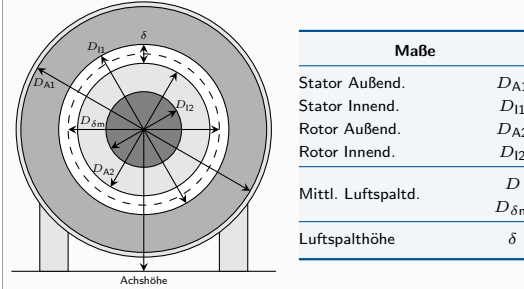


1. Grundlagen

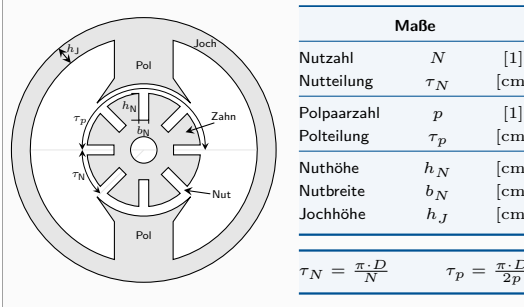
1.1. Größen

magnetische Größen		
Durchflutung (magnetische Spannungsquelle)	Θ	[A]
Fluss	Φ	[Vs]
verketteter Fluss	Ψ	[Vs]
mag. Flussdichte	\vec{B}	$\left[\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}\right]$
mag. Feldstärke	\vec{H}	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
magnetische Spannung	V_m	[A]
magnetischer Widerstand	R_m	$\left[\frac{\text{A}}{\text{Vs}}\right]$
Streuziffer	σ	[1]
elektrische Größen		
Stromdichte	\vec{s}	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2}\right]$
dielektrische Verschiebung	\vec{D}	$\left[\frac{\text{As}}{\text{m}^2}\right]$
el. Feldstärke	\vec{E}	$\left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right]$
Strombelag	a	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
spezifischer Widerstand	ρ	[$\Omega \cdot \text{m}$]
mechanische Größen		
Drehmoment	M	[Nm]
Massenträgheitsmoment	J	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
Spulenwindungszahl	w_{Sp}	[1]
effektive Windungszahl	w_{eff}	[1]
Luftspalthöhe	δ	[mm]
scheinbarer Luftspalt	δ'	[mm]
effektiver Luftspalt	δ''	[mm]
Anzahl der Leiter pro Nut	Z_N	[1]
Zahl der Einzelspulen (Kommutatorsegmente)	Z_K	[1]
ideelle Eisenlänge	l_i	[m]
bewickelbare Nutfläche	A_N	$[\text{m}^2]$
magnetisch aktiver Winkel	β_M	[rad]
Drehzahl	n	$\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$
Rotornutenzahl	N	[1]
Rotornutenzahl pro Pol	Q	[1]
Anzahl paralleler Zweige	a	[1]
Näherungsfaktoren		
Carterfaktor	k_C	[1]
Eisenfüllfaktor	k_{Fe}	[1]
Eisenfaktor (Magnetisierungsbedarf Eisen)	k_μ	[1]
Nutfüllfaktor	k_Q	[1]
Permeabilität	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$	
Permittivität	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$	

1.1.1. Allgemeine Maschinenbegriffe - Durchmesser



1.1.2. Allgemeine Maschinenbegriffe - Abmessungen



1.2. Grundlegende Gleichungen

1.2.1. Maxwell

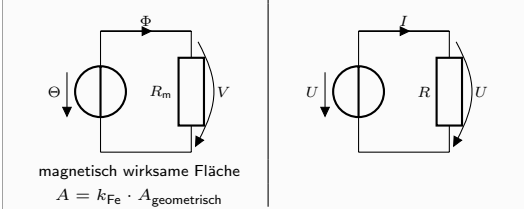
$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{s} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{s} \quad (< 10\text{kHz}) & & \\ \text{div } \vec{B} &= 0 & \text{div } \vec{D} &= \gamma \end{aligned}$$

1.2.2. Durchflutungs- und Induktionsgesetz

$$\begin{aligned} \text{Durchflutungsgesetz} & \quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{A_L} \vec{s} \cdot d\vec{A} = \sum i = \Theta \\ \text{Induktionsgesetz} & \quad u_i = \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \right) \\ & \quad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} + u_i = 0 \end{aligned}$$

1.2.3. Kenngrößen

magnetische Größen	elektrische Größen
$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$	$I = \iint \vec{s} \cdot d\vec{A}$
$V_m = \int \vec{H} \cdot d\vec{l}$	$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$
$\Theta = w \cdot I$	
$R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu \cdot A}$	$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{A}$
$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$	$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$
$\Psi = \Phi \cdot w = L \cdot i$	



1.3. Entstehung des Drehmoments

1.3.1. Lorenkraft

$$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

1.3.2. Drehmoment

$$M_D = F \cdot r = M_L + M_R + J \frac{d\omega}{dt}$$

$$m_d(t) = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \int_0^{2\pi} a(\vartheta, z, t) B_\delta(\vartheta, z, t) d\vartheta dz$$

1.3.3. Strombelag

$$a = \int \vec{s} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial \sum i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\iint_A \vec{s} \cdot d\vec{A} \right] = -\frac{\partial \Theta}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \text{mittlerer Strombelag} & \quad a_m = \frac{b_N}{\tau_N} \cdot A_N = \frac{\sum \Theta_N}{\tau_p} & \text{Amplitude} & \quad A_N = \frac{Z_N \cdot i}{b_N} = \frac{\Theta_N}{b_N} \end{aligned}$$

1.3.4. Felderregerkurve

$$V(\vartheta) = \Theta(\vartheta) = -\frac{D}{2} \int a_{\text{ges}}(\vartheta) d\vartheta$$

1.4. Effektiver Luftspalt

Magnetfeld wegen Nuten inhomogen. Ausgleich durch Carterfaktor k_C (ungenutzt $k_{C_i} = 1$):

$$\delta' = k_C \cdot \delta \quad k_C = \frac{k_{C1} \cdot k_{C2}}{\text{Stator} \cdot \text{Rotor}} \quad k_{C_i} = \frac{\tau_{N_i}}{\tau_{N_i} - \gamma_i \cdot \delta}$$

$$\delta'' = k_\mu \cdot k_{\text{Abfl}} \cdot \delta' \quad \gamma_i = \frac{\left(\frac{b_{N_i}}{\delta}\right)^2}{5 + \left(\frac{b_{N_i}}{\delta}\right)} \quad k_\mu = 1 + \frac{V_m \text{Fe}}{2 \cdot V_m \delta'}$$

1.5. Streuung

1.5.1. Polstreuung

Φ_E : Gesamtfluss durch Polspule

Φ_{Eh} : Hauptfluss

$\Phi_{E\sigma}$: Streufluss

$$\Phi_E = \Phi_{Eh} + \Phi_{E\sigma} = (1 + \sigma_E) \cdot \Phi_{Eh}$$

$$\sigma_E = \frac{\Phi_{E\sigma}}{\Phi_{Eh}}$$

1.5.2. Nut- und Zahnkopfstreuung

Φ_N : Gesamtfluss der in Nuten gebetteten Spulen

Φ_{Nh} : Hauptfluss

$\Phi_{N\sigma}$: Streufluss (Nut- & Zahnkopfstreuung)

$$\Phi_N = \Phi_{Nh} + \Phi_{N\sigma} = (1 + \sigma_N) \cdot \Phi_{Nh}$$

$$\sigma_N = \frac{2 \cdot \Phi_{N\sigma}}{\Phi_{Nh}}$$

1.5.3. Stirstreuung

Φ_S : Gesamtfluss Stirstreuung

Φ_{Sh} : Hauptfluss Stirstreuung

$\Phi_{S\sigma}$: Streufluss Stirstreuung

$$\begin{aligned} \text{gesamte Streuziffer: } \sigma_{\text{ges}} &= \frac{\Phi_{S\sigma}}{\Phi_{Sh}} \\ \Phi_S &= \Phi_{Sh} + \Phi_{S\sigma} = (1 + \sigma_{\text{ges}}) \cdot \Phi_{Sh} \end{aligned}$$

$$\sigma_S = \frac{\Phi_{S\sigma}}{\Phi_{Sh}}$$

1.5.4. Induktivitäten

Hauptinduktivität: $L_h = \frac{\Psi_h}{i}$

$$\text{Gesamte Streuinduktivität: } L_\sigma = \frac{\Psi_\sigma}{i} = \sigma \cdot L_h$$

$$\text{Totale Induktivität: } L_{\text{ges}} = \frac{\Psi_{\text{ges}}}{i} = (1 + \sigma) \cdot L_h$$

1.6. Spulen

Spulenwindungszahl

Nebeneinanderliegende Spulenseiten pro Nut

Wellenwicklung

Schleifenwicklung

$$w_{\text{Sp}} = \frac{Z_N}{2 \cdot u}$$

$$u = \frac{Z_N}{N}$$

$$a = 2$$

$$a = 2 \cdot p$$

1.7. Verluste

1.7.1. Kupferverluste

$$P_{\text{Cu}} = R \cdot I^2$$

1.7.2. Reibungsverluste

• Ventilationsverluste (Verwirbelung im Kühlmittel, Strömungsverluste)

• Lagerreibung

• Reibung an Kontaktflächen (z.B. Schleifringe, Kommutator)

1.7.3. Hystereseverluste

$$P_{\text{FeH}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{15\text{H}} \cdot \frac{f}{50\text{Hz}} \cdot \left(\frac{B}{1,5\text{T}}\right)^2$$

$$\text{Verlustziffer: } v_{15\text{H}} (f = 15\text{Hz}, B = 1,5\text{T}) \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}}\right] \quad (\text{Herstellerangabe})$$

1.7.4. Wirbelstromverluste

$$P_{\text{FeW}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{15\text{W}} \cdot \left(\frac{f}{50\text{Hz}}\right)^2 \cdot \left(\frac{B}{1,5\text{T}}\right)^2$$

$$\text{Verlustziffer: } v_{15\text{W}} (f = 15\text{Hz}, B = 1,5\text{T}) \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}}\right] \quad (\text{Herstellerangabe})$$

1.7.5. Gesamte Eisenverluste

$$P_{\text{Fe}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{\text{Fe}15} \cdot \frac{f}{50\text{Hz}} \cdot \left(\frac{B}{1,5\text{T}}\right)^2$$

1.8. Leistung

1.8.1. mechanische Leistung

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_i = \omega_m \cdot M_i$$

1.8.2. elektrische Leistung

$$P_{\text{el}} = U \cdot I$$

1.9. Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{auf}}}$$

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{P_m}{P_{\text{el}}}$$

$$\eta_{\text{Generator}} = \frac{P_{\text{el}}}{P_m}$$

2. Gleichstrommaschine

2.1. Größen

Maschinenkonstante (Spannung)	k_U	[1]
Maschinenkonstante (Drehmoment)	k_M	[1]
Flusskonstante	k_Φ	$\left[\frac{\text{Vs}}{\text{A}}\right]$
Erregerstromkonstante	k_E	[1]
Ankerwindungszahl	w_2	[1]
Bürstenübergangsspannung	U_B	[V]
Kommutatorsegmentspannung	U_S	[V]

2.2. Systemgleichungen

$$U_A = R_{A,\text{res}} \cdot I_A + U_i + 2 \cdot U_B \quad w_2 = \frac{N_2 \cdot Z_N}{2a}$$

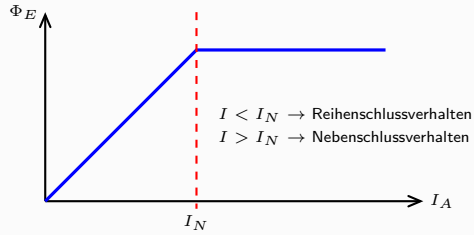
$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E \quad k_U = 4p \cdot w_2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n \quad k_M = \frac{k_U}{2\pi}$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A$$

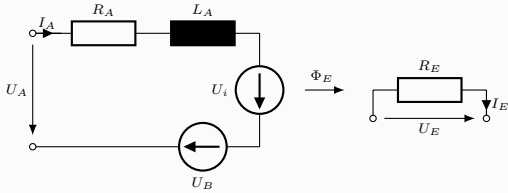
$$M_i = M_R + M_L + J \frac{d\omega}{dt}$$

2.3. Verhalten



2.4. Gleichstrom-Nebenschlussmaschine

2.4.1. ESB



2.4.2. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$n = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E} - \frac{2\pi \cdot R_{A, \text{res}}}{(k_U \cdot \Phi_E)^2} \cdot M_i$$

2.4.3. Wichtige Betriebspunkte

Anlaufmoment: ($n = 0$) $M_{i, \text{An}} = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_{A, \text{An}}$

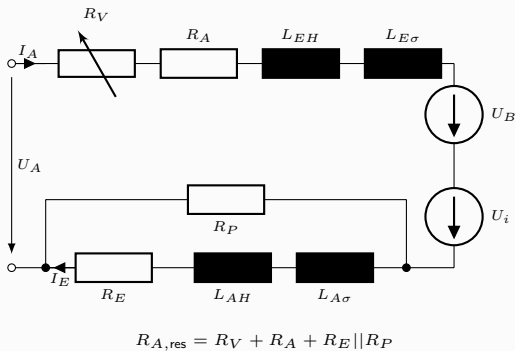
Leerlaufdrehzahl: ($M_i = 0$) $n_0 = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E}$

Anlaufstrom: ($n = 0$) $I_{A, \text{An}} = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{R_{A, \text{res}}}$

$n = n_0 \cdot \left(1 - \frac{M_i}{M_{i, \text{An}}}\right)$ $M_i = M_{i, \text{An}} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$

2.5. Gleichstrom-Reihenschlussmaschine

2.5.1. ESB



2.5.2. Systemgleichungen

$$I_E = k_E \cdot I_A \quad \text{mit } k_E = \begin{cases} 1 & \text{für } R_P \rightarrow \infty \\ 0 & \text{für } R_P = 0 \\ \frac{R_P}{R_P + R_E} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E = k_\Phi k_E \cdot I_A$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A = k_M k_\Phi k_E \cdot I_A^2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n = k_U k_\Phi k_E \cdot I_A \cdot n$$

2.5.3. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$M_i = k_M k_\Phi k_E \cdot \frac{(U_A - 2 \cdot U_B)^2}{(k_U k_\Phi k_E \cdot n + R_{A, \text{res}})^2}$$

Anlaufmoment: ($n = 0$) $M_{i, \text{An}} = k_M k_\Phi k_E \cdot \left(\frac{U_A}{R_{A, \text{res}}}\right)^2$

3. Wechselfeld - Drehfeld

3.1. Größen

Stator	Index 1
Rotor	Index 2
Ordnungszahl der Oberwellen	ν [1]
elektrische Frequenz	f [Hz]
elektrische Kreisfrequenz	ω $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
	$\omega = 2\pi f$
mechanische Kreisfrequenz	ω_m $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
Phasenwinkel	φ [rad]
Strangachsenwinkel	ϑ [rad]
Strangspannung	U_1 [V]
Strangstrom	I_1 [A]
komplexe Scheinleistung	\underline{S} [VA]
Wirkleistung	P [W]
Blindleistung	Q [Var]
Strangzahl	m [1]
Windungszahl pro Strang	w_1 [1]
Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)	q [1]
Nutwinkel	α_N [rad]
Spulenwinkel	α_{Sp} [rad]
Polwinkel	α_p [rad]
Spulenweite	W_{Sp} [cm]
Zonungsfaktor	ξ_Z [1]
Sehnungsfaktor	ξ_S [1]
Nutslitzbreitenfaktor	ξ_N [1]
Schrägungsfaktor	ξ_{Schr} [1]

3.2. Stern & Dreieckschaltung

Sternschaltung

$$U_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$$

$$I_1 = I_N$$

Dreiecksschaltung

$$U_1 = U_N$$

$$I_1 = \frac{I_N}{\sqrt{3}}$$

3.3. Einfluss realer Luftspalt

$$\text{Wicklungsfaktor: } \xi(\nu) = \xi_Z(\nu) \cdot \xi_S(\nu) \cdot \xi_N(\nu)$$

$$w_{\text{eff}} = w_{Sp} \cdot \xi(\nu)$$

$$\alpha_N = \frac{2\pi}{N} \quad \alpha_{Sp} = W_{Sp}(\text{absolut}) \cdot \alpha_N \quad \alpha_p = \frac{2\pi}{p}$$

3.3.1. Zonung

Erhöhung der Lochzahl q

(Beschränkt durch $N_{\text{max}} = \frac{D\pi}{\tau_{N, \text{min}}}$) mit $\tau_{N, \text{min}} \approx 1 \text{ cm}$

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{Sp} \cdot \xi_Z(\nu)$$

$$\xi_Z(\nu) = \frac{\sin\left(q \cdot \nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)} = \frac{\sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{q}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{1}{Q}\right)}$$

3.3.2. Sehnung

Kürzung der Spulenweite W_{Sp} (nicht bei Einschlitzwicklung möglich)

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{Sp} \cdot \xi_S(\nu)$$

$$\xi_S(\nu) = \sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{W_{Sp}}{\tau_p}\right) = \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha_{Sp}}{\alpha_p} \frac{\pi}{2}\right)$$

3.3.3. Nutslitzbreite

$$w_{\text{eff}} = w_{Sp} \cdot \xi_N(\nu)$$

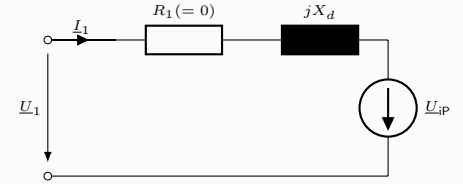
$$\xi_N(\nu) = \frac{\sin\left(\nu \cdot \frac{b_N}{D}\right)}{\nu \cdot \frac{b_N}{D}}$$

4. Synchronmaschine

4.1. Größen

Erregerstrom	I_2	[A]
induzierte Polradspannung	U_{iP}	[V]
synchrone Reaktanz	X_d	[Ω]
Selbstinduktivität	L	[H]
Koppelinduktivität (von Rotor nach Stator)	M_{21}	[H]
Polradwinkel	ϑ	[rad]
Phasenwinkel von \underline{Z}_1	φ_{Z1}	[rad]
Netzleistung (Wirkleistung)	P_1	[W]
innere elektrische Leistung	P_W	[W]
Drehfeldleistung	P_δ	[W]
mechanische Leistung	P_m	[W]
Erregerleistung	P_E	[W]
Leerlaufkurzschlussstrom	\underline{I}_{K0}	[A]
Dreisträngiger Dauerkurzschlussstrom	\underline{I}_{KIII}	[A]
Leerlaufkurzschlussverhältnis (LKV)	$\frac{\underline{I}_{K0}}{\underline{I}_N}$	[1]

4.2. ESB



$$U_1 = \underline{Z}_1 \cdot I_1 + U_{iP}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_d$$

$$X_d = X_{1h} + X_{1\sigma} = 2\pi f \cdot (L_{1h} + L_{1\sigma})$$

$$|U_{iP}| = U_{iP} = \omega M_{21} \sqrt{2} \cdot I_2$$

$$\sigma = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}}$$

4.3. Systemgleichungen

$$\vec{u}_1 = R_1 \cdot \vec{i}_1(t) + \frac{\partial \vec{\Psi}_1(t)}{\partial t}$$

$$\vec{\Psi}_1 = L_1 \cdot \vec{i}_1(t) + M_{21} \cdot \vec{i}_2^*(t)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2(t) + \frac{\partial \Psi_2(t)}{\partial t}$$

$$\Psi_2 = L_2 \cdot i_2(t) + 3 \cdot M_{21} \cdot (\vec{i}_1(t) e^{-jp\vartheta m} + \vec{i}_1^*(t) e^{jp\vartheta m})$$

4.4. Wichtige Gleichungen

4.4.1. Synchrone Drehzahl Luftspaltfeld

$$n_{\text{syn}} = n_N = \frac{f_1}{p}$$

4.4.2. Drehmoment

$$M_K \sim \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = -\frac{3p}{\omega_1} \cdot \left[\frac{U_1 \cdot U_{iP}}{Z_1} \cdot \sin(\vartheta - \varphi_{Z1}) + \frac{U_{iP}^2}{Z_1} \cdot \sin(\varphi_{Z1}) \right]$$

Kippmoment:

$$M_K = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot U_{iP}}{Z_1} = \frac{3p}{\omega_1} \cdot U_1 \cdot I_{KIII}$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow \varphi_{Z1} = 0 \Rightarrow M_i = -M_K \cdot \sin(\vartheta)$$

4.4.3. Leistung

$$\underline{S}_1 = 3 \cdot U_1 \cdot \underline{I}_1^*$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_W = 3 \cdot U_{iP} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_\delta = \omega_m \cdot M_i = P_W - 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_\delta - P_R$$

$$P_E = U_2 \cdot I_2$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_1 + P_{VE}}$$

4.5. Betriebsbereiche

Bei Leerlaufregung ($I_2 = I_{20}$): $\Rightarrow U_1 = U_{iP}$

Bei linearer Leerlaufkennlinie ($X_d = \text{const.}$): $I_2 = I_{20} \cdot \frac{U_{iP}}{U_1}$

4.5.1. Leerlauf ($I_1 = 0$)

$$I_{20} = \frac{U_{iP}}{\omega M_{21} \sqrt{2}} = \frac{U_1}{\omega M_{21} \sqrt{2}}$$

4.5.2. Kurzschluss ($U_1 = 0$)

$$I_{KIII} = \frac{U_{iP}}{Z_1}$$

$$I_{K0} = I_{KIII}(I_{20}) = \frac{U_1}{Z_1}$$

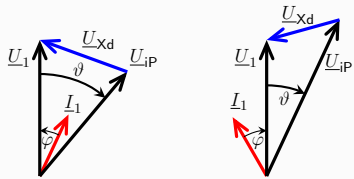
4.5.3. Betriebsarten

ϑ zwischen dem Zeiger von \underline{U}_1 nach \underline{U}_{iP}
 φ zwischen dem Zeiger von \underline{I}_1 nach \underline{U}_1
 \underline{I}_2 eilt \underline{U}_{iP} um 90° nach

Phasenschieberbetrieb: $\vartheta = 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)

- Betrieb im Leerlauf
- reine Blindleistungsabgabe bzw. -aufnahme
- $\cos(\varphi) = 0 \Rightarrow$
 - untererregt: $\Rightarrow \varphi = 90^\circ$
 - übererregt: $\Rightarrow \varphi = -90^\circ$

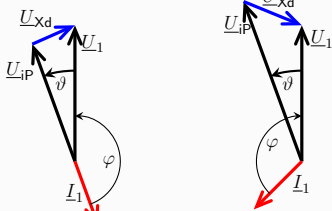
Motorbetrieb: $\vartheta < 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt $\varphi > 0$

übererregt $\varphi < 0$

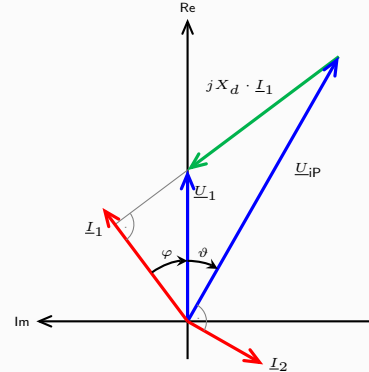
Generatorbetrieb: $\vartheta > 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt $\varphi > 0$

übererregt $\varphi < 0$

4.6. Zeigerdiagramm

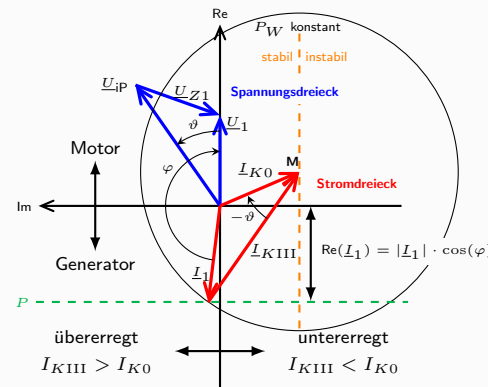


4.7. Stromortskurve

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_{K0} - \underline{I}_{KIII} \\ \underline{I}_{KIII} &= \frac{U_{iP}}{U_1} \cdot \underline{I}_{K0} \cdot e^{j\vartheta} \\ \underline{I}_{K0} &= -\frac{U_1}{Z_1} \cdot j e^{j\varphi} Z_1 \end{aligned}$$

Stromortskurve

1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen
2. Richtung von \underline{U}_{iP} einzeichnen
3. \underline{I}_{K0} einzeichnen
bei $R_1 = 0$: \underline{I}_{K0} eilt \underline{U}_1 um 90° nach
4. konstante Erregung: Kreis um Spitze von \underline{I}_{K0} mit Radius \underline{I}_{KIII}
5. Richtungen von \underline{I}_{KIII} und \underline{I}_1 festgelegt durch φ bzw. ϑ
6. bei $R_1 = 0$: Verlängerung von $\underline{U}_{iP} \perp \underline{I}_{KIII}$



4.8. dq-Darstellung

Zeigerdiagramm

1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen
2. \underline{I}_1 einzeichnen
3. Richtung von \underline{U}_{iP} legt d und q Achse fest
($\vartheta = \text{unbekannt} \Rightarrow$ weiter bei Trick)
4. Zerlegung von \underline{I}_1 in \underline{I}_d und \underline{I}_q
5. Spannungsabfall an $X_d = |X_d \cdot \underline{I}_d|$
6. Spannungsabfall an $X_q = |X_q \cdot \underline{I}_q|$
7. $\underline{U}_{iP} = \underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d - jX_q \cdot \underline{I}_q$

Trick

1. $\vartheta = \arg(\underline{U}_1 - jX_q \cdot \underline{I}_1) \Rightarrow$ Richtungsgerade von $\underline{U}_{iP} (|| jX_d \underline{I}_d)$
2. $\underline{U}_{iP} =$ Senkrechte von $\underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d$ auf Richtungsgerade

4.8.1. Systemgleichungen

$$U_d = R_1 \cdot I_d - \omega_1 L_q \cdot I_q$$

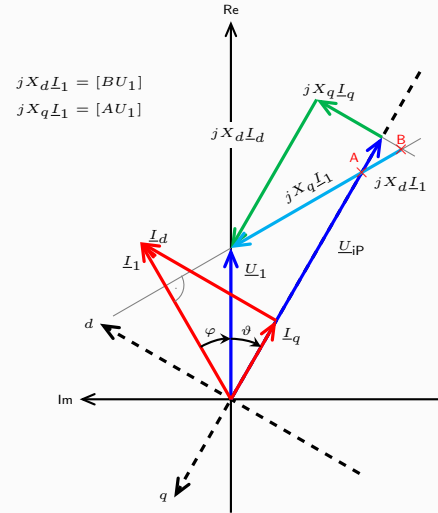
$$U_q = R_1 \cdot I_q + \omega_1 L_d \cdot I_d + \sqrt{2} \cdot U_{iP}$$

$$U_{iP} = \sqrt{2} \cdot \omega_1 M_{21} \cdot I_2$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$M_i = 3 \cdot p \cdot M_{21} \cdot I_2 \cdot I_q$$

4.8.2. Zeigerdiagramm



5.4. Wichtige Größen

5.4.1. Schlupf

$$s = \frac{n_{\text{syn}} - n}{n_{\text{syn}}} = \frac{\omega_{\text{syn}} - \omega_m}{\omega_{\text{syn}}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_m}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Gegenstrombremse	Motor	Generator
$s > 1$	$1 > s > 0$	$s < 0$

5.4.2. Drehzahl

synchrone Drehzahl	Neendrehzahl
$n_{\text{syn}} = \frac{f}{p}$	$n_N = n_s(1 - s_N)$

5.4.3. Leistung

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \\ P_1 &= S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) \\ P_{\text{Netz}} &= m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_N) = P_1 + P_{\text{Fe}} \\ P_\delta &= 2\pi \cdot n_{\text{syn}} \cdot M_i = P_1 - P_{\text{Cu1}} - P_{\text{Fe}} \\ P_{mi} &= (1 - s)P_\delta = P_\delta - P_{\text{Cu2}} - P_{2V} = \omega_m \cdot M_i \\ P_m &= 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_{mi} - P_R \\ P_{\text{Cu2}} &= s \cdot P_\delta = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \end{aligned}$$

5.4.4. Phase

ASM immer induktiv $\Rightarrow \varphi > 0$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{1Z} - \varphi_{1N} \\ \varphi &= \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{für } a > 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & \text{für } a < 0, b \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi & \text{für } a < 0, b < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

5.4.5. Weitere Parameter

$$\begin{aligned} L_{1\sigma} &= \sigma_1 \cdot L_{1h} & L_1 &= L_{1h} + L_{1\sigma} \\ L'_{2\sigma} &= \sigma_2 \cdot L_{1h} & L'_2 &= L_{1h} \cdot (1 + \sigma_2) \\ L_\sigma &= \sigma \cdot L_1 = L_{1\sigma} + \frac{\xi_{\text{Schr.}}}{1 + \sigma_2} L'_{2\sigma} \\ \rho_1 &= \frac{R_1}{\omega_1 L_1} & \rho_2 &= \frac{R'_{2,\text{ges}}}{\omega_1 L_2} = \frac{R'_{2,\text{ges}}}{\omega_1 L'_2} \\ \Delta\rho_1 &= \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \rho_1^2} \\ \sigma &= 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1) \cdot (1 + \sigma_2)} = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \end{aligned}$$

5.5. Statorstrom

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{\rho_2 + js}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j(\rho_2 + s \cdot \rho_1)}$$

Anlaufstrom:

$$I_{1A} = |\underline{I}_1|(s=1) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_2^2}{(1 - \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\sigma})^2 + (\frac{\rho_1 + \rho_2}{\sigma})^2}}$$

Ideeller Kurzschlussstrom:

$$I_{1Ki} = |\underline{I}_1|(s \rightarrow \pm\infty) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\rho_1}{\sigma})^2}}$$

Leerlaufstrom:

$$I_{10} = |\underline{I}_1|(s=0) = \frac{U_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_1^2}}$$

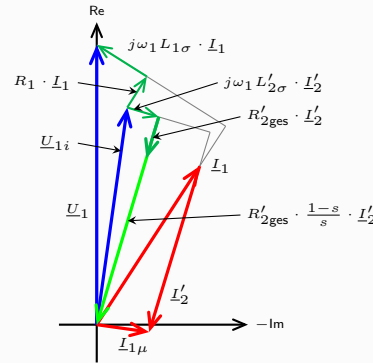
5.5.1. Magnetisierungstrom

$$\underline{I}_\mu = \frac{\rho_2 + j \cdot s \cdot (\sigma - \sigma_1 \cdot (1 - \sigma))}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j \cdot (\rho_2 + s \cdot \rho_1)} \cdot \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1}$$

5.6. Zeigerdiagramm

Zeigerdiagramm

- \underline{U}_1 auf reelle Achse legen und \underline{I}_1 einzeichnen
- $R_1 \underline{I}_1$ (gleiche Phasenlage wie \underline{I}_1)
 $j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$ (eilt \underline{I}_1 um 90° voraus)
- $\underline{U}_{1i} = \underline{U}_1 - R_1 \underline{I}_1 - j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$
- $\underline{I}_{1\mu} = \frac{\underline{U}_{1i}}{j\omega_1 L_{1h}}$ (eilt \underline{U}_{1i} um 90° nach)
- $\underline{I}'_2 = \underline{I}_{1\mu} - \underline{I}_1$
- $R'_{2,\text{ges}} \underline{I}'_2$ (parallel zu \underline{I}'_2)
- $j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$ (eilt \underline{I}'_2 um 90° voraus)
- $R'_{2,\text{ges}} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \underline{I}'_2 = -\underline{U}_{1i} - R'_{2,\text{ges}} \underline{I}'_2 - j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$

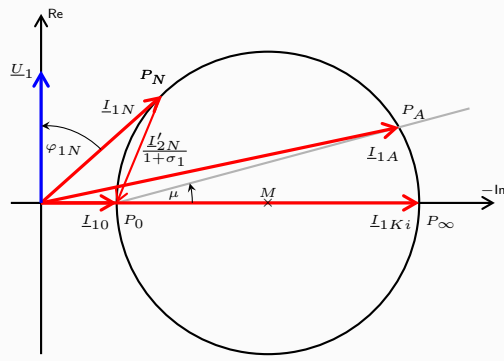


5.7. Stromortskurve

bei $R_1 = 0$ $\tan(\mu) = s_K$

Stromortskurve

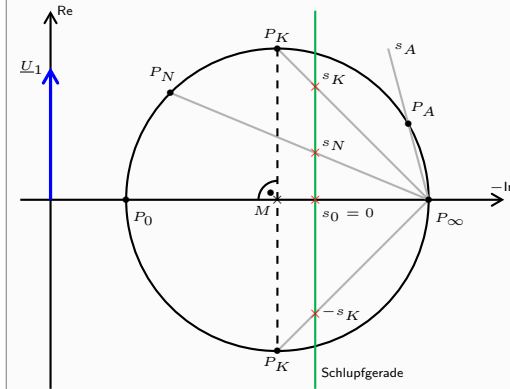
- \underline{U}_1 auf reelle Achse legen $\Rightarrow \varphi_{1U} = 0$
- $R_1 = 0 \Rightarrow \underline{I}_{10}$ und \underline{I}_{1Ki} haben keinen Realteil
- Kreismittelpunkt auf Im-Achse zwischen \underline{I}_{1Ki} und \underline{I}_{10}
- μ zwischen P_0 und P_A



5.7.1. Schlupfgerade

Schlupfgerade

- Schlupfgerade an beliebiger Stelle einzeichnen
- gesuchtes s aus Längenverhältnis zu bekanntem Schlupf bestimmen



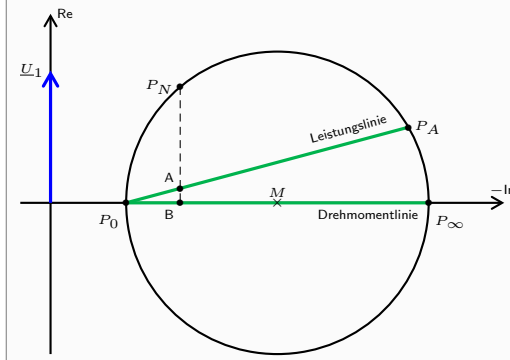
5.7.2. Maßstab

Strommaßstab	m_I	$\left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]$
Leistungsmaßstab	$m_P = 3 \cdot U_1 \cdot m_I$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{cm}} \right]$
Drehmomentmaßstab	$m_M = \frac{m_P}{2\pi \cdot n_{\text{syn}}}$	$\left[\frac{\text{Nm}}{\text{cm}} \right]$

5.7.3. Ablesbare Werte

Aufgenommene elektrische Leistung	$P_1 = \overline{PB} \cdot m_P$
Kupferverluste Rotor	$P_{\text{Cu2}} = \overline{AB} \cdot m_P$
Abgegebene mechanische Leistung	$P_m = \overline{PA} \cdot m_P$
Inneres Drehmoment	$M_i = \overline{PB} \cdot m_M$

Definition Punkt B: Orthogonale Projektion von P auf Im-Achse



5.8. Drehmoment

$$M_K \sim \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2 \quad M_N \sim \Phi_\delta \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

5.8.1. Drehmomentgleichung

$$M_i = 3p(1-\sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \frac{s \cdot s_K}{\Delta\rho_1 s_K^2 + 2 \frac{\rho_1}{\sigma} (1-\sigma) s_K s + \Delta\rho_1 s^2}$$

Kippmoment:

$$M_K = M_i(s_K) = \frac{3}{2} p \cdot (1 - \sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \left(\frac{1}{\Delta\rho_1 + \frac{\rho_1}{\sigma} (1 - \sigma)} \right)$$

$$(R_1 = 0) : M_K = \frac{m_1 U_1 \frac{I_{1Ki} - I_{10}}{2\pi \cdot n_s}}{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma} \right)^2}$$

$$\text{Kippschlupf: } s_K = \frac{\rho_2}{\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_1^2}{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma} \right)^2}}$$

$s_K > 0$ Motor $s_K < 0$ Generator

5.8.2. Klossche Gleichung (Annahme $R_1 = 0$)

$$\frac{M_i}{M_K} = \frac{2 \cdot s_K \cdot s}{s_K^2 + s^2}$$

$$s_{1,2} = s_K \frac{M_K}{M_i} \pm \sqrt{\left(s_K \frac{M_K}{M_i} \right)^2 - s_K^2}$$

Nur echte Lösung wenn gilt: $s < s_K$