合 肥 工 业 大 学 试 卷（B）

2015～2016 学年第 二 学期 课程代码 1400021B 课程名称 高等数学(期中) 时间 120 分钟 课程性质:必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）__________ 考试日期 2016 年 4 月 27 日 命题教师 李华冰 系（所或教研室）主任审批签名 郭清伟

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

⑴设 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1, \vec{a}\cdot\vec{b}=2$ 则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ________

⑵设平面 π 过原点以及点 $(6,3,-2)$，且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直，则平面 π 的方程为 ________

⑶ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left(\cos\sqrt{x^2+y^2}\right)^{\frac{1}{\tan(x^2+y^2)}}=$ ________

⑷设方程 $x^2+y^2+z^2-4e^z=0$ 确定了 $z=z(x,y)$，则 $dz=$ ________

⑸计算二次积分 $I=\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}}\frac{\sin y}{y}dy=$ ________

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

⑴设直线 L 的参数方程为 L：$x=t, y=2+t, z=1-2t$，平面 π:$4x-2y+z=0$，则直线 L（ ）

（A）在平面 π 上 （B）平行平面 π，但不在平面 π 上 （C）垂直平面 π （D）与平面 π 斜交

⑵设函数 $f(x,y)$ 有连续的偏导数，在点 $(-1,2)$ 的两个偏导数分别为 $\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(1,-2)}=1, \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(1,-2)}=-1$，则 $f(x,y)$ 在点 $(-1,2)$ 增加最快的方向是（ ）

(A) i (B) j (C) $i+j$ (D) $i-j$

(3) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 点 (x_0,y_0) 连续对于函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 可微是（ ）

(A)充分条件 (B)必要条件 (C)充要条件 (D) 无关条件

(4) 设 D 是由曲线 $y=x^2-1$，$y=\sqrt{1-x^2}$ 围成的平面区域，则 $\iint\limits_D(axy+by^2)dxdy$（ ）

(A) 等于 0 (B) 符号与 a 有关，与 b 无关 (C) 符号与 b 有关，与 a 无关 (D) 符号与 a，b 有关

⑸ 曲线 L:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$L$ 的周长为 a，则 $\oint_L(2xy+3x^2+4y^2)ds=$（ ）

(A) 0 (B) $2a$ (C) $6a$ (D) $12a$.

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 36 分）

(1) 设函数 $z=xf\left(x+y,\frac{y}{x}\right)+g(xy)$，其中 f 的具有二阶连续的偏导数，g 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

(2) 设 $\begin{cases}x^2+y^2-z=0\\ x^2+2y^2+3z^2=16\end{cases}$ 确定了 $y=y(x), z=z(x)$，求 $\frac{dy}{dx},\frac{dz}{dx}$;

(3) 求由方程 $x^2-6xy+10y^2-2yz-z^2+18=0$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 的极值点与极值；

(4) 计算二重积分 $I=\iint\limits_D\left[|x|+|y|+x^2y\sin\frac{y^2}{x^2+4}\right]d\sigma, D:|x|+|y|\le 1$；

(5) 计算三重积分 $I=\iiint\limits_\Omega\frac{1}{(1+x+y+z)^3}dv$，其中 Ω 由平面 $x+y+z=1$ 与三坐标面所围成；

(6) 计算 $I=\oint_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}ds$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2(a>0)$、直线 $y=x$ 及 y 轴在第一象限内所围成的扇形的整个边界.

四、（本题满分 10 分）试确定常数 a,b,c 的值，使函数 $f(x,y,z)=axy^2+byz+cx^3z^2$ 在点 $(1,2,-1)$ 处沿 z 轴正方向的方向导数有最大值 64.

五、（本题满分 10 分）求函数 $z=x^2+y^2-12x+16y$ 在有界闭区域 $D:x^2+y^2\le 25$ 上的最大值和最小值。

六、（本题满分 4 分）设 $f(x)$ 为闭区间 $[0,1]$ 上的连续函数，且 $f(x)>0$，证明:

$$\iint\limits_D\frac{af(x)+bf(y)}{f(x)+f(y)}dxdy=\frac{a+b}{2}$$

其中 a,b 为常数，$D:0\le x\le 1, 0\le y\le 1$.

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。 2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。