Tecnología de las Comunicaciones

Clase 1

Parte 1

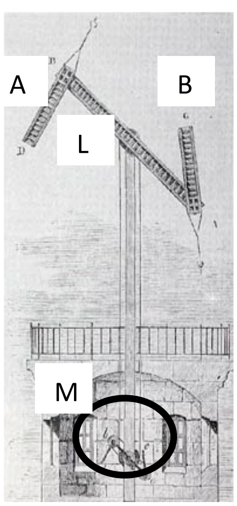
El inicio de las comunicaciones modernas o tecnológicas se puede encontrar en los telégrafos ópticos que se extendieron en Europa en el **siglo XVII** y evidenciaron la posibilidad de uso de artefactos mecánicos para la permitir la comunicación a distancia.

Había una gran variedad de configuraciones y por tanto de codificaciones.

Operadores en una torre observaban la configuración de brazos de otra torre y la copiaban, para ser a su vez ser copiados por otra más lejana y de esa manera transmitir la información.

Ejercicio.

Suponga que se tarde **15 seg** en posicionar las barras del telégrafo mediante las manivelas **M** y que cada brazo (**A** y **B**) tenga **8 posiciones** posibles. Para simplificar no tome en cuenta la posición del brazo mayor **L** .



Se pide:

Diseñe una codificación que permita transmitir texto en español con el mejor rendimiento posible mediante una torre. Calcule la velocidad de transmisión máxima en *caracteres por segundo* y compárela con la de un mensajero a caballo (suponga una velocidad sostenida de **40Km/h**) y una capacidad dada (fije Ud. cuanta información transporta el mensajero a caballo) de envío de datos. Cualquier parámetro que se necesite descríbanlo previamente y fíjelo en un valor aceptable.

Diga cual método es mejor en cuanto a su velocidad para mensajes cortos y para mensajes largos.

En Argentina se instaló un servicio de telegrafía óptica entre la base de cañones navales de Baterías y el Puerto Militar (Puerto Belgrano).

En la foto se ve al Presidente Gral. Roca en una demostración.

Con la posibilidad del control de la electricidad se pudieron mejorar los métodos de manejo de señales, el telégrafo eléctrico fue un paso inicial a la nueva etapa de comunicaciones instantáneas. Los avances se sucedieron cada vez con mayor velocidad, hoy en día el concepto de comunicación permanente está dado por supuesto y se está formando el concepto de inteligencia global donde cada uno de nosotros coopera para dar forma a comportamientos generalizados.

En la primer parte de este libro se trabajará sobre los principios de Física y de Matemática que hacen esto posible.

En el pequeño ejercicio que se planteó en la hoja anteriores se ve con claridad que con una adecuada codificación se mejora sustancialmente la tasa de transmisión, es por ello que iniciaremos nuestro estudio viendo CÓDIGOS.

Códigos.

Aclaremos previamente la terminologia a usar.

Concepto de información:

Si el dia lunes 18 alguien dice: ¨*Mañana es Martes 19*¨ da muy poca información pues todos sabemos que el día siguiente al lunes es el martes; si en cambio dice : ¨Mañana lloverá mucho¨ da más información y si dice hablando de la loteria ¨Mañana sale el NN NNN ¨ da más informacion todavia.

Analicemos un poco mas cada caso

a. **Mañana es martes 19** (sabiendo que hoy es lunes 18), es un hecho cierto es decir con probabilidad 1.
b. **Mañana llovera mucho**, supongamos que estamos en una región con dos lluvias fuertes al mes, la probabilidad que se cumpla lo dicho es 2/30.
c. **Mañana salgra el NN NNN**, dado que estamos eligiendo un número entre 100 000 la probabilidad sera 1 $10^{-5.}$

Con estos ejemplos sencillos vemos que la información aparenta ser inversamente proporcional a la probabilidad de ocurrencia del evento considerado. De hecho:

$$I = \log_2 (1/Pa)$$

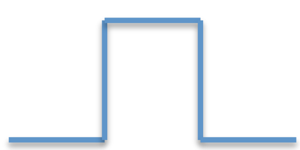
Donde

I es la información medida en **bits**

Pa es la probabilidad de ocurrencia del evento

Y, ¿Que es el bit? El bit es una unidad, tal como lo es el Kilogramo, el Volt, el ergio o el Ohm. El bit es la **unidad de información**. A más bits, más información. No depende de ningún soporte físico, en el ejemplo dado al inicio ¨Mañana sale el XX XXX¨ da más información no por tener más letras sino por tener menos probabilidad de ocurrencia que los otros ejemplos.

Coloquialmente llamamos también erroneamente bit a los digitos binarios (dibit).

Decimos por ejemplo que esto :  es un bit, aunque se trate de un dibit.

¿Está esto mal? Conceptualmente si, está mal, pero veamos en el uso diario: El dibit dibujado es obviamente binario es decir puede tomar dos valores (0 y 1), por lo que en caso de ser equiprobables la probabilidad de cada uno es de 0.5. aplicando la fórmula se tiene

$I = \log_2 (1/ 0.5) = \log_2 (2) = 1$ bit

Con lo que nada se ha perdido siempre que recordemos que una cosa es la información y otra muy distinta su representación binaria

Sabemos entonces que un bit puede tomar dos valores **0** y **1** por lo cual es muy adecuado para definir el estado de los sistemas que puedan tomar dos valores (¿?)

¿Está la puerta abierta o cerrada?

¿El jurado declaró al acusado inocente o culpable?

¿Se trata de un hombre o una mujer?

En cualquiera de los ejemplos anteriores podemos elegir una respuesta como 1 y otra como 0. Pero en la mayoría de los casos las respuestas son más complejas por lo que en lugar de un solo bits nos harán falta más para así tener mayor cantidad de información disponible.

Esta cantidad de bits se conoce como ¨Tamaño del espacio de símbolos¨ algunos casos particulares para el tamaño del espacio de simbolos son:

- 2 — Ej: aprobó o no aprobó la asignatura
- Número entero potencia de 2 — Ej: Si los valores posibles son 2, 4, 8, 16 ….
- Cualquier valor finito — Ej: Cantidad de árboles en un bosque
- Infinito (contable o incontable) — Ej: Valores posibles de temperatura

La importancia de elegir el código adecuado lo podemos ver mediante un ejemplo.

Llamaremos …

Fuente a todo aquello que emite mensajes, en nuestro caso una computadora sería un buen ejemplo.

Mensaje para nuestro caso en que solo nos interesan los sistemas binarios, a un conjunto de ceros o unos.

Código también a un conjunto de ceros y unos luego de la aplicación de ciertas reglas de formación. Ej: el mensaje 001010 lo podemos representar como 110101, en este caso nuestro codificador es un **NOT** o inversor que transforma los ceros en unos y viceversa.

Información es el tema central de la teoría de las comunicaciones. La información nos dice ¨algo nuevo¨, si un día sábado digo que mañana es Domingo no doy ninguna información, si dijese que va a hacer calor daría más información en invierno que en verano. Es decir que la información es inversa a la probabilidad de ocurrencia de lo que informo. Cuanto más probable es que ocurra algo, menos información obtengo.

Ej: Si una nota dice: ¨***El Señor García salió de la Empresa***¨ no da más información que si dijese: ¨***El Sr. García salió de la Empresa***¨. ¿Por qué?.

En el contexto dado por la frase, la probabilidad que **Sr.** signifique **Señor** es muy elevada por lo cual la información extra que nos da es muy baja.

Una primera conclusión es que la elección de una adecuada codificación nos permite reducir el tamaño del mensaje sin perdida de la cantidad de información transmitida.

Tipos de Fuentes:

Si **no** es posible predecir cuál será el próximo mensaje estamos en presencia de una fuente aleatoria. Este tipo de fuente no puede ser comprimida ya que no se puede encontrar una estructura en el mensaje y por tanto redundancias que puedan ser eliminadas para comprimir.

Para ser útil en Telecomunicaciones cuando codificamos los mensajes emitidos por una fuente deberá ser posible recuperarlos luego en el destino.

Un código es decodificable sí y solo sí un código solo puede corresponder a un único mensaje.

Ejemplo:

Sea el siguiente esquema de codificación:

a=0
b=01
c=10

Si el decodificador recibe el código: "**0010**" no puede distinguir si el mensaje original fue **"aba"** o **"aac"**, ya que puede interpretarlo como **0 01 0** o como **0 0 10.**

➔ **Este tipo de código debe evitarse**

Otro ejemplo:

Sea el siguiente esquema:

a=0
b=01
c=11

El código **"00111"** solo puede corresponder a "**abc**". Sin embargo el decodificador es incapaz de deducir esto a medida que va leyendo los códigos, necesita saber cuáles van a ser los próximos bits para poder interpretar los anteriores, este tipo de código no se considera decodificable ➔**también tendremos que evitarlo**.

Un tercer ejemplo:

Sea el siguiente esquema:

a=0
b=10
c=11

Se lo conoce como **código prefijo**, notar que si agregamos mas códigos estos no pueden comenzar con "0" ni "10" ni "11" pues el decodificador los confundiría con "a" "b" o "c", en consecuencia a este código no podríamos agregarle nuevos códigos.

Compresión de datos. Sea una fuente "F" que emite mensajes, frecuentemente los mensajes emitidos no resultan equiprobables sino que tienen una cierta probabilidad de ocurrencia dependiendo del mensaje. Para codificar los mensajes de una fuente intentaremos utilizar **menor cantidad de bits para los mensajes más probables** y **mayor cantidad de bits para los mensajes menos probables** de forma tal que el promedio de bits utilizados para codificar los mensajes sea menor a la cantidad de bits promedio de los mensajes originales.

Definimos a la probabilidad de ocurrencia de un mensaje en una fuente como la cantidad de apariciones de dicho mensaje dividido el total de mensajes.

Supongamos que $\mathbf{P_i}$ sea la probabilidad de ocurrencia del **mensaje-i** de una fuente, y supongamos que $\mathbf{L_i}$ es la **longitud del código** utilizado para representar a dicho mensaje, la **longitud promedio** de todos los mensajes codificados de la fuente se puede obtener como:

$$H = \sum_{i=0}^{n} Pi * Li$$

H se conoce como **Entropía** de la fuente.

La entropía de la fuente determina el **nivel de compresión** que podemos obtener como máximo para un conjunto de datos, si consideramos como fuente a un archivo y obtenemos las probabilidades de ocurrencia de cada caracter en el archivo podremos calcular la longitud promedio del archivo comprimido, **se demuestra que no es posible comprimir estadísticamente un mensaje/archivo mas allá de su entropía**. Lo cual implica que considerando únicamente la frecuencia de aparición de cada caracter la entropía de la fuente nos da el límite teórico de compresión.

El objetivo de la compresión de datos es encontrar los $\mathbf{L_i}$ que minimizan a "**H**", además los $\mathbf{L_i}$ se deben determinar en función de los P_i, pues la longitud de los códigos debe depender de la probabilidad de ocurrencia de los mismos (los mas ocurrentes queremos codificarlos en menos bits).

$$H = \sum_{i=0}^{n} Pi * f(Pi)$$

Shannon demostró que la entropía podía calcularse como.

$$H = \sum_{i=0}^{n} Pi * (-\log_2 Pi)$$

Se ve que la entropía de la fuente depende únicamente de la probabilidad de ocurrencia de cada mensaje de la misma, Fue Shannon quién demostró que no es posible comprimir una fuente estadísticamente mas allá del nivel indicado por su entropía.

Nótese que dado que **Pi** es siempre un número positivo menor o igual a 1, se tendrá que **H** será siempre positivo. Nos podemos preguntar ¿Cuál es el valor máximo de **H** en relación a la cantidad de elementos de una fuente dada? Intente calcular cual es el **maximo** valor de H para un lenguaje con 26 caracteres en el que todos ellos son equiprobales (como referencia : para el Ingles es 4.03)

Como sabemos un archivo en una computadora es una secuencia de **BITS**, sin embargo en nuestras definiciones de **entropía** y **longitud ideal** de los caracteres estamos considerando la probabilidad de ocurrencia de **caracteres** es decir **bloques de 8 bits**,

Dado que en cualquier archivo almacenado en una computadora los elementos que pueden ser dependientes unos de otros son los **bytes** y no los **bits,** esto hace a la estructura de la fuente, concepto del cual hemos hablado. A medida que nos alejamos del valor de 8 bits para nuestro concepto de byte perdemos estructura en nuestra fuente y la misma cada vez se vuelve mas aleatoria por lo que podremos comprimirla en menor medida. De aquí surge que tomemos siempre bytes de 8 bits.

Ejemplo:

Sea el siguiente string: "**Holasaludosatodos**" de 17 bytes

Carácter	Frecuencia	Probabilidad	Longitud Ideal
H	1	1/17=0.0588	-log2(0.0588)=4.0874 bits
o	4	4/17=0.2353	-log2(0.2353)=2.0874 bits
l	2	2/17=0.1176	-log2(0.1176)=3.0874 bits.
a	3	3/17=0.1765	-log2(0.1765)=2.5025 bits
s	3	3/17=0.1765	-log2(0.1765)=2.5025 bits
u	1	1/17=0.0588	-log2(0.0588)=4.0874 bits
d	2	2/17=0.1176	-log2(0.1176)=3.0874 bits
t	1	1/17=0.0588	-log2(0.0588)=4.0874 bits

Según la ecuación de Entropía

H = 3 * 0.0588 * 4.0874 + 0.2353 * 2.0874 + 2 * 0.1176 * 3.0874 + 2 * 0.1765 * 2.5025

H = 2.82176233222 bits x byte.

H * 17 = **47.96 bits.**

El string en cuestión no puede ser comprimido en menos de 47.96 bits, es decir unos 6 bytes. Este es el límite teórico e ideal al cual puede comprimirse nuestra fuente.

Se dan a continuación una serie de ejercicios resueltos o planteados que forman parte del material de estudio pero que se consideró era preferible presentarlos en forma de problemas ya aplicados a casos.

Ejercicios Resueltos

1) **MUY SIMPLE**: Sean dos fuentes **F1** y **F2** independientes y equiprobables. Calcule **H** para la fuente **Fr** resultante del mínimo común múltiplo de **F1** y **F2**.

F1 = (1,2,3,4); F2 = (2,4,6,8)

Resolución

Lo primero es averiguar la salida de **Fr** que como se dijo es el **mcm** de la salida de F1y F2. Para facilitar utilizaremos una tabla.

F1	F2	Fr (mcm)
1	2	**2**
2	2	**2**
3	2	**6**
4	2	**4**

F1	F2	Fr (mcm)
1	4	**4**
2	4	**4**
3	4	**12**
4	4	**4**

Suma de las componentes

F1	F2	Fr (mcm)
1	6	**6**
2	6	**6**
3	6	**6**
4	6	**12**

F1	F2	Fr (mcm)
1	8	**8**
2	8	**8**
3	8	**24**
4	8	**8**

Salida	Apariciones	Probabilidad
2	2	1/8
4	4	1/4
6	4	1/4
8	3	3/16
12	2	1/8
24	**1**	1/16

La cantidad de apariciones totales son 16. La salida 2 tiene 2 apariciones ➔ 2/16 = 1/8

Luego de los cálculos se obtiene que la entropía es **2,453 bit / símbolo**. ¡VERIFIQUELO ¡

2) **RELATIVAMENTE COMPLICADO**: Se está leyendo los códigos ISBN – 10 de varios libros, en uno de ellos no se puede leer un dígito **0792*93910.** ¿Que afirmación es cierta?
   - * = 8
   - * = 4
   - No es posible corregir el error
   - Ninguna de las anteriores

NOTA: Para resolver este problema necesita buscar información del código ISBN – 10

➔***La Respuesta es 3***

3) **ESTE SI YA ES COMPLICADO:** Suponga que modelamos el movimiento de un auto mediante una cuadrícula y suponiendo que a partir de una cierta cuadrícula se puede mover al Norte, Sur, Este u Oeste, solo una cuadrícula por vez.

Las características del movimiento son:

- El 50% de las veces repite el movimiento anterior
- El 30% de las veces dobla a la derecha
- El 20% de las veces dobla la izquierda

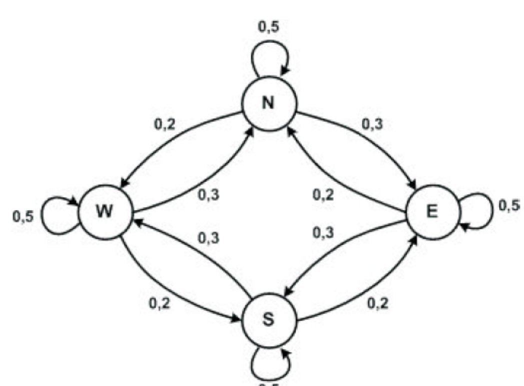
Se pide a) Modelar el proceso b) Calcular las probabilidades de los símbolos (N, S, E, W) c) Calcular la Entopía de la fuente.

a) **Modelo del proceso**. Como paso inicial dibujamos una tabla de doble entrada con las probabilidades del movimiento.

Previo \ Posterior	N	S	E	W
N	0.5	-	0.3	0.2
S	-	0.5	0.2	0.3
E	0.2	0.3	0.5	-
W	0.3	0.2	-	0.5

Podemos ya dibujar el diagrama de estado.

Notemos que cumple con la tabla anterior.



b) Para calcular las probabilidades debemos recordar el significado de las probabilidades condicionales.

Se llama probabilidad condicional $\boldsymbol{P\ (A/B)}$ *a la probabilidad de ocurrencia de* $\boldsymbol{A}$ *sabiendo que ocurrió* $\boldsymbol{B}$.

Si se tiene un suceso complejo $\boldsymbol{M}$ *que se satisface mediante otros sucesos* $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{L}$. *Ej: Ud llega a su trabajo (suceso M) ya sea tomando el Subte (J), tomando en taxi (K) o caminando (L) . Se puede decir:*

$$P\ (M) = P(M/J)\ P(J) + P(M/K)\ P(K) + P(M/L)\ P(L)$$

Lo que se lee*: La probabilidad que Ud. llegue a su trabajo (M) es igual a la probabilidad que llegue al trabajo habiendo tomado el subte por la probabilidad que haya tomado el subte, más la probabilidad que llegue en taxi por la probabilidad de tomar taxi, más la probabilidad que llegue a pie por la probabilidad que llegue a pie.*

Aplicado a nuestro problema:

$$\begin{aligned}
P(N) &= \overbrace{P(N|N)\cdot P(N)}^{\mathrm{I}} + \overbrace{P(N|S)\cdot P(S)}^{\mathrm{II}} + \overbrace{P(N|E)\cdot P(E)}^{\mathrm{III}} + \overbrace{P(N|W)\cdot P(W)}^{\mathrm{IV}} \\
P(S) &= P(S|N)\cdot P(N) + P(S|S)\cdot P(S) + P(S|E)\cdot P(E) + P(S|W)\cdot P(W) \\
P(E) &= P(E|N)\cdot P(N) + P(E|S)\cdot P(S) + P(E|E)\cdot P(E) + P(E|W)\cdot P(W) \\
P(W) &= P(W|N)\cdot P(N) + P(W|S)\cdot P(S) + P(W|E)\cdot P(E) + P(W|W)\cdot P(W)
\end{aligned}$$

La ecuación primera nos dice que la **probabilidad ir al Norte** es igual a las sumatoria de :

I. La probabilidad de ir al Norte sabiendo que antes se fue al Norte por la probabilidad que antes se haya ido al Norte mas …
II. La probabilidad de ir al Norte sabiendo que antes se fue al Sur por la probabilidad que antes se haya ido al Sur mas …
III. La probabilidad de ir al Norte sabiendo que antes se fue al Este por la probabilidad que antes se haya ido al Este mas …
IV. La probabilidad de ir al Norte sabiendo que antes se fue al Oeste por la probabilidad que antes se haya ido al Oeste.

De acuerdo a nuestro caso

I = 0.5 P(N)   II= 0   III = 0.2 P(E)   IV =0.3 P(W)

Reemplazando en la primera ecuación.

P(N) = 0.5 P(N) + 0.2 P(E) + 0.3 P(W) ➔ 0.5 P(N) = 0.2 P(E) + 0.3 P(W) ➔ P(N) = 0.4 P(E) + 0.6 P(W)

Operando similarmente con las demás ecuaciones se llega a que todas las probabilidades son ¼ es decir P(N) = P(S) = P(E) = P(W) = ¼ **DEMOSTRARLO** e indicar porque era evidente sin necesidad de ningún cálculo.

Indicar los cálculos realizados para llegar a que todas las probabilidades son ¼ .

c) **Cálculo de Entropía H**. Para el cálculo de la entropía hacemos algo parecido a las probabilidades condicionales.

H(Fuente) = H (F/N) P(N) + H (F/S) P (S) + H (F/E) P(E) + H (F/W) P (W).

En este caso y a causa del cálculo anterior.

H (F/N) = H (F/S) = H (F/E) = H (F/W)

Aplicando :

$$H = \sum_{i=0}^{n} Pi * (-\log_2 Pi)$$

Haciendo los cálculos se llega a que la entropía es: **1.4855** bits / símbolo) **¡DEMUESTRELO ¡**

Dejar aquí los cálculos realizados.