合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2015～2016 学年第 二 学期 课程代码 1400021B 课程名称 高等数学(期中) 时间 120 分钟 课程性质:必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）________ 考试日期 2016 年 4 月 27 日 命题教师 李华冰 系（所或教研室）主任审批签名 郭清伟

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

⑴设$|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1, \vec{a},\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，$\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$，则$|\vec{c}|=$________

⑵设平面π过点$(2,-1,-1)$，$(1,2,3)$，且与平面$2x+3y-5z+6=0$垂直，则平面π的方程为________

⑶设函数$u=e^{xyz}+\int_0^{xy}t\sin t dt+\int_0^{yz}t^2dt$，则$grad u=$________

⑷设三元函数$u=\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$，则$du\big|_{(1,1,1)}=$________

⑸计算二次积分$I=\int_0^1dx\int_{x^2}^1\dfrac{xy}{\sqrt{1+y^3}}dy=$________

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

⑴设直线L的方程为L:$\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$,平面$\pi$:$4x-2y+z=2$,则直线L（ ）

（A）L平行于π （B）L在平面π上 （C）L垂直平面π （D）L与平面π斜交

⑵曲线Γ:$\begin{cases}y=-x^2,\\z=x^3,\end{cases}$与平面$x+2y+z=4$平行的切线（ ）.

(A)不存在 (B)只有一条 (C)只有两条 (D) 有三条

⑶母线平行于x轴且通过曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程是（ ）

(A) $3x^2+2z^2=16$ (B) $3y^2-z^2=16$ (C) $x^2+2y^2=16$ (D) $y^2-3z^2=16$

⑷$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}\bigg|_{(x_0,y_0)}$,$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}\bigg|_{(x_0,y_0)}$存在对于函数$f(x,y)$在点$(x_0,y_0)$连续是（ ）

(A)充分条件 (B)必要条件 (C)充要条件 (D) 无关条件

⑸ 曲线L:$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$, L的周长为a，则$\oint_L(2xy+3x^2+4y^2)ds=$( )

(A) 0 (B) $2a$ (C) $6a$ (D) $12a$.

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 36 分）

（1）设函数$z=f(2x^2+3y,e^{xy})$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

（2）设$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=3\\2x-3y+5z=4\end{cases}$确定了$y=y(x), z=z(x)$，求$\dfrac{dy}{dx},\dfrac{dz}{dx}$;

（3）求由方程$x^2+y^2+ze^z=0$所确定的函数$z=z(x,y)$的极值；

(4)计算二重积分$I=\iint\limits_D|x^2+y^2-1|d\sigma$,其中$D:0\le x\le 1, 0\le y\le 1$；

(5)计算三重积分$I=\iiint\limits_\Omega(y^2\sin x+z)dv$,，其中$\Omega$：$z=x^2+y^2, z=\sqrt{2-x^2-y^2}$围成；

(6)计算$I=\oint_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}ds$，其中$L$为圆周$x^2+y^2=a^2(a>0)$、直线$y=x$及$y$轴在第一象限内所围成的扇形的整个边界。

四、（本题满分 10 分）设$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\0, & x^2+y^2=0\end{cases}$, 问$f(x,y)$在$(0,0)$处:

（1）是否连续；（2）偏导是否存在；（3）是否可微.

五、（本题满分 10 分）在椭圆$C:x^2+4y^2=4$上求两点，使其到直线$L:2x+3y-6=0$的距离分别最长和最短，并求最长和最短距离。

六、（本题满分 4 分）设函数$f(x)$在闭区间$[-1,1]$上连续，且$\Omega:x^2+y^2+z^2\le 1$，证明:

$$\iiint\limits_\Omega f(x)dxdydz=\pi\int_{-1}^1 f(x)(1-x^2)dx。$$