3_债券久期

广义久期

资产价格变动率对到期收益率变动的敏感性。

$$D^{*}=-\frac{\frac{dP}{P}}{dy}>0$$

麦考利久期

$$D=\sum_{T=1}^{T}t\times w_{t}=\sum_{t=1}^{T}\left[t\times\frac{\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}\right]$$

t=相应时间段
C=周期性息票支付
y=周期性收益率
n=总期数
M=到期值

久期是债券价格对利率敏感性的度量，是到期时间的加权平均，权重 w_t 是 t 时刻现金流现值占总现值的比例。

定理一：无息债券麦考利久期等于其到期时间

当 $C_1=C_2=\cdots C_{t-1}=0$ 时，

$$D=\sum_{t=1}^{T}[t\times\frac{\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}]=\frac{\frac{TC_{t}}{(1+y)^{t}}}{\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}=T$$

定理二：附息债券久期小于其到期时间

$$\frac{\frac{1\cdot C_{1}}{(1+y)}+\frac{2C_{2}}{(1+y)^{2}}+\ldots+\frac{TC_{T}}{(1+y)^{T}}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}<\frac{\frac{TC_{1}}{(1+y)}+\frac{TC_{2}}{(1+y)^{2}}+\ldots+\frac{TC_{T}}{(1+y)^{T}}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{C_{t}}{(1+y)^{t}}}=T$$

定理三：在到期时间相同情况下，息票率越高，久期越短

$$D^{*}=-\frac{\frac{dP}{P}}{dy}=\frac{D}{1+y}$$

所以

$$D=-\frac{\frac{dP}{P}}{dy}(1+y)=\frac{-dP\,(1+y)}{P\cdot dy}>0$$

贴现率 y 不变，息票率上升，价格 P 上升，久期下降

定理四：息票率不变，到期时间越长，久期越长

见 Malkiel 定理二

定理五：久期递减速度随到期时间增加而增加

见 Malkiel 定理三

定理六：其他条件不变，YTM 越低，久期越长

$\frac{\partial D}{\partial y} \leqslant 0$