

## | 4\_利率期限结构

利率期限结构实际是收益率曲线，一条随到期期限变化而呈现不同收益率水平的曲线。

### | 即期利率和远期利率

即期利率：当前时点上零息债券的到期收益率

远期利率：未来某一时点到另一时点的利率水平

设  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3 \dots$  是期限为  $i$  年的即期利率，而  $f_j$ ,  $j = 0, 1, 2 \dots$  是第  $j$  年开始期限为一年的远期利率。一般对于  $T$  年的即期利率，我们有如下关系：

$$(1 + S_T)^T = (1 + f_0)(1 + f_1) \cdots (1 + f_{T-1})$$

如以  $f_{t-1,t}$  代表第  $t-1$  年至第  $t$  年间的远期利率， $r_t$  代表  $t$  年期即期利率， $r_{t-1}$  代表  $t-1$  年期即期利率，其一般计算式是：

$$f_{t-1,t} = \frac{(1 + r_t)^t}{(1 + r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

### | 到期收益率期限结构

到期收益率期限结构即债券的到期收益率与债券到期日之间的关系。

设面值为  $F$  债券未来  $n$  年的 1 年期短期利率为  $r_n$ ，则第  $n$  年合理价格：

$$P_n = \frac{F}{(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_n)}$$

到期收益率：

$$y = \sqrt[n]{\frac{F}{P_n}} - 1$$

## | 利率期限结构理论

### | 市场期望理论

假设条件：

- 投资者风险中性
  - 仅仅考虑（到期）收益率而不管风险
  - 若资产的预期收益为无风险收益，此时相应的风险资产 和无风险资产对于风险中性投资者是无差异的。
- 所有市场参与者都有相同的预期，金融市场是完全竞争的；
- 在投资人的资产组合中，期限不同的债券是完全可替代的。

1. 未来短期利率期望值 = 远期利率，即  $f(t, t_i, t_j) = E_t(R(t_i, t_j))$

根据此理论， $(1 + y_2)^2 = (1 + y_1)(1 + E(r_2))$

而同时根据远期利率理论： $(1 + y_2)^2 = (1 + y_1)(1 + f_2)$

则： $E(r_2) = f_2$

同理可证  $f_t = E(r_t), t = 2, 3, \dots, n$

$y_n = \sqrt[n]{(1 + y_1)(1 + f_2) \cdots (1 + f_t)} - 1, t = 2, 3, \dots, n$

**结论** 若远期利率 ( $f_2, f_3, \dots, f_n$ ) 上升，则长期债券的到期收益率  $y$  上升，即上升式利率期限结构，反之亦然；长期投资与短期投资完全可替代。

2. 1 年期零息票债券滚动投资  $n$  年的预期收益率应该等于  $n$  年期零息票债券一次性投资的收益率

3. 1 年期零息票债券与  $n$  年期零息票债券投资 1 年的预期收益率应该是相等的。

## 流动性偏好理论

由于债券到期期限越长，其受利率变动的影响可能性越大，从而导致更高的利率风险。为了降低风险，投资者更倾向于选择流动性较强的短期债券，故  $f_t > E(r_t)$ 。

由此可得  $(1 + y_2^l)^2 > (1 + y_1)(1 + f_2^l)$

令流动性报酬为  $l_t = f_t^l - E(r_t), t = 2, 3, \dots, n$

则长期利率与短期利率关系可表示为： $(1 + y_2^l)^2 = (1 + y_1)(1 + E(r_2) + l)$

	远期利率与即期利率 预期比较	收益率曲线 水平	收益率曲线向上	收益率曲线向下
预期理论	$f_t = E(r_t)$	未来短期利率 不变	未来短期利率 上升	未来短期利率 下降
流动性偏好 理论	$f_t > E(r_t)$	未来短期利率 上升	既可能上升，也 可能不变	下降且降幅相 对更大

## 市场分割理论

市场分割理论认为，不同期限的债券在相互独立的分割市场中交易，各自具有独立的均衡价格（利率）。由于投资者对债券期限存在偏好，他们仅关注符合自身偏好的期限债券的预期收益水平。收益率曲线形式之所以不同，是由于对不同期限债券的供给和需求不同。

市场分割理论与事实不符合，不符合无套利原则。

## 期限偏好理论

不同资产负债状况的投资者通常对投资期限有特定的偏好，但这种偏好并非一成不变。

- 当不同期限债券的供需关系发生变化，导致相应期限的风险溢价增减至足以抵消利率风险或再投资风险时，部分投资者可能会调整其投资偏好。

- 利率期限结构不仅反映了市场对未来利率的预期，还体现了随时间变化的期限风险溢价。
- 期限风险溢价由以下三部分构成：利率风险、再投资风险和期限偏好。