

# 「計算モデルの数理」試験(2003年度夏学期)

2003年7月14日8時30分～10時00分

工学部6号館61号室

**問題1 [ラムダ計算]** 論理値の真 (*true*), 偽 (*false*), そして条件判定関数 (*if*) を次のように定義する.

$$\begin{aligned} \text{true} &\equiv \lambda t f. t \\ \text{false} &\equiv \lambda t f. f \\ \text{if} &\equiv \lambda l m n. l m n \end{aligned}$$

- (a)  $\text{and} \equiv \lambda a b. \text{if } a \text{ b false}$  と定義される  $\text{and}$  の  $\beta$  正規形を求めよ.
- (b) 任意の論理変数  $x, y, z$  に対して,  $\text{and } x (\text{and } y z) =_{\beta} \text{and } (\text{and } x y) z$  が成立することを証明せよ.

**問題2 [Scott 理論]** 平坦領域 (flat domain)  $D = \{\perp, a\}$  上の連続関数 (単調関数) の全体からなる完備半順序集合 (CPO, complete partial order)  $[D \rightarrow D]$  の元は3個で、これらの間には全順序関係がある。 $[D \rightarrow D]$  上の連続関数の全体からなる CPO  $[ [D \rightarrow D] \rightarrow [D \rightarrow D] ]$  の元の間になり立つ順序関係を図示せよ。なお、この CPO の元の個数は10である。

**問題3 [Hoare 論理]** 次のプログラムの部分的正当性を証明せよ.

```
{0 ≤ n}
k := n; y := 1; z := x;
{ ループ不変性質 : y * zk = xn and 0 ≤ k }
while 0 ≠ k do
  if odd(k) then k := k-1; y := y*z;
  else k := k div 2; z := z*z
end
end
{y = xn}
```

**問題4 [言語理論]** アルファベット  $\{0, 1\}$  上の正規表現  $(101)^*(11)^*$  で定義される言語を受理する非決定性オートマトンの状態遷移図を示し、それをもとに決定性オートマトンを求めよ。