合 肥 工 业 大 学 试 卷（B）

共 1 页第 1 页

2014～2015 学年第 二 学期　课程代码 1400021B　课程名称 高等数学期中考试　时间 120 分钟　课程性质:必修☑、选修□、限修□　考试形式:开卷□、闭卷☑

专业班级（教学班）＿＿＿＿　考试日期 2015 年 5 月 6 日　命题教师 李华冰　系（所或教研室）主任审批签名 张莉

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

(1) 已知 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{2}$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ 2

(2) 与向量 $\vec{a}=(2,1,-1)$ 平行，且在 x 轴、y 轴上的截距分别为 3，-2 的平面方程为 $2x-3y+z-6=0$

(3) 设 $u=x^2+y^2+z^2$，则它在点 $P(1,0,-1)$ 处沿 $\vec{n}=\{1,2,3\}$ 方向的方向导数为 $-\frac{2\sqrt{14}}{7}$

(4) 已知函数 $f(x,y)$ 满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=2$，且 $f(x,0)=1, f_y'(x,0)=x$，则 $f(x,y)=$ y^2+xy+1

(5) 设 $V=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le\varepsilon^2\}$，$f(x,y)$ 为连续函数，则 $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\pi\varepsilon^3}\iiint\limits_V e^{x^4+y^2+z^4}dxdydz=$ $\frac{4}{3}$

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

(1) 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数 $f_x'(0,0)=1, f_y'(0,0)=4$，则（ C ）.

(A) $dz|_{(0,0)}=dx+4dy$　　(B) 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x,y)$ 必存在

(C) 函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内必有定义

(D) 曲线 $\begin{cases} z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的切向量为 $4\vec{i}+\vec{k}$

(2) 若 $f(x,x^2)=x^3$，$f_x'(x,x^2)=x^2-2x^4$，则 $f_y'(x,x^2)=$（ A ）.

(A) $(x+x^3)$　　(B) $2x^2+2x^4$　　(C) x^2+x^5　　(D) $2x+2x^2$

(3) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 连续，$\int_0^1 f(x)dx=K$，则 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy=$（ D ）.

(A) K　　(B) $\frac{K}{2}$　　(C) K^2　　(D) $\frac{K^2}{2}$

(4) 下列哪一个条件成立时能推出 $f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点可微，且全微分 $df=0$？（ ）.

(A) 在 P_0 两个偏导数 $f_x'=0, f_y'=0$　　(B) $f(x,y)$ 在 P_0 的全增量 $\Delta f=\frac{\Delta x\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}$

(C) $f(x,y)$ 在 P_0 的全增量 $\Delta f=\frac{\sin(\Delta x^2+\Delta y^2)}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}$

(D) $f(x,y)$ 在 P_0 的全增量 $\Delta f=(\Delta x^2+\Delta y^2)\sin\frac{1}{\Delta x^2+\Delta y^2}$

(5) 设 D 是由曲线 $y=x^2-4$ 和 $y=0$ 围成的平面区域，则 $I=\iint\limits_D (ax+y)dxdy$（ C ）.

(A) $I>0$　　(B) $I=0$　　(C) $I<0$　　(D) I 符号与 a 有关

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 30 分）

(1) 设 $z=z(x,y)$ 由 $e^{z+y}-x\sin z=e$ 所确定，求 $dz|_{(0,1)}$；

(2) 计算 $I=\int_0^1 dy\int_{\arcsin y}^{\pi-\arcsin y}\sin^3 x\,dx$　$\frac{5}{6}$

(3) 计算 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}\frac{|x|+|y|}{x^2+y^2}$；

(4) 计算 $\iint\limits_D (y^2-5x+2y)dxdy$，$D:\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le R^2\}$；

(5) 计算 $I=\iiint\limits_\Omega \frac{1}{(1+x+y+z)^3}dxdydz$，$\Omega$ 是由平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标面所围成的空间区域；

四、（本题满分 10 分）在曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=1$ 上作切平面，使得切平面与三坐标面所围成的体积最大，求切点坐标。

五、（本题满分 10 分）设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 问在原点 $(0,0)$ 处：

(1) 偏导数是否存在；(2) 方向导数是否存在；(3) 是否可微？均说明理由。

六、（本题满分 10 分）设函数 $f(x,y)=x(1+yg(x^2+y^2))$，其中函数 $g(u)$ 二阶可导。

求 (1) $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$；(2) 求 $I=\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，其中 D 由 $y=x^3, y=1, x=-1$ 所围成的平面区域。

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将"试卷 A"、"试卷 B"经教研室主任审批签字后送教务科印刷。　2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。

$f=xy\iint f(x,y)dxdy+15x^2y^2$

$C=\iint f\,d\delta = C\cdot\iint_D xy\,d\delta+\iint_D 15x^2y^2 d\delta$

合 肥 工 业 大 学 试 卷 （B）

2013～2014 学年第 二 学期　课程代码 1400011B　课程名称 高等数学 A(2)　学分 6　课程性质：必修■、选修□、限修□　考试形式：开卷□ 闭卷■

专业班级（教学班） 宣城校区 2013 级　考试日期 2014-4-12　命题教师 《高等数学》命题组　系/教研室主任审批签名 刘植

一、填空题（每空 5 分共 30 分）.

1、若$|a|=1$，$|b|=4$ 且 $a\cdot b=2$，则$|a\times b|=$__________ .

2、设$xz-ye^{z}=1$，则$dz\big|_{(1,0)}=$__________ .

3、设$f(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$，则$\mathrm{grad}\, f(1,1)=$__________，在点$(1,1)$处的最大方向导数为__________ .

4、曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=7,\\ x-y-z=0\end{cases}$在点$(1,-1,2)$处的法平面方程为__________ .

5、设$D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$，则$\iint\limits_D\left(x^2\sin y+y^2\sin x+1\right)dxdy=$__________ .

二、选择题（每题 5 分共 25 分）.

1、考虑二元函数$f(x,y)$的下面 5 条性质：$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处：① 极限存在；② 连续；③ 两个偏导数存在；④ 两个偏导数连续；⑤ 可微．若用"$P\Rightarrow Q$"表示可由性质P推出性质Q，则下列结论完全正确的是（　　）.

（A）⑤ ⇒ ③ ⇒ ② ⇒ ①　　（B）④ ⇒ ⑤ ⇒ ③ ⇒ ①

（C）④ ⇒ ⑤ ⇒ ③ ⇒ ②　　（D）④ ⇒ ⑤ ⇒ ② ⇒ ①

2、平面$\pi_1: x-2y+z=1$与$\pi_2: x+y-2z=1$的夹角为（　　）.

（A）$\frac{\pi}{6}$　（B）$\frac{\pi}{3}$　（C）$\frac{\pi}{4}$　（D）$\frac{\pi}{2}$

3、若$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)处取得极小值，则在该点处有（　　）.

（A）$f(x,y_0)$在x_0处取得极小值

（B）$f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)>0$ 且 $f_{xx}(x_0,y_0)<0$

（C）$f_x(x_0,y_0)=f_y(x_0,y_0)=0$

（D）$f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)>0$ 且 $f_{xx}(x_0,y_0)>0$

4、设$M=\iint\limits_D(x+y)^3dxdy$，$N=\iint\limits_D\left(e^{-x^2-y^2}-1\right)dxdy$，$P=\iint\limits_D\cos^2 x\sin^2 y\,dxdy$，其中$D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$，则有（　　）.

（A）$M>N>P$　（B）$N>M>P$

（C）$M>P>N$　（D）$P>M>N$

5、设函数$f(x,y)$连续，则$\int_0^{\pi/3}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\,dr=$（　　）.

（A）$\int_0^{\sqrt3/2}dx\int_{\sqrt3 x}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$　（B）$\int_0^{\sqrt3/2}dy\int_{y/\sqrt3}^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

（C）$\int_0^{\sqrt3/2}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$　（D）$\int_0^{\sqrt3/2}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

三、解答题（共 45 分）.

1、（本题共 10 分）计算：$I=\int_0^1dx\int_x^{\sqrt{x}}\frac{\sin y}{y}dy$.

2、（本题共 12 分）设$z=f\left(x-y,x+y\right)+g\left(\frac{x}{y}\right)$，其中$f$具有二阶连续偏导数，$g$二阶可导，求$z_{xy}$.

3、（本题共 10 分）计算：$I=\iint\limits_D\left|x^2+y^2-1\right|dxdy$，其中$D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 4,\ y\ge 0\right\}$.

4、（本题共 13 分）求二元函数$f(x,y)=2y-x^2-y^2$在由抛物线$y=x^2$和直线$y=4$所围成的闭区域D上的最大值和最小值.