MATRICES

MATRIZ: Tabla rectangular de números, ordenados en filas y columnas.
ORDEN de una matriz: Indica el número de filas y el número de columnas.

Ejemplo:

La matriz:

$$\begin{array}{cl} A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \text{2 filas} \\ \begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array} & \\ \text{3 columnas} & \end{array}$$

...es de orden 2 x 3, es decir 2 filas por 3 columnas

Si los elementos de la matriz son todos números reales, decimos que la matriz pertenece a:

$$R^{m \times n}$$

...donde m x n es el orden.

Si los elementos de la matriz son todos números racionales, decimos que la matriz pertenece a:

$$Q^{m \times n}$$

...donde m x n es el orden.

Lo mismo vale para Z^{mxn} ó C^{mxn}, donde Z indica el conjunto de números enteros y C el conjunto de números complejos.

Ejemplos:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \in Z^{2 \times 3} \qquad \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -3 & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{2} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{3} \\ 4/3 & -2/5 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \in Q^{3 \times 3}$$

Para indicar la ubicación de un elemento en una matriz, basta con indicar, con un subíndice, la fila y la columna en que está.

Ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

El elemento a_{11} está en:

1ª fila 1ª columna

El elemento a_{23} está en:

2ª fila 3ª columna

Continuemos:

Se llama diagonal principal al conjunto de todos los elementos que tienen el mismo número de fila que de columna: pueden ser el a_{11}, el a_{22}, el a_{33}, etc.

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Diagonal principal.

Matrices especiales

Matriz diagonal superior:

Es toda matriz que tenga iguales a cero todos los elementos que están debajo de la diagonal principal. Si usted lo piensa un poco, estará de acuerdo en que esos elementos tienen su número de fila (su "i") más grande que su número de columna (su "j"):

Ejemplo:

Éste es el a_{21} (vemos que 2 > 1) $\longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

Podríamos entonces afirmar que una matriz diagonal superior se puede simbolizar en general así:

$$\boxed{\mathbf{A = [\ a_{ij}]\ de\ (m \times n);\ que\ cumple\ a_{ij} = 0 \quad \forall\ i > j}}$$

Matriz diagonal inferior:

Es toda matriz que tiene iguales a cero todos los elementos que están por encima de la diagonal principal.

Ejemplo:

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ...es diagonal inferior.

Pero... $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ...no es diagonal inferior, porque $a_{14} = 2$

Matriz diagonal:

Es toda matriz que tiene iguales a cero todos los elementos que están por encima o por debajo de la diagonal principal. Es decir; tiene iguales a cero todos los elementos que están fuera de la diagonal principal.

Ejemplos:

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ...no es una matriz diagonal.

$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ...sí es una matriz diagonal.

Matriz escalar:

Es un caso especial de matriz diagonal. En este caso especial, además de ser nulos todos los elementos de fuera de la diagonal, se cumple que son iguales entre sí todos los elementos de la diagonal.

Ejemplos:

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ... es una matriz escalar.

$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ... es una matriz diagonal pero no es una matriz escalar

Matriz unidad o matriz identidad:

Es un caso especial de matriz escalar. Es el caso particular en que todos los elementos de la diagonal son iguales a 1 (todos valen 1), mientras que los de fuera de la diagonal son todos iguales a 0.

Ejemplos:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ... es una matriz unidad.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ... no es una matriz unidad.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ... tampoco es una matriz unidad.