K. Halle asíntotas (todas)

67) $f(x) = \dfrac{(x+2)(x+3)(x-1)}{(x+3)(x+5)}$

$$f(x) = \frac{(x+2)(x-1)}{x+5} = \frac{x^2-x+2x-2}{x+5} = \frac{x^2+x-2}{x+5}$$

Asíntota Horizontal

Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la función no tiene asíntota horizontal.

$$AH = \nexists$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 el denominador.

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{ -3;\ -5 \}$$

$$\mathbf{x = -5}$$

Asíntota Oblicua

Las asíntotas oblicuas aparecen cuando elgrado del numerador es exactamente una unidad mayor que el grado deldenominador.

$$AO = mx + b$$

DETERMINACIÓN DE **m**

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-2}{x+5}\,\frac{1}{x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-2}{x^2+5x} = 1$$

$\dfrac{1}{1}$, *exponentes de los mayores grados, es decir:*

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}-\frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{5x}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}{1+\frac{5}{x}} = \frac{1+0+0}{1+0} = 1$$

Resumiendo:

$$\mathbf{m = 1}$$

DETERMINACIÓN DE **b**

$$b = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \to \infty} [f(x) - x]$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x + 5} - x = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x - 2 - x(x+5)}{x+5}$$

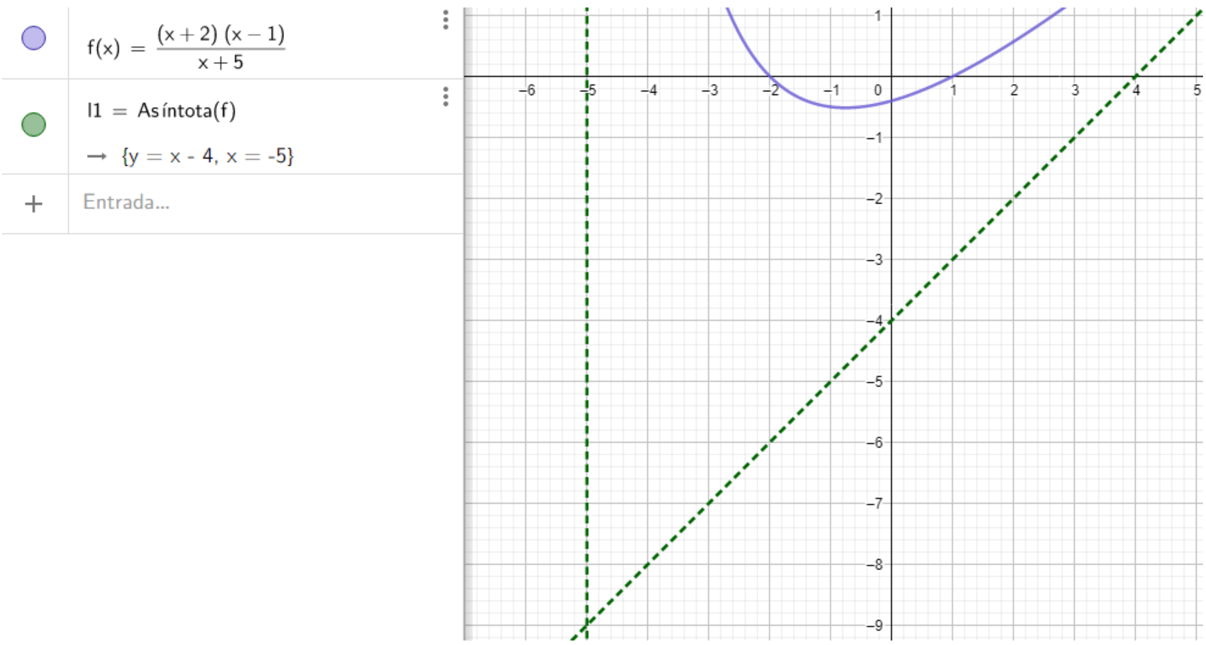
$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x - 2 - x^2 - 5x}{x+5} = \lim_{x \to \infty} \frac{-2 - 4x}{x+5}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{-2}{x} - \frac{4x}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{5}{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{0 - 4}{1 + 0} = -4$$

Resumiendo :
b = 1

$$\textit{Entonces si}: \; mx + b = 1 * x + (-4)$$
y = x − 4

Verificación:



68) $f(x) = \dfrac{(x-2)(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+5)}$

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+5)}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{ -5;\ 2 \}$$

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+5)} \approx \frac{(x+4)(x-1)}{x+5} \approx \frac{x^2 - x + 4x - 4}{x+5} \approx \frac{x^2 + 3x - 4}{x+5}$$

Asíntota Horizontal

Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la función no tiene asíntota horizontal.

$$AH = \nexists$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador.*

$$\mathbf{x = -5}$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = mx + b$$

DETERMINAR M

$$\mathbf{m} = \lim_{\mathbf{x \to \infty}} \frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x+5} * \frac{1}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x} = \mathbf{1}$$

DETERMINAR B

$$\mathbf{b} = \lim_{\mathbf{x \to \infty}} [\mathbf{f(x) - mx}] = \lim_{x \to \infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x+5} - x$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 3x - 4 - x(x+5)}{x+5} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 3x - 4 - x^2 - 5x}{x+5}$$

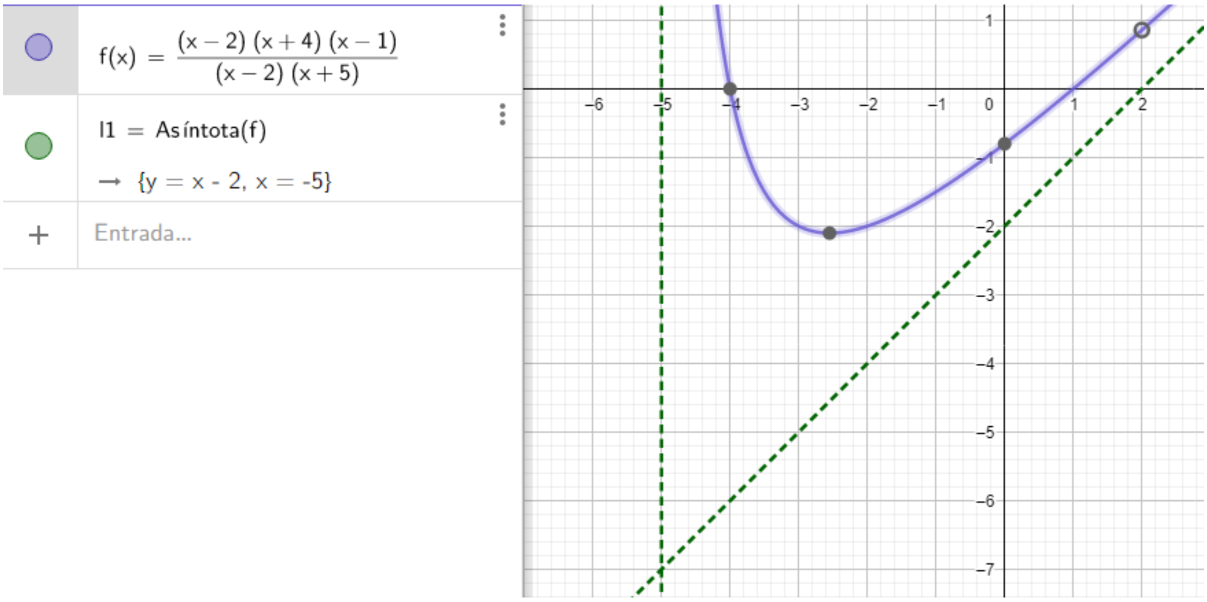
$$= \lim_{x \to \infty} \frac{-2x - 4}{x+5} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{-2x}{x} - \frac{4}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{5}{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{-2 - 0}{1 + 0} = -\frac{2}{1} = \mathbf{-2}$$

DETERMINAR AO

$$AO = mx + b = 1 * x + (-2)$$

$$\mathbf{y = x - 2}$$

Verificación:



69) $f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x^2+8}$

$$f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x^2+8}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \left\{ 2\sqrt{2} \right\}$$

$$f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x^2+8} = \frac{2x^3+3x^2+16x+25}{x^2+8}$$

Asíntota Horizontal

Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la función no tiene asíntota horizontal.

$$AH = \nexists$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 el denominador.

$$\mathbf{x = 2\sqrt{2}}$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = mx + b$$

DETERMINAR M

$$\mathbf{m} = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^3+3x^2+16x+25}{x^2+8} * \frac{1}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^3+3x^2+16x+25}{x^3+8x} = 2$$

$$DETERMINAR\ B$$

$$\mathbf{b} = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 16x + 25}{x^2 + 8} - 2x = \frac{3x^2 + 25}{x^2 + 8} = 3$$

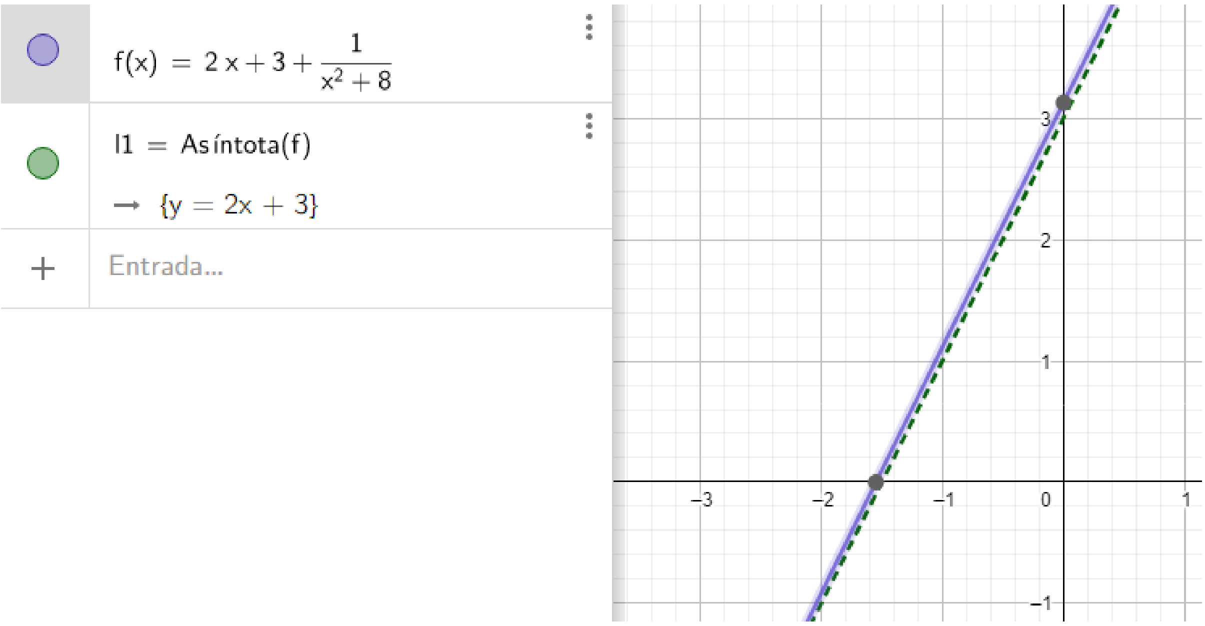
$$=$$

$$DETERMINAR\ AO$$

$$AO = mx + b = 2*x + 3$$

$$\mathbf{y} = 2\mathbf{x} + \mathbf{3}$$

Verificación (**Geogebra no me arroja valor para la asíntota vertical**):



70) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 1}$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R}$$

Asíntota Horizontal

Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la función no tiene asíntota horizontal.

$$AH = \nexists$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 el denominador.

$$\mathbf{x = \pm i}$$
$$AV = \nexists$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = mx + b$$

DETERMINAR M

$$\mathbf{m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2+1} * \frac{1}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^3+x} = \mathbf{1}$$

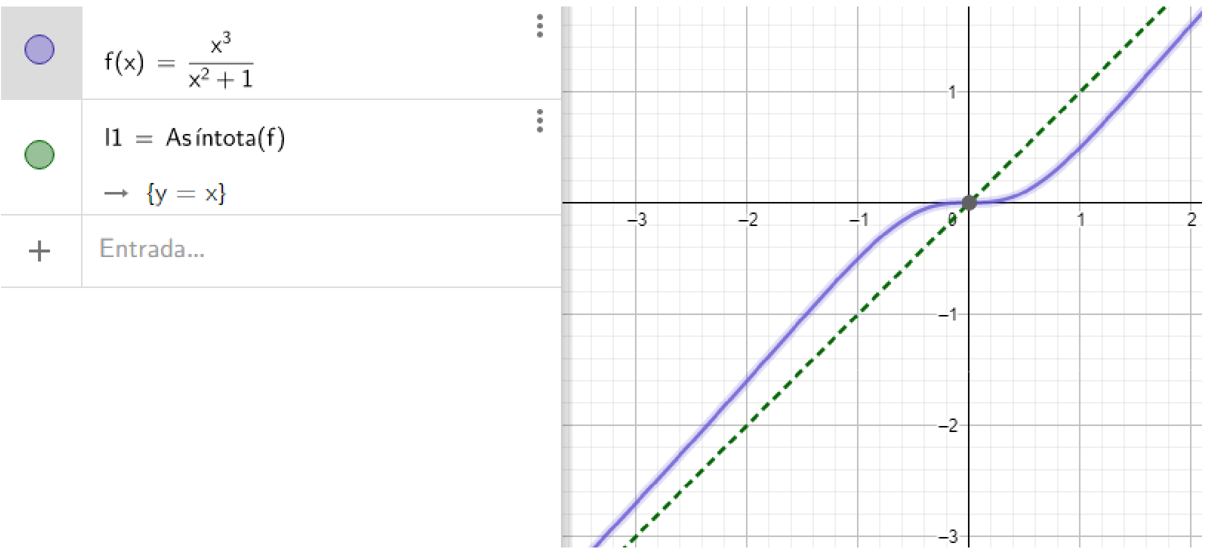
DETERMINAR B

$$\mathbf{b = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx]} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2+1} - 1x = -\frac{x}{x^2+1} = -\frac{\frac{x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}} = \frac{0}{1+0} = \mathbf{0}$$

DETERMINAR AO

$$AO = mx + b = 1{*}x + 0$$
$$\mathbf{y = x}$$

Verificación:



71) $f(x) = \frac{1}{x-4}$

$$f(x) = \frac{1}{x-4}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{\ 4\ \}$$

Asíntota Horizontal

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x-4} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-4} = 0$$

$$y = 0$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador.*

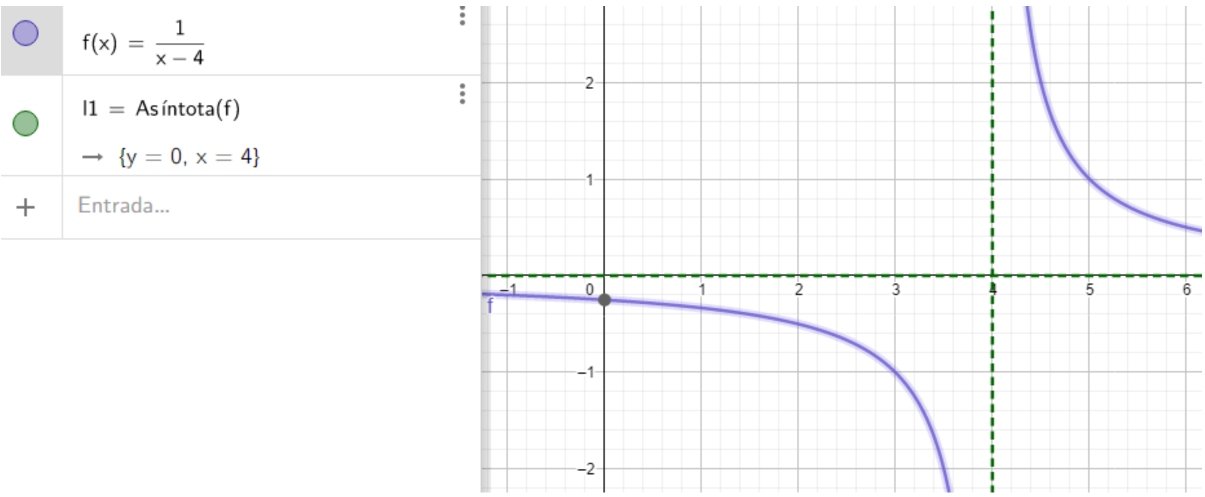
$$x = 4$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = \nexists$$

Verificación:



72) $f(x) = 5 + \frac{2}{x^2}$

$$f(x) = 5 + \frac{2}{x^2}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{\,0\,\}$$

$$f(x) = 5 + \frac{2}{x^2} = \frac{5x^2 + 2}{x^2}$$

Asíntota Horizontal

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^2+2}{x^2} = 5$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{5x^2+2}{x^2} = 5$$

$$y = 5$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador*.

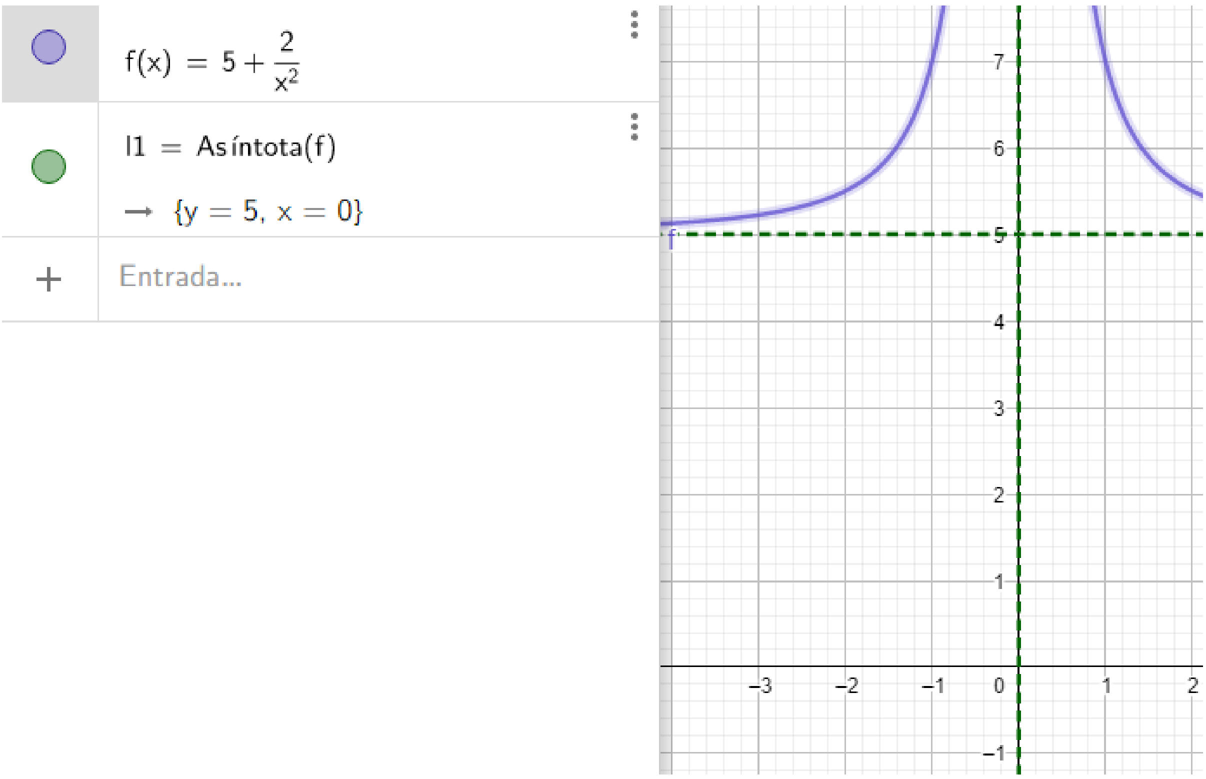
$$x = 0$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = \nexists$$

Verificación:



73) $f(x) = e^x$

$$f(x) = e^x$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R}$$

Asíntota Horizontal

En la función exponencial, la AH se obtiene igualando la función al término independiente.

$$AH = e^x + 0$$

$$\mathbf{y = 0}$$

Asíntota Vertical

$$\mathbf{AV = \nexists}$$

(*no sé justificar el porqué*)

Asíntota Oblicua

$$\mathbf{AO = \nexists}$$

(*no sé justificar el porqué*)

Verificación:

74) $f(x) = \dfrac{8 - x^3}{2 - x}$

$$f(x) = \frac{8 - x^3}{2 - x}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{\ 2\ \}$$

Asíntota Horizontal

Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la función no tiene asíntota horizontal.

$$\mathbf{AH = \nexists}$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador.*

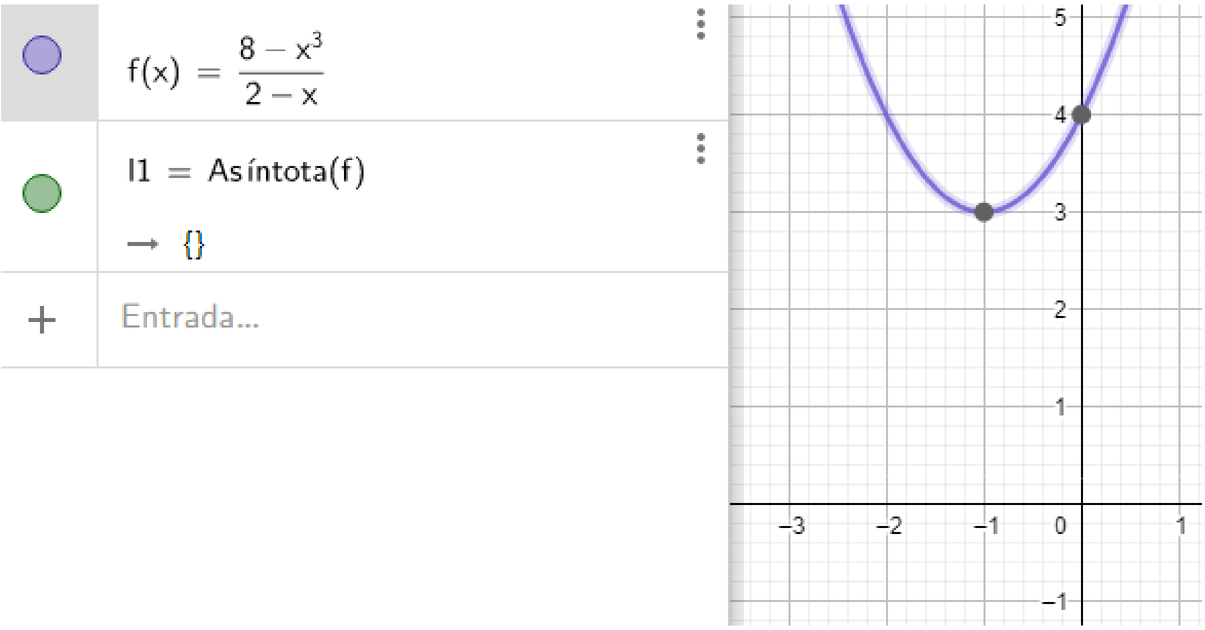
$$x = 2$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$AO = \nexists$$

Verificación (**Geogebra no me arroja valor para la asíntota vertical**):



75) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-2x}$

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-2x}$$

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{\ 0;\ 2\ \}$$

Asíntota Horizontal

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+2}{x^2-2x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{0+0}{1-0} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+2}{x^2-2x} = 0$$

$$y = 0$$

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador.*

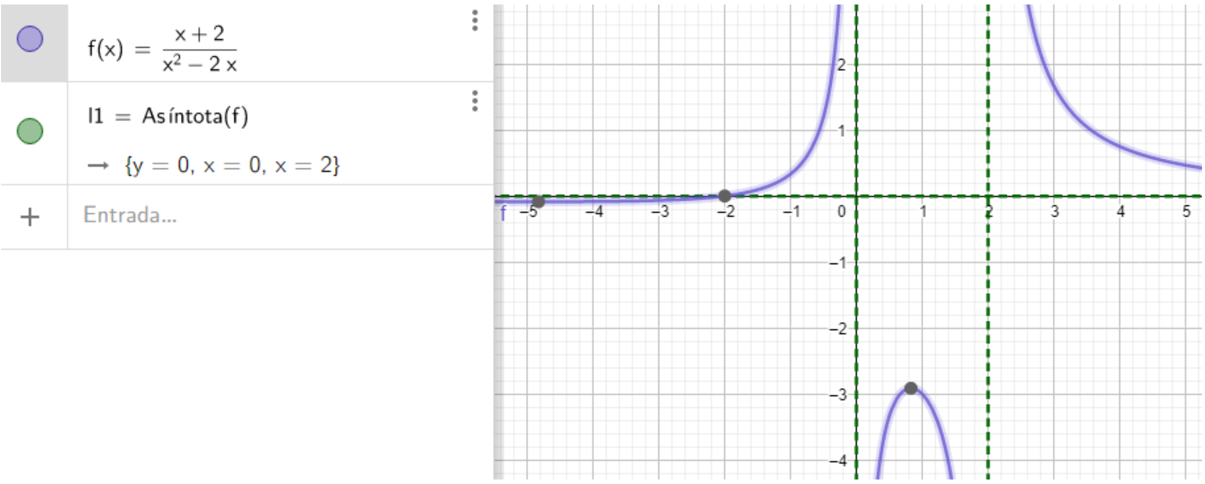
$$\text{AV}\begin{cases} \mathbf{x = 0} \\ \mathbf{x = 2} \end{cases}$$

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

$$\text{AO} = \nexists$$

Verificación:



76) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x^4 + 3x + 2}$

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x^4 + 3x + 2} = \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{(x+1) * \left(x^3 - x^2 + x + 2\right)}$$

Por propiedad hankelliana, en el primer paréntesis del denominador $\mathbf{x = -1}$

(para el 0 del 2do paréntesis el resultado es un horror; por el momento, si no hay necesidad de más, dejamos esta determinación aquí)

$$Dom\ f(x) = \mathbb{R} - \{\ 0;\ ?\ \}$$

Asíntota Horizontal

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x^4 + 3x + 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} - \frac{8x}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4} + \frac{3x}{x^4} + \frac{2}{x^4}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{0 - 0 - 0}{1 + 0 + 0} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x^4 + 3x + 2} = 0$$

(me acabo de dar cuenta que no sé "calcular"o la diferencia, en estos dos últimos casos, entre un infinito positivo y uno negativo)

Asíntota Vertical

Calculamos los valores de x que hacen 0 *el denominador.*

(véase la primera anotación que hice:
usaré solo el único resultadopara x que he calculado)

x = 0

Asíntota Oblicua

Hay asíntota oblicua cuando elgrado del numerador es una unidad mayor que el del denominador.

Por tanto, **AO = ∄**

Verificación: