合　肥　工　业　大　学　　试　卷　（A）　　　　共__1__页第__1__页

2016～2017 学年第__一__学期　课程代码__1400071B__　课程名称__线性代数__　学分__2.5__　课程性质：必修þ、选修¨、限修¨　考试形式 开卷¨、闭卷þ

专业班级（教学班）______________　考试日期______________　命题教师__集体__系（所或教研室）主任审批签名______________

一、填空题（每小题 4分，共 20分）

1.设 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{11}-3a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{21}-3a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{31}-3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$__________.

2.设 n 阶方阵 A 的行列式 $|A|=\dfrac{1}{3}$，则 $\left|(\dfrac{1}{3}A)^{-1}-15A^*\right|=$__________.

3.设方阵 A 满足 $A^2+2A-3E=O$，则 $(A+4E)^{-1}=$__________.

4. 设 A 是三阶矩阵，特征值为 $1,2,3$，则 $|A+2E|=$__________.

5. 当常数 t 满足__________时，二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3+2tx_2x_3$ 正定．

二、选择题（每小题 4分，共 20分）

1.设 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $n\times m$ 矩阵，则（　）．

（A）当 $m>n$ 时，必有 $|AB|\neq 0$　　（B）当 $m>n$ 时，必有 $|AB|=0$

（C）当 $n>m$ 时，必有 $|AB|\neq 0$　　（D）当 $n>m$ 时，必有 $|AB|=0$

2.设 A 是 3阶方阵，将 A 的第 2行加到第 1行得 B，再将 B 的第 1列的 -1 倍加到第 2列得 C，记 $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则（　）．

（A）$C=P^{-1}AP$　　（B）$C=PAP^{-1}$　　（C）$C=P^TAP$　　（D）$C=PAP^T$

3.α,β,γ 线性无关，α,β,δ 线性相关，则（　）．

（A）α 必可由 β,γ,δ 线性表示　　（B）β 必不可由 α,γ,δ 线性表示

（C）δ 必可由 α,β,γ 线性表示　　（D）δ 必不可由 α,β,γ 线性表示

4.已知 A 是 4×5 的矩阵，ξ_1,ξ_2 是 $Ax=0$ 的一个基础解系，则（　）

（A）$r(A)=2$　　（B）$\xi_1-\xi_2,\xi_2-\xi_1$ 是 $Ax=0$ 的一个基础解系

（C）$\xi_1-\xi_2,\xi_2+\xi_1$ 是 $Ax=0$ 的一个基础解系　　（D）$k(\xi_1+\xi_2),k\in R$ 是 $Ax=0$ 的通解

5.设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则 A 与 B（　）．

（A）合同且相似　　（B）合同但不相似　　（C）不合同但相似　　（D）不合同且不相似

三、（本题满分 8分）计算 $D_n=\begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & x_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & x_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & x_n \end{vmatrix}$　$(x_i\neq 0, i=1,2,\cdots,n)$．

四、（本题满分 10分） 设三阶方阵 A,B 满足关系式：$A^{-1}BA=6A+BA$，且 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$，求 B．

五、（本题满分 12分） 设四维列向量组

$\alpha_1=(1+a,1,1,1)^T$，$\alpha_2=(2,2+a,2,2)^T$，$\alpha_3=(3,3,3+a,3)^T$，$\alpha_4=(4,4,4,4+a,)^T$，

（I）问 a 为何值时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关？（II）当 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关时，求其一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组表示．

六、（本题满分 12分） 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 8 & 2 & a \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵 Λ，求常数 a 的值．

七、（本题满分 14分） 已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=4x_2^2-3x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$．

（I）写出二次型 f 的矩阵表达式；

（II）用正交变换把二次型 f 化为标准形，并写出相应的正交矩阵．

八、（本题满分 4分） 设 $\alpha_i(i=1,2,\cdots,n)$ $(n>1)$ 为 n 维列向量，记矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$，若 $|A|=0$ 且 $|A|$ 有一个代数余子式 $A_{11}\neq 0$，求方程组 $A^*x=0$ 的通解．

命题教师注意事项：1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。 2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。