合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2016 ~ 2017 学年第 一 学期 课程代码 1400211B / A1400011B 课程名称 《高等数学》A1 学分 6 课程性质：必修■ 考试形式：闭卷■

专业班级（教学班） 2016级本科生 考试日期 2017-01-13（8:00-10:00） 命题教师 集体 系/教研室主任审批签名 邓斌 邓斌

一、填空题（每小题3分，共15分）

1、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^n=$_________.

2、曲线 $y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$ 的渐近线方程为____________.

3、$y=x\cdot|x(x-1)(x-2)|$ 有_________个不可导点.

4、曲线 $y=\ln\cos x\ (0\le x\le\frac{\pi}{4})$ 的弧长为____________.

5、$x>0$时，微分方程$\left(y+x^2e^x\right)dx-xdy=0$的通解为$y=$____________.

二、选择题（每小题3分，共15分）

1、设 $f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$ 内可导，且 $f(x)$ 严格单调增加，则（　　）.

(A) $f'(x)>0$　(B) $f'(-x)\le 0$　(C) $f(-x)$ 单增　(D) $-f(-x)$ 单增

2、设 $f''(x)+f'^2(x)=x, f'(0)=0$ 则（　　）.

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的一个极大值

(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的一个极小值

(C) $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(0,f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

3、若 $f(x)$ 的导函数是 $\cos x$，则 $f(x)$ 有一个原函数为（　　）.

(A) $x+\sin x$　(B) $x+\cos x$　(C) $x-\sin x$　(D) $x-\cos x$

4、设有反常积分 $I_1=\int_1^{+\infty}\dfrac{dx}{x(x+1)}$，$I_2=\int_0^1\dfrac{dx}{x(x+1)}$，则（　　）.

(A) I_1与I_2都收敛　(B) I_1收敛，I_2发散

(C) I_1与I_2都发散　(D) I_1发散，I_2收敛

5、微分方程 $y''+2y'-3y=(x+1)e^x$ 的特解形式可设为（　　）.

(A) $y^*=(ax+b)e^x$　(B) $y^*=x(ax+b)e^x$

(C) $y^*=x^2(ax+b)e^x$　(D) $y^*=x^3(ax+b)e^x$

三、计算题（每小题6分，共36分）

1、讨论函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x}, & x\ne 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性、可导性.

2、设 $y=y(x)$ 是由方程 $x^2-y+1=e^y$ 所确定的隐函数，求 $y''(0)$.

3、设 $f(x)=\begin{cases}x, & x\in[-1,0],\\ \cos x, & x\in(0,1],\end{cases}$ 求 $F(x)=\int_{-1}^x f(t)dt$，$x\in[-1,1]$ 的表达式.

4、在 $x\to 0$ 时，按高阶到低阶的次序排列下列无穷小，并简述原因:

$$f(x)=\int_0^{1-\cos x}\sin t^2dt,\ g(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}.$$

5、求 $\int_0^1\dfrac{\arctan x}{(1+x^2)^{3/2}}dx$.

6、求微分方程 $y''=4x\sqrt{y'}$ 满足初始条件 $y(1)=0,\ y'(1)=1$ 的特解.

四、（本题满分12分）求 $y=e^{-x^2}$ 的单调区间、凹凸区间、极值点以及曲线 $y=e^{-x^2}$ 的拐点.

五、（本题满分12分）设函数 $f(x)=x(x-1)$，$x\in[0,1]$ 与 x 轴所围成的平面区域为 D，求

(1) D 的面积 A；

(2) D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V.

六、（本题满分5分）设 $f(x)$ 为连续函数，证明:

$$\int_0^\pi xf(\sin x)dx=\frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(\sin x)dx,$$

并由此计算 $\int_0^\pi\dfrac{x\sin x}{2-\sin^2 x}dx$.

七、（本题满分5分）设 $f(x)$ 在$[a,\ b]$上有三阶导数，且$|f'''(x)|\le M$，若 $M_0(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 在(a,b)内的拐点，证明：$|f''(a)|+|f''(b)|\le M$.

考试特别提示：1、学生必须按题号顺序答题；答题时只写答案；请尽量在一张答题纸内（正、反）答题。2、交卷时试卷纸与答题纸分开，试卷装订时只装订学生答题纸。3、学生试卷纸由各系（教研室、中心）负责收回，学校统一销毁。

命题教师注意事项：1、主考教师必须于考试一周前将“试卷A”、“试卷B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。 2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用A4纸横式打印贴在试卷版芯中。