

代数拓扑讨论班

2024 年 7 月 1 日

Basic Topology(特别注意这一块的基础!)

形式 : 讨论班 + 自行回顾 (不多于 4 次)

参考资料 :

1. 尤承业, 基础拓扑学讲义, 北京大学出版社
2. M. A. Armstrong, Basic Topology, 北京大学出版社
3. J. R. Munkres, Topology, 科学出版社
4. 包志强, 点集拓扑与代数拓扑引论, 北京大学出版社

内容

1. Topological Space and Continuous mapping

- (a) topology and topological space; metric topology, subspace topology
- (b) Continuous mapping (definition, criterion, construct?) and Homeomorphism
- (c) Product space and topological Basis
- (d) Quotient space, *Möbius* band, Projective Space (definition, construct?)

2. Topological Property

- (a) Separability (Hausdorff) and Countability (C2)
- (b) Metrization (*Tietze* extension theorem, *Urysohn* metrization theorem)
- (c) Compactness (some properties; Product & Quotient spaces)
- (d) bcompact space (in Metric space: $\text{bcompact} \iff \text{compact}$)
- (e) Connectedness (property), connected component

- (f) Path connected and Path components
- (g) 用拓扑性质判断空间的不同胚

3. topological Surface

- (a) Closed surface, Compact surface, Orientable or Nonorientable surface
- (b) Connected Sum and Euler Character Number χ
- (c) the Classification theorem

Algebraic Topology

参考教材：

1. Hatcher. Algebraic Topology
2. 王向军. 代数拓扑 (讲义)

其他参考资料：

1. 周建伟. 代数拓扑讲义
2. 姜伯驹. 同调论
3. GTM82
4. Edwin H. Spanier. Algebraic Topology
5. Rotman. An Introduction to Homological Algebra

拾遗：

1. Homotopy and the homotopy type; CW Complex; Fundamental Group
2. Fundamental Group (How to compute it?); Covering space; Van Kampen's Theorem

同调论：

1. 奇异链复形与奇异同调群; 同调群的同伦不变性; π_1 与 H_1 的关系
2. 相对同调群与正合序列; 切除定理
3. 切除定理; Mayer-Vietoris 定理; 同调群的应用

同调代数 (技术) :

1. 链复形及其同调群; 一般系数同调群
2. Tor 与 Ext
3. 万有系数定理; Kunnetth 公式
4. 奇异上同调群 (模)

上同调理论 :

1. 上同调群的万有系数定理
2. 对偶定理: 流形的定向; Poincare 对偶定理