

「計算モデルの数理」試験(2004年度夏学期)

2004年7月30日8時30分～10時00分

工学部6号館61号室

問題1 [ラムダ計算] 自然数が次のように定義される。

$$\begin{aligned}0 &\equiv \lambda f x. x \\1 &\equiv \lambda f x. f x \\2 &\equiv \lambda f x. f (f x) \\3 &\equiv \lambda f x. f (f (f x))\end{aligned}$$

- (a) $plus \equiv \lambda a b f x. a f (b f x)$ と定義する。 $plus\ 1\ 2 = 3$ を示せ。
- (b) 自然数 n を受け取り、 $n+1$ を返す関数 $succ$ をラムダ表現で定義せよ。
- (c) 任意の自然数 x, y, z に対して、 $plus\ x\ (plus\ y\ z) =_{\beta} plus\ (plus\ x\ y)\ z$ が成立することを証明せよ。

問題2 [Scott 理論] 平坦領域 (flat domain) $D = \{\perp, a\}$ 上の連続関数 (単調関数) の全体からなる完備半順序集合 (CPO, complete partial order) $[D \rightarrow D]$ の元は3個で、これらの間には全順序関係がある。 $[D \rightarrow D]$ 上の連続関数の全体からなる CPO $[[D \rightarrow D] \rightarrow [D \rightarrow D]]$ の元の間になり立つ順序関係を図示せよ。なお、この CPO の元の個数は10である。

問題3 [Hoare 論理] 次のプログラムの部分的正当性を証明せよ。

```
{n ≤ 0 ∧ d > 0}
q := 0; r := n;
while r ≥ d do
  q := q+1;
  r := r-d;
end
{ n = q * d + r ∧ 0 ≤ r < d }
```

問題4 [言語理論] アルファベット $\{0, 1\}$ 上の正規表現 $(101)^*(11)^*$ で定義される言語を受理する非決定性オートマトンの状態遷移図を示し、それをもとに決定性オートマトンを求めよ。