



南昌大学
NANCHANG UNIVERSITY



大数据优化：理论、算法及其应用

——来源于《最优化计算方法》（高教社）

★★★ 主讲人：彭振华 ★★★

联系方式：zhenhuapeng@ncu.edu.cn
zhenhuapeng@whu.edu.cn
15870605317（微信同号）

研究兴趣：1. 非凸非光滑优化算法与理论
2. 智能决策
3. 智能计算与机器学习

数学与计算机学院

2026年

课件资源：<https://zhenhuapeng.github.io/coursematerials/>

大数据优化与机器学习 彭振华 zhenhuapeng@whu.edu.cn



目录



1. 大数据优化简介 (3课时)

2. 基础知识 (7课时)

3. 无约束优化理论 (2课时)

4. 无约束优化算法 (15课时)

5. 约束优化理论 (6课时)

6. 约束优化算法 (3课时)

7. 复合优化算法 (9课时)

I. 模型与基本概念

III. 应用实例

II. 优化建模技术

IV. 求解器与大模型

I. 范数与导数

III. 共轭函数与次梯度

II. 凸集与凸函数

I. 最优性问题解的存在性

III. 无约束不可微问题的最优性理论

II. 无约束可微问题的最优性理论

I. 线搜索方法

IV. (拟)牛顿类算法

II. (次)梯度类算法

V. 信赖域算法

III. 共轭梯度算法

VI. 非线性最小二乘算法

I. 对偶理论

III. 凸优化问题的最优性理论

II. 一般约束优化问题的最优性理论

I. 罚函数法

II. 增广拉格朗日函数法

I. PPA

II. BCD

III. PGD

IV. SGD

V. SDP



南昌大学
NANCHANG UNIVERSITY



基础知识

第二部分

范数与导数

凸规划: 凸集与凸函数

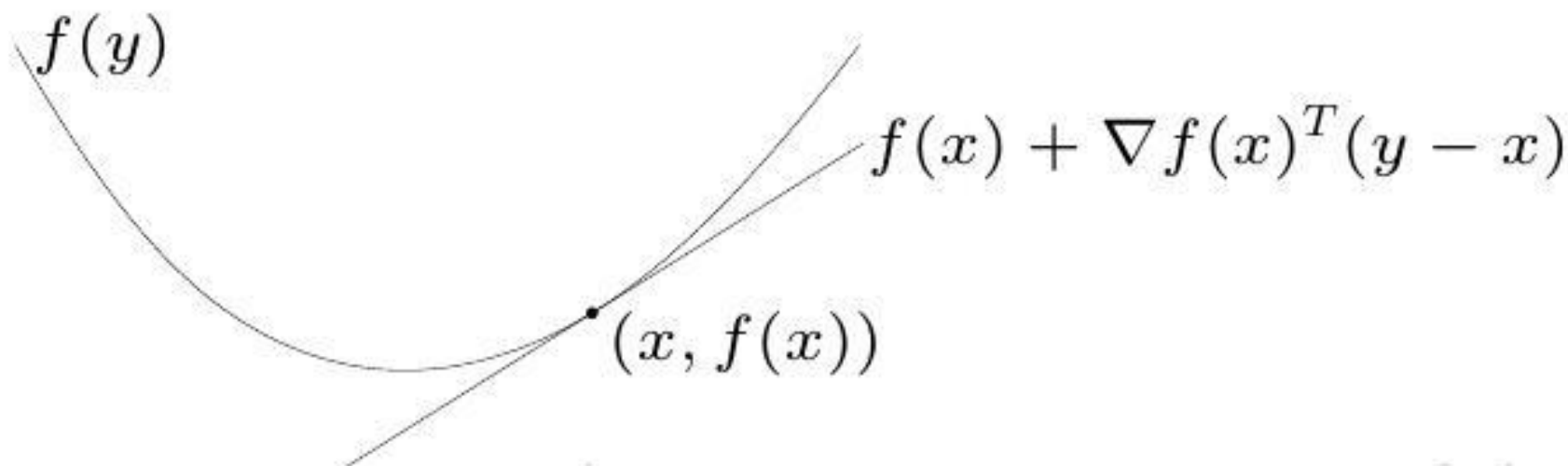
共轭函数

次梯度



➤ **一阶判别法1:** 对于定义在凸集上的可微函数 f , f 是凸函数当且仅当

$$f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x), \quad \forall x, y \in \text{dom } f$$



几何直观: f 的一阶逼近始终在 f 的图像下方



➤ 必要性：设 f 是凸函数，则对于任意的 $x, y \in \text{dom } f$ 以及 $t \in (0, 1)$ ，有

$$tf(y) + (1-t)f(x) \geq f(x + t(y-x)).$$

➤ 将上式移项，两边同时除以 t ，注意 $t > 0$ ，则

$$f(y) - f(x) \geq \frac{f(x + t(y-x)) - f(x)}{t}$$

➤ 令 $t \rightarrow 0$ ，由极限保号性可得

$$f(y) - f(x) \geq \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x + t(y-x)) - f(x)}{t} = \nabla f(x)^T (y-x)$$



➤ 充分性：对任意 $x, y \in \text{dom } f$ 以及任意 $t \in (0, 1)$ ，定义 $z = tx + (1 - t)y$ ，应用两次一阶条件，有

$$f(x) \geq f(z) + \nabla f(z)^T(x - z)$$

$$f(y) \geq f(z) + \nabla f(z)^T(y - z)$$

➤ 将上述第一个不等式两边同时乘 t ，第二个不等式两边同时乘 $1 - t$ ，相加得

$$tf(x) + (1 - t)f(y) \geq f(z)$$



➤ **一阶判别法2:** 设 f 为可微函数, 则 f 为凸函数当且仅当 $\text{dom } f$ 为凸集且 ∇f 为单调映射.

$$(\nabla f(x) - \nabla f(y))^T(x - y) \geq 0, \quad \forall x, y \in \text{dom } f$$

$$\text{➤ } f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x), \quad f(x) \geq f(y) + \nabla f(y)^T(x - y)$$

将两式不等号左右两边相加即可得到结论. 反过来,

$$\begin{aligned} f(y) - f(x) - \nabla f(x)^T(y - x) &= \int_0^1 \nabla f(x + t(y - x))^T(y - x) dt - \nabla f(x)^T(y - x) \\ &= \int_0^1 (\nabla f(x + t(y - x)) - \nabla f(x))^T(y - x) dt \\ &= \frac{1}{t} \int_0^1 (\nabla f(x + t(y - x)) - \nabla f(x))^T t(y - x) dt \geq 0 \end{aligned}$$



凸集与凸函数

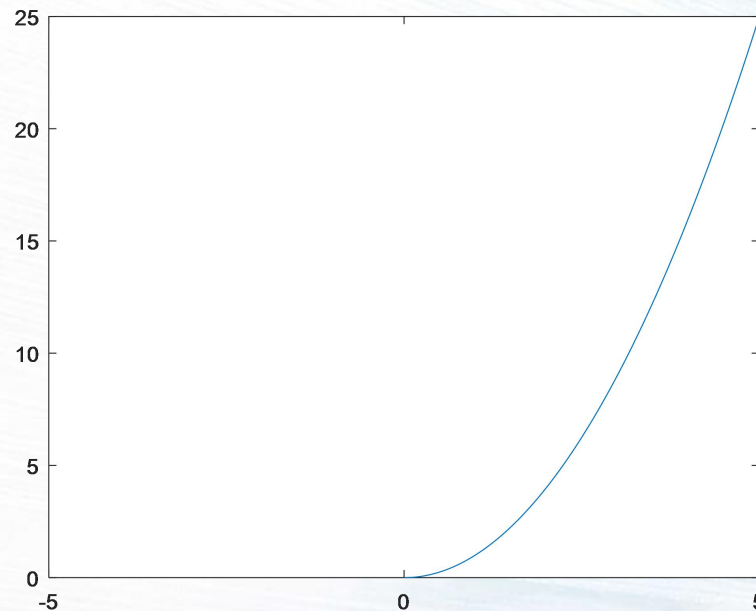


➤ **例题:** 利用一阶方法验证 $f(x)$ 为凸函数

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

➤ **一阶导数**

$$f'(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



I. $(2x - 2y)(x - y), x > 0, y > 0$

II. $(0 - 0)(x - y), x \leq 0, y \leq 0$

III. $(2x - 0)(x - y), x > 0, y \leq 0$

IV. $(0 - 2y)(x - y), x \leq 0, y > 0$



➤ **二阶判别法**: 设 f 为定义在凸集上的二阶连续可微函数, f 是凸函数

当且仅当 $\nabla^2 f(x)$ 半正定。如果 $\nabla^2 f(x)$ 正定, 则 f 是严格凸函数。

➤ **证明**: (必要性) 反设 $f(x)$ 在点 x 处的海瑟矩阵不是半正定的, 即存在非零向量 $v \in R^n$ 使得 $v^T \nabla^2 f(x) v < 0$ 。

➤ **根据佩亚诺 (Peano) 余项的泰勒展开**

$$f(x + tv) = f(x) + t \nabla f(x)^T v + \frac{1}{2} t^2 v^T \nabla^2 f(x)^T v + o(t^2)$$

$$0 > \frac{1}{2} v^T \nabla^2 f(x)^T v + o(1) = \frac{f(x + tv) - f(x) - t \nabla f(x)^T v}{t^2}$$

➤ **这显然和一阶条件矛盾**



➤ (充分性) 对任意 $x, y \in \text{dom } f$, 根据泰勒展开

$$f(y) = f(x) + \nabla f(x)^T (y - x) + \frac{1}{2} (y - x)^T \nabla^2 f(x + t(y - x))^T (y - x)$$

➤ 由海瑟矩阵的半正定性可知对任意 $x, y \in \text{dom } f$, 有

$$f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T (y - x)$$

➤ 由凸函数判定的一阶判别法知 f 为凸函数

➤ 同理可证: 如果 $\nabla^2 f(x)$ 正定, 则 f 是严格凸函数。

练习: 利用二阶判别法说明 $f(x) = 1/2x^T Ax + b^T x$ 和 $g(\theta) = \|X\theta - y\|^2$ 的凸性

* 课程思政: 关注数据科学的关键方法, 让学生了解数据科学中最优化的作用, 增强他们学习兴趣。



凸规划: 凸集与凸函数



- `m.setObjective(x[2] ** 2 + x[1] ** 2 - x[1] * x[2] - x[2], GRB.MINIMIZE)`
- `m.addGenConstrSin(x[0], x[2])`
- `import numpy as np`
- `def Hessianob(x):`
 - `return np.array([[2*np.cos(2*x[0])+x[1]*np.sin(x[0])+np.sin(x[0]),-np.cos(x[0])],[-np.cos(x[0]),2]])`
- `x = [np.pi/4, 0.333]`
- `A = Hessianob(x)`
- `eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eig(A)`
- `print("特征值: ", eigenvalues)`

```
In [2]: runfile('C:/Users/zhenh/untitled13.py', wdir='C:/Users/zhenh')
特征值: [0.5883723  2.35420104]
```



➤ 练习: 你能判断如下优化问题哪些是凸优化?

$$(II) \max_{\ell, d} \ell \times d \quad s.t. \quad 2(\ell + d) = 22.$$

(VIII) 均值方差模型

(X) 深度神经网络模型

$$(XI) \min_x \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i \quad s.t. \quad Ax = b.$$



- **非负数乘**: 若 f 是凸函数, 则 αf 是凸函数, 其中 $\alpha \geq 0$.
 - **求和**: 若 f_1, f_2 是凸函数, 则 $f_1 + f_2$ 是凸函数.
 - **与仿射函数的复合**: 若 f 是凸函数, 则 $f(Ax + b)$ 是凸函数.
- **例题**: 试说明如下函数的凸性?

$$f(x) = \sum_{i=1}^p \left(a_i^T x - b_i \right)^2$$

$$g(x) = -\sum_{i=1}^p \log(b_i - a_i^T x)$$



➤ **复合函数**: 给定函数 $g : R^n \rightarrow R$ 和 $h : R \rightarrow R$, 对 $f(x) = h(g(x))$

若 g 是凸函数, h 是凸函数, h 单调不减 或

g 是凹函数, h 是凸函数, h 单调不增

那么 f 是凸函数

□ **例题**: 试说明如下函数的凸性?

$$f(x) = \exp(g(x)), g \text{ 是凸函数}$$

$$\phi(x) = -\sum_{i=1}^p \log g_i(x), g_i \text{ 是凹函数}$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{g(x)}, g \text{ 是凹函数, } g(x) > 0$$



- 若 f_1, \dots, f_m 是凸函数, 则 $f(x) = \max\{f_1(x), \dots, f_m(x)\}$ 是凸函数
- 例题: 分段线性函数: $f(x) = \max_{i=1, \dots, m}(a_i^T x + b_i)$ 是凸函数
- 若对每个 $y \in A$, $f(x, y)$ 是关于 x 的凸函数, 则函数 $g(x) = \sup_{y \in A} f(x, y)$ 是凸函数
- 例题: 集合 C 的支撑函数: $S_C(x) = \sup_{y \in C} y^T x$ 是凸函数
- 若 $f(x, y)$ 关于 (x, y) 是凸函数, C 是凸集, 则 $g(x) = \inf_{y \in C} f(x, y)$ 是凸函数.



➤ **强凸函数**: $f: R^n \rightarrow R$ 为适当函数, 若存在常数 $m > 0$, 使得

$$g(x) = f(x) - m/2 \|x\|^2$$

为凸函数, 则称 $f(x)$ 为强凸函数, 其中 m 为强凸参数. 为了方便我们也称 $f(x)$ 为 m -强凸函数

m -强凸函数有没有一阶、二阶判别法?
如果有, 是什么?



➤ 函数 f 的**共轭函数**定义为

$$f^*(y) = \sup_{x \in \text{dom } f} \{y^T x - f(x)\}.$$

□ Fenchel 不等式: $f(x) + f^*(y) \geq y^T x$.

$$f^*(y) = \sup_{x \in \text{dom } f} \{y^T x - f(x)\} \geq y^T x - f(x)$$

□ 例题: 试给出凸函数 $f(x) = 1/2x^T A x + b^T x$, $g(x) = \|x\|$, $h(x) = -\log x$ 和

指示函数的共轭函数.

* 课程思政: 可用于后续解释对偶理论, 简化问题的求解过程并提高求解效率; 还可以用于构建模型的损失函数和正则化项, 引导学生思考模型构建中的“平衡”思想。



➤ **二次共轭函数：**函数 f 的二次共轭函数定义为

$$f^{**}(x) = \sup_{y \in \text{dom } f^*} \{x^T y - f^*(y)\}.$$

□ f^{**} 恒为闭凸函数;

□ 若 f 为闭凸函数, 则 $f^{**}(x) = f(x)$.

Proof. 由Fenchel 不等式得 $f^{**}(x) \leq f(x)$. 反过来,

用反证法, 假设 $(x, f^{**}(x))$ 不属于 $\text{epi } f$, 由凸集分离定理得存在 (a, b) 使得

$$a^T x + b^T f^{**}(x) > a^T z + b^T f(z), \quad \forall (z, f(z)) \in \text{epi } f. \quad (b < 0)$$

两边除以 $-b$, 对 z 取上确界有

$$-a/b \cdot x - f^{**}(x) > f^*(-a/b)$$



- 可微凸函数 f 的一阶条件:

$$f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x)$$

若 f 不可微, 可否类似地定义一种梯度, 使之具有梯度的一些性质?

- 设 f 为适当凸函数, x 为定义域 $\text{dom } f$ 中的一点. 若向量 $g \in R^n$ 满足

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y - x), \quad \forall y \in \text{dom } f,$$

- 则称 g 为函数 f 在点 x 处的一个**次梯度**.

- 进一步地, 称集合

$$\partial f(x) = \{g \mid g \in R^n, f(y) \geq f(x) + g^T(y - x), \quad \forall y \in \text{dom } f\}$$

- 为 f 在点 x 处的**次微分**.



次梯度



➤ 绝对值函数 $f(x) = |x|$

➤ 问: $\|x\|_1$ 的次微分是?

➤ 欧几里得范数 $f(x) = \|x\|_2$

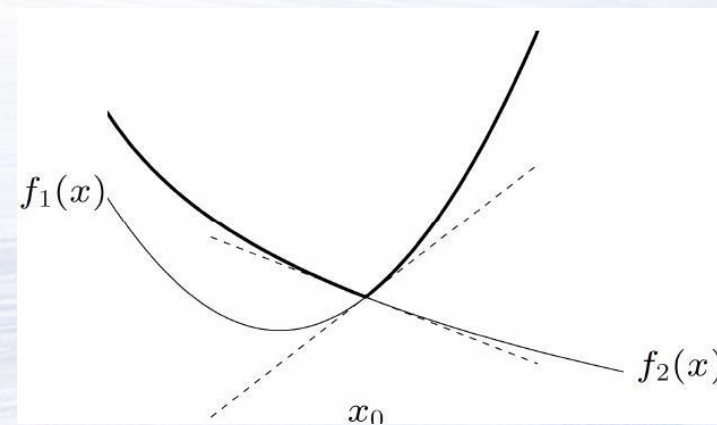
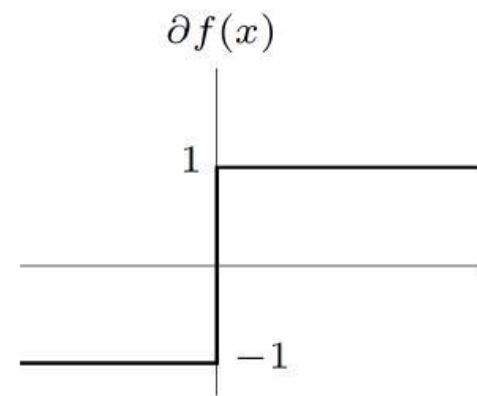
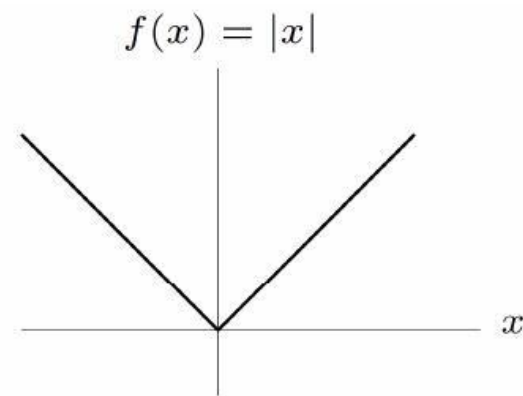
□ 如果 $x \neq 0$, $\partial f(x) = 1/\|x\|_2 x$, 如果 $x = 0$, $\partial f(x) = \{g: \|g\|_2 \leq 1\}$

➤ $f(x) = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, f_1, f_2 是凸函数

I. 点 x_0 处的次梯度可取范围 $\text{conv } \bigcup_i \partial f_i(x_0)$

II. 如果 $f_1(x') > f_2(x')$, f 在点 x' 处的次梯度等于 $\partial f_1(x')$

III. 如果 $f_1(x') < f_2(x')$, f 在点 x' 处的次梯度等于 $\partial f_2(x')$





➤ **存在性:** 设 f 为凸函数, $\text{dom } f$ 为其定义域. 如果 $x \in \text{int } \text{dom } f$, 则 $\partial f(x)$

是非空的, 其中 $\text{int } \text{dom } f$ 的含义是集合 $\text{dom } f$ 的所有内点.

proof. $(x, f(x))$ 是 $\text{epi } f$ 边界上的点,

由凸集分离定理得存在 (a, b) 使得

$$a^T x + b^T f(x) \geq a^T y + b^T t, \quad \forall (y, t) \in \text{epi } f. \quad (b < 0)$$

取 $t \rightarrow \infty$ 可知 $b \leq 0$.

取 $y = x + \epsilon a \in \text{dom } f, \epsilon > 0$, 可知 $b \neq 0$

因此 $b < 0$ 并且 $g = a/|b|$ 是 f 在点 x 处的次梯度



➤ 设凸函数 $f(x)$ 在 $x_0 \in \text{int dom } f$ 处可微, 则 $\partial f(x_0) = \{ \nabla f(x_0) \}$.

proof. 根据可微凸函数的一阶条件可知梯度 $\nabla f(x_0)$ 为次梯度

下证 $f(x)$ 在点 x_0 处不可能有其他次梯度. 设 $g \in \partial f(x_0)$, 根据次梯度的定义, 对任意的非零 $v \in R^n$ 且 $x_0 + tv \in \text{dom } f, t > 0$ 有

$$f(x_0 + tv) \geq f(x_0) + tg^T v.$$

若 $g \neq \nabla f(x_0)$, 取 $v = g - \nabla f(x_0) \neq 0$, 上式变形为

$$\frac{f(x_0 + tv) - f(x_0) - t \nabla f(x_0)^T v}{t \|v\|} \geq \frac{(g - \nabla f(x_0))^T v}{\|v\|} = \|v\|$$

令 $t \rightarrow 0$, 根据Fréchet 可微定义, 左边趋于0, 而右边是非零正数, 矛盾.



➤ **闭凸性**: 对任何 $x \in \text{dom } f$, $\partial f(x)$ 是一个闭凸集 (可能为空集) .

proof. 令 $g_k \in \partial f(x)$ 为次梯度且 $g_k \rightarrow g$, 则 $f(y) \geq f(x) + g_k^T(y - x)$, $\forall y \in \text{dom } f$,
在上述不等式中取极限, 并注意到极限的保号性, 最终我们有

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y - x), \quad \forall y \in \text{dom } f.$$

设 $g_1, g_2 \in \partial f(x)$, 并设 $\lambda \in (0, 1)$, 由次梯度定义得

$$f(y) \geq f(x) + g_1^T(y - x), \quad \forall y \in \text{dom } f,$$

$$f(y) \geq f(x) + g_2^T(y - x), \quad \forall y \in \text{dom } f.$$

由上面第一式的 λ 倍加上第二式的 $(1 - \lambda)$ 倍, 可得

$$\lambda g_1 + (1 - \lambda)g_2 \in \partial f(x)$$



➤ **有界性**: 如果 $x \in \text{int dom } f$, 则 $\partial f(x)$ 非空有界集.

proof. 非空可由次梯度存在性直接得出

取充分小的 $r > 0$, 使得

$$B = \{x \pm re_i | i = 1, \dots, n\} \subset \text{dom } f$$

对任意非零的 $g \in \partial f(x)$, 存在 $y \in B$ 满足

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y - x) = f(x) + r\|g\|_\infty$$

由此得到 $\partial f(x)$ 有界:

$$\|g\|_\infty \leq (\max_{y \in B} f(y) - f(x))/r < +\infty$$



- **单调性**: 设 $f: R^n \rightarrow R$ 为凸函数, $x, y \in \text{dom } f$, 则 $(u - v)^T(x - y) \geq 0$, 其中 $u \in \partial f(x)$, $v \in \partial f(y)$.
- **连续性**: 设 $f(x)$ 是闭凸函数且 ∂f 在点 x' 附近存在且非空. 若序列 $x_k \rightarrow x'$, $g_k \in \partial f(x_k)$ 为 $f(x)$ 在点 x_k 处的次梯度, 且 $g_k \rightarrow g'$, 则 $g' \in \partial f(x')$.
- 设函数 f 是真的, 且其定义域为凸集. 若对定义域中的任意 x , $\partial f(x)$ 非空, 则函数 f 是凸的.



➤ **凸函数的非负线性组合**: 设 $f_1, f_2 : R^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ 是两个凸函数, 则对任意的 $x \in R^n$, 有

$$\partial f_1(x) + \partial f_2(x) \subseteq \partial(f_1 + f_2)(x).$$

进一步地, 若 $\text{int dom } f_1 \cap \text{dom } f_2 \neq \emptyset$, $f(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x)$, $\alpha_1, \alpha_2 \geq 0$, 则 $f(x)$ 的次微分为

$$\partial f(x) = \alpha_1 \partial f_1(x) + \alpha_2 \partial f_2(x).$$

➤ **线性变量替换**: 设 h 为适当凸函数, $f(x) = h(Ax + b)$. 若存在 $x^\# \in R^m$, 使得 $Ax^\# + b \in \text{int dom } h$, 则

$$\partial f(x) = A^T \partial h(Ax + b), \quad \forall x \in \text{int dom } f.$$



➤ 设 $f_1, f_2, \dots, f_m : R^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ 均为凸函数, 令

$$f(x) = \max\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)\}, \quad \forall x \in R^n.$$

对 $x_0 \in \cap \text{int dom } f_i$, 定义 $I(x_0) = \{i: f_i(x_0) = f(x_0)\}$, 则

$$\partial f(x_0) = \text{conv} \left(\bigcup_{i \in I(x_0)} \partial f_i(x_0) \right).$$

其中, $I(x_0)$ 表示点 x_0 处“有效”函数的指标

□ 如果 f_i 可微, $\partial f(x_0) = \text{conv}\{ \nabla f_i(x_0): i \in I(x_0) \}$

$$f(x) = \max_{i=1,2,\dots,m} \{a_i^T x + b_i\}$$

$$\partial f(x) = \text{conv}\{a_i: i \in I(x)\}$$

其中 $I(x) = \{i: a_i^T x + b_i = f(x)\}$



➤ $f(x) = \inf_y h(x, y)$, h 关于 (x, y) 联合凸, 计算点 x' 处的一个次梯度:

设 $y' \in R^m$ 满足 $h(x', y') = f(x')$

存在 $g \in R^n$ 使得 $(g, 0) \in \partial h(x', y')$, 则 $g \in \partial f(x')$

设 C 是 R^n 中一闭凸集, 令

$$f(x) = \inf_{y \in C} \|x - y\|^2$$

计算点 x 处的一个次梯度:

□ 若 $f(x) = 0$, 则容易验证 $g = 0 \in \partial f(x)$;

□ 若 $f(x) > 0$, 取 y 为 x 在 C 上的投影, 即 $y = P_C(x)$, 计算

$$g = 1/\|x - y\|_2 (x - y) = 1/\|x - P_C(x)\|_2 (x - P_C(x))$$



➤ 设 $f_1, f_2, \dots, f_m : R^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ 为 m 个凸函数, $h : R^m \rightarrow (-\infty, +\infty]$ 为关于各分量单调递增的凸函数, 令

$$f(x) = h(f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)).$$

计算点 x 处的一个次梯度:

□ $z = (z_1, z_2, \dots, z_m) \in \partial h(f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$ 以及 $g_i \in \partial f_i(x)$

□ $g := z_1 g_1 + z_2 g_2 + \dots + z_m g_m \in \partial f(x)$



➤ 设函数 f_i 是凸函数，定义 $h(u, v)$ 为如下凸问题的最优值

$$\min_x f_0(x) \quad \text{s.t. } f_i(x) \leq u_i, i = 1, \dots, m, Ax = b + v.$$

计算 $h(u, v)$ 的一个次梯度

$$\max \inf_x f_0(x) + \sum_i \lambda_i (f_i(x) - u_i) + w^T (Ax - b - v) \quad \text{s.t. } \lambda \geq 0$$

如果 λ, w 是最优对偶变量，那么 $(-\lambda, -w) \in \partial h(u, v)$



➤ 设函数 f_i 是凸函数，定义 $h(u, v)$ 为如下凸问题的最优值

$$\min_x f_0(x) \quad \text{s.t. } f_i(x) \leq u_i, i = 1, \dots, m, Ax = b + v.$$

计算 $h(u, v)$ 的一个次梯度

$$\max \inf_x f_0(x) + \sum_i \lambda_i (f_i(x) - u_i) + w^T (Ax - b - v) \quad \text{s.t. } \lambda \geq 0$$

如果 λ, w 是最优对偶变量，那么 $(-\lambda, -w) \in \partial h(u, v)$

➤ u 是一个随机变量， h 是关于 x 的凸函数，令

$$f(x) = E h(x, u)$$

计算 $f(x)$ 的一个次梯度

选择一个函数 g 满足 $g(u) \in \partial_x h(x, u)$ $g = E_u g(u) \in \partial f(x)$



- **方向导数**: 设 f 为适当函数, 给定点 x_0 以及方向 $d \in R^n$, 方向导数 (若存在) 定义为

$$\lim_{t \downarrow 0} [f(x_0 + td) - f(x_0)] / t,$$

其中 $t \downarrow 0$ 表示 t 单调下降趋于0.

- 设 f 为适当凸函数, 且在 x 处次微分不为空集, 则对任意 $d \in R^n$ 有

$$\partial f(x; d) = \sup_{g \in \partial f(x)} g^T d,$$

且当 $\partial f(x; d)$ 不为无穷时, 上确界可以取到.

□ 例题:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$



➤ Clarke次微分

- 若 $f: X \rightarrow R$ 在 $x_0 \in X$ 处为局部Lipschitz连续函数, f 在 $x_0 \in X$ 处沿方向 $v \in X$ 的Clarke广义导数定义为

$$f^0(x_0; v) = \limsup_{x \rightarrow x_0, t \downarrow 0} (f(x + tv) - f(x)) / t,$$

- f 在 x_0 处的Clarke次微分定义为

$$\partial f(x_0) = \{\xi \in X^*: \langle \xi, v \rangle \leq f^0(x_0, v), \forall v \in X\}$$



- f 在 x_0 处的**正则次微分** (regular subdifferential) 定义为

$$\hat{\partial}f(x_0) = \{v : f(x) \geq f(x_0) + v^T(x - x_0) + o(\|x - x_0\|), \forall x\}$$

- f 在 x_0 处的**极限次微分** (limiting subdifferential) 定义为

$$\partial f(x_0) = \{v : \exists x^k \rightarrow x_0, v^k \in \hat{\partial}f(x^k), s.t. v^k \rightarrow v\}$$

- f 在 x_0 处的**horizon subdifferential** 定义为

$$\partial^\infty f(x_0) = \{v : \exists x^k \rightarrow x_0, v^k \in \hat{\partial}f(x^k) \text{ and } t_k \downarrow 0, s.t. t_k v^k \rightarrow v\}$$



南昌大学
NANCHANG UNIVERSITY

课件资源: <https://zhenhuapeng.github.io/coursematerials/>

感谢观看



大数据优化：理论、算法及其应用

——来源于《最优化计算方法》（高教社）

★★★ 主讲人：彭振华 ★★★

联系方式: zhenhuapeng@ncu.edu.cn
zhenhuapeng@whu.edu.cn
15870605317 (微信同号)

研究兴趣: 1. 非凸非光滑优化算法与理论
2. 智能决策
3. 智能计算与机器学习

数学与计算机学院