合 肥 工 业 大 学 (宣 城 校 区) 试 卷 （ A－1 ）

2013～2014 学年第__一__学期　课程代码__1400011B__　课程名称__高等数学 A(1)__　学分__6__　课程性质:必修☑、选修☐、限修☐　考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）____________________考试日期____2014 年 1 月 14 日____　命题教师____刘植____　系（所或教研室）主任审批签名____________

一、选择题（每小题 **3** 分，共 **15** 分）

1、点 $x=0$ 是函数 $f(x)=\dfrac{x}{\sin x}$ 的（　　）.

(A) 连续点　(B) 可去间断点　(C) 跳跃间断点　(D) 无穷间断点

2、设 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个充分条件是（　　）.

(A) $\lim\limits_{t\to+\infty} t\left[f\left(a+\dfrac{1}{t}\right)-f(a)\right]$ 存在　(B) $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在

(C) $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$ 存在　(D) $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a)-f(a-h)}{h}$ 存在

3、当 $x\to0$ 时，$f(x)=x-\sin x$ 是 $g(x)=x^2$ 的（　　）.

(A) 低阶无穷小　(B) 高阶无穷小　(C) 等价无穷小　(D) 同阶但非等价无穷小

4、下列结论错误的是（　　）.

(A) $\int_{-1}^{1}\sin x\cos^3 x\,\mathrm{d}x=0$　(B) $\int_{-1}^{1}x^3\cos 2x\,\mathrm{d}x=0$

(C) $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x=0$　(D) $\int_{-1}^{1}\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\mathrm{d}x=0$

5、若 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 的一个原函数是（　　）.

(A) $1-\sin x$　(B) $1+\sin x$　(C) $1-\cos x$　(D) $1+\cos x$

二、填空题（每小题 **3** 分，共 **15** 分）

1、极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=$________.

2、笛卡尔曲线 $x^3+y^3-3xy=0$ 在点 $\left(\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{4}\right)$ 处的切线方程为____________.

3、设 $y=\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)$，则 $\mathrm{d}y=$____________.

4、积分 $\int_{-2014}^{2014}\left(e^x-e^{-x}\right)\cos x\,\mathrm{d}x=$________.

5、微分方程 $\cos y\sin x\mathrm{d}x+\sin y\cos x\mathrm{d}y=0$ 的通解为________________.

三、计算下列各题（每小题 **7** 分，共 **35** 分）

1、求极限：$\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(1-x\sin\dfrac{1}{x}\right)$.

2、求 $\int_{-\infty}^{0}\dfrac{\arctan x}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

3、讨论 $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq0,\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续与可导性.

4、设 $y=y(x)$ 由方程 $\int_0^y e^{t^2}\,\mathrm{d}t+\int_0^{x^2}te^t\,\mathrm{d}t=0$ 所确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

5、求微分方程 $y''-5y'+4y=0$ 的通解.

四、（本题满分 **9** 分）求证：$x\geq0$ 时，$(1+x)\ln(1+x)\geq\arctan x$.

五、（本题满分 **8** 分）对函数 $y=e^{-x^2}$，填写下表：

单调减少区间		凹区间	
单调增加区间		凸区间	
极值点		拐点	
极值		渐近线方程	

六、（本题满分 **12** 分）设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过原点，当 $0\leq x\leq1$ 时，$y\geq0$，又已知该抛物线与直线 $x=1$ 及 x 轴所围图形的面积为 $\dfrac{1}{3}$，求 a,b,c，使此图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积最小.

七、（本题满分 **6** 分）设函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且对 (a,b) 内的每一点 x，均有 $f(x)g'(x)-f'(x)g(x)\neq0$，试证明：如果 $g(x)$ 在 (a,b) 内有两个不同的零点 $x_1<x_2$，则必有一点 $\xi\in(x_1,x_2)$，使 $f(\xi)=0$.