Apunte teórico: Función lineal

Una función lineal es una función de la forma

Notación de función: $f(x) = mx + b$

Donde *m* y *b* son números reales

Notación de ecuación (ecuación de la recta): $y = mx + b$

A esta forma de expresar la función lineal se la llama: forma explícita. Para llegar de una expresión cualquiera a la forma explícita hay que despejar la variable dependiente (y) en un miembro de la igualdad, y llegar la forma *mx+b* en el otro.

La Pendiente

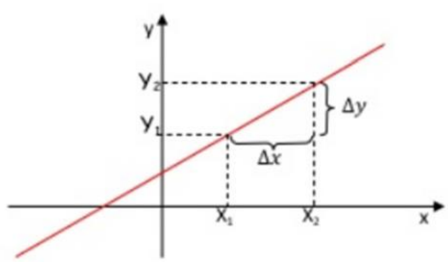
Si $y = mx + b$, entonces:
a) *m* se llama *pendiente* y determina la inclinación de la recta.

b) El signo de la pendiente determina si la recta es creciente (m>0) o decreciente (m<0)

c) Si m = 0 la recta es una función constante.

d) La pendiente de una recta puede obtenerse a partir de dos puntos ($P_1 y P_2$) que pertenezcan a ella de la siguiente forma:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ donde } P_1 = (x_1 ; y_1) \; y P_2 = (x_2 ; y_2)$$



Ejemplo

La pendiente de la recta que pasa por (2, −3) y (1, 2) se expresa por

$$m = \frac{2-(-3)}{1-2} = \frac{5}{-1} = -5$$

Ordenada al origen

Cuando $x = 0$, $y = b$ o bien $f(0) = b$, determina el punto de intersección de la función con el eje Y. Se denomina *ordenada al origen.* Este punto será el (0;*b*)

Ejemplos

La función $f(x) = 5x - 1$ es una función lineal donde $m = 5$ y $b = -1$.

Las siguientes ecuaciones no están dadas en su forma explícita, pero se pueden obtener despejando *y* :

$3x - y + 4 = 0$ $\quad y = 3x + 4$

$4y = 0$ $\quad y = 0$

$3x + 4y = 5$ $\quad y = -(3/4)x + 5/4$

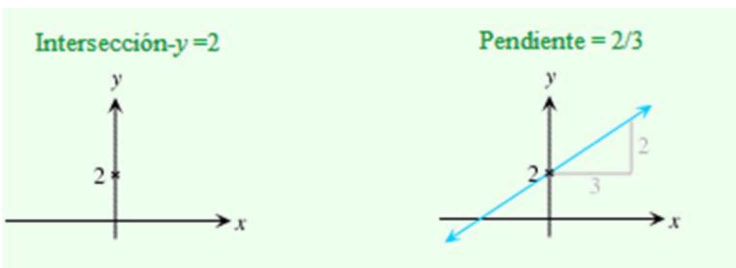
Gráfica de una función lineal

Trabajaremos dos métodos para dibujar la gráfica de una función lineal.

(a) Conociendo la pendiente y la ordenada al origen

Escriba la función en la forma $y = mx+b$, y después dibuje la recta con intersección en y igual a b y pendiente igual a m, usando la variación en y (vertical) y en x (horizontal) partiendo desde b. Para esto debe considerarse a la pendiente como un número racional y el signo del mismo cambiará el sentido vertical en que debe "moverse".

Por ejemplo: dada $y = \frac{2}{3}x + 2$



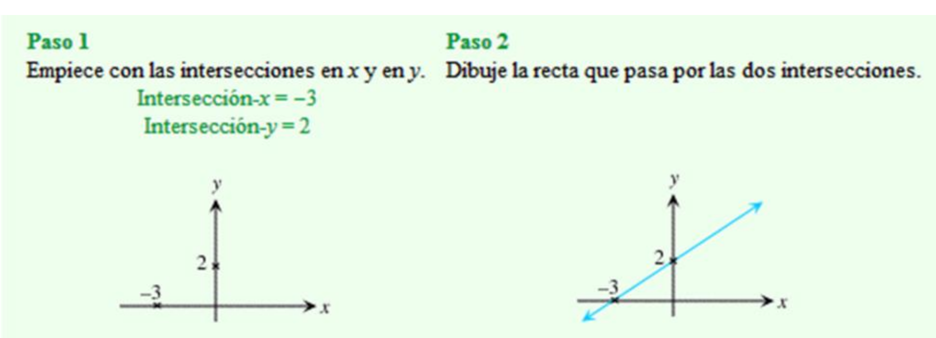
(b) Con la raíz y la ordenada al origen

Calcule las intersecciones en x e y, y después trace la recta que pasa por aquellos dos puntos. Para calcular la intersección en x *(raíz)* de una recta, establezca $y = 0$ en su ecuación y despeje a x. Para calcular la intersección en y, establezca $x = 0$, y despeje la variable dependiente y. Este método sirve solo cuando la recta no pasa por el origen. En este caso, tendrá que trazar un punto adicional o usar el primero método.

Usamos este método en el primer ejemplo:

Para obtener la intersección en x, establezca $y = 0$. La ecuación será entonces $0 = \frac{2}{3}x + 2$ despejando obtenemos $x = -3$. Esta es la intersección en x, llamada **raíz**. Para obtener la intersección en y, establezca $x = 0$, y obtenemos $y = \frac{2}{3}.0 + 2$, entonces $y = 2$.

La siguiente figura muestra dos pasos para trazar el gráfico:

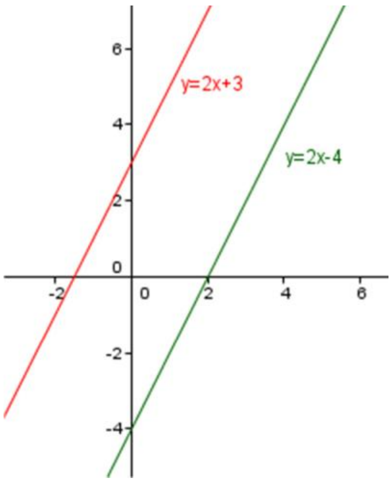


Paralelismo y perpendicularidad

(a) Paralelas

Consideremos r1 y r2 siendo: r1: $y = 2x - 4$ r2: $y = 2x + 3$

Observemos ambas rectas graficadas en un mismo sistema de ejes cartesianos:



Podemos denotar fácilmente, que ambas rectas tienen la misma inclinación, es decir, son *paralelas.*

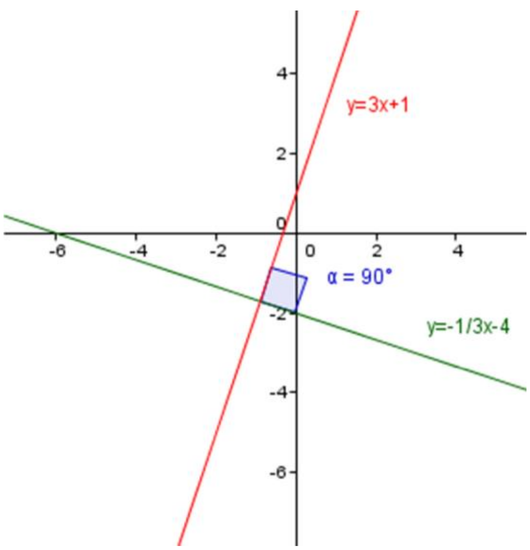
Esto ocurre siempre que $N_1 = N_2$ donde N_1 corresponde a la pendiente de la recta r1 y N_2 corresponde a la pendiente de la recta r2; es decir, las rectas tienen la misma pendiente.

En nuestro ejemplo, ambas pendientes son igual a 2.

(b) Perpendiculares

Consideremos r1 y r2 siendo: r1: $y = -\frac{1}{3}x + 2$ r2: $y = 3x - 1$

Observemos ambas rectas graficadas en un mismo sistema de ejes cartesianos:



Las rectas forman entre si un ángulo de 90°. Estas rectas son *perpendiculares*.

Esto ocurre siempre que $N_1 = \frac{-1}{N_2}$ donde N_1 corresponde a la pendiente de la recta r1 y N_2 corresponde a la pendiente de la recta r2; es decir, las rectas tienen pendientes opuestas e inversas.

En nuestro ejemplo, una pendiente es 3, y la otra es -1/3