

合肥工业大学 2001-2002 学年

2000 级《概率统计》期末考试卷

一、填空题（每小题 3 分）

- 1、若事件 A, B 相互独立, 且 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, 则 $P(A \cup B)=$ _____。
- 2、一射手对同一目标独立地进行四次射击。若至少命中一次的概率为 $80/81$, 则该射手的命中率为_____。
- 3、已知离散型随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布, 即 $P(X=k)=2^k e^{-2}/k!$, $k=0, 1, 2, \dots$, 则随机变量 $Y=3X-2$ 的数学期望为 $E(Y)=$ _____。
- 4、设随机变量 X 的数学期望为 $E(X)=\mu$, 方差 $D(X)=\sigma^2$, 则对任意正数 ε , 有切比雪夫不等式_____。
- 5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为_____。

二、选择题（每小题 3 分）

- 1、对任意两个事件 A 和 B, 有 $P(A-B)=($)。
(A) $P(A)-P(B)$ (B) $P(A)-P(B)+P(AB)$ (C) $P(A)-P(AB)$ (D) $P(A)+P(B)-P(AB)$
- 2、设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2, 则 $3X-2Y$ 的方差为 ()。
(A) 44 (B) 28 (C) 16 (D) 8
- 3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ke^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $k=($)。
(A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -3
- 4、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是 ()。
(A) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ (B) $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n-1}}$ (C) $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ (D) $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$
- 5、关于两随机变量的独立性与相关系数的关系, 下列说法正确的是 ()。

(A) 若 X, Y 独立, 则 X 与 Y 的相关系数为 0

(B) X, Y 的相关系数为 0, 则 X, Y 独立

(C) X, Y 独立与 X, Y 的相关系数为 0 等价

(D) 以上结论都不对。

三、(6 分) 设 15 只同类型的零件中有 2 只是次品, 在其中取 3 次, 每次任取一只, 作不放回抽样。用 X 表示取出次品的只数, 求 X 的分布律。

四、(8 分) 设有甲、乙两袋, 甲袋中有 a 只白球, b 只红球; 乙袋中有 A 只白球, B 只红球。今从甲袋中任取一只球放入乙袋, 再从乙袋中任取一只球。问取到红球的概率是多少?

五、(8 分) 某种型号的灯泡寿命 X (以小时计) 具有以下的概率密度

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1000}{x^2}, & x > 1000, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

现有一大批灯泡 (设各灯泡损坏与否相互独立), 任取 5 只, 求其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率。

六、(10 分) 设随机变量 X 在 1, 2, 3, 4 四个整数中等可能地取值, 另一个随机变量 Y 在 $1 \sim X$ 中等可能地取一整数, 试求 (X, Y) 的分布律, 问 X, Y 是否相互独立。

七、(10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

(1) 求 X 的数学期望 $E(X)$; (2) 求 $Y = e^X$ 的概率密度。

八、(14 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是相互独立的随机变量, 且,

$$E(X_i) = \mu, D(X_i) = \sigma^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

(1) 求 $E(\bar{X}), D(\bar{X})$; (2) 验证 $S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right]$; (3) 求 $E(S^2)$ 。

九、(14 分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$ 其中 $\theta > -1$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是

来自总体 X 的一个简单随机样本。分别用矩估计法和极大似然估计法求 θ 的估计量。

合肥工业大学 2002-2003 学年

2001 级《概率统计》期末考试卷

一、填空题（每小题 3 分）

1、已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{6}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。

2、如图所示系统中，由四个元件构成，每个元件的可靠性 p ($0 < p < 1$)，则系统的可靠性是_____。 <P<1>, 则系统的可靠性是_____。 < TD>

3、设随机变量 $X \sim B(n, p)$ ，已知均值 $E(X) = 6$ ，方差 $D(X) = 3.6$ ，则 $n =$ _____。

4、设 $X \sim N(2, \sigma^2)$ ，且已知 $P = 0.3$ ，则 $P =$ _____。

5、设随机变量 X 的均值和方差分别是 $E(X) = u$ ， $D(X) = \sigma^2$ 对任意给定的 $\varepsilon > 0$ ，切比雪夫不等式是 P _____。

二、选择题（每小题 3 分）

1、已知 $P(A) = 0.8, P(B) = 0.6$ ，则 $P(AB)$ 的最小值是()。

- (A) 0 (B) 0.6 (C) 0.48 (D) 0.4

2、设随机变量 X 的分布律是

X	0	1	2
P_k	0.3	0.5	0.2

则概率 $P =$ ()。

- (A) 0 (B) 0.3 (C) 0.8 (D) 1

3、设 $X \sim P(\lambda)$ (泊松分布) 则方差 $D(2X-1) =$ ()。

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -3

4、设 $X \sim U(0, \theta)$ ，则参数 θ 的矩估计是 ()。

- (A) $\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}$ (B) $2\bar{X}$ (C) $\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}$ (D) \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

其中 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的样本，

5、 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的样本，且 $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$ ，则下列是 σ^2 的无偏估计为（ ）。

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$

(B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$

(C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(D) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

三、（9分）设10件产品中各有2件次品，8件正品，分别任取两次，取后不放回，试求下列事件的概率：

1、两次都取得正品，2、第二次取得次品，3、两次中每次恰有一个次品。

四、（12分）设 X 服从参数 $\lambda = \frac{1}{9}$ 的指数分布，其密度函数 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，试求：

1、P；2、分布函数 $F(x)$ ；3、随机变量 X 的函数 $Y = e^{X/3}$ 的密度函数 $f_Y(y)$ 。

五、（9分）设 X 是连续型随机变量，分布函数是

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -a \\ A + B \arcsin \frac{x}{a}, & -a \leq x < a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$$

试求：1、常数 A 和 B ；2、 $P\{|X|$

六、（10分）设一个人有 N 把钥匙，每次开门时随机任取一把开门（其中仅有一把能打开门），直到把门打开为止，用 X 表示直到把门打开时开门的次数，试按下列两种不同情况求 1、 X 的分布率；2、均值 $E(X)$ ：

(a) 每次打不开门钥匙不放回；(b) 每次打不开门钥匙均放回。

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax, & 0 \leq x < y, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

七、（10分）设随机变量 (X, Y) 的密度函数为

1、常数 A ；2、 P ；3、 X 与 Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ ；4、判定 X, Y 的独立性（说明理由）。

八、（14分）设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的样本， X 的密度函数是

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty < x < +\infty$$

试求 σ 的极大似然估计。

九、(14分) 设一种产品的某项数量指标 X 服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现做了 9 次试验, 计算得样本均值 $\bar{x} = 8.510$, 修正标准差 $S^* = 1.028$, 试求总体 X 均值 μ 的置信度是 0.95 的置信区间。已知 $\alpha = 0.05$ 时, 正态分布及 t 分布的分位点是

$$u_{\alpha} = 1.64, u_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96, t_{\alpha}(8) = 1.8595, t_{\frac{\alpha}{2}}(8) = 2.306$$

合肥工业大学 2003-2004 学年

2002 级《概率统计》期末考试卷

一、填空题 (每小题 3 分)

- 1、已知 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$, $P(B|A) = 0.75$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。
- 2、已知随机变量 X 服从泊松分布 $(p_k = \lambda^k / k! * e^{-\lambda}, k = 0, 1, \dots)$ 且 $P=$, 则 $P=$ _____。
- 3、若离散型随机变量 X 分布列为

X	-1	0	1	2
P	0.25	a^2	$0.25 - a$	0.5

$F(x)$ 为其分布函数, 求 $a =$ _____ ; $F(0.5) =$ _____。

- 4、设 $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立, 均服从区间 $(0, 2)$ 上的均匀分布, $Y = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} X_i$,

用中心极限定理求 $P =$ _____。

- 5、已知 T_1, T_2, T_3 和 $a^2 T_1 - 2a T_2 + 2a T_3$ 均为非零参数 θ 的无偏估计量, 则 $a =$ _____。

二、选择题 (每小题 3 分)

- 1、 A, B 为随机事件, $A\bar{B} = \phi$, 则下列说法正确的是()。

(A) A, B 不能同时发生

(B) \bar{A}, \bar{B} 不能同时发生

(C) A 发生则 B 必发生

(D) B 发生则 A 必发生

- 2、已知随机变量 X 服从正态分布 $N(9, 4)$, 则下列随机变量中服从标准正态分布 $N(0, 1)$ 的是()。

(A) $\frac{X-9}{4}$

(B) $\frac{X-9}{2}$

(C) $\frac{X-3}{4}$

(D) $\frac{X-3}{2}$

- 3、已知 X, Y 为相互独立的随机变量, 联合分布函数为 $F(x, y)$, 设 $A=, B=$, 下列命题正确的是()。

(A) $F(x, y) = P(A)P(B)$

(B) $F(x, y) = P(A) - P(B)$

(C) $F(x, y) = P(A) - P(A)P(B)$

(D) $F(x, y) = P(B) - P(A)P(B)$

$$\bar{X} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i, \quad \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{50} (X_i - \bar{X})^2$$

4、已知 X_1, X_2, \dots, X_{50} 为来自总体 $X \sim N(2, 4)$ 的样本，服从分布为 ()。

- (A) $N(2, 4/50)$ (B) $N(2/50, 4)$ (C) $\chi^2(50)$ (D) $\chi^2(49)$

5、设总体 $X \sim N(\mu, 9)$ ，设总体均值 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间长度为 L 。在其他条件均不变的情况下， L 和 α 的关系为 ()。

- (A) 若 α 变大，则 L 减小 (B) 若 α 变大，则 L 增大
(C) 无论 α 如何变化， L 不变 (D) 以上说法均不正确

三、(8分) 现有 A, B, C 三个盒子，其中 A 盒中有 6 个黑球 2 个白球；B 盒中有 4 个黑球 2 个白球；C 盒中有 1 个黑球 3 个白球。任取一个盒子，并从中随机取出一只球：

1) 求取出的球是白球的概率；2) 若取出的球是白球，求此球是 C 盒子中取的概率。

四、(10分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} A(6-x-y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

求 1) 常数 A；2) P；3) P。

五、(16分) 已知二维随机变量 (X, Y) 服从区域 D 上的均匀分布。

- 1) 求出 X, Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ ，并说明 X, Y 是否独立；
2) 求出 X, Y 的相关系数 ρ_{xy} ，说明 X, Y 是否相关；
3) 设 $Z=X+Y$ ，求 Z 的密度函数。

六、(10分) 设随机变量 X, Y 服从正态分布： $X \sim N(1, 9), Y \sim N(0, 4), X, Y$ 相关系数 $\rho_{xy}=0.5$ 。设 $Z=X/3-Y/4$ ，

- 1) 求 $E(Z), D(Z)$ ； 2) 求 $\text{cov}(Y, Z)$ ； 3) 问 Y 和 Z 是否独立，说明理由。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-2}{\theta}}, & x > 2, \theta > 0 \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

七、(14分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本，

- 1) 求 θ 的矩估计量；2) 求 θ 的极大似然估计量。

八、(6分) 某种元件寿命 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现取 n 只元件测量其寿命。问在显著性水平 α 下是否可以认为元件的平均寿命等于 μ_0 (已知常数)，就此假设检验问题完成下列表格：

假设检验问题	H_0	H_1
检验统计量		
拒绝域		

九、(6分) 对任意随机事件 A, B, C，试证： $P(AB) + P(AC) - P(BC) \leq P(A)$ 。

2003 级《概率统计》期末考试卷

一、填空题（每小题 3 分）

- 1、设 $P(A)=0.6, P(B)=0.8$, 且 A, B 独立, 则 $P(\overline{A}\overline{B})=$ _____。
- 2、一个袋中装有 5 只球, 编号分别为 1, 2, 3, 4, 5。现从袋中同时取出 3 只球, 那么这 3 只球中最大号码是 5 的概率是_____。
- 3、设 $X \sim N(3, \sigma^2)$ 且 $P=0.9$, 那么 $P=$ _____。
- 4、设 $X \sim B(3, 0.5)$, Y 在区间 $[0, 6]$ 上服从均匀分布, 已知 X 与 Y 相互独立, 则 $D(2X+Y)=$ _____。
- 5、已知总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均为未知, 现对 X 的取值进行 4 次测量, 得样本均值为 $\bar{x} = 0.375$, 样本方差为 $s^2 = 3.84$, 那么 μ 的置信度是 95% 的置信区间是_____。（已知 $\mu_{0.05} = 1.645, \mu_{0.025} = 1.96, t_{0.05}(3) = 2.3534, t_{0.025}(3) = 3.1824, t_{0.05}(4) = 2.1318, t_{0.025}(4) = 2.7764$ ）

二、选择题（每小题 3 分）

- 1、设 A, B 为随机事件, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下列说法正确的是()。
(A) 若 A, B 相容, 必有 A, B 相互独立。 (B) 若 A, B 相容, 必有 A, B 不相互独立。
(C) 若 A, B 不相容, 必有 A, B 相互独立。 (D) 若 A, B 不相容, 必有 A, B 不相互独立。
- 2、设离散型随机变量 X 的概率分布为 $P = b \lambda^k (k=0, 1, 2, \dots, 0 < b < 1)$
(A) $\lambda > 0$ 为任意实数 (B) $\lambda = 1/(1+b)$ (C) $\lambda = 1-b$ (D) $\lambda = 1/(1-b)$
- 3、设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从 $B(1, 0.5)$, 那么下列各式中正确的是()。
(A) $P=0.5$ (B) $P=1$ (C) $P=0$ (D) $X=Y$
- 4、设随机变量的方差均存在, 那么下列说法正确的是()。
(A) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 时, 必有 X 与 Y 是相互独立的
(B) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 时, 必有 X 与 Y 是不相关的
(C) X 与 Y 是不相关的, 必有 X 与 Y 是相互独立的
(D) X 与 Y 是不相关的是 X 与 Y 是相互独立的充分必要条件
- 5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其容量为 n 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则下列结论正确的是()。

$$(A) \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$$

$$(B) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$$

$$(C) \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$$

$$(D) \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$$

三、（8 分）设一批同样规格的零件是由甲, 乙, 丙三个工厂生产的, 三个工厂的产品数量分别是总量的 20%, 40%, 40% 并且已知三个工厂的产品次品率分别是 5%, 4%, 3%, 今从这批产品中任取一件, 问它是次品的概率是多少? 又如果已知取到的零件是次品, 问它是甲厂生产的概率是多少?

四、（10 分）已知连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x, & 0 \leq x \leq 2 \\ k - \frac{1}{4}x, & 2 < x \leq 4 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数 k 的值; (2) 求 X 的分布函数 F(x); (3) 求概率 P; (4) 求 E(X) 及 D(X)。

五、(16 分) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律如上表所示: (1) 求常数 p 的值; (2) 求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布率, 并判别 X 与 Y 是否相互独立; (3) 求 cov(X, Y), 并判别 X 与 Y 是否不相关; (4) 求 Z=X+Y 的分布律。

六、(10 分) 某发电站供应一万户用电, 假设用电高峰时, 每户用电率为 0.9, 试用中心极限定理计算: (1) 同时用电户数在 9030 以上的概率; (2) 若每户用电 200W, 问电站应具有多大的发电量, 才能以 95% 的概率保证供电?

($\Phi(1)=0.8413$, $\Phi(1.645)=0.95$)

1) 求 E(Z), D(Z); 2) 求 cov(Y, Z); 3) 问 Y 和 Z 是否独立, 说明理由。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda 3x^2 e^{-\lambda x^3}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

七、(14 分) 设总体 X 的概率密度函数为: , 其中 $\lambda > 0$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的容量为 n 的样本, 求参数 λ 的极大似然估计量。

八、(12 分) 某地早稻收割根据长势估计平均亩产为 310kg, 收割时随机地抽取了 10 块, 测出每块的实际亩产量后经计算后得它们的平均值为 320kg, 如果已知早稻亩产量 $X \sim N(\mu, 144)$, 试问所估产量是否正确? (取 $\alpha = 0.05$, $u_{0.005} = 1.645$, $u_{0.025} = 1.96$)