Einführung in die Roboterregelung

Dieses Fach wurde bis 2013 unter dem Namen "Grundlagen intelligenter Roboter" gelehrt.

HINWEIS: Die Formelsammlung ist eine einfache Mitschrift, sehr ungeordnet und kann grobe Fehler enthalten. Sie dient lediglich als berblick zum Fach. Wenn jemand die FS ergnzen/berarbeiten mchte, einfach melden

1. Mathematik

$\dot{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{S}(t) \cdot R(t)$ mit $\boldsymbol{S}(t) = \boldsymbol{S}(\underline{\boldsymbol{\omega}}(t)) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y \omega x & 0 & \end{bmatrix}$

Ableitung von ${}_0\dot{\boldsymbol{R}} = {}_0 R_{m-1} \cdot {}_{m-1}\boldsymbol{R}_m$

2. Allgemeines

Rumliche Anordnung	$RAN = x_1, x_2, x_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$
Homogene Transformation	${}_b\boldsymbol{T}_a = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \underline{\boldsymbol{r}} \\ \underline{\boldsymbol{0}}^\top & s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times4}$
Weltkoordinaten	$\underline{\boldsymbol{w}} = \begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{r}} \\ \underline{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix}$
Gelenkkordinaten	$\underline{\boldsymbol{q}}$

Frame-Konzept: jedes Objekt hat sein eigenes KOSY(Frame).
Richtungscosinusmatrix ${}_A\boldsymbol{R}_B$ bzw. ${}_A\boldsymbol{C}_B = \begin{bmatrix} c_{xx'} & c_{xy'} & c_{xz'} \\ c_{yx'} & c_{yy'} & c_{yz'} \\ c_{zx'} & c_{zy'} & c_{zz'} \end{bmatrix}$
Redundant, da Basisvektoren orthogonal.
Self-Motion: Nur zustzliche Freiheitsgrade werden bewegt, Effektor behlt seine aktuelle RAN
holonom: System, welches sich lokal in alle Richtungen gleichzeitig bewegen kann

2.1. Transformation

Elementare Rotationsmatrizen (sind orthogonal $\boldsymbol{R}^\top = \boldsymbol{R}^{-1}$):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_x & -s\theta_x \\ 0 & s\theta_x & c\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_y & 0 & s\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_y & 0 & c\theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_z & -s\theta_z & 0 \\ s\theta_z & c\theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Verkettung von Rotationen nicht kommutativ! $\boldsymbol{R}_{ges} = \boldsymbol{R}_n \cdots \boldsymbol{R}_2 \cdot \boldsymbol{R}_1$

RPY-Winkel: Roll(α), Pitch(β), Yaw(γ) um x, y, z-Weltachsen
$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_z(\gamma) \cdot \boldsymbol{R}_y(\beta) \cdot \boldsymbol{R}_x(\alpha)$
Eulersche Winkel Ψ, Θ, Φ: Drehung um die aktuellen z, x', z''-Achsen.
$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_z(\Psi) \cdot \boldsymbol{R}_x(\theta) \cdot \boldsymbol{R}_z(\phi)$

Homogene Transformation ${}_B\boldsymbol{T}_A = \begin{bmatrix} {}_B\boldsymbol{R}_A & \underline{\boldsymbol{r}}' \\ \underline{\boldsymbol{f}}^\top & w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times4}$

mit Rotation $\boldsymbol{R}$, Translation $\underline{\boldsymbol{r}}'$, Verzerrung $\underline{\boldsymbol{f}}$ und Skalierung w

Inverse: ${}_B\boldsymbol{T}_A^{-1} = {}_A\boldsymbol{T}_B = \begin{bmatrix} {}_B\boldsymbol{R}_A^\top & -{}_B\boldsymbol{R}_A^\top {}_B\underline{\boldsymbol{r}}' \\ \underline{\boldsymbol{0}}^\top & 1 \end{bmatrix}$

hom. Translationsmatrix: ${}_B\boldsymbol{T}_A = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & \underline{\boldsymbol{o}}' \\ \underline{\boldsymbol{0}}^\top & 1 \end{bmatrix}$

Matrixmultiplikation:
Von links nach rechts: Um Achse im aktuellen KOSY (Euler)
Von rechts nach links: Um Achse im ursprnglichen KOSY (RPY)

2.2. Weltmodellierung

Ein Frame kann Bezugsystem fr beliebig viele andere Frames sein aber darf selber nur an ein einziges Bezugsystem gebunden sein.

Effektortransforamtion ${}_0\boldsymbol{T}_E$

2.3. Denavit-Hartenberg-Konvetion

Regeln, zum Aufstellen der einzelnen Frames:

1. z_n-Achse ist Drehachse des Gelenks $n+1$ und Winkel θ_{n+1}
2. x_n ist die gemeinsame Normale von z_{n-1} zu z_n
3. Ergnze y_n so, dass ein Rechtssystem entsteht.

Damit ergeben sich pro Gelenk nur 4 Parameter zur Bestimmung der RAN des n-ten KOSY im $(n-1)$-ten KOSY
$rot(x_{n-1}, \alpha_n), trans(x_{n-1}, a_n), trans(z_{n-1}, d_n), rot(z_{n-1}, \theta_n)$
θ_n Drehwinkel/Translation um/entlang z_{n-1}
α_n Verdrehwinkel von z_{n-1} nach z_n um x_{n-1}
a_n Minimaler Abstand (gemeinsame Normale) zw. z_{n-1}, z_n entlang x_n
d_n Verschiebung der KOSY entlang z_{n-1}

3. Kinematik

Vorwrtskinematik	DIR-KIN	$\underline{\boldsymbol{w}} = \underline{\boldsymbol{f}}(\underline{\boldsymbol{q}})$
Rckwrtskinematik	INV-KIN	$\underline{\boldsymbol{q}} = \underline{\boldsymbol{g}}(\underline{\boldsymbol{w}})$

Translatorische Geschwindigkeit: $\underline{\boldsymbol{v}} = \frac{\mathrm{d}\underline{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t}$
Rotatorische Geschwindigkeit: 1. $\dot{\underline{\boldsymbol{\Omega}}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\Psi, \Theta, \phi]$
2. Drehwinkelgeschwindigkeit $\underline{\boldsymbol{\omega}}$

Weltkoordinaten $\underline{\boldsymbol{w}}$ und Gelenkkoordinaten $\underline{\boldsymbol{q}}$

${}_0\boldsymbol{T}_E(\underline{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} {}_0\boldsymbol{R}_E(\underline{\boldsymbol{q}}) & \underline{\boldsymbol{r}}(\underline{\boldsymbol{q}}) \\ \underline{\boldsymbol{0}}^\top & 1 \end{bmatrix}$

Weltkoordinaten $\underline{\boldsymbol{w}} = \begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{r}} \\ \underline{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix} = \underline{\boldsymbol{f}}(\underline{\boldsymbol{q}})$

Analytisch: $\dot{\underline{\boldsymbol{w}}} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{\boldsymbol{r}}} \\ \dot{\underline{\boldsymbol{\Omega}}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}_{\underline{\boldsymbol{f}}}(\underline{\boldsymbol{q}})\dot{\underline{\boldsymbol{q}}}$

Geometrisch: $\dot{\underline{\boldsymbol{v}}} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{\boldsymbol{r}}} \\ \dot{\underline{\boldsymbol{\omega}}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}_{\underline{\boldsymbol{g}}}(\underline{\boldsymbol{q}})\dot{\underline{\boldsymbol{q}}}$

Bewegung von Gelenken:
${}_0\omega_m = {}_0\omega_{m-1} + {}_0\boldsymbol{R}m - 1 \cdot \omega_{m-1,m}$
${}_0\dot{\underline{\boldsymbol{r}}}_m = {}_0\dot{\underline{\boldsymbol{r}}}_{m-1} + {}_0\dot{\underline{\boldsymbol{r}}}_{m-1,m} + {}_0\underline{\boldsymbol{\omega}}_{m-1} \times {}_0\underline{\boldsymbol{r}}_{m-1,m}$

Prismatisches Gelenk	Rotatorisches Gelenk
${}_0\underline{\boldsymbol{\omega}}_{m-1,m} = \underline{\boldsymbol{0}}$	${}_0\underline{\boldsymbol{\omega}}_{m-1,m} = \dot{\Theta}_m \cdot {}_0\underline{\boldsymbol{z}}_m$
${}_0\dot{\underline{\boldsymbol{r}}}_{m-1,m} = \dot{\boldsymbol{G}}_m \cdot {}_0\underline{\boldsymbol{z}}_{m-1}$	${}_0\dot{\underline{\boldsymbol{r}}}_{m-1,m} = {}_0\omega_{m-1} \times \underline{\boldsymbol{r}}_{m-1,m}$

	Vorwrtslsung	Rckwrtslsung
KOSY	$\underline{\boldsymbol{w}} = \underline{\boldsymbol{f}}(\underline{\boldsymbol{q}})$	$\underline{\boldsymbol{q}} = \underline{\boldsymbol{g}}(\underline{\boldsymbol{w}})$
Geschw.	$\dot{\underline{\boldsymbol{w}}} = \boldsymbol{J}_{\underline{\boldsymbol{f}}}(\underline{\boldsymbol{q}})\dot{\underline{\boldsymbol{q}}}$	$\dot{\underline{\boldsymbol{q}}} = \boldsymbol{J}_{\underline{\boldsymbol{f}}}^{-1}(\underline{\boldsymbol{q}})\dot{\underline{\boldsymbol{w}}}$
Momente	$\underline{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{J}^\top(\underline{\boldsymbol{q}}) \cdot \underline{\boldsymbol{F}}$	$\underline{\boldsymbol{F}} = \left(\boldsymbol{J}^\top(\underline{\boldsymbol{q}})\right)^{-1} \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}}$

3.1. Gelenkmomente

$\underline{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{J}^\top(\underline{\boldsymbol{q}}) \cdot \underline{\boldsymbol{F}}$

3.2. Bahnplanung (Trajektorienplanung)

Eine Bahn sollte mglichst weich, als mit geringen Ruck durchfahren werden.
Startpunkt S, Zielpunkt Z
Durchpunkt D muss mit definierter Geschwindigkeit exakt durchfahren werden.
Viapunkt V muss mglichst nahe passiert werden.

bergangszeit $\tau \geq \max(\tau_{q1}, \tau_{q2}, \cdots, \tau_{qn})$

4. Manipulatordynamik

Lagrangefunktion $L = T(\underline{\boldsymbol{q}}, \dot{\underline{\boldsymbol{q}}}) - V(\underline{\boldsymbol{q}})$
Euler-Lagrange: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$

4.1. Modell in Gelenkkoordinaten (Normalform)

$$\boxed{\boldsymbol{M}(\underline{\boldsymbol{q}})\ddot{\underline{\boldsymbol{q}}} + \underline{\boldsymbol{N}}(\underline{\boldsymbol{q}}, \dot{\underline{\boldsymbol{q}}}) + \underline{\boldsymbol{G}}(\underline{\boldsymbol{q}}) + \underline{\boldsymbol{F}}(\underline{\boldsymbol{q}}, \dot{\underline{\boldsymbol{q}}}) = \underline{\boldsymbol{U}}}$$

Trgheitsmatrix $\boldsymbol{M}$, Kreiselkrfte $\underline{\boldsymbol{N}}$, Gravitationskrfte $\underline{\boldsymbol{G}}$, Dmpfkrfte $\underline{\boldsymbol{F}}$, Steuerkrfte $\underline{\boldsymbol{U}}$

4.2. Modell in Weltkoordinaten

$$\boxed{\boldsymbol{M}_w(\underline{\boldsymbol{q}})\ddot{\underline{\boldsymbol{w}}} + \underline{\boldsymbol{N}}_w(\underline{\boldsymbol{q}}, \dot{\underline{\boldsymbol{w}}}) + \underline{\boldsymbol{G}}_w(\underline{\boldsymbol{q}}) + \underline{\boldsymbol{F}}_w(\underline{\boldsymbol{q}}, \dot{\underline{\boldsymbol{w}}}) = \underline{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{Welt}}}$$

5. Aktoren

5.1. Harmonic Drive Getriebe

Wave Generator(WG), Flexspline(FS), Circular-Spline(CS)

6. Sensoren

Fr innere Zustandsgren: Gelenkwinkel
Kontaktsensoren im Nahbereich $d \approx 1$ mm
Annherungssensoren im Mittelbereich $d < 25$ cm
Abbildungssensoren im Fernbereich $d > 1$ m

7. Appoximationstheorie

Approximationssatz von Stone-Weierstra: In einem kompakten Intervall kann jede stetige Funktion beliebig genau durch Polynome angenhert werden (Taylorreihe). Jede periodische stetige Funktion kann beliebig genau durch trigonometrische Funktionen angenhert werden. (Fouriereihe)
Fehler der Approximation $f = \mathcal{O}(x^n)$

7.1. Interpolation

versucht diskrete Punkte durch eine stetige – und im besten Fall mehrmals differenzierbare – Funktion zu verbinden. Meist ist das Ziel abprupte bergnge "weicher" und "glatter" zu machen. Meist wird mit Polynomen interpoliert, da diese leicht zu differenzieren, zu integrieren und auszurechnen sind. Meist wird zur Bestimmung das Taylorverfahren genutzt. Periodische Funktionen lassen sich leichter durch Fourierreihen in eine Summe aus Sinus und Cosinus entwickeln (Trigonometrische Interpolation). Um die Qualitt zu beurteilen, muss der Fehler der Approximation abgeschtzt werden.

7.2. Ausgleichsrechnung

versucht die Parameter einer bestimmten Funktion so zu whlen, dass die Funktion mglichst gut diskrete Werte annhert. Meist wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet.

8. Technische Realisierung

8.1. Programmierung

Textuell : Geometriedaten werden am Rechnerterminal programmiert (Offline)

Grafisch : Textuell mit Simulator auf CAD-Datenbasis

Manuell : Langsames fhren der Gelenke in einer Trainingsphase. RAN wird mitgespeichert (Online)

Sensoriell: Online Aktualisierung eines Bewegungsablaufs durch Sensordaten.

Icon-basiert: ?

8.2. Antriebskonzepte

dezentral: Motoren direkt an den Gelenken.
zentral: Motoren an der Basis, mechanische Kraftbertragung zu den Gelenken.

8.3. Technische Praxis

Die kinematische Vorwrtslsung sollte mit einer Zykluszeit von 1 ms in Gleitkommadarstellung berechnet werden.

9. Regelungskonzepte

- Lage/Bahnregelung: Kontaktfrei
  Vorsteuerung: Sollwerte fr Geschwindigkeit und Beschleunigung.
- Kraft/Momentregelung: Kontakt mit Umgebung
- Hybridregelung: Bahn + Kraftregelung
- visuell/Kamerageführte Roboterregelung

10. Maschinelles sehen

Ortsfilterung mittels Faltung.
Frequenzfilterung durch Fouriertransformation
Kantendetektion mit Sobel-Operator (extrahiert beliebige Kantenrichtungen)
Zusammen mit Laplace Operator bergnge finden.
Bildsegmentierung mit Schwellenwerttabfrage
Hough-Transformation: Globale Verbindungsanalyse, findet Geraden.

10.1. Bildbeschreibung durch Merkmale

Drehlageninvariante Merkmale ohne Bezugspunkt.

- Objektumfang $U = \int g(x, y)\, \mathrm{d}s$
- Objektflche $A = \iint g(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$
- Lochanzahl, Lochflche

Mit Bezugspunkt: Schwerpunkt, Inkreis, Umkreis

10.2. Bildvergleich durch Template Matching

Drehlagenbestimmung

11. Praktikum

Planare Roboter mit Gelenkarmen.
Vorwrtslsung: $\begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\sum \theta_i)a_n + \ldots + \cos(\theta_1)a_1 \\ \sin(\sum \theta_i)a_n + \ldots + \sin(\theta_1)a_1 \\ \sum \theta_i \end{pmatrix}$