

fold: 構造化関数プログラミング

胡 振江
東京大学 計数工学科
2006 年度

内容

- 組型とその上の関数
 - ▶ 基本関数 (構成関数 + 分離関数)
 - ▶ 有理数上の計算
- 関数型とその上の関数
 - ▶ 関数合成
 - ▶ 逆関数
 - ▶ 正格関数・非正格関数
- リスト型とその上の関数
 - ▶ リスト上の再帰関数
 - ▶ リスト上の標準再帰関数形 fold

組型とその上の関数

型 (T_1, T_2) は第 1 要素が T_1 型の値で第 2 要素が T_2 型の値であるような値の対で構成される型である .

関数型と関数上の関数

関数型 (\rightarrow) はすべての関数の集まりである .

$+$, $-$, $*$, $/$, square, (\wedge) , ord, until, ...

関数はあらゆる型の値を引数にとりうるし , あらゆる種類の値を結果として返すことができる .

高階関数: 引数として関数をとる、あるいは結果として関数を返す関数 .

例 : 微分演算子

$\frac{d}{dx} :: \text{関数} \rightarrow \text{導関数}$

関数合成

- (\circ) : 二つの関数を合成する演算子 .

$$\begin{aligned} (\circ) & \quad :: \quad (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma) \\ (f \circ g) \, x & = \quad f \, (g \, x) \end{aligned}$$

- 関数合成は結合性をもつ演算子 .

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

逆関数

単射関数 $f :: A \rightarrow B$ に対して, A の任意の値 x に対して,

$$g (f x) = x$$

となる g を f の逆関数といい, 一般的に f^{-1} と表す.

例: 関数

$$\begin{aligned} f &:: \text{Int} \rightarrow (\text{Int}, \text{Int}) \\ f x &= (\text{sign } x, \text{abs } x) \end{aligned}$$

は単射であり, 次の逆関数をもつ.

$$\begin{aligned} f^{-1} &:: (\text{Int}, \text{int}) \rightarrow \text{Int} \\ f^{-1} (s, a) &= s * a \end{aligned}$$

正格関数と非正格関数

- 正格関数

- ▶ 定義: $f \perp = \perp$ であるような関数 f を正格関数 (strict function) という .
- ▶ 例: $square(1/0) = \perp$

- 非正格関数

- ▶ 定義: 正格でない関数
- ▶ 例: 次の定義について考えよう .

$$\begin{aligned} \text{three} &:: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \\ \text{three } x &= 3 \end{aligned}$$

このときに, $\text{three } (1/0) = 3$ である .