Probabilidad y Estadística

4

Actividades de Aprendizaje

Conceptos y definiciones de esta clase:

- Probabilidad
- Modelos determinísticos
- Modelos no determinísticos
- Experimento Aleatorio
- Espacio Muestral
- Suceso Aleatorio
- Axiomas de probabilidad
- Variable aleatoria discreta
- Sucesos independientes
- Regla de la suma

Presentación

Hasta aquí, hemos estudiado diversos métodos que nos permiten recopilar, organizar, agrupar, analizar y presentar datos, para luego establecer algunas relaciones entre datos.

En el presente módulo pasaremos de lo descriptivo (estadístico) a lo probable.

Y para poder materializar este objetivo, comenzaremos analizando lo que es un experimento y las posibilidades de que algún suceso en particular se manifieste cuando estamos realizando el mencionado ensayo.

¿De qué manera podemos asociar este conocimiento con nuestra labor en Sistemas?

El analista encontrará en esta materia las herramientas para diseñar diversos modelos matemáticos que permitirán describir el comportamiento y/o el resultado de investigaciones en el área de la física, la sociología, agricultura, marketing, medicina y otras áreas del conocimiento.

1. Probabilidad

1.1 Modelos Matemáticos

Describiremos dos tipos de modelos matemáticos. El primer tipo corresponde a modelos cuyos resultados futuros se conocen con exactitud. El segundo tipo corresponde a modelos donde los resultados no se conocen con exactitud.

Los denominamos ***Modelos determinísticos*** y ***Modelos no determinísticos o estadísticos***.

Definición:

Los ***modelos determinísticos*** son aquellos modelos que describen experimentos cuyos resultados quedan determinados inequívocamente a partir de las condiciones en que se los llevarán a cabo.

Los ***modelos no determinísticos*** o estadísticos son aquellos modelos que describen experimentos, cuyos resultados no quedan determinados, inequívocamente, a partir de las condiciones en que se los llevarán a cabo.

Ejemplo 1

El experimento consistirá en poder observar el desplazamiento de un móvil a una velocidad constante durante un determinado tiempo y poder predecir el espacio que el móvil recorrió.

En símbolos:
ν : velocidad; τ : tiempo; e : espacio, distancia

El experimento describe un modelo matemático:
$e = \nu \cdot \tau$

El modelo presentado es un modelo determinístico dado que si los valores de velocidad y tiempo se establecen puede predecirse con exactitud el resultado.

Ejemplo 2

El experimento consistirá en poder observar la cantidad demandada de un bien a partir del precio de dicho bien, sabiendo que la demanda tiene comportamiento lineal[1].

En símbolos:

$$p_i : \text{precio del bien i; } q_i : \text{cantidad demandada del bien i}$$

Por ejemplo:

p_1 : precio del bien 1
p_2 : precio del bien 2
p_3 : precio del bien 3
.
.
.

[1] Observación: Decir que un fenómeno tiene un comportamiento lineal quiere decir, que responderá a la fórmula de la ecuación de una recta que escribir como:

$$y = a - b \cdot x$$

p_i : precio del bien i

q_1 : cantidad demandada del bien 1
q_2 : cantidad demandada del bien 2
q_3 : cantidad demandada del bien 3
.
.
.
q_i : cantidad demandada del bien i

El experimento describe un modelo matemático:

$$q_i = a - b \cdot p_i \text{ para } a > 0 \text{ y } b > 0$$

El modelo presentado **no es un *modelo determinístico*** dado que el precio de un bien no solamente puede establecer la cantidad demandada, es por eso que el resultado no se puede predecir con exactitud.

1.2 Experimento Aleatorio o Estocástico

Nos ocuparemos de estudiar los fenómenos o eventos cuyos comportamientos se explican mediante la utilización de modelos *no determinísticos*.

Definición:

Se llama ***experimento aleatorio o estocástico*** a aquel fenómeno empírico que admite dos o más resultados posibles y en el cual no se tienen elementos de juicio suficientes para poder predecir con exactitud cuál o cuáles de ellos ocurrirán (siempre repitiendo el experimento con las mismas condiciones).

Denotaremos con el símbolo ε al experimento aleatorio

Los *experimentos aleatorios* se diferencian de los *experimentos deterministas*. Los primeros son aquellos que, como ya mencionamos, pueden dar lugar a dos o más resultados posibles realizados en las mismas circunstancias, en cambio los deterministas sólo tienen un resultado posible.

Ejemplo 3

Los siguientes experimentos son *experimentos aleatorios.*

ε_1: Observar la cantidad de autos azules que pasan por la calle durante una hora.
ε_2: Sembrar una semilla y medir la altura que alcanza la planta luego de transcurridos 20 días.
ε_3: Medir el tiempo que transcurre hasta que vuelve a sonar el teléfono.

ε_4 : Observar la calidad que tiene el próximo lápiz fabricado.

ε_5 : Observar el estado del tiempo.

ε_6 : Se entrevista a una persona y se la consulta sobre su ocupación.

ε_7 : Se entrevista a una persona y se la consulta cuál es su sexo y si tiene el hábito de fumar.

ε_8 : Se inspecciona una página escrita a máquina y se cuenta la cantidad de errores que tiene.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 1

Escribir tres ejemplos de experimento aleatorio y tres ejemplos de experimento determinista.

Situación Problemática 2

Responder cuáles de los siguientes son experimentos aleatorios y cuales son deterministas

a. Abrir la página nro. 40 de cualquier libro y leer la primera palabra de esa página.
b. Lanzar un dado y observar qué número sale.
c. Tomar un taxi hasta mi domicilio.
d. Pagar un importe de $45 con un billete de $100.
e. Mezclar un mazo de cartas y extraer una.
f. Calentar agua.
g. Mezclar las mismas cantidades de pintura azul y amarilla.

1.3 Espacio Muestral

Aunque la definición de experimento aleatorio dice que no es posible saber con exactitud cuál será el resultado, sí podemos conocer cuáles serán todos los resultados posibles.

Definición:

El ***espacio muestral*** correspondiente a un experimento aleatorio, es el conjunto de todos los resultados posibles que puede presentar dicho experimento.

Ejemplo 4

Sea el experimento ε : lanzar un dado.
Para determinar cuál es el espacio muestral pienso cuales serían todos los posibles resultados del experimento.
Entonces E = {1, 2, 3, 4, 5,6}.

Ejemplo 5

Sea el experimento ε : lanzar una moneda, entonces el espacio muestral será E={c, s}

Ejemplo 6

Tenemos una caja que contiene 4 bolas negras y 4 bolas rojas, se extrae una bola al azar. Entonces

ε : obtener una bola

E = {negra, roja}.

Los espacios muestrales que observamos en los ejemplos anteriores son finitos, pero podemos encontrar espacios muestrales que tengan infinitos resultados. Por ejemplo, la duración en horas de una lámpara podría variar en un intervalo continuo [0, 1000], donde hay infinitos puntos cada uno de los cuales representa un determinado tiempo entre 0 hs y 1000 hs.

Otro caso sería el peso de varias personas tomado al azar de una población.

Características que deben tener los experimentos aleatorios

1. Se puede repetir indefinidamente
2. No se puede establecer el resultado con anterioridad de forma segura
3. El resultado (e) pertenece al conjunto de todos los posibles resultados (E: espacio muestral). $e \in E$

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 3

Para cada uno de los siguientes experimentos, indicar cuál es el espacio muestral.

1) Se lanza una moneda y se anota el resultado obtenido.
2) Un banco, que atiende al público de 10 hs. a 15 hs. ingresa un cliente a las 13 hs. y se anota el tiempo (en horas) que tarda hasta salir del banco.
3) De un bolillero donde hay bolillas Rojas, Negras, Blanca se extrae 1 bolilla y se anota la bolilla que salió.
4) En un bolillero hay 2 bolillas Rojas, 3 Negras, 4 Blancas, se extraen 2 bolillas y se anotan los colores obtenidos.

1.4 Suceso Aleatorio

Definición:

Se llama ***suceso aleatorio*** a cualquier subconjunto del espacio muestral, correspondiente a un experimento aleatorio.

En símbolos:

$A \subseteq E$ Simbolizaremos con la letra A cuando hablamos de sucesos aleatorios

Sea ε: lanzar un dado una vez. El espacio muestral será E = {1, 2, 3, 4, 5,6}.

Supongamos que nos interesa observar cuando salen números múltiplos de 3. Entonces el suceso A será:

A = {3, 6}

Ahora supongamos que nos interesa observar cuando salen menores a cuatro. Entonces el suceso B será:

B = {1, 2, 3, 4}

Observación: En algunos libros los múltiplos de 3 se escriben como $\dot{3}$

Suceso simple o elemental

Aquel suceso que está compuesto por un solo elemento del espacio muestral.

Suceso nulo o imposible

Aquel suceso que es vacío, o sea no tiene elementos.

Suceso seguro

Es aquel que coincide con el espacio muestral o sea E

Suceso compuesto

Aquel suceso que está compuesto por más de un elemento del espacio muestral.

Ejemplo 7

Una caja contiene 1 bolillas azules, 1 bolillas blancas y 1 bolillas rojas. Se selecciona al azar una bolilla. El experimento consiste en seleccionar una bolilla y observar el color.

El espacio muestral está formado por todas las bolillas posibles de ser seleccionadas.

E: {azul; blanca; roja}

- ✓ ***Suceso Simple*** será:

  A = {blanca}

- ✓ ***Suceso Nulo o imposible***

  Supongamos que B es que aparezca una bolilla verde. Entonces,
  B = ϕ

- ✓ ***Suceso Seguro***

  Supongamos que C es que aparezca una bolilla blanca o una bolilla roja o una bolilla azul. Entonces,
  C = {azul; blanca; roja}

- ✓ Suceso Compuesto

  En este caso no existe el suceso compuesto.

1.5 Definiciones de Probabilidad

Cuando se realiza un experimento aleatorio, el hecho de no conocer los posibles resultados hace que se genere un cierto grado de incertidumbre. Por tal motivo, antes de que el experimento se lleve a cabo es necesario tomar una decisión. Para que ésta sea objetiva, debe contarse con un cuantificador, una función capaz de proporcionar una medida del estado de duda o vacilación en que se encuentra quien decide.

El cálculo de probabilidad permite cuantificar la incertidumbre que provoca un experimento aleatorio y medir la propensión a ocurrir que tiene cada uno de los resultados posibles.

Los axiomas que se enuncian en la siguiente definición se conocen como Axiomas del cálculo de probabilidad y deben cumplirse cualquiera sea la definición que se utilice.

Definición General o Axiomática

Sea un experimento aleatorio ε y su correspondiente espacio muestral E, se llama *probabilidad de ocurrencia de un suceso aleatorio* A a un número real, denotado por $\mathrm{P}(\mathrm{A})$, que cumpla con los siguientes axiomas:

1- La *probabilidad de ocurrencia de un suceso aleatorio* A es un número real no negativo.

En símbolos: $\mathrm{P}(\mathrm{A}) \geq 0$

2- Si el suceso aleatorio es un conjunto vacío, a la *probabilidad de ocurrencia del suceso aleatorio* A se le asigna el valor 0.

En símbolos: Si $\mathrm{A} = \phi$ entonces $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 0$

3- Si el suceso aleatorio coincide con el espacio muestral, a la probabilidad de *ocurrencia del suceso* A se le asigna el valor 1.

En símbolos: Si $\mathrm{A} = \mathrm{E}$ entonces $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 1$

4- La *probabilidad de ocurrencia del complemento de un suceso* A es igual a uno menos la *probabilidad de ocurrencia del suceso* A.

En símbolos: $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A})$

Como consecuencia de los axiomas, se tiene que la *probabilidad de ocurrencia del suceso* A necesariamente es

$$0 \leq \mathrm{P}(\mathrm{A}) \leq 1$$

Definición

Sea un experimento aleatorio ε, un espacio muestral E, finito, y un suceso aleatorio A incluido en él. Llamaremos *n* a la cantidad de elementos de E (casos posibles del experimento), todos igualmente posibles, y sea *k* la cantidad de elementos que contiene el suceso aleatorio A (casos favorables al suceso). Llamaremos *Probabilidad* *de ocurrencia del suceso aleatorio* A al cociente entre los casos favorables al suceso A y los casos posibles del experimento ε.

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{k}{n}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{\text{casos favorables al suceso}}{\text{casos posibles del experimento}}$$

Ejemplo 8

Una caja contiene 3 bolillas azules, 2 bolillas blancas y 5 bolillas rojas. Se selecciona al azar una bolilla.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bolilla seleccionada sea azul?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bolilla no sea azul?

Solución:

El experimento consiste en seleccionar una bolilla y observar el color.

El espacio muestral está formado por todas las bolillas posibles de ser seleccionadas.

E: {azul; azul; azul; blanca; blanca; roja; roja; roja; roja; roja}

a) El suceso aleatorio es: color azul

A : {azul; azul; azul}

La cantidad de elementos que contiene el espacio muestral es el total de bolillas que hay en la caja

n: 3

Si todas las bolillas tienen la misma posibilidad de ser extraídas, entonces la probabilidad de seleccionar una bolilla azul es

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{k}{n} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

b) El suceso aleatorio es: color no azul

El suceso complemento de A, será que extraiga una bolilla no azul. Entonces,

$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = \frac{n-k}{n} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

Con lo que se comprueba que

$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A})$$

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 4

Supongamos que de un mazo de 40 cartas españolas seleccionamos sólo 4 ases, 1 rey de diamante, 1 rey de pica y 2 Jockey (comodines) y extraemos de esta selección una carta al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta seleccionada sea un as?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta seleccionada sea jockey?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta seleccionada sea rey?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta seleccionada sea rey de pica?
e) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta no sea diamante?
f) ¿Cuál es la probabilidad de que la carta no sea pica?

Explicitar el espacio muestral y definir los sucesos antes de encontrar las probabilidades.

Situación Problemática 5

Buscar dos gráficos estadísticos diferentes que hayan aparecido en el diario. Para cada uno de ellos describe el experimento aleatorio al que se refieren, los sucesos asociados y cuál de ellos es más probable.

Situación Problemática 6

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 4 al tirar un dado?
b) ¿y la de sacar un número impar?
c) ¿y la de sacar un 8?
d) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número menor o igual que 6?
e) ¿y la de no sacar 5?

1.6 Definición Frecuencial o Empírica

Dado un experimento aleatorio ε, un espacio muestral E, y un suceso A incluido en él. Sea n la cantidad de veces que se repite el experimento ε, todas bajo las mismas condiciones, y sea k la cantidad de veces que se presenta el suceso A. Si n es lo suficientemente grande como para que se cumpla el principio de estabilidad de la frecuencia relativa, llamaremos Probabilidad Frecuencial de ocurrencia del suceso aleatorio A a la frecuencia relativa correspondiente a dicho suceso.

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = f(\mathrm{A}) = \frac{k}{n}$$

Ejemplo 9

En una empresa dedicada a la producción de materiales para electricidad, se fabrican lámparas incandescentes en forma continua. De la producción del día, en el departamento de Control de Calidad de la empresa, se inspeccionaron 700 lámparas seleccionadas al azar; encontrándose exactamente 105 lámparas defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar, en el día, una lámpara defectuosa?

Solución:

El experimento consiste en la inspección de una lámpara y la clasificación en defectuosa o No defectuosa.

El espacio muestral es E: {defectuosa; no defectuosa}

El suceso aleatorio es A : {defectuosa}

Dado que se inspeccionarán 700 lámparas, entonces el experimento aleatorio se repite 700 veces, luego

n: 700

Si se encontraron 105 lámparas defectuosas, entonces el suceso aleatorio se presentó 105 veces, luego

K: 105

La frecuencia relativa correspondiente al suceso es, entonces

$$f(\mathrm{A}) = \frac{k}{n} = \frac{105}{700} = 0{,}15$$

Si es posible considerar que 700 observaciones son suficientes como para que se cumpla el principio de estabilidad de la frecuencia relativa, entonces la probabilidad de encontrar una lámpara defectuosa en un día es

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 0{,}15$$

Ejemplo 10

Si uno lanzara una moneda 1000 veces y marcara cuando sale cara con un palote y cuando sale ceca con otro, aproximadamente aparecerán 500 caras y 500 cecas, con lo cual la frecuencia relativa de cara será $\frac{500}{1000}$ y la de ceca será $\frac{500}{1000}$.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 7

Se sabe que las probabilidades de los resultados A, B, D y E son los que se muestran en la siguiente tabla, y que no existen otros resultados. Además, la probabilidad de que ocurra F es tres veces mayor que la de C. Con esta información completar el siguiente cuadro.

Resultado	A	B	C	D	E	F
Probabilidad	0.25	0.25		0.15	0.10	

1.7 Respecto a los Axiomas de la probabilidad

Existen tres modos diferentes de asignar la probabilidad según el experimento aleatorio:

a) Si tenemos un espacio muestral con un numero finito de sucesos elementales en los que pueda aplicarse el principio de indiferencia, calculamos las probabilidades usando la regla de Laplace.

b) En el caso que no podamos usar la regla de Laplace, pero contamos con información estadística sobre la frecuencia relativa en la que aparecen los distintos sucesos, podemos entonces obtener una *estimación frecuencial* de las probabilidades.

c) En los otros casos se puede asignar la probabilidad de los sucesos por medio del modo subjetivo.

En cada uno de estos modos las propiedades de la probabilidad son las mismas

1.8 Tablas de Contingencia

Sean A y B dos sucesos compatibles pertenecientes a un mismo espacio muestral.

Realizaremos una observación al azar, los posibles resultados son:

AB: **Que se presente A y se presente B**. Los dos sucesos conjuntamente.

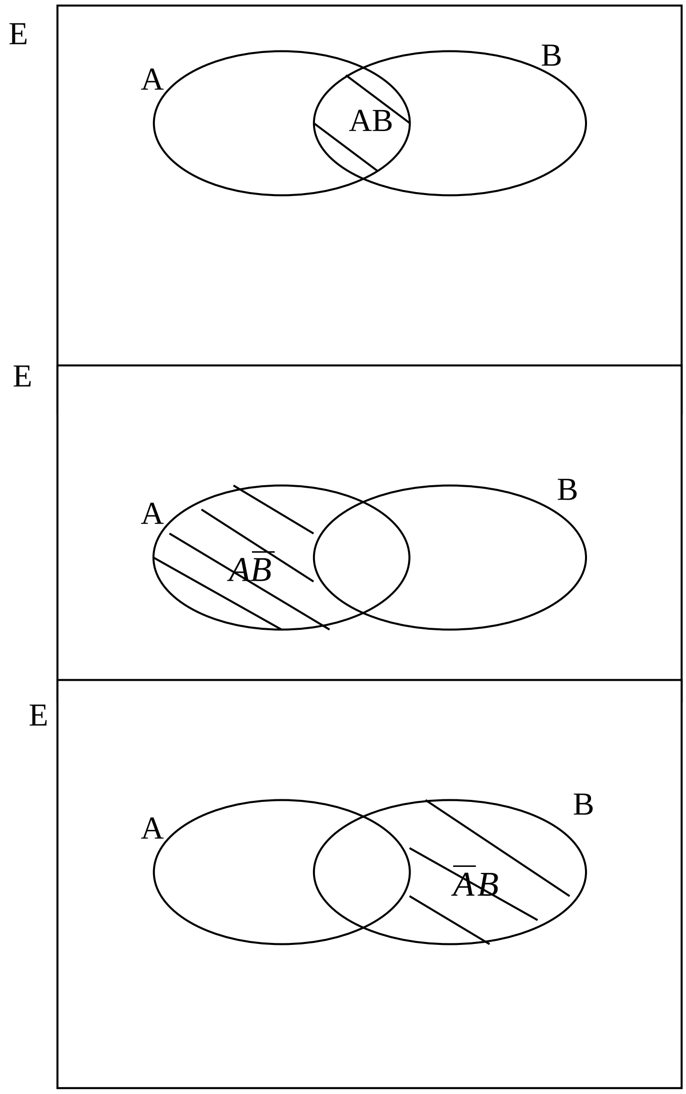
Esta expresión AB, también puede simbolizarse como $A \cap B$.

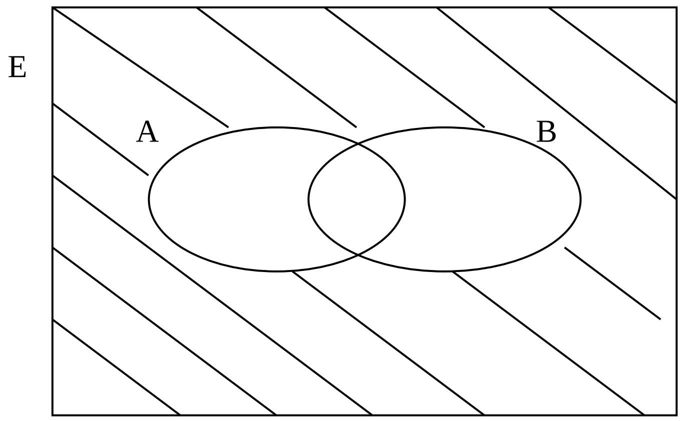
$A\overline{B}$: Que se presente A y no se presente B. Que se presente solamente A.

$\overline{A}B$: Que no se presente A y se presente B. Que se presente solamente B.

$\overline{A}\overline{B}$: Que no se presente A y no se presente B. Que no se presente ninguno de los dos.

Veamos estos resultados en un diagrama de Venn





Sea n la cantidad de elementos del espacio muestral y sean

- Cantidad de elementos que pertenecen a A y que pertenecen a B lo llamaremos Total Conjunto AB: (AB)
- Cantidad de elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B lo llamaremos Total Conjunto $A\overline{B}$: $(A\overline{B})$

- Cantidad de elementos que no pertenecen a A y que pertenecen a B lo llamaremos Total Conjunto $\overline{A}B$: $(\overline{A}B)$
- Cantidad de elementos que no pertenecen a A ni pertenecen a B lo llamaremos Total Conjunto $\overline{A}\overline{B}$: $(\overline{A}\overline{B})$

de modo tal que

$$(AB) + (A\overline{B}) + (\overline{A}B) + (\overline{A}\overline{B}) = n$$

Luego,

- Todos los elementos que pertenecen a A y que pertenecen a B más todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B es igual al total de elementos que pertenecen a A lo llamaremos Total Marginal de A: $(AB) + (A\overline{B}) = (A)$
- Todos los elementos que pertenecen a A y que pertenecen a B más todos los elementos que no pertenecen a A y pertenecen a B es igual al total de elementos que pertenecen a B lo llamaremos Total Marginal de B: $(AB) + (\overline{A}B) = (B)$
- Todos los elementos que pertenecen a B y que no pertenecen a A más todos los elementos que no pertenecen a A y no pertenecen a B es igual al total de elementos que no pertenecen a A lo llamaremos Total Marginal de $\overline{A}$: $(\overline{A}B) + (\overline{A}\overline{B}) = (\overline{A})$
- Todos los elementos que pertenecen a A y que no pertenecen a B más todos los elementos que no pertenecen a A y no pertenecen a B es igual al total de elementos que no pertenecen a B lo llamaremos Total Marginal de $\overline{B}$: $(A\overline{B}) + (\overline{A}\overline{B}) = (\overline{B})$

Podemos presentar estos totales en un cuadro de doble entrada que se denomina tabla de contingencia.

	A	$\overline{A}$	
B	(AB)	$(\overline{A}B)$	(B)
$\overline{B}$	$(A\overline{B})$	$(\overline{A}\overline{B})$	$(\overline{B})$
	(A)	$(\overline{A})$	

Ejemplo 11

En una empresa trabajan 60 operarios. De acuerdo a los registros, del total, 40 son mujeres. También se pudo comprobar que, del total de operarios, 45 viven en la capital federal y que 33 personas del total son mujeres y viven en la capital federal.

Identificar los sucesos marginales y el conjunto. Realizar un cuadro de contingencia con los totales correspondientes.

Solución:

M: Suceso “persona mujer”. Suceso Marginal.

$\overline{M}$: Suceso “persona no mujer”. Suceso Marginal.

C: Suceso “persona que vive en Capital Federal”. Suceso Marginal.

$\overline{C}$: Suceso “persona que no vive en Capital Federal”. Suceso Marginal.

MC: Suceso “persona mujer y que vive en Capital Federal”. Suceso Conjunto.

$M\overline{C}$: Suceso “persona mujer y no vive en Capital Federal”. Suceso Conjunto.

$\overline{M}C$: Suceso “persona no mujer y que vive en Capital Federal”. Suceso Conjunto.

$\overline{MC}$: Suceso “persona no mujer y no vive en Capital Federal”. Suceso Conjunto.

El problema proporciona los siguientes datos:

Total, de personas: n = 60

Total, de mujeres. Total, Marginal: (M) = 40

Total, que viven en Capital Federal. Total, Marginal: (C) = 45

Total, de mujeres y que viven en Capital Federal. Total, Conjunto: (MC) = 33

1.9 Regla de la suma

Sean A y B dos sucesos compatibles correspondientes a un mismo Espacio Muestral. Se quiere determinar una regla que permita calcular la probabilidad de que se presente alguno de los dos, el suceso A o el suceso B, y para ello se recurre a la definición clásica.

Los casos favorables a que ocurra alguno de los dos sucesos, el suceso A o el suceso B (o incluyente) son, utilizando los totales conjuntos ya estudiados, todos los A que se presentan con B más todos A que se presentan sin B más todos los B que se presentan sin A, y los casos posibles son los *n* elementos del espacio muestral, luego

$$P(A \vee B) = \frac{(AB) + (A\overline{B}) + (\overline{A}B)}{n}$$

Sumando y restando (AB) en el numerador se tiene

$$P(A \vee B) = \frac{(AB) + (A\overline{B}) + (\overline{A}B) + (AB) - (AB)}{n}$$

Recordemos que

$$(AB) + (A\overline{B}) = (A)$$

$$(AB)+(\bar{A}B)=(B)$$

entonces,

$$P(A \vee B)=\frac{(A)+(B)-(AB)}{n}$$

Luego,

$$P(A \vee B)=\frac{(A)}{n}+\frac{(B)}{n}-\frac{(AB)}{n}$$

Por lo tanto, se concluye que la probabilidad de que se presente alguno de los dos sucesos, el suceso A o el suceso B (o ambos), es igual a la suma de las probabilidades marginales menos la probabilidad conjunta.

$$P(A \vee B)=P(A)+P(B)-P(AB) \quad *$$

También se puede determinar, utilizando un razonamiento análogo al anterior, una regla para calcular la probabilidad de que se presente sólo uno de los sucesos, el suceso A o bien el suceso B (o excluyente).

$$P(A \underline{\vee} B)=P(A)+P(B)-2 \cdot P(AB)$$

Ejemplo 12

Según los registros de un supermercado, la probabilidad de que un cliente compre productos de almacén es 0,62; la probabilidad de que compre productos de ferretería es 0,36 y la probabilidad de que compre productos de los dos sectores es 0,14.

a- ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente seleccionado al azar compre productos de alguno de los dos sectores?

b- ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente seleccionado al azar compre productos de sólo uno de los dos sectores

Solución:

Los sucesos son

A: suceso “comprar productos de Almacén”
F: Suceso “comprar productos de ferretería”

Los datos del problema son

$P(A)=0{,}62$ Es la probabilidad marginal de que el cliente compre productos de Almacén

$P(F)=0{,}36$ Es la probabilidad marginal de que cliente compre productos de Ferretería

$P(AF)=0{,}14$ Es la probabilidad conjunta de que el cliente compre productos de Almacén y de ferretería.

a- Hay que calcular la probabilidad de que compre productos de almacén o que compre productos de ferretería.

$$P(A \vee F)=P(A)+P(F)-P(AF)=0{,}62+0{,}36-0{,}14=0{,}84$$

La probabilidad de que compre productos de alguno de los dos sectores es 0,84.

b- Hay que calcular la probabilidad de que compre productos de Almacén o bien que compre productos de Ferretería.

$$P(A \underline{\vee} F) = P(A) + P(F) - 2 \cdot P(AF) = 0{,}62 + 0{,}36 - 2 \cdot (0{,}14) = 0{,}70$$

La probabilidad de que compre productos de sólo uno de los sectores es 0,70.

1.10 Eventos mutuamente excluyentes

La Regla de la suma enunciada anteriormente se modifica cuando existen eventos que se excluyen mutuamente, es decir en términos de la teoria de conjuntos, que la intersección entre esos eventos es vacía. Veamos cómo cambia la Regla de la suma.

Son eventos no vacíos definidos en el mismo espacio muestral, donde cada evento excluye la ocurrencia del otro. Es decir, no tienen elementos en comun.

En símbolos: $P\,(AB) = 0$, o también $P\,(A \cap B) = 0$

Entonces la Regla de la suma enunciada en * se escribirá como:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

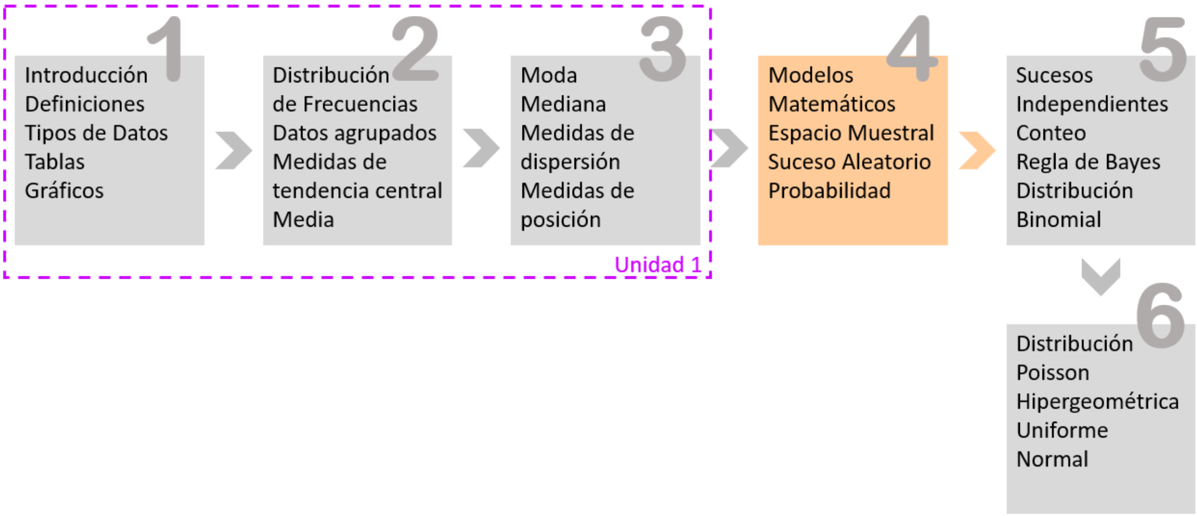
Ejemplo 13

En un juego de naipes regular se extraen dos cartas. Calcular la probabilidad de que sea una reina o un as. Luego

P (reina o as) = P(reina) + P(as) – P (reina y as)

La probabilidad de que una carta sea reina y as al mismo tiempo es imposible, entonces P (reina y as) = 0.

El resultado entonces será: P (reina o as) = P(reina) + P(as) = $\frac{4}{52} + \frac{4}{52} + 0 = \frac{2}{13}$


1
Introducción
Definiciones
Tipos de Datos
Tablas
Gráficos
2
Distribución
de Frecuencias
Datos agrupados
Medidas de
tendencia central
Media
3
Moda
Mediana
Medidas de
dispersión
Medidas de
posición
Unidad 1
4
Modelos
Matemáticos
Espacio Muestral
Suceso Aleatorio
Probabilidad
5
Sucesos
Independientes
Conteo
Regla de Bayes
Distribución
Binomial
6
Distribución
Poisson
Hipergeométrica
Uniforme
Normal