \frac{D_{I1}}{2} \cdot \beta_M$$

Maximal zulässiger Ankerstrom:

$$I_{2, \max} = \frac{2\pi \cdot (h_M + \delta'')}{\omega_2 \cdot \beta_M} \cdot \left| (H_M'' - H_M) \frac{\mu_0 \mu_r + k_{SG}}{k_{SG}} \frac{1}{1 + \frac{\delta''}{h_M}} \right|$$

Maximal zulässige Feldstärke:  $H_M'' = \gamma_{krit} \cdot H_{M, \text{krit}}$

## 3. Gleichstrommaschine

### 3.1. Größen

Maschinenkonstante (Spannung)	$k_U$	[1]
Maschinenkonstante (Drehmoment)	$k_M$	[1]
Flusskonstante	$k_\Phi$	$\left[\frac{Vs}{A}\right]$
Erregerstromkonstante	$k_E$	[1]
Ankerwindungszahl	$w_2$	[1]
Bürstenübergangsspannung	$U_B$	[V]
Kommutatorsegmentspannung	$U_S$	[V]

### 3.2. Systemgleichungen

$$U_A = R_{A, \text{res}} \cdot I_A + U_i + 2 \cdot U_B \quad w_2 = \frac{N_2 \cdot Z_N}{2a}$$

$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E \quad k_U = 4p \cdot w_2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n \quad k_M = \frac{k_U}{2\pi}$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{d\omega}{dt}$$

### 3.3. Verhalten

$I < I_N \rightarrow$  Reihenschlussverhalten  
 $I > I_N \rightarrow$  Nebenschlussverhalten

### 3.4. Gleichstrom-Nebenschlussmaschine

#### 3.4.1. ESB

#### 3.4.2. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$n = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E} - \frac{2\pi \cdot R_{A, \text{res}}}{(k_U \cdot \Phi_E)^2} \cdot M_i$$

#### 3.4.3. Wichtige Betriebspunkte

Anlaufmoment:  $(n = 0) \quad M_{i, \text{An}} = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_{A, \text{An}}$

Leerlaufdrehzahl:  $(M_i = 0) \quad n_0 = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E}$

Anlaufstrom:  $(n = 0) \quad I_{A, \text{An}} = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{R_{A, \text{res}}}$

$n = n_0 \cdot \left(1 - \frac{M_i}{M_{i, \text{An}}}\right) \quad M_i = M_{i, \text{An}} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$

### 3.5. Gleichstrom-Reihenschlussmaschine

#### 3.5.1. ESB

$R_{A, \text{res}} = R_V + R_A + R_E || R_P$

### 3.5.2. Systemgleichungen

$$I_E = k_E \cdot I_A \quad \text{mit } k_E = \begin{cases} 1 & \text{für } R_P \rightarrow \infty \\ 0 & \text{für } R_P = 0 \\ \frac{R_P}{R_P + R_E} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E = k_\Phi k_E \cdot I_A$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A = k_M k_\Phi k_E \cdot I_A^2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n = k_U k_\Phi k_E \cdot I_A \cdot n$$

### 3.5.3. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$M_i = k_M k_\Phi k_E \cdot \frac{(U_A - 2 \cdot U_B)^2}{(k_U k_\Phi k_E \cdot n + R_{A, \text{res}})^2}$$

Anlaufmoment:  $(n = 0) \quad M_{i, \text{An}} = k_M k_\Phi k_E \cdot \left(\frac{U_A}{R_{A, \text{res}}}\right)^2$

### 3.6. Permanentterregte Gleichstrommaschine

#### 3.6.1. ESB

#### 3.6.2. Systemgleichungen

Maximaler Ankerstrom:  $I_{A, \max} = I_L \cdot a = S \cdot A_L \cdot a$

Maximale Ankerspannung:  $U_{A, \max} = U_S \cdot \frac{Z_K}{2 \cdot p}$

## 4. Wechselfeld - Drehfeld

4.1. Größen		
Stator	Index 1	
Rotor	Index 2	
Ordnungszahl der Oberwellen	$\nu$	[1]
elektrische Frequenz	$f$	[Hz]
elektrische Kreisfrequenz	$\omega$	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
	$\omega = 2\pi f$	
mechanische Kreisfrequenz	$\omega_m$	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
Phasenwinkel	$\varphi$	[rad]
Strangachsenwinkel	$\vartheta$	[rad]
Strangspannung	$U_1$	[V]
Strangstrom	$I_1$	[A]
komplexe Scheinleistung	$\underline{S}$	[VA]
Wirkleistung	$P$	[W]
Blindleistung	$Q$	[Var]
Strangzahl	$m$	[1]
Windungszahl pro Strang	$w_1$	[1]
Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)	$q$	[1]
Nutwinkel	$\alpha_N$	[rad]
Spulenwinkel	$\alpha_{Sp}$	[rad]
Polwinkel	$\alpha_p$	[rad]
Spulenweite	$W_{Sp}$	[cm]
Zonungsfaktor	$\xi_Z$	[1]
Sehnungsfaktor	$\xi_S$	[1]
Nutschlitzbreitenfaktor	$\xi_N$	[1]
Schrägungsfaktor	$\xi_{Schr}$	[1]

4.2. Stern & Dreieckschaltung		
<b>Sternschaltung</b>	<b>Dreiecksschaltung</b>	
$U_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$	$U_1 = U_N$	
$I_1 = I_N$	$I_1 = \frac{I_N}{\sqrt{3}}$	

### 4.3. Allgemeines zu Wechselgrößen

$$\underline{a}^\nu = e^{j\nu \frac{2\pi}{3}} \quad \underline{a}^0 + \underline{a}^1 + \underline{a}^2 = 0$$

$$\underline{a}^2 = \underline{a}^* = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot X \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\vec{x}(t) = \frac{1}{3} \cdot [x_A(t) + \underline{a} \cdot x_B(t) + \underline{a}^2 \cdot x_C(t)] = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{X} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\underline{X} = X \cdot e^{j\varphi}$$

#### 4.3.1. Wechselfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos(\vartheta - \vartheta_0) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

#### 4.3.2. Drehfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos((\vartheta - \vartheta_0) - (\omega t - \varphi))$$

#### 4.4. Einfluss realer Luftspalt

$$\text{Wicklungsfaktor: } \xi(\nu) = \xi_Z(\nu) \cdot \xi_S(\nu) \cdot \xi_N(\nu)$$

$$w_{\text{eff}} = w_{\text{Sp}} \cdot \xi(\nu)$$

$$\alpha_N = \frac{2\pi}{N} \quad \alpha_{\text{Sp}} = W_{\text{Sp}}(\text{absolut}) \cdot \alpha_N \quad \alpha_P = \frac{2\pi}{2p}$$

##### 4.4.1. Zonung

Erhöhung der Lochzahl  $q$   
(Beschränkt durch  $N_{\text{max}} = \frac{D\pi}{\tau_{N,\text{min}}}$ ) mit  $\tau_{N,\text{min}} \approx 1 \text{ cm}$

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_Z(\nu)$$

$$\xi_Z(\nu) = \frac{\sin\left(q \cdot \nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)} = \frac{\sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{q}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{1}{Q}\right)}$$

##### 4.4.2. Sehnung

Kürzung der Spulenweite  $W_{\text{Sp}}$  (nicht bei Einschnittwicklung möglich)

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_S(\nu)$$

$$\xi_S(\nu) = \sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{W_{\text{Sp}}}{\tau_p}\right) = \sin\left(\nu \frac{\alpha_{\text{Sp}}}{\alpha_P} \frac{\pi}{2}\right)$$

##### 4.4.3. Nutschlitzbreite

$$w_{\text{eff}} = w_{\text{Sp}} \cdot \xi_N(\nu)$$

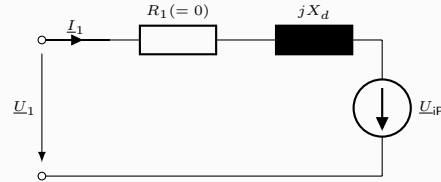
$$\xi_N(\nu) = \frac{\sin\left(\nu \frac{b_N}{D}\right)}{\nu \frac{b_N}{D}}$$

### 5. Synchronmaschine

#### 5.1. Größen

Erregerstrom	$I_2$	[A]
induzierte Polradspannung	$\underline{U}_{\text{iP}}$	[V]
synchrone Reaktanz	$X_d$	[Ω]
Selbstinduktivität	$L$	[H]
Koppelinduktivität (von Rotor nach Stator)	$M_{21}$	[H]
Polradwinkel	$\vartheta$	[rad]
Phasenwinkel von $\underline{Z}_1$	$\varphi_{Z1}$	[rad]
Netzleistung (Wirkleistung)	$P_1$	[W]
innere elektrische Leistung	$P_W$	[W]
Drehfeldleistung	$P_\delta$	[W]
mechanische Leistung	$P_m$	[W]
Erregerleistung	$P_E$	[W]
Leerlaufkurzschlussstrom	$\underline{I}_{K0}$	[A]
Dreisträngiger Dauerkurzschlussstrom	$\underline{I}_{K\text{III}}$	[A]
Leerlaufkurzschlussverhältnis (LKV)	$\frac{\underline{I}_{K0}}{\underline{I}_N}$	[1]
Verketteter Fluss Permanentmagnet	$\underline{\Psi}_{\text{PM}}$	[Vs]

#### 5.2. ESB



$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_{\text{iP}}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_d$$

$$X_d = X_{1h} + X_{1\sigma} = 2\pi f \cdot (L_{1h} + L_{1\sigma})$$

$$|\underline{U}_{\text{iP}}| = U_{\text{iP}} = \omega M_{21} \sqrt{2} \cdot I_2$$

$$\sigma = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}}$$

#### 5.3. Systemgleichungen

$$\vec{u}_1 = R_1 \cdot \vec{i}_1(t) + \frac{\partial \vec{\Psi}_1(t)}{\partial t}$$

$$\vec{\Psi}_1 = L_1 \cdot \vec{i}_1(t) + M_{21} \cdot \vec{i}_2(t)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2(t) + \frac{\partial \Psi_2(t)}{\partial t}$$

$$\Psi_2 = L_2 \cdot i_2(t) + 3 \cdot M_{21} \cdot (\vec{i}_1(t) e^{-jp\vartheta m} + \vec{i}_1^*(t) e^{jp\vartheta m})$$

#### 5.4. Wichtige Gleichungen

##### 5.4.1. Synchrone Drehzahl Luftspaltfeld

$$n_{\text{syn}} = n_N = \frac{f_1}{p}$$

##### 5.4.2. Drehmoment

$$M_K \sim \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = -\frac{3p}{\omega_1} \cdot \left[ \frac{U_1 \cdot U_{\text{iP}}}{Z_1} \cdot \sin(\vartheta - \varphi_{Z1}) + \frac{U_{\text{iP}}^2}{Z_1} \cdot \sin(\varphi_{Z1}) \right]$$

Kippmoment:

$$M_K = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot U_{\text{iP}}}{Z_1} = \frac{3p}{\omega_1} \cdot U_1 \cdot I_{K\text{III}}$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow \varphi_{Z1} = 0 \Rightarrow M_i = -M_K \cdot \sin(\vartheta)$$

##### 5.4.3. Leistung

$$\underline{S}_1 = m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_W = 3 \cdot U_{\text{iP}} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_\delta = \omega_m \cdot M_i = P_W - 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_\delta - P_R$$

$$P_E = U_2 \cdot I_2$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_1 + P_{VE}}$$

#### 5.5. Betriebsbereiche

Bei Leerlauferrregung ( $I_2 = I_{20}$ ):  $\Rightarrow U_1 = U_{\text{iP}}$

Bei linearer Leerlaufkennlinie ( $X_d = \text{const.}$ ):  $I_2 = I_{20} \cdot \frac{U_{\text{iP}}}{U_1}$

##### 5.5.1. Leerlauf ( $I_1 = 0$ )

$$I_{20} = \frac{U_{\text{iP}}}{\omega M_{21} \sqrt{2}} = \frac{U_1}{\omega M_{21} \sqrt{2}}$$

##### 5.5.2. Kurzschluss ( $U_1 = 0$ )

$$I_{K\text{III}} = \frac{U_{\text{iP}}}{Z_1}$$

$$I_{K0} = I_{K\text{III}}(I_{20}) = \frac{U_1}{Z_1}$$

##### 5.5.3. Betriebsarten

$\vartheta$  zwischen dem Zeiger von  $\underline{U}_1$  nach  $\underline{U}_{\text{iP}}$

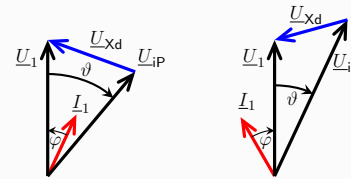
$\varphi$  zwischen dem Zeiger von  $\underline{I}_1$  nach  $\underline{U}_1$

$\underline{I}_2$  eilt  $\underline{U}_{\text{iP}}$  um  $90^\circ$  nach

**Phasenschieberbetrieb:**  $\vartheta = 0$  ( $R_1 = 0$  VZS - Betrieb am starren Netz)

- Betrieb im Leerlauf
- reine Blindleistungsabgabe bzw. -aufnahme
- $\cos(\varphi) = 0 \Rightarrow$ 
  - untererregt:  $\Rightarrow \varphi = 90^\circ$
  - übererregt:  $\Rightarrow \varphi = -90^\circ$

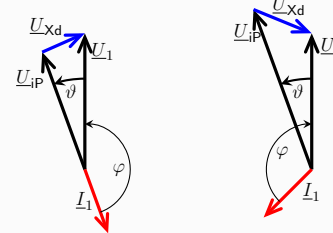
**Motorbetrieb:**  $\vartheta < 0$  ( $R_1 = 0$  VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt  $\varphi > 0$

übererregt  $\varphi < 0$

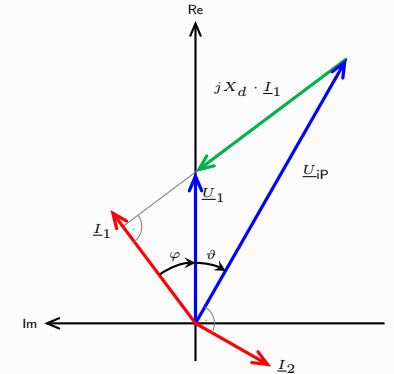
**Generatorbetrieb:**  $\vartheta > 0$  ( $R_1 = 0$  VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt  $\varphi > 0$

übererregt  $\varphi < 0$

#### 5.6. Zeigerdiagramm



#### 5.7. Stromortskurve

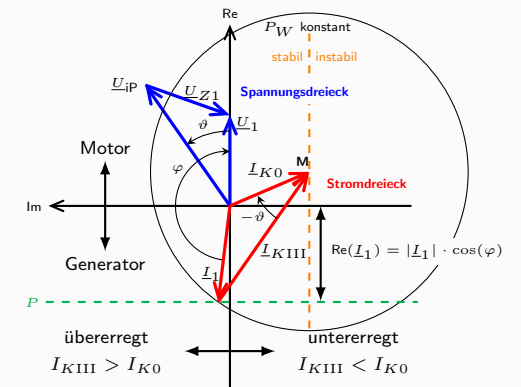
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{K0} - \underline{I}_{K\text{III}}$$

$$\underline{I}_{K\text{III}} = \frac{U_{\text{iP}}}{U_1} \cdot \underline{I}_{K0} \cdot e^{j\vartheta}$$

$$\underline{I}_{K0} = -\frac{U_1}{Z_1} \cdot j e^{j\varphi_{Z1}}$$

##### Stromortskurve

1.  $\underline{U}_1$  auf reelle Achse legen
2. Richtung von  $\underline{U}_{\text{iP}}$  einzeichnen
3.  $\underline{I}_{K0}$  einzeichnen  
bei  $R_1 = 0$ :  $\underline{I}_{K0}$  eilt  $\underline{U}_1$  um  $90^\circ$  nach
4. konstante Erregung: Kreis um Spitze von  $\underline{I}_{K0}$  mit Radius  $I_{K\text{III}}$
5. Richtungen von  $\underline{I}_{K\text{III}}$  und  $\underline{I}_1$  festgelegt durch  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$
6. bei  $R_1 = 0$ : Verlängerung von  $\underline{U}_{\text{iP}} \perp \underline{I}_{K\text{III}}$



## 5.8. dq-Darstellung

### Zeigerdiagramm

1.  $\underline{U}_1$  auf reelle Achse legen
2.  $\underline{I}_1$  einzeichnen
3. Richtung von  $\underline{U}_{iP}$  legt  $d$  und  $q$  Achse fest ( $\vartheta = \text{unbekannt} \Rightarrow$  weiter bei Trick)
4. Zerlegung von  $\underline{I}_1$  in  $\underline{I}_d$  und  $\underline{I}_q$
5. Spannungsabfall an  $X_d = |X_d \cdot \underline{I}_d|$
6. Spannungsabfall an  $X_q = |X_q \cdot \underline{I}_q|$
7.  $\underline{U}_{iP} = \underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d - jX_q \cdot \underline{I}_q$

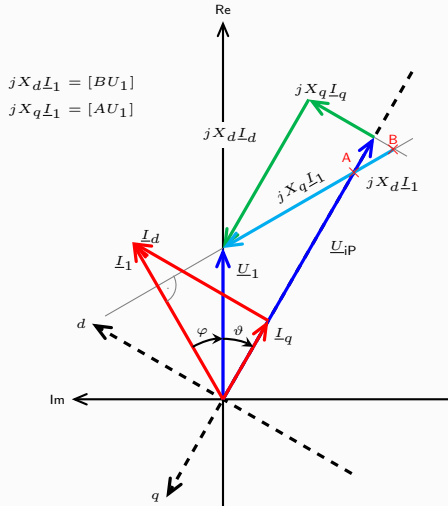
### Trick

1.  $\vartheta = \arg(\underline{U}_1 - jX_q \cdot \underline{I}_1) \Rightarrow$  Richtungsgerade von  $\underline{U}_{iP} (||jX_d \underline{I}_d)$
2.  $\underline{U}_{iP} =$  Senkrechte von  $\underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d$  auf Richtungsgerade

### 5.8.1. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} U_d &= R_1 \cdot I_d - \omega_1 L_q \cdot I_q \\ U_q &= R_1 \cdot I_q + \omega_1 L_d \cdot I_d + \sqrt{2} \cdot U_{iP} \\ U_{iP} &= \sqrt{2} \cdot \omega_1 M_{21} \cdot I_2 \\ U_2 &= R_2 \cdot I_2 \\ M_i &= 3 \cdot p \cdot M_{21} \cdot I_2 \cdot I_q \end{aligned}$$

### 5.8.2. Zeigerdiagramm



## 5.9. Schenkelpollläufer

### 5.9.1. Drehmoment ( $R_1 = 0$ )

$$M'_i = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} U_1 \left[ \frac{U_{iP}}{X_d} \sin(\vartheta) + \frac{U_1}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta) \right]$$

### Reluktanzmoment (Reaktionsmoment):

$$M_r = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta)$$

Vollpolläufer entwickeln kein Reluktanzmoment wegen  $L_d = L_q$ .  
Maximales Reluktanzmoment bei  $|\vartheta| = 45^\circ$ .

### 5.9.2. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_d + \underline{U}_q + \underline{U}_{iP} \\ &= jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q + \underline{U}_{iP} \\ I_1 &= \underline{I}_d + \underline{I}_q \end{aligned}$$

## 5.10. Permanentterregte Synchronmaschine

### 5.10.1. Betriebsverhalten

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_1 &= L_1 \underline{I}_1 + \underline{\Psi}_{PM} & \Psi_{PM} &= \xi \cdot w_1 \cdot \hat{\Phi}_\delta \\ \underline{\Psi}_d &= L_d \underline{I}_d + \underline{\Psi}_{PM} & \Psi_q &= L_q \underline{I}_q \end{aligned}$$

$$U_{iP} = \sqrt{2} \omega_1 \cdot \Psi_{PM}$$

### 5.10.2. Drehmoment

$$M_D = \frac{m_1}{2} \cdot p \cdot [\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q]$$

äquivalent zu  $M_D$  Schenkelpollläufer

### 5.10.3. Betriebsarten

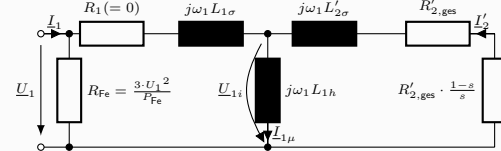
- symmetrischer Betrieb
- EC-Betrieb als BLDC

## 6. Asynchronmaschine

### 6.1. Größen

Übersetzungsverhältnis	$\ddot{u}$	[1]
Schlupf	$s$	[1]
Kippschlupf	$s_K$	[1]
Kippmoment	$M_K$	[Nm]
Bezogener Statorwiderstand	$\rho_1$	[1]
Bezogener Rotorwiderstand	$\rho_2$	[1]
Hilfsgröße	$\Delta\rho_1$	[1]
Rotor-Statorwärmeverluste	$P_{Cu}$	[W]
Magnetisierungsstrom	$\underline{I}_{1\mu}$	[A]
Rotor-Vorwiderstand	$R_{2V}$	[Ω]

## 6.2. ESB



### 6.2.1. Übersetzungsverhältnis

Bei Schleifring-ASM gilt:  $M_{21} = M_{12} = M$

$$\ddot{u} = \frac{L_{1h}}{M} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_1 \xi_1}{w_2 \xi_2} \cdot \frac{1}{\xi_{Schr}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_{1,eff}}{w_{2,eff}} \cdot \frac{1}{\xi_{Schr}}$$

$$\begin{aligned} R'_{2,ges} &= \ddot{u}^2 \cdot R_{2,ges} & R'_{2,ges} &= R'_2 + R'_{2V} \\ \underline{U}_2 &= \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \underline{U}_{1i} & L'_{2\sigma} &= \ddot{u}^2 \cdot (L_{2\sigma} + L_{2Schr}) \\ \underline{I}_2 &= \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \underline{I}_2 \end{aligned}$$

### 6.3. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= R_1 \cdot \ddot{i}_1 + \frac{\partial \ddot{\Psi}_1}{\partial t}, & \ddot{\Psi}_1 &= L_1 \cdot \ddot{i}_1 + M \cdot \ddot{i}_2 \cdot e^{j p \vartheta m} \\ 0 &= R_{2,ges} \cdot \ddot{i}_2 + \frac{\partial \ddot{\Psi}_2}{\partial t}, & \ddot{\Psi}_2 &= L_2 \cdot \ddot{i}_2 + M \cdot \ddot{i}_1 \cdot e^{-j p \vartheta m} \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_i - M_R - M_L \end{aligned}$$

## 6.4. Wichtige Größen

### 6.4.1. Schlupf

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\omega_{syn} - \omega_m}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_m}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Gegenstrombremse	Motor	Generator
$s > 1$	$1 > s > 0$	$s < 0$

### 6.4.2. Drehzahl

$$\begin{aligned} \text{synchrone Drehzahl} & & \text{Nenn Drehzahl} \\ n_{syn} &= \frac{f}{p} & n_N &= n_s (1 - s_N) \end{aligned}$$

### 6.4.3. Leistung

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \\ P_1 &= S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) \\ P_{Netz} &= m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_N) = P_1 + P_{Fe} \\ P_\delta &= 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_i = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} \\ P_{mi} &= (1 - s) P_\delta = P_\delta - P_{Cu2} - P_{2V} = \omega_m \cdot M_i \\ P_m &= 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_{mi} - P_R \\ P_{Cu2} &= s \cdot P_\delta = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \end{aligned}$$

### 6.4.4. Phase

ASM immer induktiv  $\Rightarrow \varphi > 0$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{1Z} - \varphi_{1N} \\ \varphi &= \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{für } a > 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & \text{für } a < 0, b \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi & \text{für } a < 0, b < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### 6.4.5. Weitere Parameter

$$\begin{aligned} L_{1\sigma} &= \sigma_1 \cdot L_{1h} & L_1 &= L_{1h} + L_{1\sigma} \\ L'_{2\sigma} &= \sigma_2 \cdot L_{1h} & L'_2 &= L_{1h} \cdot (1 + \sigma_2) \\ L_\sigma &= \sigma \cdot L_1 = L_{1\sigma} + \frac{\xi_{Schr}}{1 + \sigma_2} L'_{2\sigma} \\ \rho_1 &= \frac{R_1}{\omega_1 L_1} & \rho_2 &= \frac{R_{2,ges}}{\omega_1 L_2} = \frac{R'_{2,ges}}{\omega_1 L_2} \\ \Delta\rho_1 &= \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{s}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \rho_1^2} \\ \sigma &= 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1) \cdot (1 + \sigma_2)} = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \end{aligned}$$

## 6.5. Statorstrom

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{\rho_2 + j s}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j(\rho_2 + s \cdot \rho_1)}$$

Anlaufstrom:

$$I_{1A} = |\underline{I}_1|(s=1) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_2^2}{(1 - \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\sigma})^2 + (\frac{\rho_1 + \rho_2}{\sigma})^2}}$$

Ideeller Kurzschlussstrom:

$$I_{1Ki} = |\underline{I}_1|(s \rightarrow \pm\infty) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\rho_1}{\sigma})^2}}$$

Leerlaufstrom:

$$I_{10} = |\underline{I}_1|(s=0) = \frac{U_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_1^2}}$$

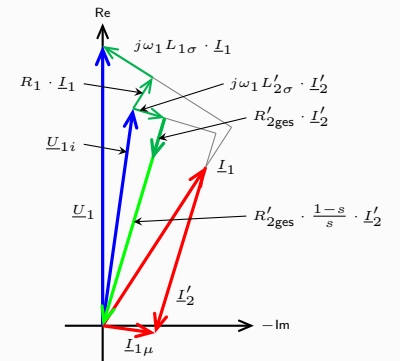
### 6.5.1. Magnetisierungsstrom

$$\underline{I}_\mu = \frac{\rho_2 + j \cdot s \cdot (\sigma - \sigma_1 \cdot (1 - \sigma))}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j \cdot (\rho_2 + s \cdot \rho_1)} \cdot \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1}$$

## 6.6. Zeigerdiagramm

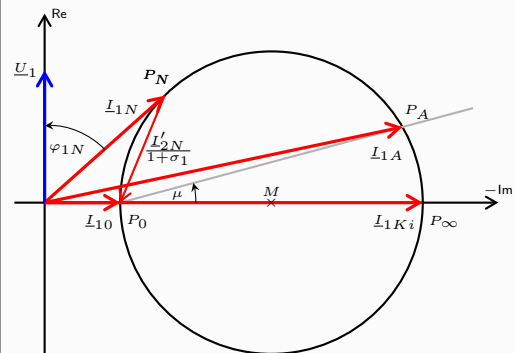
### Zeigerdiagramm

1.  $\underline{U}_1$  auf reelle Achse legen und  $\underline{I}_1$  einzeichnen
2.  $R_1 \underline{I}_1$  (gleiche Phasenlage wie  $\underline{I}_1$ )  
 $j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$  (eilt  $\underline{I}_1$  um  $90^\circ$  voraus)
3.  $\underline{U}_{1i} = \underline{U}_1 - R_1 \underline{I}_1 - j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$
4.  $\underline{I}_{1\mu} = \frac{\underline{U}_{1i}}{j\omega_1 L_{1h}}$  (eilt  $\underline{U}_{1i}$  um  $90^\circ$  nach)
5.  $\underline{I}'_2 = \underline{I}_{1\mu} - \underline{I}_1$
6.  $R'_{2,ges} \underline{I}'_2$  (parallel zu  $\underline{I}'_2$ )
7.  $j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$  (eilt  $\underline{I}'_2$  um  $90^\circ$  voraus)
8.  $R'_{2,ges} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \underline{I}'_2 = -\underline{U}_{1i} - R'_{2,ges} \underline{I}'_2 - j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$



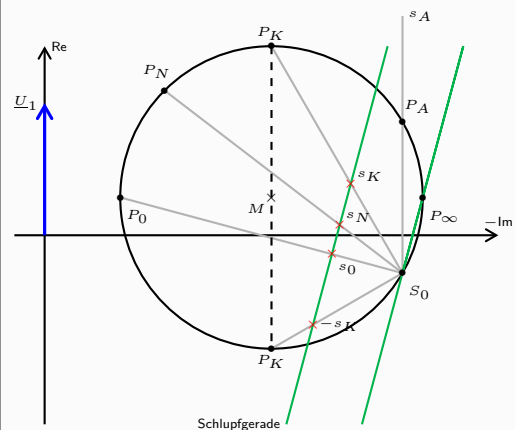
bei  $R_1 = 0$   $\tan(\mu) = s_K$

1.  $\underline{U}_1$  auf reelle Achse legen  $\Rightarrow \varphi_{1U} = 0$
2.  $R_1 = 0 \Rightarrow \underline{I}_{10}$  und  $\underline{I}_{1Ki}$  haben keinen Realteil
3. Kreismittelpunkt auf Im-Achse zwischen  $\underline{I}_{1Ki}$  und  $\underline{I}_{10}$
4.  $\mu$  zwischen  $P_0$  und  $P_A$



**Schlupfgerade  $R_1 = 0 \wedge R_{Fe} \neq 0$**

1. (Bei  $R_{Fe} = 0$ ) Mittelpunkt  $M$  auf -Im Achse
2. Schlupfgerade an beliebiger Stelle einzeichnen
3. gesuchtes  $s$  aus Längenverhältnis zu bekanntem Schlupf bestimmen

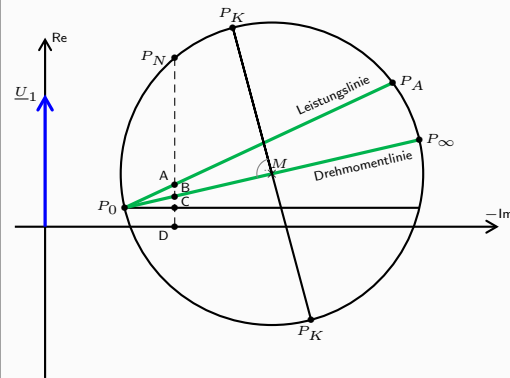


Strommaßstab	$m_I$	$\frac{A}{cm}$
Leistungsmaßstab	$m_P = m_I \cdot U_1 \cdot m_I$	$\frac{W}{cm}$
Drehmomentmaßstab	$m_M = \frac{m_P}{2\pi \cdot n_{syn}}$	$\frac{Nm}{cm}$

$R_1 \neq 0 \wedge R_{Fe} \neq 0$

Aufgenommene elektrische Leistung	$P_1 = \overline{PD} \cdot m_P$
Eisenverluste Stator	$P_{Fe} = \overline{CD} \cdot m_P$
Kupferverluste Stator	$P_{Cu1} = \overline{BC} \cdot m_P$
Kupferverluste Rotor	$P_{Cu2} = \overline{AB} \cdot m_P$
Abgegebene mechanische Leistung	$P_m = \overline{PA} \cdot m_P$
Inneres Drehmoment	$M_i = \overline{PB} \cdot m_M$

Definition Punkt D: Orthogonale Projektion von  $P$  auf  $l_m$ -Achse


$$M_K \sim \left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2 \quad M_N \sim \Phi_\delta \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

$$M_i = 3p(1-\sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \frac{s \cdot s_K}{\Delta \rho_1 s_K^2 + 2 \frac{\rho_1}{\sigma} (1-\sigma) s_K s + \Delta \rho_1 s^2}$$
$$M_K = M_i(s_K) = \frac{3}{2}p \cdot (1 - \sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L \sigma} \left( \frac{1}{\Delta \rho_1 + \frac{\rho_1}{\sigma} (1 - \sigma)} \right)$$

$$(R_1 = 0) : M_K = \frac{m_1 U_1 \frac{I_1 K_i - I_{10}}{2}}{2\pi \cdot n_s}$$

$$\text{Kippschlupf: } s_K = \frac{\rho_2}{\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_1^2}{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2}}$$

$$s_K > 0 \quad \text{Motor} \qquad s_K < 0 \quad \text{Generator}$$

$$\frac{M_i}{M_K} = \frac{2 \cdot s_K \cdot s}{s_K^2 + s^2}$$

$$s_{1,2} = s_K \frac{M_K}{M_i} \pm \sqrt{\left(s_K \frac{M_K}{M_i}\right)^2 - s_K^2}$$

Nur echte Lösung wenn gilt:  $s < s_K$

$$s_m + s_g = 2 \quad s_m = s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad s_g = \frac{n_s + n}{n_s}$$

Mitsystem	$\underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a} \cdot \underline{U}_v + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_w)$
Gegensystem	$\underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_v + \underline{a} \cdot \underline{U}_w)$
Nullsystem	$\underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{U}_v + \underline{U}_w)$

Nullsystem verschwindet bei Dreieckschaltung oder Sternschaltung ohne herausgeführten Sternpunkt

$$M_{\text{ges}} = M_m - M_g$$

$$M = 3p \cdot (1 - \sigma) \cdot \frac{U_1^2}{\omega^2 L_1} \cdot \frac{\rho_2 \cdot s}{(\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s)^2 + (\rho_2 + s \cdot \rho_1)^2}$$

Drehmoment zeitinvarianter Anteil	$M_D$	[Nm]
Pendelmoment (doppelte Speisefrequenz)	$m_p$	[Nm]
Phasenverschiebungswinkel Strom	$\varphi_I$	[rad]

$$\underline{U} = (R_{\text{ges}} + jX_{\text{ges}}) \cdot \underline{I} + \underline{U}_i$$

$$\Phi_\delta = k_\Phi \cdot i$$

$$m_D = k_M \cdot \Phi_\delta \cdot i$$

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_I)$$

$$\underline{U}_i = \frac{n}{n_{\text{syn}}} \cdot k'_U \cdot \underline{I}$$

$$k'_U = k_U k_\Phi$$

$$m_D(t) = M_D + m_p(t) = k_M k_\Phi \cdot I^2 \cdot \underbrace{\left( \underbrace{1}_{M_D} + \underbrace{\cos(2\omega t + 2\varphi_I)}_{m_p} \right)}$$
$$M_D = k_M k_\Phi \cdot \frac{(U_1 - 2 \cdot U_B)^2}{\left(R_{\text{ges}} + k'_U \cdot \frac{n}{n_{\text{syn}}}\right)^2 + X_{\text{ges}}^2}$$

Synchrone Drehzahl:  $n_{\text{syn}} = \frac{f}{p}$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\left( \frac{n}{n_{\text{syn}}} \cdot k'_U + R_{\text{ges}} \right) + jX_{\text{ges}}}$$
$$\underline{I}_0 = \underline{I}(n \rightarrow \infty) = 0$$
$$\underline{I}_{An} = \underline{I}(n = 0) = \frac{\underline{U}}{R_{ges} + jX_{ges}}$$
$$\tan \varphi = \frac{X_{\text{ges}}}{\frac{n}{n_{\text{syn}}} \cdot k'_U + R_{\text{ges}}}$$

8. Entwurf elektrischer Maschinen

8.1. Größen

Essenziffer	$C$	$\left[\frac{\text{T}}{\text{A}}\right]$
ideeler Polbogenwinkel	$\beta_{pi}$	$[\text{rad}]$
ideele Polbogenlänge	$b_{pi}$	$[\text{m}]$
Rotorstrombelag	$A_2$	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
mittlerer Statorstrombelag	$\bar{A}_1$	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
relative Länge	$\lambda$	$[1]$
Nutfüllfaktor (Stator)	$\kappa_{N1}$	$\approx 0,5$

8.2. Überblick Entwurfsprozess

Entwurfsprozess
1. <b>Anforderungsprofil:</b> meist Nennleistung und Nenndrehzahl
2. <b>Grobentwurf:</b> Hauptabmessungen, Wicklungsschema, Satorentwurf, Rotorentwurf
3. <b>Nachrechnung:</b> Berechnung über analytische Gleichungen (FEM)
4. <b>Optimierung:</b> Anpassung des Grobentwurfs

8.3. Grobentwurf

Grobentwurf
1. Drehmoment im Nennbetrieb aus $P$ und $n$ bestimmen
2. Ankervolumen über $C$ bestimmen $P_{mi} = C \cdot D_\delta^2 l_i \cdot n$
3. Bestimmung des Ankerinnendurchmessers direkt mit $\lambda = \frac{l_i}{\tau_p} = \frac{2p \cdot l_i}{\pi \cdot D_\delta}$ indirekt über Ankervolumen
4. Bestimmung des Ankeraußendurchmessers
5. Bestimmung des Wicklungsschemas
6. Statorentwurf
7. Rotorentwurf

8.3.1. Drehmoment

$$M_{D,N} = 2p \cdot \left(\frac{D_\delta}{2}\right)^2 \cdot l_i \cdot \int_0^{\frac{\pi}{p}} B_\delta(\vartheta_1, t) \cdot A_2(\vartheta_1, t) d\vartheta$$

$$\tau_p \cdot \beta_{pi} = b_{pi}$$

8.3.2. Bestimmung des Innendurchmessers Gleichstrommaschine

$$C = \pi^2 \beta_{pi} \cdot A_2 \cdot B_{\delta, \max}$$

$$A_2 = 4w_2 \frac{I_A}{2} \frac{1}{\pi D_\delta}$$

$$D_i = k_1 + k_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{p \cdot P_{mi}}{\lambda \cdot n}} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} k_1 = 0,06 \dots 0,08 \text{ m} \\ k_2 = 0,42 \dots 0,485 \frac{\text{m}}{\sqrt[3]{\text{kW}_{\min}}} \end{cases}$$

8.3.3. Bestimmung des Innendurchmessers Drehfeldmaschine

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot \bar{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta(1)} \cdot \xi_{1(1)}$$

$$\bar{A}_1 = \frac{I_1 \cdot 2w_1 \cdot m}{\pi \cdot D_\delta}$$

$$D_i = \sqrt[3]{\frac{2p \cdot P_{SN}}{\lambda \pi \cdot C \cdot n_s}}$$

8.3.4. Bestimmung des Außendurchmessers

$$D_{a, \max} = D_i + \frac{2,5 \cdot \bar{A}_1}{s_1 \kappa_{N1} \cdot \left(1 - \frac{\hat{B}_{\delta(1)}}{B_{Z1, \max}}\right)} + \frac{\hat{B}_{\delta(1)} \cdot \tau_p}{B_{J1, \max}}$$

8.4. Wicklungsschemata

$$N = 2 \cdot m \cdot p \cdot q = 2p \cdot Q$$

Schleifringläufer  $q_2 = q_1 \pm 1$   
Käfigläufer  $N_2 = N_1 \pm 4p$

**8.4.1. Grundbegriffe (vgl. Skript S. 52 ... 55)**

Wicklungsschritt (Spulenweite in Stabzahlen)  $y_1$  [1]  
Schaltschritt (Abstand Oberstab zu Unterstab)  $y_2$  [1]  
Gesamtsschritt  $y_{\text{ges}}$  [1]  
Gangzahl  $m_g$  [1]  
Zahl der Spulenseiten je Nut zueinander  $u$  [1]  
Zahl paralleler Ankerstromzweige  $2 \cdot Z_{pS}$  [1]

$$y_1 \approx \frac{Z_K}{2p} \qquad W_{\text{Sp}} = \frac{y_1}{u}$$

**Schleifenwicklung**  
 $y_{\text{ges}} = y_1 - y_2$   
Grundform Schleife, aufeinanderfolgende Spulen unter gleichem Polpaar.

Symmetriebedingungen  
ungekreuzt  $\frac{N}{p}, \frac{Z_K}{p} \in \mathbb{Z}$   
 $y_1 > y_2 \ (y_{\text{ges}} > 0)$   
gekreuzt  $y_1 < y_2 \ (y_{\text{ges}} < 0)$

**Wellenwicklung**  
 $y_{\text{ges}} = y_1 + y_2 = \frac{Z_K \mp m_g}{p}$   
Grundform Welle, aufeinanderfolgende Spulen unter Nachbarpolpaaren.

Symmetriebedingungen  
 $\frac{p}{Z_{pS}}, \frac{N}{Z_{pS}}, \frac{Z_K}{Z_{pS}} \in \mathbb{Z}$   
 $y_{\text{ges}} = \frac{Z_K - Z_{pS}}{2}$   
ungekreuzt  $y_{\text{ges}} = \frac{Z_K - Z_{pS}}{2}$   
gekreuzt  $y_{\text{ges}} = \frac{Z_K + Z_{pS}}{p}$

8.4.2. Wichtige Formeln

$$w_1 = \frac{2p \cdot q \cdot Z_N}{\text{Anzahl der Schichten} \cdot a} = \frac{N \cdot Z_N}{\sqrt{2} \cdot U_1}$$

$$= \frac{2\pi \cdot f_{1N} \cdot \xi_{SZ(1)} \cdot \hat{\Phi}_{\delta(1)}}{Z_N}$$

$$w_{\text{Sp}} = \frac{Z_N}{\text{Anzahl der Schichten}}$$

$$\hat{\Phi}_{\delta(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta(1)} \cdot \tau_p \cdot l_i$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_2 \cdot \xi_{2(1)}}{w_1 \cdot \xi_{1(1)}}$$

8.4.3. Symmetriebedingungen

Zeigerwinkel	$\alpha_Z$	$[\text{rad}]$
Strangwinkel	$\alpha_{\text{Str}}$	$[\text{rad}]$

**Erste Symmetriebedingung**  
gleiche Spulenzahl je Strang

Einschichtwicklung  $\frac{N}{2 \cdot m} \in \mathbb{N}$   
Zweischichtwicklung  $\frac{N}{m} \in \mathbb{N}$

**Zweite Symmetriebedingung**  
 $\alpha_{\text{Str}}$  ganzzahliges Vielfaches von  $\alpha_Z$

$$\alpha_Z = \frac{2\pi}{N} \cdot t, \quad t = \text{ggT}\{N, p\}$$

normale Mehrphasensysteme  $\alpha_{\text{Str}} = \frac{2\pi}{m} \frac{\alpha_{\text{Str}}}{\alpha_Z} = \frac{N}{m \cdot t} \in \mathbb{N}$   
reduzierte Mehrphasensysteme  $\alpha_{\text{Str}} = \frac{\pi}{m} \frac{\alpha_{\text{Str}}}{\alpha_Z} = \frac{N}{2 \cdot m \cdot t} \in \mathbb{N}$

8.4.4. Nutstern

Nutstern
1. Zeichne Zeigerkreis mit $N' = \frac{N}{t}$ Zeigerstrahlen (Abstand $\alpha_Z$ )
2. Beschriftung der Strahlen: 1 setzen und mit Zahlen von 2 bis $N'$ beschriften (Zwischen den Zeigern $\frac{p}{t} - 1$ freilassen)
3. $t$ Zeiger pro Zeigerstrahl und Schicht (Richtung: + außen, - innen)
4. Zeigern einzeichnen nach Nutbelegungsplan
5. Wiederhole Schritte 3 und 4 $t$ mal

**8.4.5. Wicklungsfaktor (vgl. 4.4) (vgl. Ü2, Skript S. 64 ... 70, 93)**

$W_{\text{Sp}}(\text{absolut})$  Rückleiter der Oberschicht um diesen Wert verdreht

$W_{\text{Sp}}(\text{relativ}) = \frac{W_{\text{Sp}}}{\tau_p}$  Rückleiter der Oberschicht um diesen Wert bezogen auf die Polteilung verdreht

$$\xi_{SZ(\nu)} = \xi_{Z(\nu)} \cdot \xi_{S(\nu)} = \frac{|Z|}{2 \frac{\text{Spulen}}{\text{Strang}}} = \frac{|Z|}{q \cdot |\text{Zeiger}|}$$

$|Z|$  Länge der resultierenden Strangzeigers (aus Nutstern bestimmen)

**$\xi_{SZ(\nu)}$  graphisch bestimmen**

1. Vektorielles addieren  $q$  Zeigern aus Nutstern mit Zeigernummen 1 bis  $q$  mit Abstand  $\nu$   
Formel:  $|Z| = \sum_{i=0}^{q-1} 1 + \nu \cdot i$

2. Bestimme  $\xi_{SZ(\nu)}$  über obige Formel

8.4.6. Bruchlochwicklung (vgl. Ü5, Skript S. 71 ... 75)

$q = \frac{n}{e}$

Tingleyplan
1. Bilde Matrix mit $2p$ Zeilen und $e \cdot \frac{N}{2p}$ Spalten
2. Zeilen abwechselnd mit + und - beschriften
3. Spalten dritteln und mit $U, -W, V$ für Stränge beschriften
4. Links oben 1 eintragen
5. $e - 1$ Felder freilassen und Plan mit Zahlen von 2 bis $N$ füllen

Beispiel für zweischichtige Bruchlochwicklung

$N = 18, p = 4, m = 3, W_{\text{Sp}} = 2$

		$U$		$-W$		$V$
+	1			2		3
-				4		5
+			6			7
-		8			9	
+	10			11		12
-				13		14
+			15			16
-		17			18	

**Nutbelegungsplan**

1. Unterschicht mit Tingleyplan erstellen (+  $\triangleq \circ$  und -  $\triangleq \times$ )  
2. Oberschicht enthält Rückleiter um  $W_{\text{Sp}}$  verschoben

