

## Laboratorio de Cálculo

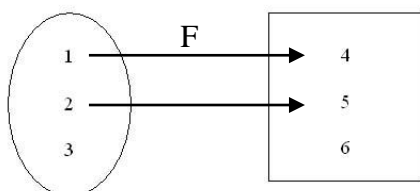
### Guía de Trabajos Prácticos N° 4



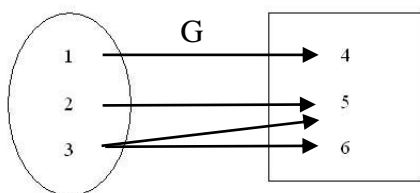
## FUNCIONES: GENERALIDADES

A) Decir si son funciones las siguientes correspondencias. y en caso negativo, indicar qué condición se viola.

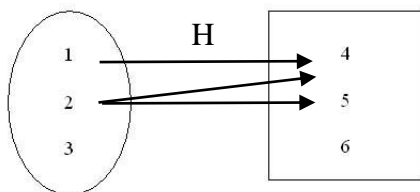
1)



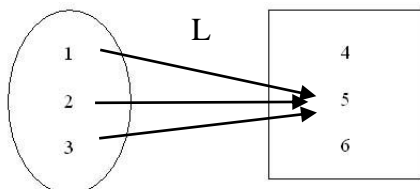
2)



3)

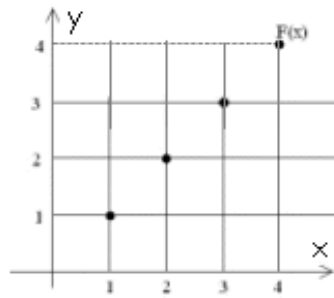


4)



B) Expresar en los otros tres lenguajes.

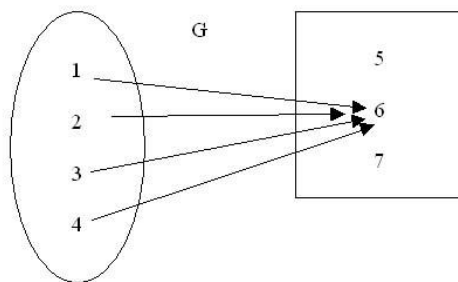
5)



6)  $F: \{1; 2; 3\} \rightarrow \{4; 5; 6; 7\}$

x	y
1	5
2	6
3	7

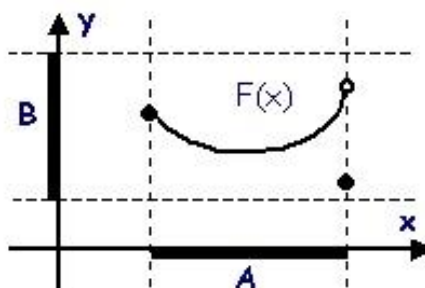
7)



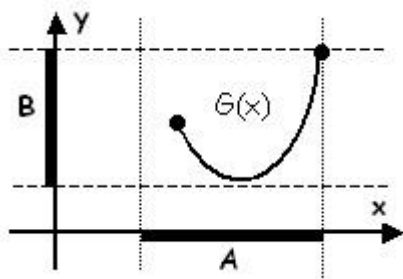
8)  $F: \{1; 2; 3\} \rightarrow \{4; 5; 6; 7\} / F(x) = x + 3$

**C)** ¿Estos gráficos son funciones de A en B? Si no lo son, diga qué condición violan.

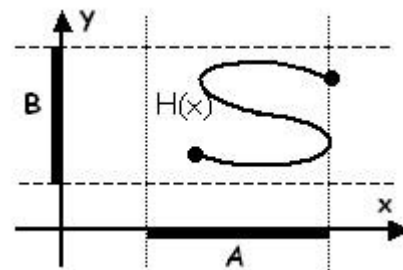
9)



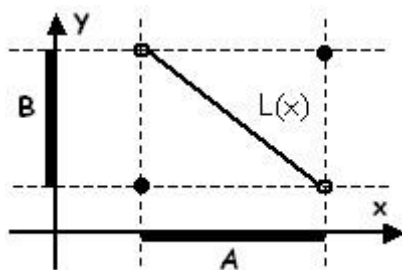
10)



11)



12)



## **FUNCIONES ELEMENTALES**

13) Graficar las siguientes funciones:

- a)  $y = -2$
- b)  $y = x$
- c)  $y = -x$
- d)  $y = x^2$
- e)  $y = -x^2$
- f)  $y = x^3$
- g)  $y = -x^3$
- h)  $y = |x|$
- i)  $y = -|x|$
- j)  $y = \text{sg}(x)$
- k)  $y = [x]$
- l)  $y = \text{mant}(x)$

(sg = signo; mant= mantisa;  $[x]$  = parte entera;  $|x|$  = módulo).

**D) Halle una función lineal que cumpla las condiciones:**

14)  $F(0) = 2$  ;  $F(2) = 0$

15)  $F(-1) = 1$  ;  $F(2) = 1$

- 16)  $F(-2) = 3$  y la gráfica es paralela a la de la función  $F(x) = -3x + 1$   
 17)  $F(1) = -2$  y la gráfica es perpendicular a la de la función  $F(x) = -3x + 1$

**E) Halle una función cuadrática que cumpla las condiciones:**

- 18)  $F(3) = F(-1) = 0$  ;  $F(0) = 2$   
 19)  $F(-2) = F(3) = 0$  ;  $F(4) = 3$

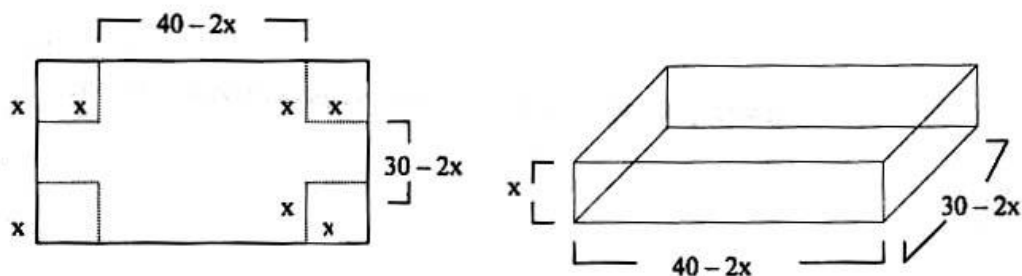
**F) Si la siguiente función es homográfica grafíquela junto con sus asíntotas. En caso contrario escriba que no lo es.**

- 20)  $F(x) = \frac{3x - 6}{x + 3}$   
 21)  $F(x) = \frac{x - 2}{-3x + 6}$   
 22)  $F(x) = \frac{2x + 8}{x - 4}$

## **FUNCIONES: PLANTEO**

**G) Expresé la función en cada problema. Indique DOMINIO**

- 23) Una pieza de equipo comprada hoy en 8000 dólares se devalúa linealmente hacia el valor de chatarra de 200 dólares después de 20 años.  
 En cambio otra pieza de equipo comprada hoy en 8560 dólares se devalúa linealmente hacia el valor de chatarra de 600 dólares después de 16 años.
- Escriba una fórmula del valor  $V$  de cada pieza en función del tiempo.
  - Determine cuál de las dos piezas se devalúa más rápidamente.
  - Determine cuándo, en los próximos 16 años, el valor de ambas será el mismo.
  - ¿En alguna otra oportunidad, después de los 16 años, valdrán lo mismo, suponiendo que el valor chatarra se conserva constante en el tiempo?
  - Haga un gráfico de la situación e interprete, en él, cada respuesta.
- 24) Unos amigos se encuentran de vacaciones. Desean alquilar un auto y disponen de dos opciones.  
 A. 50 dólares por día.  
 B. 20 dólares por día + 0,5 dólares por km recorrido.  
 Escriba la función gasto en cada opción y decida a partir de qué recorrido es más económica la opción A que la B, sabiendo que los amigos estarán 10 días de vacaciones.
- 25) Queremos hacer una caja con una lámina rectangular de 40 cm x 30 cm, cortando cuadrados de las mismas dimensiones en cada esquina (como se muestra en la figura).



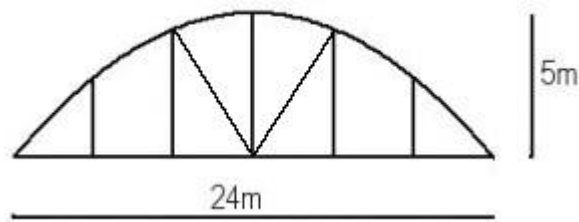
Escribir la expresión del volumen de la caja en función de  $x$  (siendo " $x$ " el lado de cada cuadrado recortado). ¿Cuál es su dominio?. Graficar aproximadamente, a partir de una tabla de valores y luego con programa Graficador.

- 26) Edesur y Edenor facturan los consumos eléctricos domiciliarios distinguiendo cargo fijo ; consumo bajo (menos de 150 Kwh) y consumo alto (más de 150 Kwh).
- a) Consultando una boleta actual complete el cuadro siguiente.
- |   |        |
|---|--------|
| Cargo fijo sobre derecho a consumo..... | \$     |
| Los primeros 150 Kwh.....               | \$ c/u |
| Los restantes Kwh.....                  | \$ c/u |
| Impuestos y/o Fondos Especiales.....    | %      |
- b) Con los datos del cuadro halle la expresión del **importe** (en \$) en función del **consumo** de energía eléctrica (en Kwh). Es una función "partida".
- c) ¿Cuánto paga una familia que consume 122 Kwh? ¿Y otra que consumió 215 Kwh?
- d) ¿Cuál fue el consumo de una familia que pagó \$ 67,80? Y el de la otra que pagó 258,62?
- e) ¿Se preguntó si las familias aludidas en las preguntas (c) y (d) son de Capital o de Provincia? ¿Por qué es importante hacerlo? Ahora conteste las dos preguntas para el caso de Capital y para el caso de Provincia.
- 27) Encontrar:
- a) La función  $F$  que da la temperatura en grados Fahrenheit, conocida la misma en grados Celsius, sabiendo que  $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$  y  $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$
- b) Recíprocamente, encontrar la función  $C$  que da la temperatura en grados Celsius, conocida la misma en grados Fahrenheit.

## H) Resolver los siguientes problemas.

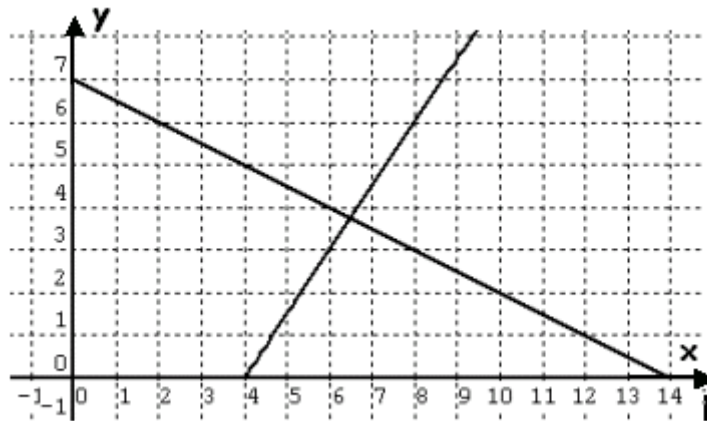
- 28) Galileo encontró que los proyectiles disparados en la superficie terrestre (sin considerar la influencia del aire) describen una trayectoria parabólica. Un proyectil pasa por encima de tres puntos ubicados en la superficie terrestre (sean A, B y C, en ese orden). Al pasar por cada punto tiene las siguientes alturas respectivamente: 40 m, 60 m, 52 m. Las distancias entre los puntos son:  $\text{dist}(AB) = 50$  m,  $\text{dist}(BC) = 80$  m. Determine a qué distancia de C hará impacto en el suelo. Y además, a qué distancia de A fue disparado (suponiendo que fue disparado desde el suelo).

- 29) Un puente está sostenido por una estructura de forma parabólica, de 20 m de longitud y 5 m de altura máxima. Halle la altura de cada barra vertical (separadas por igual distancia) y la longitud de las dos oblicuas (ver dibujo).



## APLICACIONES ECONOMICAS

- 30) Dado el siguiente gráfico (donde las cantidades se dan en miles de unidades y los precios en \$) calcular lo que se pide en cada ítem.:



- ¿Cuál de las dos es  $Q_d$ ? ¿Cuál es su fórmula?
  - ¿Cuál de las dos es  $Q_o$ ? ¿Cuál es su fórmula?
  - ¿Cuál es  $P_{mín}$  que aceptan los productores?
  - ¿Cuál es  $P_{máx}$  que aceptan pagar los consumidores?
  - ¿Cuál es  $Q_{sat}$ , cantidad de saturación del mercado?
  - ¿Cuál es  $P_{eq}$ : precio de equilibrio?
  - ¿Cuál es  $Q_{eq}$ : cantidad de equilibrio?
  - ¿Cuál es la demanda si el precio es de \$2?
  - ¿Cuál es el precio si la oferta vale 1?
  - ¿Cuál es el precio si la demanda vale 5,5?
  - ¿Cuál es la oferta si el precio es de \$7?
  - ¿Cuál es la demanda si la oferta vale 3?
- 31) Sabiendo que un producto tiene demanda lineal y oferta cuadrática (que responden a la siguiente tabla), halle:

- Fórmula (lineal) de función de demanda:  $Q_d$ .

- b) Fórmula (cuadrática) de función de oferta:  $Q_{of}$   
 c)  $P_{eq}$ : Precio de equilibrio.  
 d)  $Q_{eq}$ : cantidad de equilibrio.  
 e) Complete los blancos de la tabla.

<b>P</b>	<b><math>q_{of}</math></b>	<b><math>q_d</math></b>
<b>8</b>	<b>3</b>	<b>26</b>
<b>15</b>	<b>17</b>	<b>22,5</b>
<b>10</b>	<b>6</b>	
		<b>25</b>

- 32) Un producto tiene oferta y demanda lineales. Las dos funciones cumplen los valores de la tabla. Se pide:

- a) Fórmula de  $Q_d$   
 b) Fórmula de  $Q_{of}$   
 c) Halle  $P_{eq}$   
 d) Halle  $Q_{eq}$   
 e) Halle  $P_{mín}$   
 f) Halle  $P_{máx}$   
 g) Halle  $Q_{sat}$   
 h) Complete la tabla.

<b>P</b>	<b><math>Q_d</math></b>	<b><math>Q_{of}</math></b>
<b>5</b>		<b>3</b>
<b>4</b>	<b>9</b>	
<b>9</b>	<b>5</b>	<b>11</b>
		<b>7,2</b>

## **DOMINIO, IMAGEN.**

### **I) Hallar Dominio Natural de las siguientes funciones**

$$33) \quad F(x) = \frac{5 - |x|}{2}$$

$$34) \quad F(x) = \frac{5 - 2x}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$35) \quad F(x) = \frac{6 - \sqrt[5]{x-2}}{x^3 - 7x^2 + 6x}$$

$$36) \quad F(x) = \frac{8 + \sqrt[7]{x+2}}{x^4 - 8x^2 - 9}$$

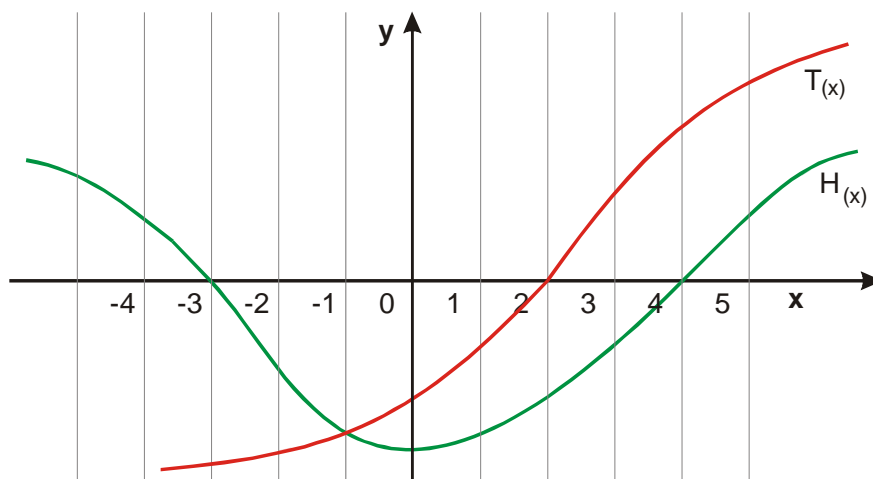
$$37) \quad F(x) = \frac{4 - |x-5|}{3 - |2-x|}$$

- 38)  $F(x) = \frac{6 - |2x|}{3 + |5 - x|}$
- 39)  $F(x) = \frac{8 + |7 - x|}{x^2 + 3}$
- 40)  $F(x) = \sqrt[5]{x^2 - 3x} + \sqrt[4]{2x^2 - 3x}$
- 41)  $F(x) = \sqrt[7]{x - |x|} + \sqrt[8]{x - |x|}$
- 42)  $F(x) = \frac{5}{3 - \sqrt{x}}$
- 43)  $F(x) = \log_{(x+3)} 5$
- 44)  $F(x) = \log_{(x-1)} (2x - 8)$
- 45)  $F(x) = \sqrt[8]{4 - |x|}$
- 46)  $F(x) = \log_3 [(5x - 3)(4 - 2x)]$
- 47)  $F(x) = \log_2 \left( \frac{-7}{(x+3)(1-x)} \right)$
- 48)  $F(x) = \arcsen(2x - 3)$
- 49)  $F(x) = \arccos \left( \frac{x+1}{x-3} \right)$
- 50)  $F(x) = \frac{2x - 3}{2 - \sqrt[4]{x}}$
- 51)  $F(x) = \frac{5 - (x - 3)}{2\sqrt{4 - |x|}}$
- 52)  $F(x) = \log_3 \left( \frac{1}{1-x} \right)$
- 53)  $F(x) = \sqrt[3]{5 - 8x} + \log_5 \left( \frac{G(x)}{H(x)} \right)$

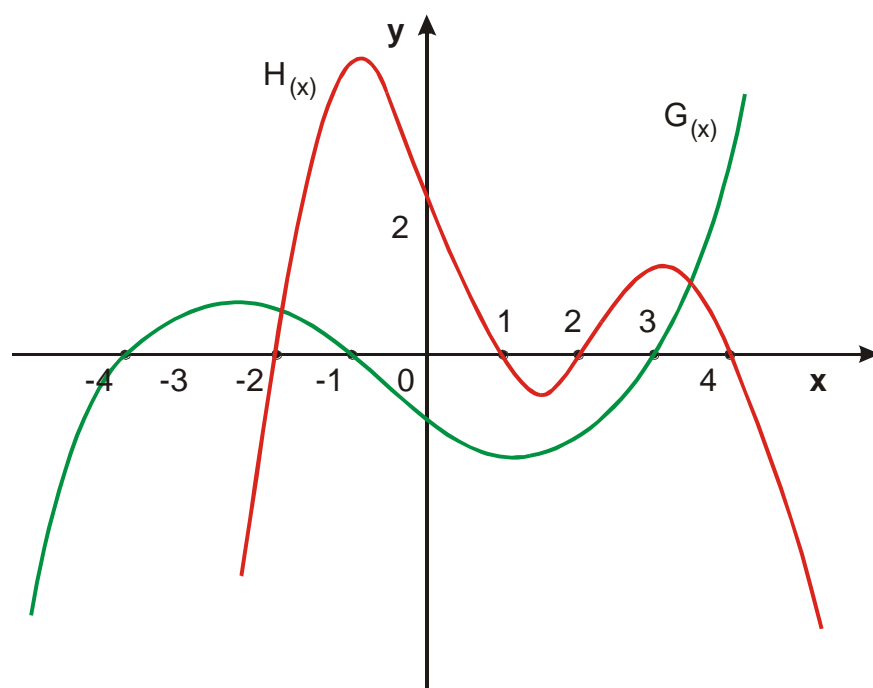
54) Halle el Dominio de  $F(x)$  (ver gráfico adjunto).

$$F(x) = \frac{1}{x^2 - 8x + 7} + \sqrt[8]{(H(x))(T(x))}$$





- 55) Halle el Dominio de  $F(x) = \ln [H(x) - G(x)]$  y de  $L(x) = \sqrt[6]{\frac{H(x)}{G(x)}} + \sqrt[5]{G(x)}$  (ver gráfico adjunto).



**J) Hallar la Imagen de las siguientes funciones indicando también su Dominio.**

- 56)  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / F(x) = \frac{5x-7}{2}$   
 57)  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / F(x) = 2 - \frac{7-2x}{4}$   
 58)  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / F(x) = 3x^2 + 7x + 1$   
 59)  $F(x) = \frac{3x+1}{x-2}$   
 60)  $F(x) = \frac{1}{x-1}$   
 61)  $F(x) = 2 + |x-3|$

$$62) \quad F(x) = 3 - |5 + x|$$

$$63) \quad F(x) = \frac{2x+7}{4-3x}$$

## POSITIVIDAD, NEGATIVIDAD, CEROS.

**K)** Hallar Conjuntos de Positividad (CP), Conjuntos de Negatividad (CN) y Conjuntos de Ceros (CC). En cada caso aclare el Dominio.

$$64) \quad F(x) = \frac{2x+3}{4}$$

$$65) \quad F(x) = 7 - \frac{2-5x}{4}$$

$$66) \quad F(x) = \frac{x+8}{x-3}$$

$$67) \quad F(x) = 6 - |x+1|$$

$$68) \quad F(x) = \frac{|4x-8|-2}{3} - 5$$

$$69) \quad F(x) = x^2 - 3x$$

$$70) \quad F(x) = x^3 - 7x^2 + 6x$$

$$71) \quad F(x) = x^4 - 8x^2 - 9$$

$$72) \quad F(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x$$

$$73) \quad F(x) = \frac{2+3x}{5-2x}$$

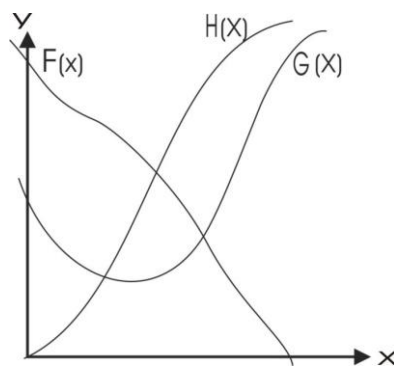
$$74) \quad F(x) = (x^4 - 5x^2 + 4)(3x^3 - 10x^2 + 3x)$$

$$75) \quad F(x) = \frac{2}{x-3}$$

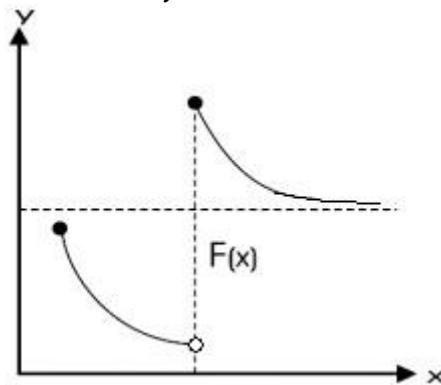
## BIYECTIVIDAD, MONOTONIA, PARIDAD

**L)** Para cada función indique si es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, estrictamente creciente, estrictamente decreciente, estrictamente monótona, par, impar.

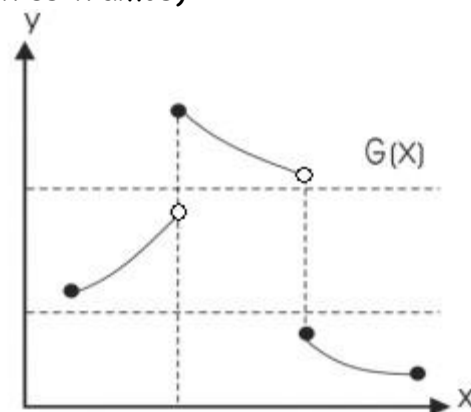
76)



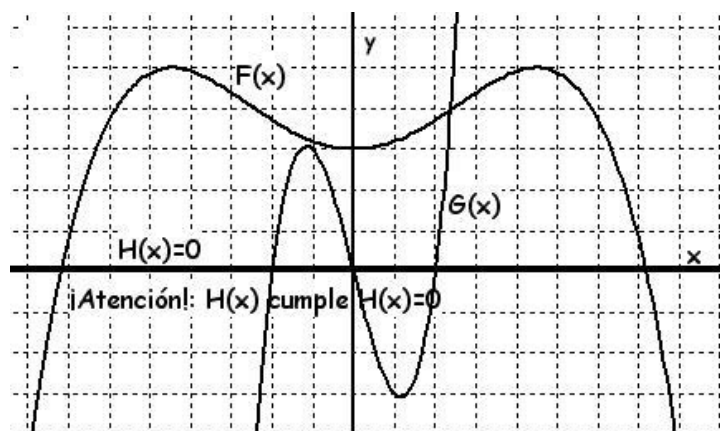
77) (F es UNA función con dos tramos).



78) (F es UNA función con tres tramos)



79)



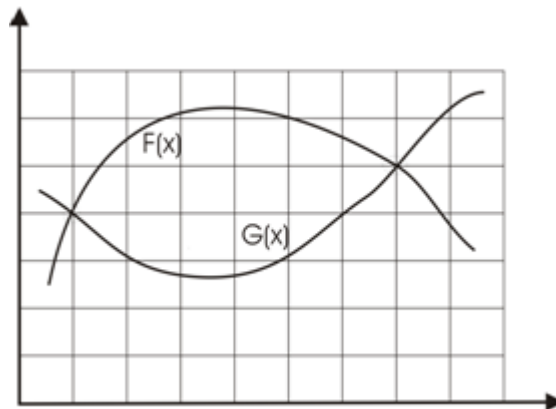
80) Indique para las siguientes funciones cuál es inyectiva, cuál es sobreyectiva, cuál es biyectiva, cuál es estrictamente creciente, cuál es estrictamente decreciente, cuál es estrictamente monótona, cuál es par, cuál es impar.

- a)  $F(x) = x^3$
- b)  $F(x) = x^4$
- c)  $F(x) = x^4 + x^3$
- d)  $F(x) = |x|$
- e)  $F(x) = [x]$
- f)  $F(x) = 0$
- g)  $F(x) = \text{Sen } x$
- h)  $F(x) = \text{Cos } x$
- i)  $F(x) = 2^x$

**M)** Resolver las ecuaciones e inecuaciones siguientes para las cuales disponga de la suficiente información en el gráfico. En caso contrario, indique la imposibilidad de resolverla con los datos del gráfico.

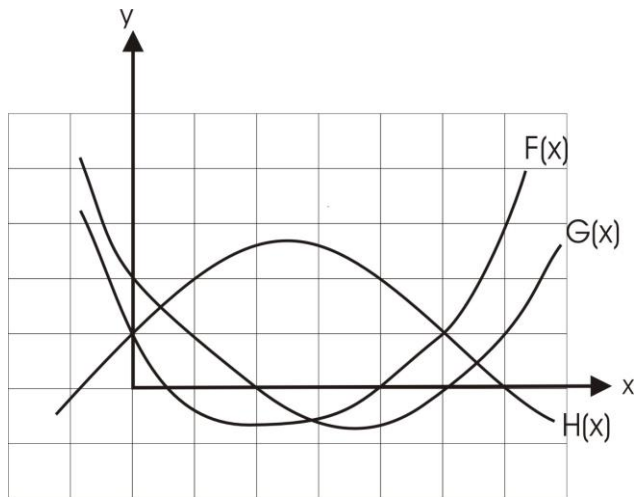
81)

- a)  $F(x) = G(x)$
- b)  $F(x) > G(x)$
- c)  $G(2 - |x - 1|) = F(1)$
- d)  $CP(G)$
- e)  $CN(F - G)$
- f)  $G(2 - x^3) > 4$



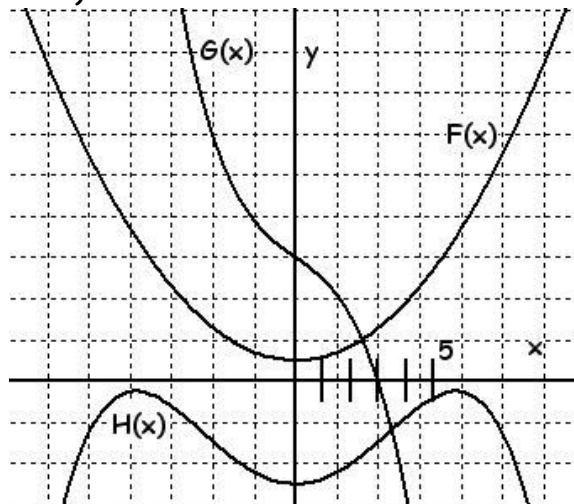
82)

- a)  $CC(H); CP(G)$
- b)  $CC(F-H); CP(F-G)$
- c)  $H(3 - |5 - x|) = 2$
- d)  $F(5 - |2 - 7x|) = H(5)$



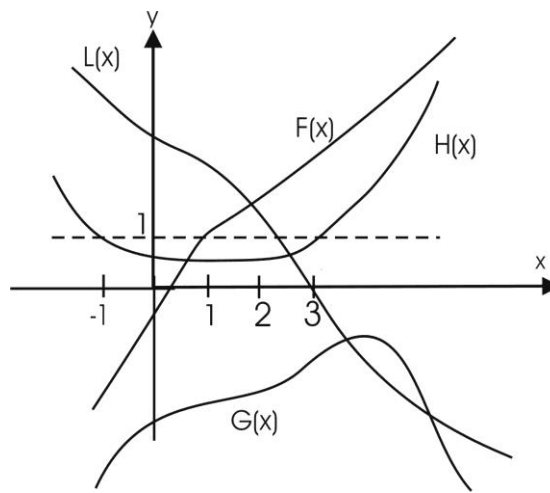
83)

- a)  $(5 + 3x) \cdot F(2x - 3) < 0$
- b)  $(5 + 3x) \cdot G(2x - 3) < 0$
- c)  $(5 + 3x) \cdot H(2 - 3x) < 0$
- d)  $F(5 - 3x) = F(2 - 5x)$
- e)  $G(3 + 4x) < G(5 - x)$



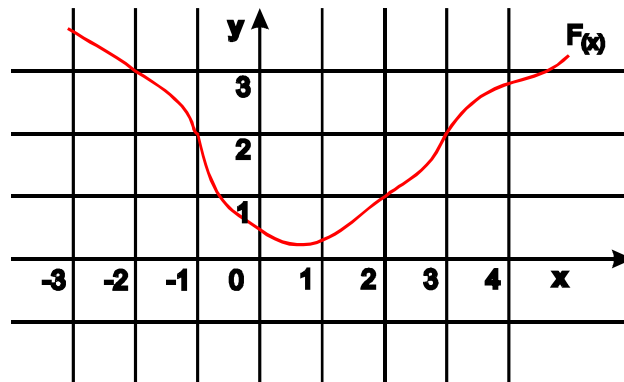
84)

- a)  $(2 - 7x) \cdot (5 + 2x) \cdot G(3 - 8x) > 0$
- b)  $H(5 + 3x) = H(3)$
- c)  $F(5 - 8x) = F(7 + 2x)$
- d)  $F(5x + 2) > F(1)$
- e)  $L(2x - 5) < L(4 - 5x)$



85) Resuelva la ecuación siguiente. Utilice el gráfico adjunto.

$$F_{(1-|2x+5|)} = 2$$



## N) FUNCIONES POLINÓMICAS

86) Operar según se indica más abajo con los siguientes polinomios:

$$P(x) = x^3 - 7x + 8$$

$$Q(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$R(x) = 2x^4 - 7x^2 + 8x$$

$$S(x) = x^3 - 4x$$

$$T(x) = 3x^3 - 5x^2$$

a)  $P + Q$

c)  $P / Q$

e)  $T^3$

b)  $P \cdot Q$

d)  $S^2$

87) Hallar el resto sin dividir (aplique Teorema del Resto)

a)  $(3x^3 - 7x^2 + 8x) : (x + 2)$

b)  $(2x^2 - 5x + 3) : (x - 1)$

c)  $(x^5 - 7x^2 + 8) : (x + 3)$

88) Hallar fórmulas de funciones polinómicas que cumplan lo pedido

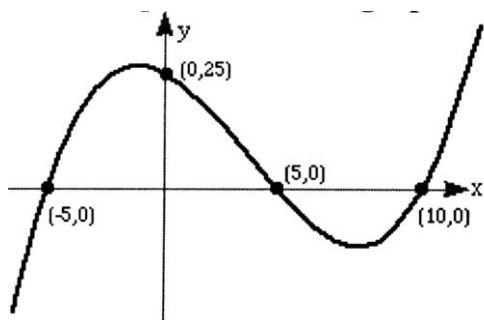
a)  $F(x)$  es de grado 3 y tiene raíces 1 ; -3 y 2

b)  $F(x)$  es de grado 4 y tiene raíces 1 ; -3 y 2

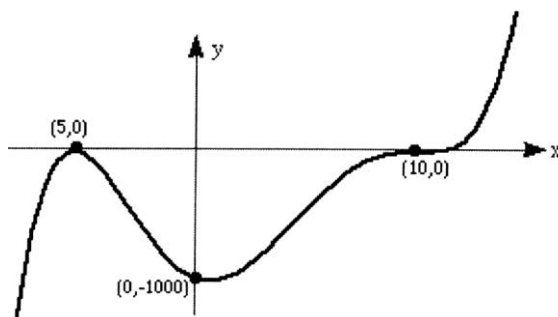
c)  $F(x)$  es de grado 3 y tiene raíces -2 ; 1 ; 4 y  $F(1) = 2$

89) Hallar las fórmulas de funciones polinómicas en cada ítem.

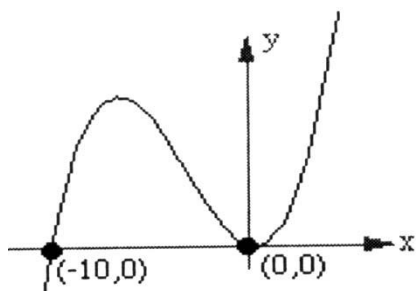
a)



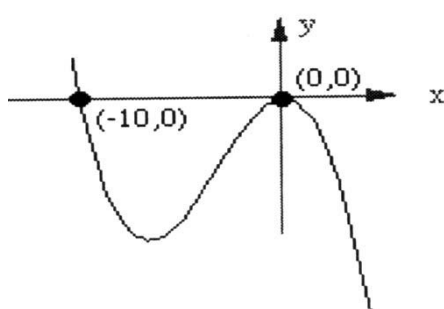
b)



c)



d)



90) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por A ; B y C.

a)  $A = (3; 2)$   $B = (1; 0)$   $C = (5; 1)$

b)  $A = (0; 0)$   $B = (1; 6)$   $C = (4; 1)$

91) Hallar la fórmula de la función  $F(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) que cumple

$x$	$F(x)$
-2	-1
2	4
5	1

92) Hallar la fórmula de la función

$$F(x) = \frac{x+b}{cx+d} \text{ que cumple:}$$

$x$	$F(x)$
1	$-3/4$
-1	$-1/4$
2	-2

93) El polinomio  $P(x) = x^4 - 6x^3 + 29x + m$  cumple:  $3 \in CC(P)$ . Se pide:

- a) Hallar  $m$
- b) Hallar  $CC(P)$ .

## O) MÉTODO DE LA SECANTE Y DE BISECCIÓN

94) Hallar una solución aproximada de la siguiente ecuación por el método de la secante, sabiendo que la función cambia de signo en el intervalo  $[0 ; 2]$ . Utilice como criterio de stop  $|X_3 - X_2| < 0.01$

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

- a) iniciando con  $X_1 = 0.1 ; X_2 = 0.6$
- b) iniciando con  $X_1 = 1.3 ; X_2 = 1.4$
- c) si bien no tenemos información sobre el intervalo  $[-2 ; -1.5]$  inicie con  $x_1 = -2 ; x_2 = -1.5$ , compare el resultado con los anteriores, obtenga el grafico de la función correspondiente usando Graphmatica y estime aproximadamente una sucesión de  $X_2$  en este ítem
- d) aplique el método de bisección para obtener la raíz aproximada al 0.1.

95) Hallar una solución aproximada de la ecuación:  $0.5x^3 - 3x + 3 = 0$ .

- a) iniciando con  $X_1 = -4 ; X_2 = -2$
- b) iniciando con  $X_1 = -2 ; X_2 = -1$
- c) Obtenga la solución aproximada al 0.1 usando el método de bisección

CRITERIO DE STOP:  $|X_3 - X_2| < 0.001$ .

Grafique la función correspondiente y estime aproximadamente la sucesión de los  $X_2$ .

96) Preparar una planilla en Excel (u otra planilla de cálculo) con una grilla que contenga columnas para:  $X_1, X_2, Y_1, Y_2, X_3, |X_3 - X_2|$ , que sirva para resolver la ecuación del ejercicio anterior.

Luego prepare un programa en Visual Basic para el método de bisección