2015~2016 概率论试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．袋中有 4 件正品与 1 件次品，从中任取一件，若是正品不再放回，直到取得次品为止，设取得次品前已取出的正品数为 X，则 $P(X\geq 1)=$（）.

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

2．设随机变量 $X \quad P(\lambda)$，$E(X-1)(X-2)=2$，则 $\lambda=$(　　).

(A) 0 　(B) 1 (C) 2 　(D) 3

3．设 $X\sim E(\lambda)$，$P(X>D(X))=e^{-2}$，则 $\lambda=$（）.

（A）2 　　(B) 1 　(C) $\frac{1}{2}$ 　(D) $\frac{1}{4}$

4．对任意两随机变量 X，Y，若 $D(X+Y)=D(X-Y)$,则（）.

(A) X与Y 相互独立(B) X与Y 线性相关

(C) $D(XY)=D(X)D(Y)$ 　　　(D) $E(XY)=E(X)E(Y)$

5．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma>0$，记 $p=\mathrm{P}(X\leq\mu+\sigma^2)$，则（）.

(A) p 随 σ 的增大而增大(B) p 随 μ 的增大而增大

(C) p 随 σ 的增大而减小(D) p 随 μ 的增大而减小

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．设 A与B 是两随机事件，若 $P(B\mid A)=0.4$，则 $P(\overline{B}\mid A)=$.

2．某人独立重复地做某试验，每次成功的概率为 $p\ (0<p<1)$，则此人第 5 次试验时恰第 2 次成功的概率为.

3．从总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 中取一容量为 n 的样本，若样本均值 $\overline{x}=3.4$，μ 的置信度为 0.95 的置信上限为 5.4，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度为________.

4．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $Y=\dfrac{(X-\mu)^2}{\sigma^2}$ 服从的分布为(需写出自由度).

5．设二维正态分布 $(X,Y)\sim N(\mu_X,\mu_Y,\sigma_X^2,\sigma_Y^2,\rho_{XY})$，$U=X+aY$，$V=X-aY$，若 U 与 V 独立，则 $a^2=$.

三、（本题 12 分）据统计同学学习概率论与数理统计课程分布状况如下，很努力的同学 A_1 占 40%，较努力的同学 A_2 占 50%，不努力的同学 A_3 占 10%，设 $B=\{$任一同学期末考试通过$\}$，且很努力的同学通过的可能性为 100%；较努力的同学通过的可能性为 90%；不努力的同学通过的可能性为 10%；求(1)某同学通过本次期末考试的概率；(2)某同学通过了本次期末考试，但他属于不努力同学的概率为多少？

四、（本题 14 分）设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} C\,x, 0<x<2, \\ 0,\ 其它 \end{cases}$，试求：

(1) 常数 C 的值；(2) X 的分布函数；(3) $\mathrm{P}(-2<X<1)$；(4) $Y=2X-1$ 的概率密度函数.

五、（本题 14 分）设随机变量 (X,Y) 在区域

$$G=\{(x,y)\,|\,0<x<1, 0<y<1\}$$

内服从均匀分布，试求：

(1)概率 $\mathrm{P}\{X+2Y\geq 1\}$；（2）X 与 Y 的边际密度，并判断其是否独立？（3）$Z=X-Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$，EZ，DZ .

六、（本题 8 分）设总体 $X \quad B(100,0.2)$，用中心极限定理求 $P(14\leq X\leq 30)$ 的近似值.

（$\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(2.5)=0.9938$）.

七、（本题 14 分）设总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{\theta^2}, & 0<x<\theta \\ 0, & 其他 \end{cases}$，$X_1,\cdots,X_n$ 为 X 的简单随机样本，试求：（1）参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_M$，并讨论 $\hat{\theta}_{\mathrm{M}}$ 是否为 θ 的无偏估计；(2)参数 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_{\mathrm{L}}$；

八、（本题 8 分）设 $T \quad t(n)$，证明 $\dfrac{1}{T^2}\sim F(n,1)$.