基于虚拟门检测的室内拓扑地图构建

祁贤雨1,王 巍1,张啸宇1,廖子维1,李明博2,袁 梅2

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院,北京 100191; 2. 北京进化者机器人科技有限公司,北京 100192)

摘 要:为构建以房间为节点的拓扑地图,针对常见的室内半结构化环境,提出了一种基于虚拟门检测的拓扑分割方法。该方法中,虚拟门是环境中真实门的可能位置。首先,依据主方向投票器提取房间主方向。然后,结合占据栅格地图和机器人构建地图时的轨迹信息,在主方向上检测满足真实门宽度的占据栅格。最后,依据连通域分析法,完成拓扑地图构建。在真实环境中的多个场景对本文方法进行测试,结果表明,该方法具有较高的房间分割准确率和分割效率,超参数易于调节。

关键词:计算机应用;移动机器人;室内半结构化环境;虚拟门检测;拓扑地图;拓扑分割;房间分割

中图分类号:TP242.6 文献标志码:A 文章编号:1671-5497(2020)03-1017-07

DOI: 10. 13229/j. cnki. jdxbgxb20190031

Indoor topological map building with virtual door detection

QI Xian-yu¹, WANG Wei¹, ZHANG Xiao-yu¹, LIAO Zi-wei¹, LI Ming-bo², YUAN Mei²
(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China; 2. Beijing Evolver Robot Technology Co., Ltd., Beijing 100192, China)

Abstract: To build a topological map with rooms as graph nodes, a topological segmentation method based on virtual door detection was proposed for common indoor semi-structured environments. In this method, the virtual door is a possible location of a real door in the environment. First, the main directions of the rooms are extracted according to the main direction voter. Then, in conjunction with the occupied grid map and the robot trajectory, the positions of occupied grids, which satisfy the width of real doors, are detected in the main directions. Finally, based on the connected domain analysis, the topological map is generated. The method is tested in the real environments and the experimental results show that it can ensure the topological nodes are rooms or room sub-areas, and have high accuracy and efficiency for room segmentation, and the hyper parameters can be easily tuned.

Key words: computer application; mobile robots; indoor semi-structured environment; virtual door detection; topological map; topological segmentation; room segmentation

收稿日期:2019-01-09.

基金项目:国家自然科学基金重大研究计划项目(91748101).

作者简介:祁贤雨(1990-),男,博士研究生. 研究方向:移动机器人. E-mail: qixianyu@buaa.edu.cn

通信作者:王巍(1973-),男,教授,博士生导师. 研究方向:移动机器人. E-mail: wangweilab@buaa.edu.cn

0 引 言

随着越来越多的移动机器人走入人机共融环境,许多学者提出包括度量、拓扑和语义地图的三层架构,以增强机器人的环境适应性[1-3]。作为架构中间层,拓扑地图具有重要意义。首先,它对占据栅格地图进行抽象,减少了环境表征占用的存储空间,实现了紧凑表达。其次,通过搜索节点连通关系,提高了机器人路径规划效率。最后,拓扑节点通常为房间或其子区域,可为添加语义概念提供先验信息,有益于提高创建语义地图的准确性。

对拓扑地图的构建方法,国内、外学者已进行 了广泛研究。拓扑地图中的拓扑节点可分为两 类:通过划分机器人轨迹建立拓扑节点和以场景 为拓扑节点[4]。由于本文是从栅格地图中提取以 房间为节点的拓扑地图,故只介绍与之相关的拓 扑分割方法。许多研究采用基于形态学、距离变 换、维诺图、谱聚类的方法[5]。然而,考虑到门是 房间分割的自然物体,许多学者检测环境中门的 位置实现房间分割。文献[6]采用激光雷达传感 器,利用基于模板匹配的门检测器获取真实门的 可能位置。文献[7]假设机器人构建地图时经过 的狭窄通道上存在门节点。与本文最相近的是文 献[8]提出的虚拟门检测方法。该方法假设真实 门位于具有拐角特征的狭窄通道中,以此为基础 检测虚拟门,然后利用虚拟门分割环境获取初始 的拓扑地图,最后通过遗传算法合并面积较小的 拓扑区域,生成最终的拓扑地图。然而,这些方法 的假设过于简单或者没有有效利用如机器人轨 迹、门宽度等信息,导致提取出许多与真实门不匹 配的虚拟门,产生许多无效的拓扑节点。

与上述方法不同,本文针对常见的室内半结构化环境,依据占据栅格地图、机器人地图构建时的轨迹和真实门宽度信息作为先验知识,在房间的主方向检测虚拟门,生成拓扑地图。本文方法已在多个场景进行验证,结果表明其具有较高的分割质量和效率,超参数也便于调节。

1 拓扑地图构建方法

1.1 背景知识及方法假设

在房屋建筑学中,建筑物按使用性质分为民用、工业、农业建筑。民用建筑的房间平面形状可为矩形、多边形、圆形、不规则图形。由于矩形平

面具有结构布置简单、室内有效面积利用率高、便于施工等优点,绝大多数的民用建筑采用矩形房间平面^[9]。墙体按布置方向分为纵墙和横墙。定义与纵墙和横墙分别平行的两个方向为房间主方向。墙和门皆具有分割房间作用,并且门框通常在墙上或与墙垂直。通常,门宽度符合建筑设计标准。与房屋建筑学中门宽度指代门洞宽度不同,本文将其定义为门扇宽度。

鉴于以上背景知识,结合机器人建立占据栅格地图过程,提出以下3条假设:

- (1)建筑物为常见的矩形房间平面。
- (2)为建立完整地图,机器人在建立地图时 一定过门。
 - (3)真实门宽度为先验知识。

1.2 方法概述

本文方法以占据栅格地图和机器人创建地图时的轨迹为基础,在房间的主方向上依据门宽度检测虚拟门,生成拓扑地图,流程如图1所示。首先,对栅格地图预处理,以便更准确地提取房间主方向和保证分割质量。确定房间主方向后,依据轨迹和门宽度信息,检测占据栅格地图中的虚拟门。最后,通过虚拟门分割环境,生成拓扑地图。下面详述每个步骤。

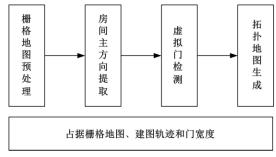


图1 拓扑地图构建流程

Fig. 1 Flow chart of the topological map building

1.3 占据栅格地图预处理

占据栅格地图预处理包括地图二值化和噪声 栅格去除两个步骤。占据栅格地图采用占据、可行和未探测栅格表示环境,占据栅格表示障碍物位置;可行栅格表示机器人可自由行走的区域;未探测栅格表示机器人对此空间的信息未知。考虑到拓扑节点由可行栅格组成,故把其作为图像前景。在某些位置上,传感器不能探测到障碍物,导致可行栅格与未探测栅格相邻,故把未探测栅格和占据栅格作为图像背景,实现地图二值化。

在构建栅格地图时,由于传感器噪声或机器

人位置不准确,导致在栅格地图中会出现某些机器人不可到达的可行栅格。定义这些栅格为噪声栅格。它们被占据栅格和未探测栅格包围,形成独立的拓扑区域,影响最终结果。为此,采用基于四邻域的两次扫描法^[10],计算连通区域。统计每个连通区域的栅格数量,把数量最多的连通区域作为图像前景,其他连通区域中的栅格为图像背景,最终获得一幅只有一个连通区域的二值地图。

1.4 房间主方向提取

在房间主方向上检测虚拟门,可减小搜索空间,提高虚拟门检测的准确性。常见的室内半结构化环境中,许多物体形状为矩形且平行于墙面摆放,从而在一个主方向上的线段应具有最大累积长度。然后,采用近似垂直约束,可获取房间的另一个主方向。该步骤包括:线段提取、线段合并和主方向确定。

1.4.1 线段提取

在笛卡尔坐标系中,直线的一般方程为:

$$ax + by + c = 0 \tag{1}$$

传统的霍夫变换把位于笛卡尔坐标系中的一个点变为霍夫空间中的一条曲线,如下所示:

$$\rho = x \cos\theta + y \sin\theta \tag{2}$$

式中: ρ 为原点到直线的距离; θ 为原点到此直线的垂线与x轴正向的夹角。

通过投票方式,可确定参数(ρ , θ)。然而该方法不能获得线段的端点坐标。累积概率霍夫直线检测是对它的一种改进,在缩小累加空间的同时,还可获得线段端点坐标[11,12]。采用(P_s , P_e , a, b, c, l) 六元组描述线段参数。假设线段两个端点为 $P_s = (x_s, y_s)$ 和 $P_e = (x_e, y_e)$,该线段所在直线参数(a, b, c)和线段长度l为:

$$(a, b, c)^{\mathrm{T}} = (x_{\mathrm{s}}, y_{\mathrm{s}}, 1)^{\mathrm{T}} \times (x_{\mathrm{e}}, y_{\mathrm{e}}, 1)^{\mathrm{T}}$$
 (3)

$$l = \sqrt{(x_s - x_e)^2 + (y_s - y_e)^2} \tag{4}$$

1.4.2 线段合并

确定房间主方向时,主方向投票器以同一方向的累积线段长度作为票数。然而在得到的线段中,会有部分线段基本属于同一直线,却被提取为两个带有重叠部分的线段,如图2所示。虽然通过调节霍夫直线检测阈值,可减少此情况发生,但为降低阈值变化敏感度,提高主方向投票器准确性,采用方向、距离、重合约束,检测并合并此线段。假设线段1的两个端点为 $P_{\rm sl}(x_{\rm sl},y_{\rm sl})$ 和

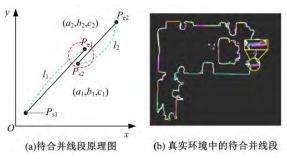


图 2 待合并线段

Fig. 2 Line segments to be merged

 $P_{e1}(x_{e1}, y_{e1})$, 线段 2 的两个端点为 $P_{s2}(x_{s2}, y_{s2})$ 和 $P_{e2}(x_{e2}, y_{e2})$, 方向约束要求两个线段夹角小于角度阈值 δ_{θ} , 即:

$$\arccos\left(\frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}\right) < \delta_{\phi} \qquad (5)$$

距离约束要求线段1的两个端点到线段2所确定的直线距离之和的一半小于距离阈值 δ_a :

$$\frac{\left|x_{s1}a_{2}+y_{s1}b_{2}+c_{2}\right|+\left|x_{e1}a_{2}+y_{e1}b_{2}+c_{2}\right|}{2\sqrt{a_{2}^{2}+b_{2}^{2}}}<\delta_{d}$$
(6)

重合约束要求两个线段中点的距离小于两个 线段的半长之和:

$$\sqrt{(x_{c1} - x_{c2})^2 + (y_{c1} - y_{c2})^2} < \frac{1}{2} (l_1 + l_2)$$
 (7)

线段合并方法如图 3 所示。以线段 1 为基准, 计算线段 2 在线段 1 上的投影点,然后重新计算 线段 1 的端点为 P'_{sl} 和 P'_{el} ,长度为 l'_{l} 。

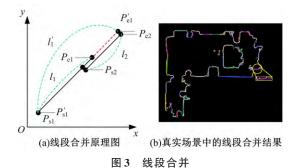


Fig. 3 Line segmentation combination

1.4.3 主方向确定

主方向投票器用于确定房间主方向。以地图中所有线段方向 ϕ_i 为投票箱,方向约束阈值 $2\delta_{\phi}$ 为箱宽度,每一方向累积长度 l_i 为票数,计算投票结果,如图 4所示。

房间主方向 ϕ_{m1} 和 ϕ_{m2} 分别为:

$$\phi_{m1} = \underset{\phi_{i}}{\operatorname{argmax}} \left\{ l(\phi_{i}) \right\}$$

$$\phi_{m2} = \underset{\varphi_{i}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left| |\varphi_{i} - \phi_{m1}| - \frac{\pi}{2} \right| \right\}$$

$$(8)$$

$$200_{\lceil}$$

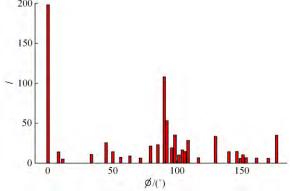


图 4 主方向投票器结果

Fig. 4 Result of the voter of main directions

1.5 虚拟门检测及拓扑地图生成

确定房间主方向后,以机器人轨迹上的可行栅格为起点,沿 ϕ_{ml} 方向搜索位于机器人两侧、距离 最近的占据栅格,记坐标为 (x_{nl},y_{nl}) 和 (x_{n2},y_{n2}) 。定义每一个栅格为正方形,边长为r。若这两个最近栅格的距离满足式(10)所示的门宽度约束,标记为虚拟门。

$$\left| \sqrt{(x_{n1} - x_{n2})^{2} + (y_{n1} - y_{n2})^{2}} - \frac{w}{r} \right| < \frac{\delta_{w}}{r}$$
(10)

式中:w为门宽度; δ_w 为门宽度的测量误差。

若没检测到虚拟门,继续沿 ϕ_{m2} 方向检测。 重复此过程,直至遍历完机器人轨迹确定的可行 栅格。检测的虚拟门如图5(a)所示。

上述得到的虚拟门中存在许多与真实门不匹配的无效虚拟门。为减少无效虚拟门数量,与真实门更加匹配,采用虚拟门的距离约束、邻接约束和最小面积约束去除部分无效虚拟门。

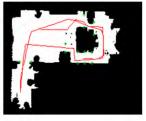
距离约束要求属于不同虚拟门的门框距离大于阈值 N_d ,从而去除过近的虚拟门。图 5(b)展示了 $N_d=2$ 的去除结果。

对上述结果进行连通域分析,可获得多个拓扑区域。图 5(c)展示了不满足邻接约束的虚拟门。邻接约束要求一个虚拟门与两个不同的连通区域相邻。此约束可以去除部分不能使环境封闭的虚拟门。

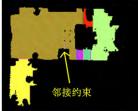
结合栅格面积,统计图 5(c)中每个拓扑区域的栅格数量,获得每个拓扑区域的面积。最小面

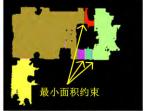


(a) 虚拟门检测及不满足距离 约束的虚拟门,直线为机器 人轨迹, 圆为检测的虚拟门



(b)采用距离约束虚 拟门去除结果





(c)不满足邻接约束的虚拟门 (d)不满足最小面积约束的虚拟门

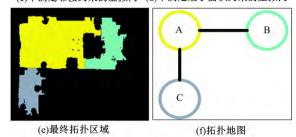


图 5 虚拟门检测及滤除

Fig. 5 Virtual door detection and filtering

积约束要求虚拟门两侧的拓扑区域面积皆大于阈值 N_s 。不满足最小面积约束的虚拟门如图 5(d) 所示。

基于上述约束,图 5(e)为最终获得的拓扑区域。最后,以每一区域为拓扑节点,虚拟门表示节点连通关系,生成拓扑地图,如图 5(f)所示。

2 实验及讨论

2.1 实验平台及评价标准

2.1.1 实验平台

为验证本文方法有效性,以图 6 中的 turtle-bot2机器人、思岚 A2激光雷达和华硕 N551JW 笔记本电脑为实验平台,采用开源激光 SLAM 算法cartographer^[13],在家庭演示厅、学校教学楼的部分场景以及公司办公环境,构建占据栅格地图并保存机器人轨迹。然后把本文方法与开源房间分割方法^[14]中的基于形态学、距离变换、维诺图、维诺图随机场方法进行对比。

2.1.2 评价标准

考虑到其他方法中,两个拓扑区域的邻接边 与本文的虚拟门作用相同,皆把一个拓扑区域分

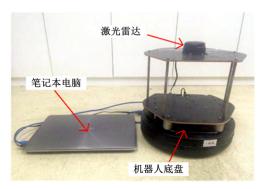


图 6 实验平台

Fig. 6 Experimental platform

为两个部分,因此把其他方法转换为等价的虚拟门,以检测准确率和真实门召回率为标准,评价分割结果。

定义虚拟门检测准确率为与真实门匹配的虚拟门个数和所有虚拟门个数的比率。它是虚拟门数量准确性和位置准确性的综合评价。例如,假设房间中有2个门,第一种算法检测出5个虚拟门,与真实门匹配的数量为1,准确率为20%。另一种算法检测出20个虚拟门,匹配了2个真实门,准确率为10%。若只评价准确率,方法1更优。然而1中的虚拟门并不能包含所有的真实门,导致某些拓扑节点不为房间或房间子区域,不能为创建上层语义地图提供可靠的先验知识。因此,定义真实门召回率为虚拟门与真实门匹配个数与真实门个数的比率,以此评价虚拟门位置的准确性。

综上,评价标准为:召回率越高,生成的拓扑 地图越好。在相同召回率情况下,准确率越高,分 割的结果越好。

2.2 家庭演示厅环境分割结果及讨论

家庭演示厅环境及分割结果如图7所示,统计结果如表1所示。在此小尺度环境下,维诺图随机场的分割结果最好,召回率和准确率皆为100%,与真实环境相符。本文方法、形态学、距离变换法召回率为100%,准确率为33.3%。由于维诺图法的虚拟门没有与真实门匹配,故召回率和准确率皆为0。

由于直接检测虚拟门,并且不会去除与真实门匹配的虚拟门,所以本文方法的召回率为100%。鉴于方法特性,可以保证在其他场景下的召回率也为100%,从而拓扑节点为房间或者房间的子区域,为添加房间语义提供可靠的先验信息。准确率为33.3%的原因在于,一个真实房间

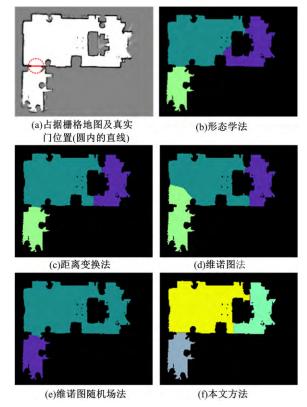


图7 家庭演示厅分割结果

Fig. 7 Segmentation results of domestic demonstration hall

表1 家庭演示厅的统计结果

Table 1 Statistical results of domestic demonstration hall

项目	形态	距离变	维诺	维诺图随	本文
坝目	学法	换法	图法	机场法	方法
真实门数量	1	1	1	1	1
虚拟门数量	3	3	3	1	3
正确匹配数量	1	1	0	1	1
准确率/%	33.3	33.3	0	100	33.3
召回率/%	100	100	0	100	100
时间消耗/s	0.0143	0.0195	0.1137	12.9021	0.1546

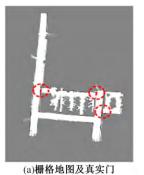
的最小面积小于由无效虚拟门生成的拓扑区域面积。由此可以推断本文方法的一个局限性在于:若最小房间面积非常小,准确率可能大幅下降。然而考虑到大部分实际场景中,为供人类活动,房间最小面积不可能非常小,或者从应用的角度说,面积过小的房间对于机器人的应用也没有实际意义,构建地图时可不必创建此房间。

在分割效率方面,形态学法效率最高,耗时为0.0143 s;距离变换法次之,为0.0195 s;维诺图法约为0.1137 s;本文方法为0.1546 s,耗时为形态学方法的10.1倍;维诺图随机场法效率最低,约

为12.9 s。从应用角度来说,除维诺图随机场法, 算法耗时皆小于0.2 s,可满足实际应用需求。

2.3 学校教学楼部分环境分割结果及讨论

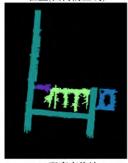
图 8 和表 2 分别为学校教学楼部分场景的分 割和统计结果。在此环境下,本文方法的分割结 果最好,召回率和准确率均为100%。形态学法、



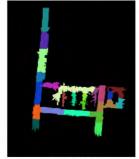
位置(圆内的直线)



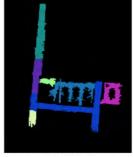
(b)形态学方法



(c)距离变换法



(d)维诺图法







(f)本文方法

图 8 学校教学楼中部分场景的分割结果

Fig. 8 Results of the part of teaching building

表 2 学校教学楼中的部分场景统计结果

Table 2 Statistical results of part of teaching building

项目	形态 学法	距离变 换法	维诺 图法	维诺图随 机场法	本文 方法
真实门数量	3	3	3	3	3
虚拟门数量	4	4	25	7	3
正确匹配数量	3	3	2	3	3
准确率/%	75	75	8	42.9	100
召回率/%	100	100	66.7	100	100
时间消耗/s	0.43	0.48	1.07	57.81	0.72

距离变换法和维诺图随机场法的召回率均为 100%,准确率分别为75%、75%、42.9%。维诺 图法召回率为66.7%,准确率为8%。

在分割效率方面,形态学方法耗时为 0.43 s; 距离变换法为 0.48 s;本文方法为 0.72 s;维诺图 法为 1.07 s;维诺图随机场法耗时最长,为 57.81 s。在此场景下,本文方法耗时约为形态学法的 1.67倍。相比于家庭演示厅环境,此场景分割效 率提升的原因在于:本文方法依赖于机器人的轨 迹和门宽度,与整个地图中的栅格数量无关。在 小尺度场景下,机器人轨迹和门宽度确定的搜索 空间与形态学法的搜索空间相差较大,未能体现 算法优势,导致耗时为形态学方法的10.01倍。 然而在中等尺度场景下,本文方法的搜索空间与 形态学法相差不大,因而耗时为形态学法的 1.67倍。

2.4 公司办公环境分割结果及讨论

公司办公室环境分割结果如图 9 所示,统计 结果如表3所示。在此场景下,本文方法的召回 率为100%,准确率为91.7%,较其他方法具有显 著优势。同样,本文方法准确率为91.7%的原因

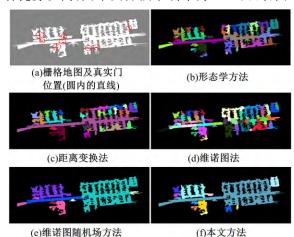


图 9 办公环境分割结果

Fig. 9 Segmentation results of office environment

表 3 办公室环境统计结果

Table 3 Statistical results of an office envrionment

项目	形态	距离变	维诺	维诺图随	本文
	学法	换法	图法	机场法	方法
真实门数量	11	11	11	11	11
虚拟门数量	63	58	74	10	12
正确匹配数	量 10	8	9	4	11
准确率/%	15.8	13.8	12.2	40	91.7
召回率/%	90.9	72.7	81.8	36.4	100
时间消耗/s	1.01	1.81	3.64	173.68	1.45

在于:无效虚拟门生成的拓扑区域面积大于最小房间面积。在效率方面,形态学法为1.01 s;本文方法为1.45 s,约为其1.43倍;距离变换法、维诺图法和维诺图随机场方法耗时分别为1.81、3.64、173.68 s。除维诺图随机场法外,皆可满足实际需求。

从上述实验分析可知,本文方法可以保证拓扑节点为房间或房间的子区域,并在房间最小面积适当的情况下,具有非常高的房间分割准确率,优于本文中参与比较的其他方法。在分割效率方面,由于本文方法的搜索空间依赖于机器人轨迹和门宽度,虽然没有基于形态学分割方法效率高,但差异不明显,可以较好地满足使用需求。

此外,上述各方法均要调节超参数。其他4种方法需要设定最大和最小房间面积。相比形态学方法设定图像腐蚀后的房间面积和距离变换法设定缩小边界后的房间面积,维诺图和维诺图随机场方法设定真实房间的最大和最小面积,物理意义更为直观。本文的超参数为门宽度和最小房间面积。从调节参数的便捷性来说,优于形态学和距离变换法,不亚于维诺图和维诺图随机场法。

3 结束语

针对常见的室内矩形布局环境,结合门宽度、机器人建图轨迹、占据栅格地图,提出了一种基于虚拟门检测的、以房间为节点的拓扑地图构建方法。首先,对栅格地图预处理获得只有一个连通区域的二值地图。然后,采用方向投票器,确定房间主方向。在主方向上检测虚拟门,分割环境,构建拓扑地图。以虚拟门检测准确率和真实门召回率为评价指标,在家庭演示厅、学校教学楼部分场景、公司办公环境,与基于形态学、距离变换、维诺图和维诺图随机场的方法对比。实验结果表明,本文方法具有较高的房间分割准确率和分割效率。此外,本文方法的超参数为最小房间面积和门宽度,物理意义明确,参数便于调节。

参考文献:

- [1] Ruiz-Sarmiento J R, Galindo C, Gonzalez-Jimenez J. Building multiversal semantic maps for mobile robot operation[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 119: 257-272.
- [2] Kostavelis I, Gasteratos A. Semantic maps from multiple visual cues[J]. Expert Systems with Applica-

- tions, 2017, 68: 45-57.
- [3] 吴皓, 田国会, 陈西博, 等. 基于机器人服务任务导向的室内未知环境地图构建[J]. 机器人, 2010, 32 (2): 196-203.
 - Wu Hao, Tian Guo-hui, Chen Xi-bo, et al. Map building of indoor unknown environment based on robot service mission direction[J]. Robot, 2010, 32(2): 196–203.
- [4] Landsiedel C, Rieser V, Walter M, et al. A review of spatial reasoning and interaction for real-world robotics[J]. Advanced Robotics, 2017, 31(5): 222-242.
- [5] Bormann R, Jordan F, Li W, et al. Room segmentation: survey, implementation, and analysis[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Stockholm, Sweden, 2016: 1019-1026.
- [6] Pronobis A, Jensfelt P. Large-scale semantic mapping and reasoning with heterogeneous modalities [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Saint Paul, MN, USA, 2012: 3515–3522.
- [7] Zender H, Martínez Mozos O, Jensfelt P, et al. Conceptual spatial representations for indoor mobile robots
 [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 56
 (6): 493-502.
- [8] Joo K, Lee T K, Baek S, et al. Generating topological map from occupancy grid-map using virtual door detection[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation, Barcelona, Spain, 2010: 1-6.
- [9] 陈守兰, 赵敬辛. 房屋建筑学[M]. 北京:科学出版 社, 2014.
- [10] Dillencourt M B, Samet H, Tamminen M. A general approach to connected-component labeling for arbitrary image representations[J]. Journal of the ACM, 1992, 39(2): 253–280.
- [11] Matas J, Galambos C, Kittler J. Robust detection of lines using the progressive probabilistic Hough Transform[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2000, 78(1): 119–137.
- [12] Kaehler A, Bradski G. Learning OpenCV 3: Computer Vision in C++ with the OpenCV Library[M]. California: O'Reilly Media, Inc., 2016.
- [13] Hess W, Kohler D, Rapp H, et al. Real-time loop closure in 2D LIDAR SLAM[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Stockholm, Sweden, 2016: 1271-1278.
- [14] Bormann R, Jordan F, Li W, et al. Maps, simulation environments, room segmentation software[DB/OL]. [2018-12-28]. http://wiki.ros.org/ipa_room_segmentation