План

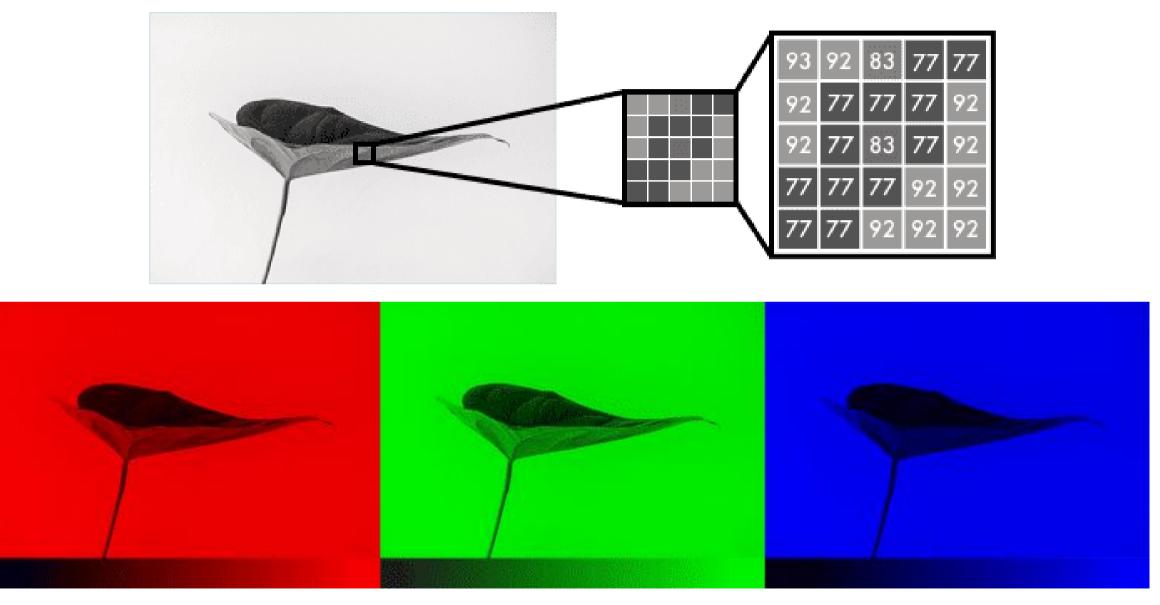
Что такое изображение
Как классифицировать
Свёртка (Convolution)
Отступ (Padding) Шаг (stride), Расширение (Dilation)
Свёрточные нейронные сети (ConvNet, CNN)
Рооling (агрегация, субдискретизация / subsampling)
Какие бывают свёртки
Отступ (Padding) Шаг (stride), Расширение (Dilation)
Свёрточные сети (ConvNet, CNN)
Рооling (агрегация субдискретизация / subsampling)
Какие бывают свёртки

Что такое изображение – H×W-матрица



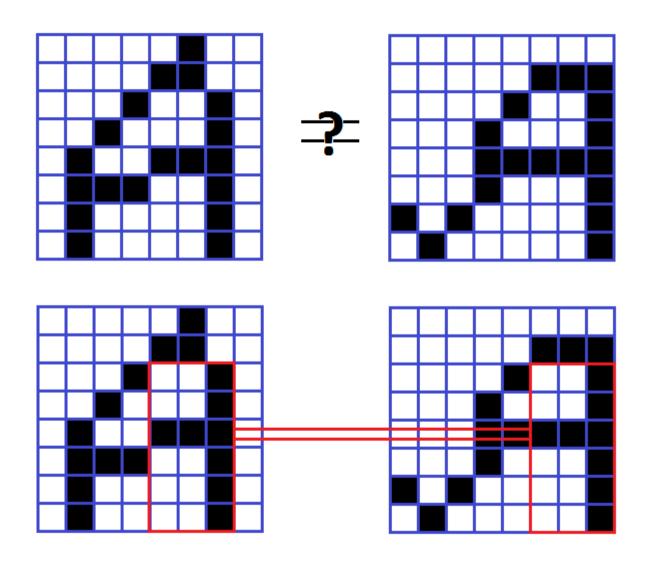
«чёрно-белое» (в градациях серого) – целочисленная матрица

Что такое изображение – трёхмерный С×Н×W -тензор



цветное – 3-х мерная целочисленная матрица (тензор)

Как сравнивать изображения



хотим устойчивость к сдвигам / небольшим поворотам / сжатиям-растяжениям хотим нахождения паттернов

Что такое свёртка в математике

$$(f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(y)g(x - y) dy$$

Дискретный случай:

$$(f * g)(i) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} f(j)g(i-j)$$

Случай, когда одна функция равна нулю за пределами окна... свёртка коммутативна, а после этого предположения появляется асимметрия

$$(f * g)(i) = \sum_{i=-k}^{k} f(j)g(i-j) = f(-k)g(i-k) + \dots + f(0)g(i) + \dots + f(+k)g(i+k)$$

https://ru.wikipedia.org/wiki/Свёртка_(математический_анализ)

Что такое 1-D свёртка (Convolution)

пусть
$$I=(i_1,\dots,i_n)\in\mathbb{R}^n$$
 – сигнал / массив, $K=(k_1,\dots,k_r)\in\mathbb{R}^r$ – ядро свёртки, тогда свёртка:

$$I * K = (i_1k_1 + \dots + i_rk_r, i_2k_1 + \dots + i_{r+1}k_r, \dots, i_{n-r+1}k_1 + \dots + i_nk_r) \in \mathbb{R}^{n-r+1}$$

| | -1 | 0 | 1 | | | | | | | |
|---|----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| _ | | 3 – 1 | | | | | | | | |

| | -1 | 0 | 1 | | | | | | |
|---|----|-------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 2 | 4 – 2 | | | | | | | |

| | | | | | | | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|----|----|----|-------|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 2 | 2 | 2 | 1 | -1 | -2 | -2 | 1 – 3 | |

Отступ (Padding)

Нулевой

| | | | | Hyricho | | | | | | | |
|-------------|---|----|---|---------|---|---|---|---|--|--|--|
| 7 | 0 | 2 | 0 | -1 | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 0 | | | |
| | | -1 | 0 | 0 | 6 | 7 | | | | | |
| Константный | | | | | | | | | | | |
| -1 | 0 | 2 | 0 | -1 | | | | | | | |

| -1 | 0 | 2 | 0 | -1 | | | | |
|----|---|----|----|----|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| | | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | | |

Зеркальный

| -1 | 0 | 2 | 0 | -1 | | | | |
|----|---|----|----|----|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| | | -3 | -1 | 0 | 1 | 3 | | |

Циклический

| -1 | 0 | 2 | 0 | -1 | | | | |
|----|---|----|----|----|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
| | | -5 | -5 | 0 | 5 | 5 | | |

позволяет получать вектор нужной длины

Шаг (Stride)

свёртка с шагом 3

| -1 | 0 | 1 | | | | | | | |
|----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 3 – 1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | _ | | _ | | | | |

| | | | -1 | 0 | 1 | | | | |
|---|-------|---|----|-------|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 3 – 1 | | | 5 – 4 | | | | | |

| | | | | | | -1 | 0 | 1 | |
|---|---|---|---|---|---|----|--------|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 2 | | | 1 | | | -4 + 2 | | |

позволяет получать вектор небольшой длины и делать его элементы менее коррелированными

Расширение (Dilation)

| | | | _ | | | | | | |
|----|----|---|-------|----------|-------|--------|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 | | | | | | | |
| | | | свёр | тка с ра | сшире | нием 3 | | | |
| -1 | | | 0 | | | 1 | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | | | 4 – 1 | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | -1 | | | 0 | | | 1 | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | | | 3 | 3 – 2 | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | -1 | | | 0 | | | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 |

позволяет увеличить область действия свёртки («рецептивную зону»)

-1

-3

1

3

Минутка кода: свёртка - слой сети

```
import torch
x = \text{torch.Tensor}([1, 2, 3, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1]).\text{view}(1,1,10)
c = torch.nn.Conv1d(in channels=1, out channels=1,
                    kernel size=3, bias=False)
c.weight = torch.nn.Parameter(torch.Tensor([-1, 0, 1]).view([-1, 1, 3])
c.weight.data.copy (torch.tensor([-1, 0, 1])) # лучше так
c(x)
tensor([[[ 2., 2., 2., 1., -1., -2., -2., -2.]]], grad fn=<SqueezeBackward1>)
c = torch.nn.Conv1d(in channels=1, out channels=1,
                     kernel size=3, bias=False, stride=3)
c(x)
tensor([[[ 2., 1., -2.]]], grad fn=\langle SqueezeBackward1 \rangle)
c = torch.nn.Conv1d(in channels=1, out channels=1,
                     kernel size=3, bias=False, dilation=3)
c(x)
tensor([[[ 3., 1., -1., -3.]]], grad fn=<SqueezeBackward1>)
```

2-D свёртка (Convolution)

$$(I * K)_{xy} = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{r} K_{ij} I_{x+i-1, y+j-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

может быть немного другая индексация

Свёртка (Convolution)

| 30 | 3, | 2_2 | 1 | 0 |
|-------|----|---------|---|---|
| 0_2 | 02 | 1_{0} | 3 | 1 |
| 30 | 1, | 22 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |



| 3 | 30 | $2_{_1}$ | 1_2 | 0 |
|---|-------|----------|-------|---|
| 0 | 0_2 | 1_2 | 30 | 1 |
| 3 | 10 | $2_{_1}$ | 22 | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| 12.0 | 12.0 | 17.0 |
|------|------|------|
| 10.0 | 17.0 | 19.0 |
| 9.0 | 6.0 | 14.0 |

| 3 | 3 | 2_0 | 1, | 0, |
|---|---|-------|---------|----|
| 0 | 0 | 1_2 | 32 | 1 |
| 3 | 1 | 20 | 2_{1} | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| 12.0 | 12.0 | 17.0 |
|------|------|------|
| 10.0 | 17.0 | 19.0 |
| 9.0 | 6.0 | 14.0 |

| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|-------|-------|-------|---|---|
| 00 | 0, | 1_2 | 3 | 1 |
| 3_2 | 1_2 | 2_0 | 2 | 3 |
| 2_0 | 0, | 0_2 | 2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |



| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|-------|-------|-------|---|
| 0 | 00 | 1, | 32 | 1 |
| 3 | 1_2 | 2_2 | 2_0 | 3 |
| 2 | 00 | 0, | 2_2 | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|----|-------|----|
| 0 | 0 | 10 | 3, | 12 |
| 3 | 1 | 22 | 2_2 | 30 |
| 2 | 0 | 00 | 2, | 2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| 12.0 | 12.0 | 17.0 |
|------|------|------|
| 10.0 | 17.0 | 19.0 |
| 9.0 | 6.0 | 14.0 |

| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|----|-------|----|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 3 | 1 |
| 30 | 1, | 22 | 2 | 3 |
| 22 | 0_2 | 00 | 2 | 2 |
| 20 | 0, | 0, | 0 | 1 |



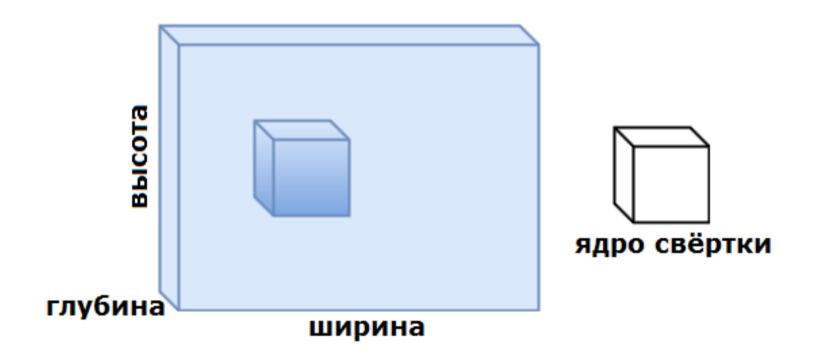
| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|-------|----------|-------|---|
| 0 | 0 | 1 | 3 | 1 |
| 3 | 10 | $2_{_1}$ | 2_2 | 3 |
| 2 | 0_2 | 0_2 | 20 | 2 |
| 2 | 00 | 0, | 0_2 | 1 |

| 12.0 | 12.0 | 17.0 |
|------|------|------|
| 10.0 | 17.0 | 19.0 |
| 9.0 | 6.0 | 14.0 |

| 3 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|----|-------|-------|
| 0 | 0 | 1 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 20 | 2_1 | 32 |
| 2 | 0 | 02 | 22 | 20 |
| 2 | 0 | 00 | 0, | 1_2 |



Свёртка (Convolution)



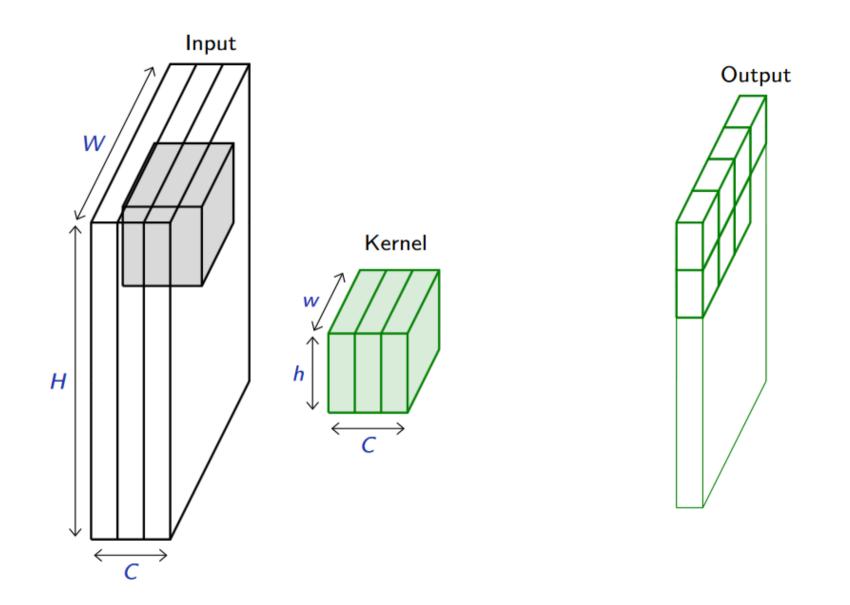
Глубина (depth) / число каналов

Высота (height) и ширина (width) тензора (изображения) / ядра

Шаг (stride) — на сколько смещается ядро при вычислении свёрток (чем больше, тем меньше размер итогового изображения)

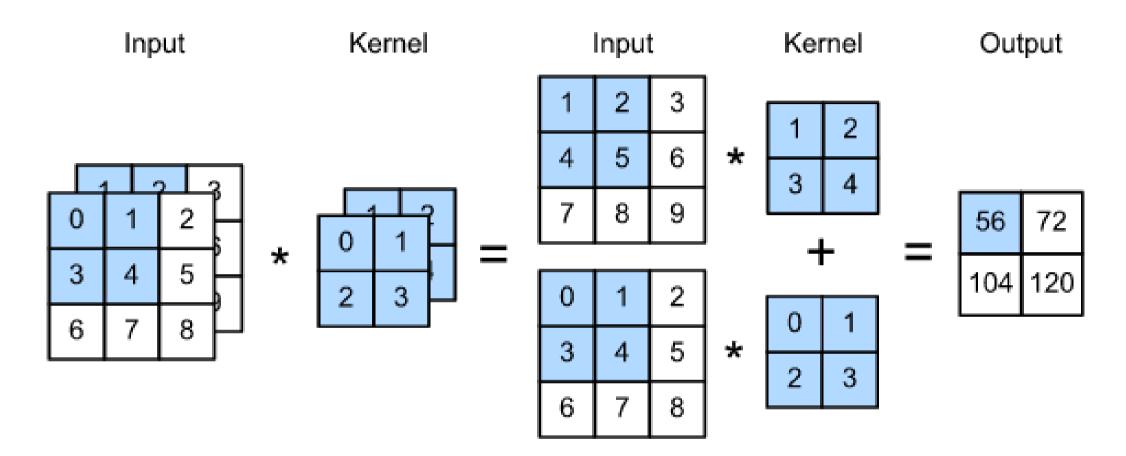
Отступ (padding) – для дополнения изображения нулями по краям Ядро (kernel) или фильтр (filter) – размерность как у предыдущего тензора; в 3D длина и ширина меньше (глубина совпадает)

Свёртка (Convolution): глубина

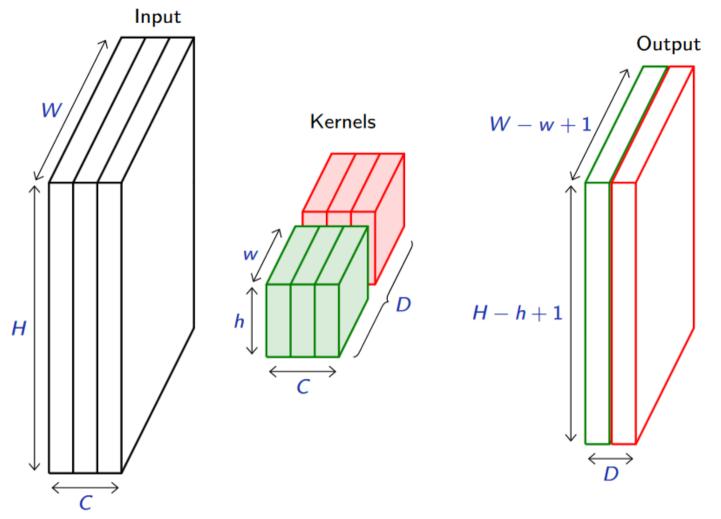


глубина тензора (число каналов) = глубина свёртки

Свёртка (Convolution): глубина



Свёртка (Convolution): применение нескольких свёрток

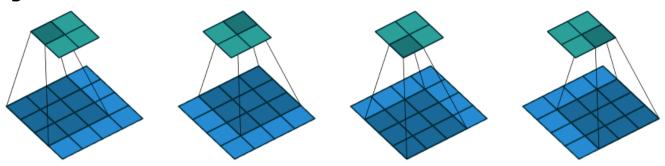


каждая свёртка – 1 «лист» на выходе, k свёрток – k-канальный выход получаем на выходе тензор, глубина = число применяемых свёрток свёрточный слой (для картинок) – 4D-массив C_{out}×C_{in}×h×w

Свёртка (Convolution): отступы (padding) – чтобы сохранялись размеры изображения

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

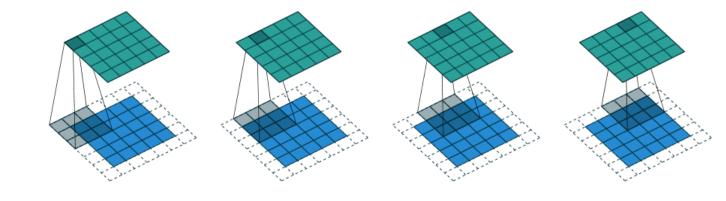
без отступов



с отступами

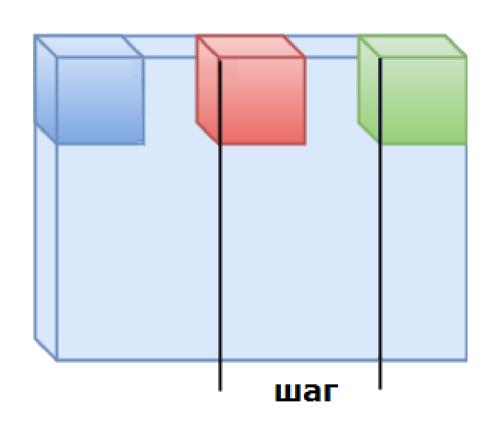
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \equiv$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$



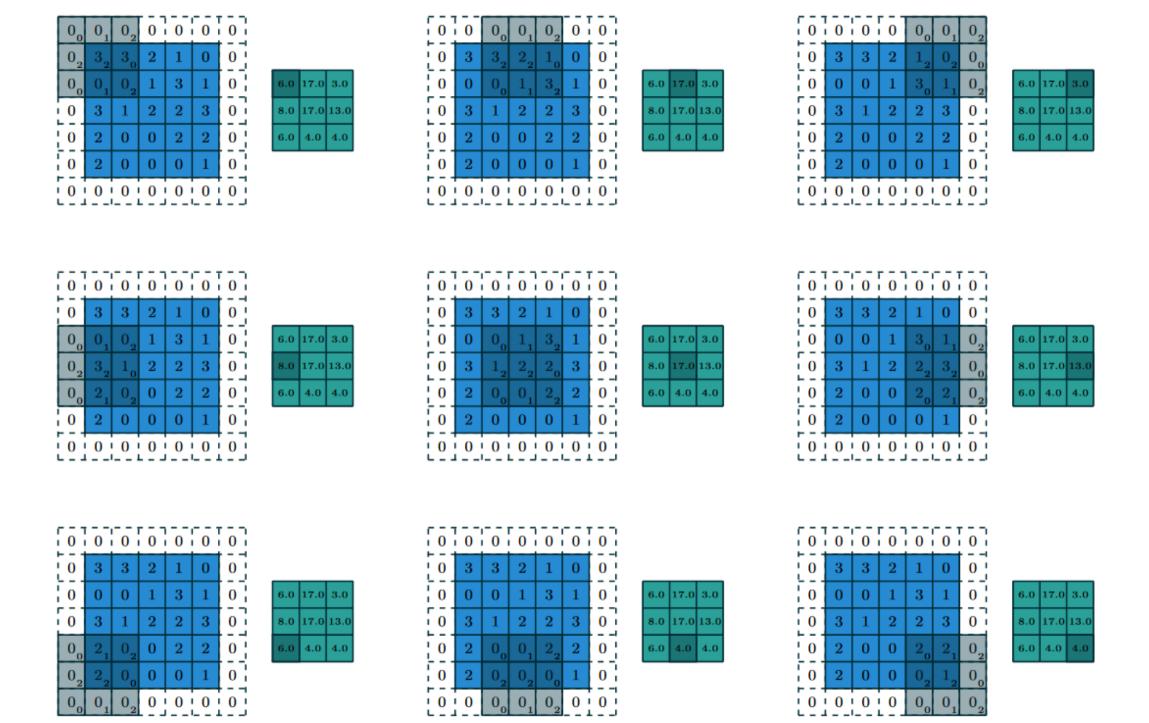
Свёртка (Convolution): шаг (stride)

смещаемся при вычислении свёртки (можно в каждой её размерности)



с шагом 2

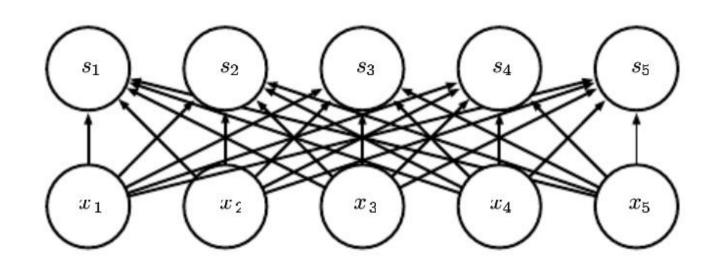
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$



Свёртка (Convolution): минутка кода

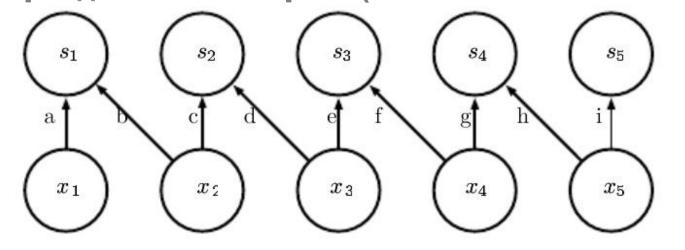
```
torch.nn.Conv2d(in channels: int,
                     out channels: int,
                     kernel size: Union[T, Tuple[T, T]],
                      stride: Union[T, Tuple[T, T]] = 1,
                     padding: Union[T, Tuple[T, T]] = 0,
                     dilation: Union[T, Tuple[T, T]] = 1,
                     groups: int = 1,
                     bias: bool = True,
                     padding mode: str = 'zeros') # 'reflect', 'replicate', 'circular'
     input = torch.randn(20, 16, 50, 100)
    m = nn.Conv2d(16, 33, (3, 5), stride=(2, 1), padding=(4, 2),
                   dilation=(3, 1))
     output = m(input)
in_channels, out_channels – количество каналов на входе и выходе – должны делиться на groups!
kernel_size - размеры ядра
stride – смещение (можно понижать разрешение)
padding – отступы
dilation – расстояние между точками ядра (увеличивает область зависимости)
groups - опр. связи между входом и выходом
```

Полная связность (full connections)



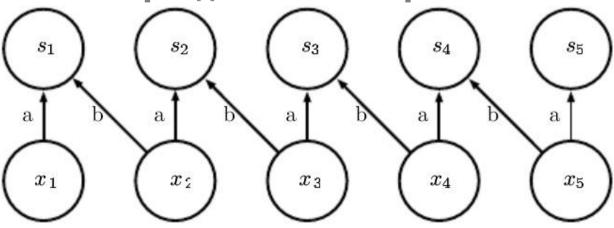
Локальная связность (local connections)

неразделяемая свёртка (unshared convolution)



Свёртка (convolution)

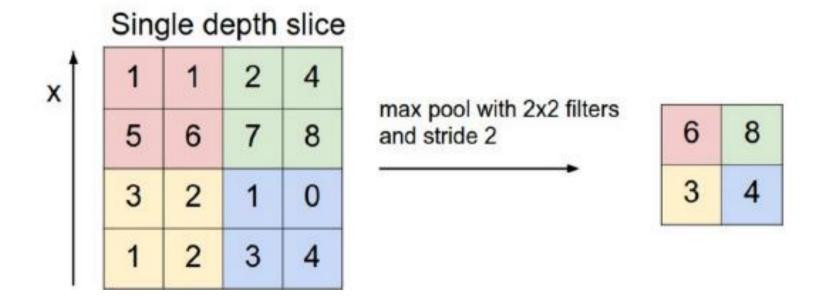
разделяемая свёртка



Pooling (агрегация, субдискретизация / subsampling)

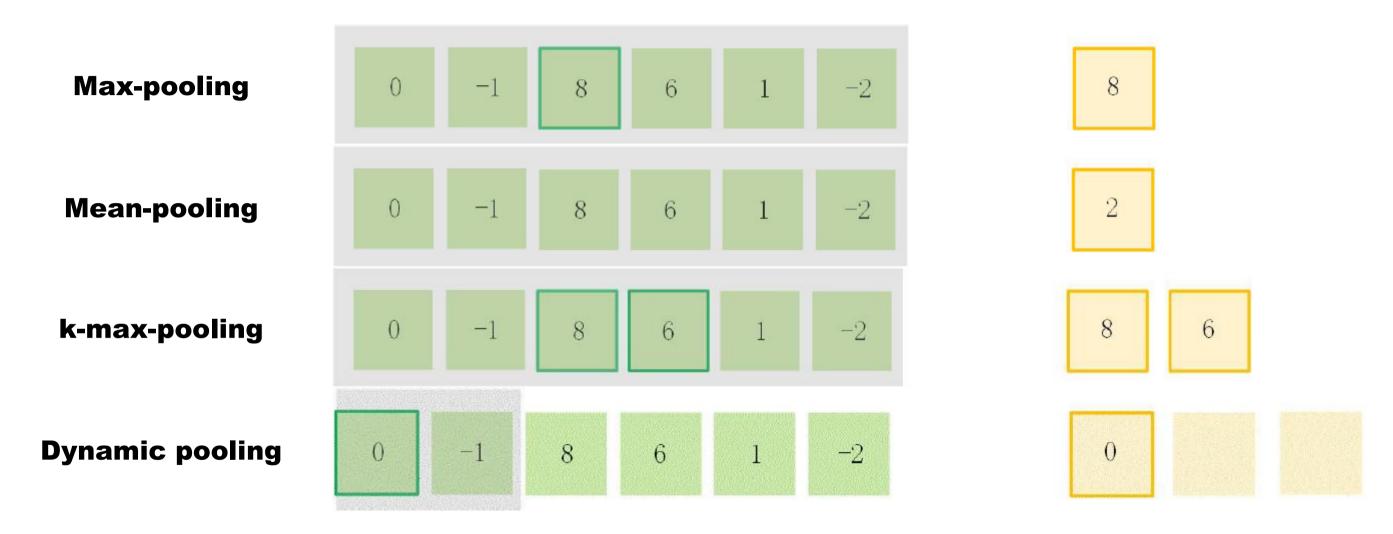
для каждого признака канала надо определить, нашли ли паттерн

используем функцию агрегации (mean, max, ...)



делается независимо по каналам \Rightarrow сохраняет число каналов (глубину тензора)

Arperaция (Pooling): виды пулинга



Динамический – длина может от чего-то зависеть http://www.phontron.com/class/nn4nlp2020/schedule.html

Устройство слоя свёрточной НС:

свёрточная часть: [свёртка ightarrow нелинейность ightarrow пулинг] imes k

Мотивация:

• разреженные взаимодействия (sparse interactions) / локальные признаки нет связи нейронов «каждый с каждым»
У свёрточных НС мало весов!!!

• разделение параметров (parameter sharing)

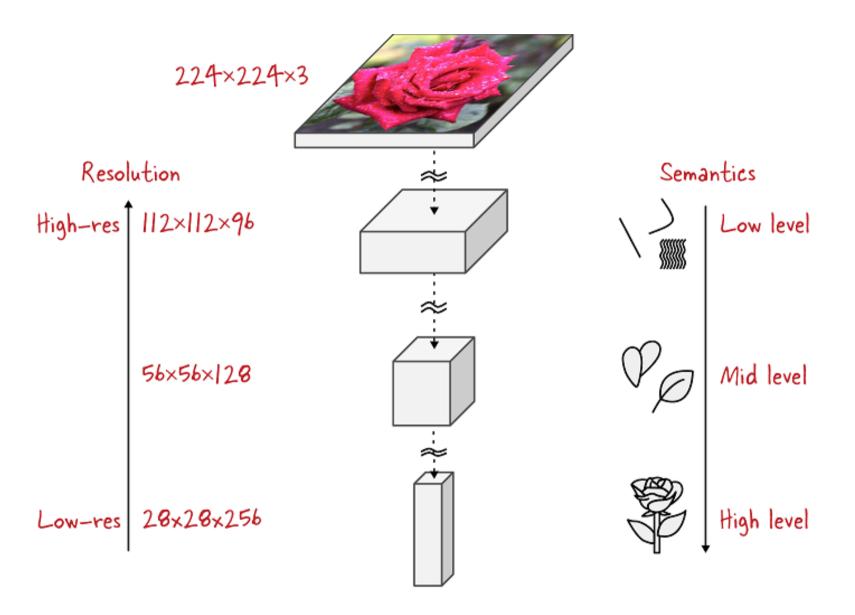
одна свёртка используется «по всему изображению» ⇒ мало параметров

• инвариантные преобразования (equivariant representations)

инвариантность относительно сдвига

http://www.deeplearningbook.org/contents/convnets.html

Визуализация признаков



[Practical Machine Learning for Computer Vision]

Какие бывают свёртки: Spatial Separable Convolutions

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

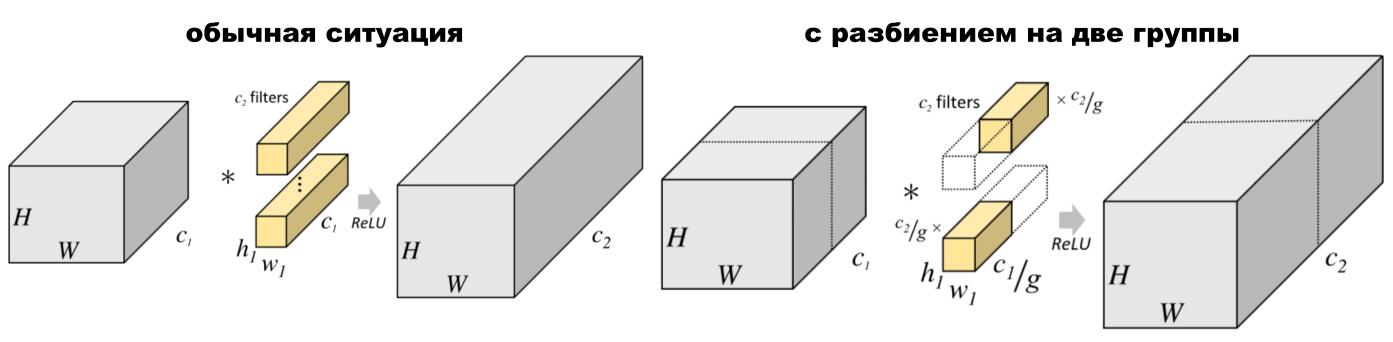
идея – факторизовать свёртку, тогда параметров для обучения свёртки не k^2 , а 2k

не все свёртки так представимы!

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

проводим сначала $k \times 1$ -свёрстку, а потом $1 \times k$

Какие бывают свёртки: Group Convolutions

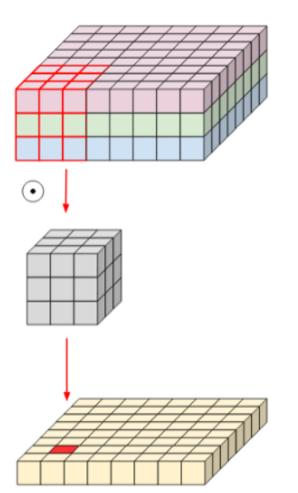


идея из AlexNet, где были ограничения по памяти могут быть лучшие (разреженные) признаковые представления но выходные каналы зависят от узкой группы входных

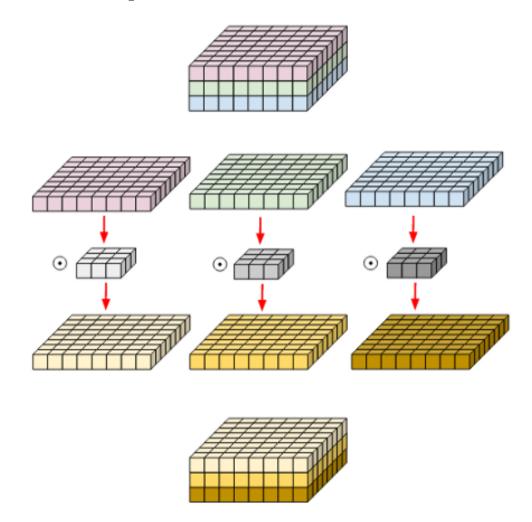
https://blog.yani.io/filter-group-tutorial/

Какие бывают свёртки

convolution



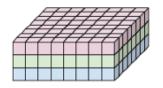
depth-wise convolution

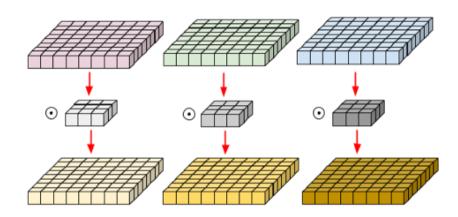


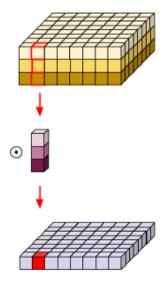
каждый канал «сворачивается» отдельно

https://eli.thegreenplace.net/2018/depthwise-separable-convolutions-for-machine-learning/

Какие бывают свёртки: Depth-wise separable convolution







теперь результат зависит от всех каналов

S=128, F=3, inC=3, outC=16

Regular convolution:

Parameters:

$$3*3*3*16 = 432$$

Computation cost:

$$3*3*3*128*128*16 = ~7e6$$

Depthwise separable convolution:

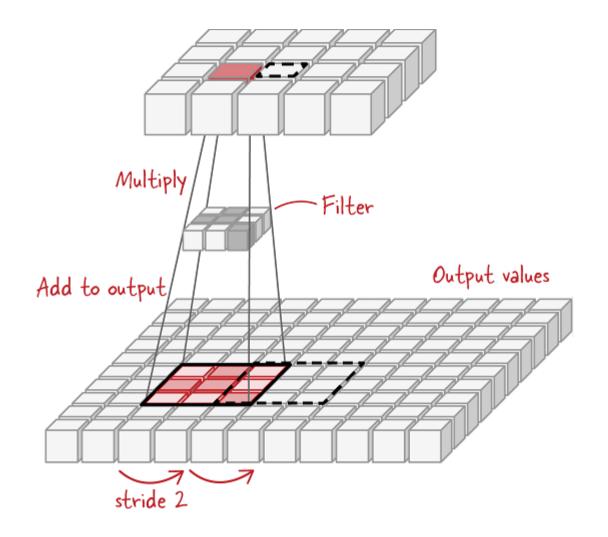
Parameters:

$$3*3*3+3*16 = 75$$

Computation cost:

$$= ~1.2e6$$

Transposed convolution (deconvolution / upconvolution / conv-transpose)



термин «deconvolution» считается плохим ~ learnable upsampling operation

[Practical Machine Learning for Computer Vision]