

ECUACIONES EXPONENCIALES

Si queremos hallar el número de horas necesarias para que una bacteria alcance un número concreto.

Análogamente si queremos hallar la antigüedad de un hueso hallado en un yacimiento arqueológico sabiendo que contiene el 20% del carbono 14 que contenía en vida del animal, tenemos que resolver una ecuación exponencial.

Una **ecuación exponencial** es aquella ecuación en la que existen potencias cuyos exponentes son expresiones en las que aparece la incógnita, x .

Ejemplo:

$$3^{x+3} = 27$$

En esta ecuación tenemos una potencia con base 3 y exponente $x+3$. La solución de la ecuación es $x = 0$. Para resolverlas **analíticamente** se pueden clasificar, en general, en dos tipos:

Primer tipo:

a) $3^{2-2x} = 3$

b) $4^{2x-1} = 0.5^{3x+5}$

En ambos casos, a diferencia del otro, se observa que los dos miembros de la ecuación contienen un sólo término ("no hay sumas, ni restas").

Para resolver analíticamente estas ecuaciones hay que conseguir que ambos miembros estén expresados como potencias de la misma base e igualar posteriormente los exponentes. Para ello hay que tener muy presente las propiedades de las potencias.

Así, en el ejemplo b) se procedería de la siguiente manera:

$$4^{2x+1} = (0.5)^{3x+5}$$

$$(2^2)^{2x+1} = (0.5)^{3x+5}$$

$$2^{4x+2} = (2)^{-(3x+5)}$$

Como las bases son iguales, alcanza con igualar los exponentes para

que se mantenga la igualdad de la ecuación.

$$4x + 2 = -(3x + 5)$$

$$4x + 2 = -3x - 5$$

$$4x + 3x = -5 - 2$$

$$x = -1$$

Resuelva usted el inciso b)

Segundo tipo:

Se trata de ecuaciones exponenciales en las que en algún miembro aparece una suma de expresiones exponenciales que no se puede realizar.

Es el caso de la siguiente ecuación:

$$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$$

En este caso conviene escribir todo en función de 2^x , para lo que basta usar adecuadamente las propiedades de las potencias. Descomponemos los exponentes, aplicando las propiedades mencionadas.

$$2^x \cdot 2^{-1} + 2^x + 2^x \cdot 2^1 = 7$$

Luego resolvemos aquellas potencias que no contengan a la incógnita.

$$2^x \cdot \frac{1}{2} + 2^x + 2^x \cdot 2^1 = 7$$

$$\frac{1}{2} 2^x + 1 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^x = 7$$

Como en todos los términos del primer miembro tengo 2^x , los puedo agrupar.

$$\frac{7}{2} 2^x = 7$$

$$2^x = 7 : \frac{7}{2}$$

$$2^x = 2 \quad \text{Transformamos en una ecuación exponencial de Tipo I.}$$

$$x = 1$$