Probabilidad y Estadística 2

Actividades de Aprendizaje

Conceptos y definiciones de esta clase:

Frecuencias absolutas
Frecuencias relativas
Frecuencia relativas porcentuales
Frecuencias acumuladas

Intervalos de clase
Medidas de tendencia central
Media aritmética
Media aritmética ponderada

1. Distribución de Frecuencia absoluta-relativa-relativa porcentual y acumulada.

1.1. Introducción de algunos conceptos

Volviendo al concepto de distribución de frecuencia, diferenciaremos entre el concepto de **frecuencia absoluta** y **frecuencia relativa.**

En la siguiente tabla se registra la cantidad de personas, clasificada por su relación laboral, de una provincia de Argentina.

Cuadro 1.1: Registraremos la cantidad de personas de una provincia de Argentina según su relación laboral.

Relación Laboral	Frecuencia
Empresarios	4648
Trabajadores Autónomos	16423
Trabajadores en relación de Dependencia	2405
Trabajadores Temporal	64981
Trabajadores pasantes	45236
Total	**133693**

Ya hemos definido en el capítulo anterior cuando las variables estadísticas son cuantitativas. También sabemos que estas variables se pueden medir con una escala nominal. Entonces la relación laboral de los integrantes de la provincia de Argentina es una variable cualitativa medida en una escala nominal.

1.2. Frecuencias Absolutas

Para poder operar con los datos del cuadro 1.1 o referirnos a ellos, podemos representar la característica a observar mediante la variable X y a la modalidad número **i** de dicha variable con la notación x_i El número de individuos que presentan esa modalidad se llama ***frecuencia absoluta*** y se representará por $\boldsymbol{f}_i$

<u>Ejemplo</u>***:*** Supongamos que i=2, obtendríamos que x_2 = Trabajadores autónomos; entonces observamos que la frecuencia absoluta es f_2 =16.423, ¿Cómo se interpreta? "16.423 es la cantidad de Trabajadores autónomos".

<u>Propiedades de la frecuencia absoluta</u>:

<u>Propiedad 1</u>: Es un número entero mayor o igual a cero

<u>Propiedad 2</u>: La suma de las frecuencias absolutas es igual al tamaño de la muestra o la cantidad de datos u observaciones.
Enunciaremos en lenguaje matemático las propiedades anteriores:

- $f_i \geq 0$
- $\sum f_i = n$ recordar que n es el tamaño de la muestra.

<u>Ejemplo 1:</u>
Supongamos que la variable en estudio es:
X: Cantidad de hijos por mujer.
Entonces debemos contar la cantidad de veces que se repite cada valor de la variable en estudio, *frecuencia absoluta*.

4 mujeres tienen 1 hijo cada una.
5 mujeres tienen 2 hijos cada una.
8 mujeres tienen 3 hijos cada una.
6 mujeres tienen 4 hijos cada una.
3 mujeres tienen 5 hijos cada una.

Construimos un cuadro 1.2 de dos columnas. En la primera, colocamos los valores de la variable **ordenados**, generalmente de menor a mayor, y en la segunda columna, los valores de las frecuencias absolutas correspondientes.

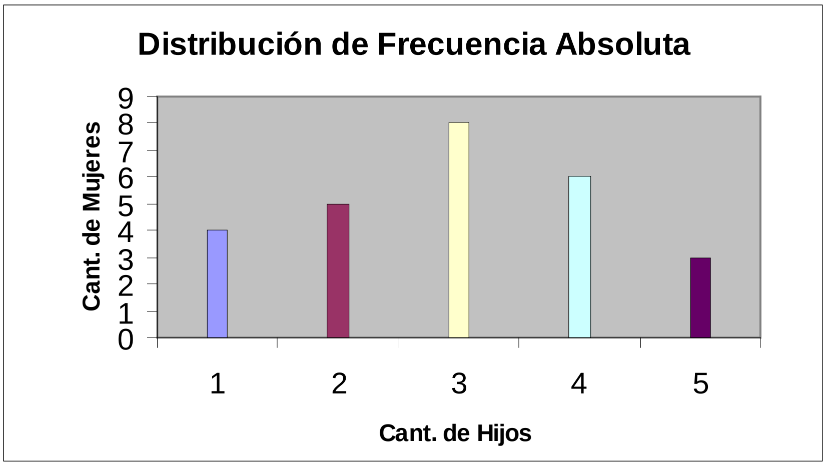
<u>Cuadro 1.2</u>: Distribución de frecuencia absoluta

Cantidad de Hijos x_i	Cantidad de Mujeres f_i
1	4
2	5
3	8
4	6
5	3

El total de mujeres con hijos observados es 26, por lo tanto, la suma de las frecuencias es:

$$\sum f_i = n \text{ Como n = 26 entonces } \sum f_i = 26$$

<u>Graficamos</u>: Recordando la primera unidad cuando nos referimos a la construcción de gráficos, podemos con la distribución de frecuencia del ejemplo 1, realizar un gráfico. La variable es X: *cantidad de hijos por mujeres*, y el gráfico recibe el nombre de "Gráfico de Bastones".
Utilizando el sistema de coordenadas cartesianas ortogonales, se marcan los valores de la variable en el eje de abscisas, y en cada punto se trazan segmentos paralelos al eje de ordenadas, llamado "bastones", de longitud igual al valor numérico de la frecuencia absoluta cuya representación está en el eje de ordenadas.



<u>Observación</u>: Las barras del gráfico deberían ser bastones, es decir, segmentos, ya que corresponde a un número natural. Este gráfico fue construido en Excel y además es muy común ver estos gráficos con rectángulos en lugar de bastones.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

1- ¿Qué tipo de variable utilizamos en el ejemplo 1? Cuantitativas Discretas

<u>Situación Problemática 1</u>:

Supongamos que la variable de estudio es:
X: cantidad de materias que cursa una persona por cuatrimestre

2 personas cursan 1 materia por cuatrimestre.
3 personas cursan 2 materias por cuatrimestre.
6 personas cursan 3 materias por cuatrimestre.
4 personas cursan 4 materias por cuatrimestre.
1 personas cursan 5 materias por cuatrimestre.

a- ¿Cuál es el tipo de Variable que estamos trabajando?
b- Construir una distribución de frecuencia absoluta con su correspondiente gráfico.

c- Interpretar: f_3 y f_5

```
f3: 8 alumnos cursan 3 materias
f5: 3 alumnos cursan 5 materias
```

1.3. Frecuencias Absolutas Acumuladas

Algunas veces, en una variable estadística, es interesante conocer el número de valores que son menores que uno dado. Para conseguir esto, se calculan las *frecuencias absolutas acumuladas*, que se obtienen: "sumando a la frecuencia absoluta de un determinado valor todas las anteriores".
Con F_i se simboliza la frecuencia absoluta acumulada.

Ejemplo 2:

Utilizando la distribución de frecuencia del Ejemplo 1, donde la variable es cantidad de hijos por mujer, construiremos una distribución de frecuencias absolutas acumuladas.

Cuadro 1.3: Distribución de Frecuencias Absolutas Acumuladas

x_i	f_i	F_i
1	4	4
2	5	9
3	8	17
4	6	23
5	3	26

Realizaremos algunas interpretaciones referidas a este cuadro.

Sólo 4 mujeres tienen 1 hijo o menos, cada una, luego la frecuencia absoluta acumulada hasta el primer valor de la variable, x = 1, es:

$$F(x=1)=F_1=4$$

Sólo 9 mujeres tienen 2 hijos o menos cada una (4 que tienen 1 hijo, más 5 que tienen 2 hijos), luego la frecuencia absoluta acumulada hasta el segundo valor de la variable, x = 2, es:

$$F(x=2)=F_2=9$$

Sólo 17 mujeres tienen 3 hijos o menos cada una, luego la frecuencia absoluta acumulada hasta el tercer valor de la variable, x = 3, es:

$$F(x=3)=F_3=17$$

Sólo 23 mujeres tienen 4 hijos o menos cada una, luego la frecuencia absoluta acumulada hasta el cuarto valor de la variable, x = 4, es:

$$F(x=4)=F_4=23$$

Sólo 26 mujeres tienen 5 hijos o menos cada una, luego la frecuencia absoluta acumulada hasta el quinto valor de la variable, x = 5, es:

$$F(x=5)=F_5=26$$

Ahora volveremos a realizar otro tipo de grafico denominado "gráfico escalonado o en escalera".
Con la distribución de frecuencia absoluta acumulada del Ejemplo 1, donde la variable es la cantidad de hijos por mujer, construiremos el gráfico.
El primer valor de la variable con frecuencia absoluta distinta de cero es 1 y la frecuencia que le corresponde es 3. A partir del punto de coordenadas (1; 4) se traza una paralela al eje de las abscisas hasta las proximidades del punto (2; 4), primer "escalón". Desde el punto (2; 9) se traza otra paralela hasta las proximidades del punto (3; 9), segundo escalón. Continuando de esta manera se forman los "escalones"
En este tipo de grafico es importante recordar la noción de intervalos abiertos, cerrados, semiabiertos, semicerrados, desarrollados en asignaturas anteriores para poder determinar si este grafico corresponde o no a una función.

Propiedades de la frecuencia absoluta acumulada:

- Indica el número de observaciones menores o iguales a un determinado valor de la variable.
- Es un número entero mayor o igual a cero
- Las frecuencias absolutas acumuladas forman una sucesión finita no decreciente comprendida entre 0 y n

Resumimos las tres propiedades anteriores y las escribimos en símbolos:

$$0 \leq F_1 \leq F_2 \leq \ldots\ldots\ldots \leq F_s = n$$

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 2:

Utilizando las distribuciones de frecuencias del Ejemplo 2, donde la variable es cantidad de hijos por mujeres, contestar:

a- ¿Qué cantidad de mujeres tienen exactamente tres hijos? 8
b- ¿Qué cantidad de mujeres tienen tres hijos o menos? 17
c- ¿Qué cantidad de mujeres tienen tres hijos o más? 17 (también)

Situación Problemática 3:

a- Armar la Distribución de frecuencia absoluta acumulada de la Situación Problemática1 e interpretar F_3 y F_4. 8 alumnos cursan 3 materias
b- Graficar. 6 alumnos cursan 4 materias

1.4. Intervalos de Clases

Para un adecuado análisis estadístico del comportamiento de una variable cuantitativa continua, es necesario agrupar a los valores individuales de ella en *clases de equivalencia*, llamadas *Intervalos de Clases*.

Detallaremos los pasos a seguir para determinar la cantidad de intervalos y la amplitud de cada uno de ellos:

Primer paso: Hallamos el recorrido o rango de la variable que es la diferencia entre el *Máximo* (es el mayor valor que toma la variable en toda la serie estadística) y el *Mínimo* (es el menor valor que toma la variable en toda la serie estadística.). A esa diferencia la llamamos por ejemplo **"**A**"**

Segundo paso: Se determina la cantidad total de intervalos a utilizar con la siguiente fórmula:

h **=** $[1 + \frac{\log(n)}{\log 2}]$ donde *n* es el tamaño de la muestra o cantidad de datos u observaciones.

Tercer paso: Se determina la amplitud **a** de cada intervalo utilizando la siguiente fórmula

$$a = \frac{A}{h}$$

Se simboliza con L_i a los límites inferiores de los intervalos y L_s a los límites superiores. A los intervalos se los considera semi-abiertos a la derecha, $[L_i; L_s)$.

Desarrollemos estos pasos en un ejemplo

Ejemplo 4:

En una empresa se realizaron 25 ventas en un día determinado, cuyos montos, en pesos, son los siguientes:

206,1	216,9	214,4	210,4	228,9
216,1	201,2	203,4	211,3	218,3
208,4	210,0	224,1	212,2	207,8
214,8	204,7	205,8	213,9	217,4
222,4	215,2	219,8	211,4	210,8

Primer Paso: Se halla el recorrido, donde el menor valor observado es \$201,2 y el mayor es \$ 228,9. Entonces

A = \$230 - \$200 = \$30

Segundo Paso: Ahora hay que calcular la cantidad de intervalos, h

$$h = [1 + \frac{\log(n)}{\log 2}] = [1 + \frac{\log(25)}{\log 2}] = [5{,}6438...] = 6$$

Tercer Paso: Se determina la amplitud.

$$a = \frac{A}{h} = \frac{30}{6} = 5$$

El límite inferior del primer intervalo es, entonces, 200. A partir de este número se forman los seis intervalos de amplitud 5 y se procede al conteo; como muestra el siguiente cuadro.

Cuadro 1.4: Distribución de frecuencias absolutas

Intervalos de Clases	Números de Ventas (f_i)
[200;205)	3
[205;210)	4
[210;215)	9
[215;220)	6
[220;225)	2
[225;230)	1

Observar que el cuadro 1.3 y 1.4 tienen ambos el mismo titulo, lo que varia es el tipo de variable.

En general se definen algunas reglas para la formulación de intervalos:

- No establecer ni menos de 5 intervalos ni más de 16
- Los intervalos deben ser entre sí exhaustivos y excluyentes, es decir deben estar *todos* los datos incluidos en algún intervalo y cada dato debe pertenecer a un solo intervalo.
- Se deben evitar intervalos cuya frecuencia sea cero.
- No se debe perder información relevante, por ejemplo, máximos, mínimos, etc.
- Si algún valor de la variable coincide con los límites de clase de algún intervalo, se considerará en la clase inmediata superior.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 4:

Con la distribución de frecuencia presentada en el cuadro 1.4, donde la variable es el Monto de las Ventas, construir una distribución de frecuencia absoluta acumulada.
Una vez construida la distribución de frecuencia absoluta acumulada, contestar:

a- ¿Qué tipo de variable es?
b- ¿Cuántas ventas tuvieron un monto inferior a $215?
c- ¿Cuántas ventas tuvieron un monto superior a $220?
d- Graficar

Situación Problemática 5:

En una empresa se realizaron 20 compras en un día determinado, cuyos montos, en pesos, son los siguientes:

105,2	135,8	113,3	108,3	139,9
115,2	100,1	102,3	110,2	117,2

107,3	109,0	123,0	111,1	106,7
112,6	103,6	104,7	118,8	116,3

a- Definir la variable y la frecuencia

b- Clasificar la variable

c- Determinar la cantidad de intervalos y la amplitud de cada uno de ellos.

d- Interpretar f_2, f_3, F_3, F_5

e- ¿Cuál es la frecuencia acumulada que coincide con el tamaño de la muestra?

f- Graficar

1.5. Frecuencias Relativas

El hecho de que en el cuadro 1.1 se especifique la cantidad de personas (o frecuencia) que pertenecen a las distintas relaciones laborales, nos proporciona poca información sobre si el número, por ejemplo, de empresarios es muy significativo, respecto al total de la provincia. Para valorar la representatividad de cada categoría respecto al total de datos se calcula la *frecuencia relativa* (h_i), dividiendo la frecuencia absoluta f_i por el número total de observaciones (n), es decir,

$$h_i = \frac{f_i}{n}$$

Usualmente en lugar de utilizar frecuencias relativas se utilizan porcentajes que muchos libros denominan frecuencia relativa porcentual y que no es otra cosa que la frecuencia relativa multiplicada por cien y la simbolizamos:

$$h_i\% = \frac{f_i}{n} \cdot 100$$

<u>Ejemplo 5</u>:

Con las distribuciones de frecuencias del Ejemplo 1, donde la variable es la cantidad de hijos por mujeres, vamos a construir las correspondientes distribuciones de frecuencia relativa y relativa porcentual.

Realizamos entonces el cociente entre la frecuencia absoluta correspondiente a cada valor de la variable y el número de observaciones.

<u>Frecuencia relativa</u>: $h_i = \frac{f_i}{n}$

$$h_1 = \frac{4}{26} = 0{,}15$$

$$h_2 = \frac{5}{26} = 0{,}19$$

$$h_3 = \frac{8}{26} = 0{,}31$$

$$h_4 = \frac{6}{26} = 0{,}23$$

$$h_5 = \frac{3}{26} = 0{,}12$$

Luego hallamos la frecuencia relativa porcentual, donde hallamos el mismo cociente, pero multiplicado por cien. Entonces:

Frecuencia relativa porcentual: $h_i\% = \frac{f_i}{n} \cdot 100$

$$h_1\% = \frac{4}{26} \cdot 100 = \%15$$

$$h_2\% = \frac{5}{26} \cdot 100 = \%19$$

$$h_3\% = \frac{8}{26} \cdot 100 = \%31$$

$$h_4\% = \frac{6}{26} \cdot 100 = \%23$$

$$h_5\% = \frac{3}{26} \cdot 100 = \%12$$

Presentaremos ambas frecuencias mediante un cuadro.

Cuadro 2.1: Distribución de frecuencias relativa y relativa porcentual

x_i	h_i	$h_i\%$
1	0,15	15
2	0,19	19
3	0,31	31
4	0,23	23
5	0,12	12

Propiedades de la Frecuencia relativa:

- Es un número comprendido entre 0 y 1.

En símbolos: $0 < h_i < 1$

- La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

En símbolos: $\sum h_i = \sum \frac{f_i}{n} = 1$

Propiedades de la frecuencia relativa porcentual: El concepto es el mismo de la frecuencia relativa con la diferencia de multiplicar por cien, entonces las propiedades son equivalentes.

- Es un número comprendido entre 0 y 100.

En símbolos: $0 < h_i\% < 100$

- La suma de las frecuencias relativas porcentuales es igual al 100%.

En símbolos: $\sum h_i\% = 100\%$

Ejemplo 6: En un estado hay 50.000 individuos de distintas nacionalidades.

Cuadro 2.2: Distribución de frecuencia

Nacionalidad	Frecuencia
Argentina	25.340
Colombia	2.530
España	6.590
Italia	4.880
Uruguay	10.660

Frecuencia Absoluta	**Frecuencia relativa**	**Frecuencia relativa porcentual**
f_i	$h_i = \frac{f_i}{n}$	$h_i\% = \frac{f_i}{n} \cdot 100$
$f_1 = 25.340$	$h_1 = \frac{25340}{50000}$ = 0,51	$h_1\% = \frac{25340}{50000} \cdot 100$ = 51%
$f_2 = 2.530$	$h_2 = \frac{2530}{50000}$ = 0,05	$h_2\% = \frac{2530}{50000} \cdot 100$ = 5%
$f_3 = 6.590$	$h_3 = \frac{6590}{50000}$ = 0,13	$h_3\% = \frac{6590}{50000} \cdot 100$ = 13%
$f_4 = 4.880$	$h_4 = \frac{4880}{50000}$ = 0,10	$h_4\% = \frac{23}{26}$ = 10%
$f_5 = 10.660$	$h_5 = \frac{10660}{50000}$ = 0,21	$h_5\% = \frac{26}{26}$ = 21%

Interpretamos:

- $h_1 \longrightarrow$ 25. 340 individuos de un total de 50.000 son argentinos ó 0,51 es la proporción de individuos que son argentinos.
- $h_1\% \longrightarrow$ el 51% de individuos son argentinos.

a) Defina la variable e interprete usted sólo h_4 y $h_5\%$

Dado el siguiente cuadro 2.1 ya visto anteriormente recordando el concepto de frecuencia acumulada y razonando por analogía la frecuencia relativa acumulada será:

x_i	h_i	$h_i\%$	H_i	$H_i\%$
1	0,15	15	0,15	15
2	0,19	19	0,34	34
3	0,31	31	0,65	65
4	0,23	23	0,88	88
5	0,12	12	1,00	100

<u>Frecuencia relativa acumulada</u>: $H_i = \dfrac{F_i}{n}$

$H_1 = \dfrac{4}{26}$ = 0,15

$H_2 = \dfrac{9}{26}$ = 0,34 y así sucesivamente.

<u>Frecuencia relativa porcentual</u>: $H_i\% = \dfrac{F_i}{n}\cdot 100$

$H_1\% = \dfrac{4}{26}\cdot 100$ = 15%

$H_2\% = \dfrac{9}{26}\cdot 100$ = 34% y así sucesivamente.

Podrá interpretar usted por si mismo que significa H_3 y $H_4\%$.

<u>Propiedades de la frecuencia relativa acumulada:</u> Como la frecuencia relativa acumulada indica la fracción de observaciones que son menores o iguales a un determinado valor de la variable, las interpretaciones son equivalentes a la de frecuencia absoluta acumulada.

- <u>Actividad</u>: Intente enunciar y simbolizar las propiedades de la frecuencia relativa acumulada.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

<u>Situación Problemática 6</u>:

Utilizando la distribución de frecuencia relativa del Cuadro 2.1, donde la variable es la cantidad de hijos por mujer, determinar:

a- El porcentaje de mujeres que tienen exactamente 3 hijos
b- El porcentaje de mujeres que tienen a lo sumo 3 hijos
c- El porcentaje de mujeres que tienen al menos 3 hijos.
d- ¿Cuál es el porcentaje que le corresponde a $h_4\%$? ¿Y $H_4\%$?

e- Interpretar h_3.

Situación Problemática 7:

Utilizando la distribución de frecuencia del Ejemplo 4, donde la variable es el monto de las ventas, construir las correspondientes distribuciones de frecuencia relativa y relativa acumulada.
Contestar:

a- ¿Qué porcentajes de ventas tuvieron un monto entre \$210 y \$215?
b- ¿Qué porcentajes de ventas tuvieron un monto inferior a \$215?
c- ¿Qué porcentajes de ventas tuvieron un monto superior a \$220?
d- Interpretar $h_2\%$ y H_5
e- Interpretar $H_4\%$

2. Medidas de Tendencia Central

Dado que para realizar un análisis estadístico es preciso repetir el experimento varias veces bajo condiciones similares, entonces para una variable en particular se cuenta con varios valores observados. Estos valores tienden a agruparse alrededor de algunos puntos centrales (de ahí su nombre) que fijan una posición. Estas medidas entonces resumen los datos en un solo valor que los representa. Este valor no tiene porqué corresponder a algún valor de la variable, pero *sí estar expresado en la misma magnitud.* Dentro de este tipo de medidas se incluye a la media, mediana y la moda o modo.

Estudiaremos las siguientes definiciones:

- Promedios Simples

Los promedios pueden ser calculados sólo cuando las variables son cuantitativas, porque las variables cualitativas no admiten operaciones algebraicas.
Los promedios que se utilizan más frecuentemente son los siguientes:

- Promedio o Media Aritmética:

Es un número que resulta de sumar todos los valores observados de la variable y dividir esta suma por la cantidad de datos o tamaño de la muestra "n".
Si x_1, x_2..., x_n son los valores observados de la variable x, entonces

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

El ejemplo más sencillo sería el cálculo del promedio de notas obtenidas en un examen por un grupo de alumnos.
Si los datos están organizados en una distribución de frecuencia, es decir que tengo una tabla de frecuencias entonces la fórmula será la misma, pero multiplicando cada valor de la variable por la frecuencia correspondiente. O sea:

$$\bar{x} = \frac{x_1 . f_1 + x_2 . f_2 + \ldots\ldots.. + x_n . f_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i . f_i}{n}$$

Si los datos están agrupados en intervalos, se toma el punto medio del intervalo (como el punto medio de un segmento) que se lo nota: x_i'

Luego la fórmula resulta:

$$\bar{x} = \frac{x'_1 . f_1 + x'_2 . f_2 + \ldots\ldots + x'_n . f_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x'_i . f_i}{n}$$

con $n = \sum_{i=1}^{n} f_i$, observar que en el libro esta fórmula figura en la página 73, sección 2.10

Ejemplo 7:

Dada la siguiente distribución de frecuencia donde la variable es el monto, calcular la media aritmética.

Cuadro 3.1: Distribución de Frecuencia

Monto de Ventas	Punto Medio (x')	Cantidad de ventas (f_i)	$x' \cdot f_i$
[100, 105)	102,5	3	307,5
[105, 110)	107,5	4	430
[110, 115)	112,5	9	1012,5
[115, 120)	117,5	6	705
[120, 125)	122,5	2	245
[125, 130]	127,5	1	127,5
		$n = \sum f_i = 25$	2827,5

$$\bar{x} = \frac{x'_1 . f_1 + x'_2 . f_2 + \ldots\ldots + x'_n . f_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x'_i . f_i}{n} = \frac{2827{,}5}{25} = 113{,}1$$

La interpretación sería que el monto promedio por ventas es de $113,10. Es decir si todas las ventas tuviesen el mismo monto, el de cada una sería de ese precio.

Observación: el punto medio se obtiene haciendo por ejemplo $\frac{100 + 105}{2} = 102{,}5$.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

Situación Problemática 8:

Supongamos que la variable de estudio es:

X = edad del alumno (podríamos decir cantidad de años del alumno, pero en lenguaje coloquial no utilizamos esta forma).

1 persona tiene 22 años.
5 personas tienen 23 años.
2 personas tienen 24 años.
2 personas tienen 25 años.
6 personas tienen 26 años.
3 personas tienen 27 años.

1 persona tiene 29 años.
5 personas tienen 30 años.
2 personas tienen 31 años.
1 persona tiene 32 años.
1 persona tiene 33 años.
1 persona tiene 36 años.

a- Encontrar el Promedio o la Media Aritmética.

Situación Problemática 9: Si los siguientes datos corresponden al monto en dólares, de salarios pagados a 8 empleados de una empresa.

425; 550; 320; 695; 240; 480; 530; 800

a- Calcular el Promedio o Media Aritmética.

Situación Problemática 10: Con la Distribución de frecuencias del Ejemplo 1, donde la variable es la cantidad de hijos por mujer, calcular el Promedio o Media Aritmética.

Situación Problemática 11: En el siguiente cuadro se presentará la distribución de frecuencia relativa porcentual, correspondiente al ingreso por familia, según un relevamiento efectuado en una determinada zona de la ciudad, a familias con ingresos menores a u$s 1200.-

Cuadro 3.2: Distribución de frecuencia

Ingreso por Familia (u$s) X_i	Porcentaje de Familias h_i%
[800; 850)	7,2%
[850; 900)	8,6%
[900; 950)	15,9%
[950; 1000)	16,5%
[1000; 1050)	18, 1%
[1050; 1100)	20,8%
[1100; 1150)	6,9%
[1150; 1200)	6%

a- Calcular el Promedio o Media Aritmética

Propiedades del Promedio o Media Aritmética:

1. La media aritmética pertenece al campo de variación de la variable.

$$x_1 \leq \bar{x} \leq x_n$$

2. La media aritmética de una constante es una constante.
   Si $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n = c \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = c$

En símbolo: $\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c}{n} = n.\frac{c}{n} = c$

3. La media aritmética del producto de una constante por una variable es igual a la constante por la media aritmética de la variable.

$$\overline{c.x} = c.\overline{x}$$

En símbolo: $\sum_{i=1}^{n} \frac{c.x_i}{n} = c.\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = c.\overline{x}$

Esta propiedad indica que al realizar un cambio de unidad de medida a los datos (por ejemplo, si pasamos de gr. a Kg.), la medida estará afectada por dicho cambio de escala.

4. La media aritmética de la suma de una constante más una variable es igual a la constante más la media aritmética de la variable.

$$\left(\overline{c + x}\right) = c + \overline{x}$$

En símbolos: $\sum_{i=1}^{n} \frac{c. + x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c}{n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = c + \overline{x}$

Esto implica que al efectuar un cambio en el origen desde el que se han medido todos los datos, la media quedará afectada por dicho cambio de origen.
También es cierto que la media aritmética de la suma de dos variables x e y es igual a la suma de las medias aritméticas de cada una de dichas variables.
En este resultado se aplicaron propiedades anteriormente anunciadas ¿Cuáles son?

5. La suma de desvíos dados por la diferencia entre cada valor observado de la variable y la media aritmética es igual a cero.

En símbolos: $\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right) = 0$

En una distribución de frecuencia esta propiedad se escribe:

En símbolos: $\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right) f_i = 0$

Observar que las propiedades escritas en símbolos son las mismas para datos agrupados que para sin agrupar, solo se le agrega la f_i

Podemos decir que la media aritmética es el centro de gravedad de la distribución de la variable. Ver del libro Estadística elemental lo esencial de Jonson-Kuby página 57, figura 2.14.

6. La suma de los cuadrados de los desvíos con respecto a la media aritmética es un valor mínimo.

En símbolos: $\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 = mínimo$

Media aritmética ponderada:

No siempre los valores de una variable tienen la misma importancia o el mismo peso por este motivo es que recurrimos a “ponderar” es decir a darle un peso relativo a determinados valores de dicha variable.
El promedio ponderado surge de la suma del producto entre la ponderación y el valor de la variable, dividido por la suma de las ponderaciones.

Ejemplo 8:

Preparamos un envase con café de 3 calidades diferentes:
- 2,5kg de calidad A
- 6,0kg de calidad B
- 1,5kg de calidad C

Los precios respectivos son: $9, $7, y $12. Calcular el precio promedio por kilo del envase.

Calidad	Precio (x_i)	Kg. (w_i)	$x_i \cdot w_i$
A	9	2,5	22,5
B	7	6,0	42
C	12	1,5	18
		$n = \sum f_i = 10$	82,5

$$\bar{x}_p = \frac{\sum x_i . w_i}{\sum w_i} = \frac{82,5}{10} = 8,25$$

Observación: La media aritmética se ve afectada por valores extremos de la variable.

Actividad para la Facilitación de los Aprendizajes

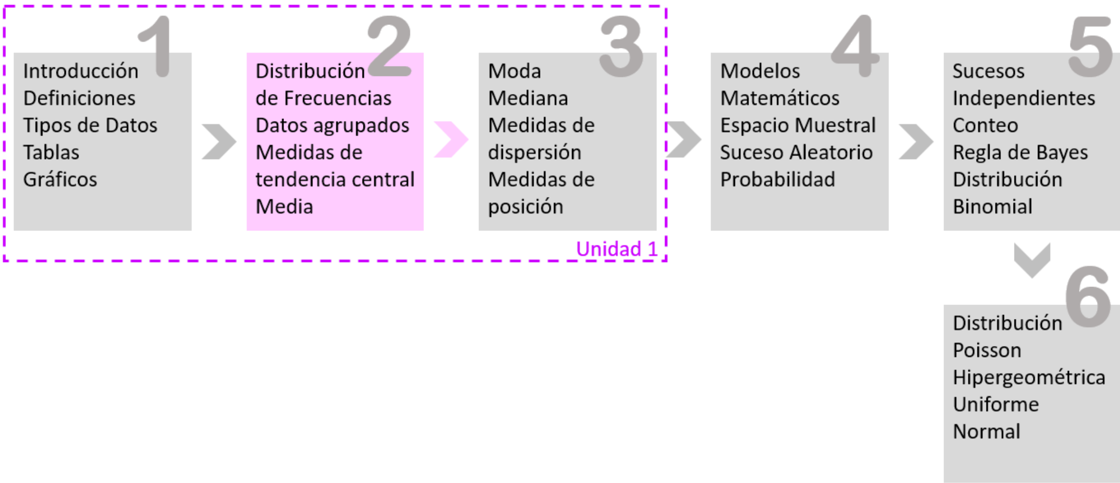
Situación Problemática 12:

Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es 60 kilos y el peso medio de los hombres es de 80 kilos
¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?

Situación Problemática 13:

Supongamos que el sueldo promedio de 47 empleados hombres de una empresa es de $970, mientras que el sueldo promedio de las mujeres es de $860, donde el total de empleados es de 82 personas, determinar:

a- el sueldo promedio de todos los empleados de la empresa.
b- el nuevo sueldo promedio ante un aumento general del 5%.


1
Introducción
Definiciones
Tipos de Datos
Tablas
Gráficos
2
Distribución
de Frecuencias
Datos agrupados
Medidas de
tendencia central
Media
3
Moda
Mediana
Medidas de
dispersión
Medidas de
posición
Unidad 1
4
Modelos
Matemáticos
Espacio Muestral
Suceso Aleatorio
Probabilidad
5
Sucesos
Independientes
Conteo
Regla de Bayes
Distribución
Binomial
6
Distribución
Poisson
Hipergeométrica
Uniforme
Normal