

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件  $A$  与  $B$  互不相容，且  $P(A)=0.2$ ， $P(B)=0.3$ ，则  $P(A\cup B)=$ \_\_\_\_\_.

2. 设  $X\sim B(3,0.5)$ ， $Y\sim P(3)$ ，已知  $X$  与  $Y$  相互独立，则  $D(2X+Y)=$ \_\_\_\_\_

3. 已知  $T_1, T_2, T_3$  和  $aT_1-2aT_2+2T_3$  均为非零参数  $\theta$  的无偏估计量，则  $a=$ \_\_\_\_\_.

4. 设  $X_1, X_2, \cdots, X_{10000}$  相互独立，均服从区间  $(0, 2)$  上的均匀分布， $Y=\frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{10000}X_i$ ，用中心极限定理求  $P\{Y\leq 1\}=$ \_\_\_\_\_.

5. 设来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本均值  $\bar{x}=2.8$ ， $s^2=0.05$ ，则未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是\_\_\_\_\_（ $U_{0.025}=1.96, U_{0.05}=1.645, t_{0.05}(14)=1.761, t_{0.025}(14)=2.145$ ）.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机变量  $X$  的可能取值为 1，2； $Y$  的可能取值为 0，1；则“随机变量  $X$  和  $Y$  独立”是“随机事件  $\{X=1\}$  和  $\{Y=0\}$  独立”的（ ）

(A) 非充分条件，也非必要条件. (B) 充分条件，而非必要条件.

(C) 必要条件，而非充分条件. (D) 充分必要条件.

2. 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x)$ ，则下列函数中必为某随机变量密度函数的是（ ）.

(A)  $2f(x)$  (B)  $f(2x)$  (C)  $f(1-x)$  (D)  $1-f(x)$

3. 设随机变量  $(X, Y)$  服从二维正态分布，且  $X$  与  $Y$  不相关， $f_X(x), f_Y(y)$  分别表示  $X, Y$  的概率密度，则在  $Y=y$  的条件下， $X$  的条件概率密度  $f_{X|Y}(x|y)$  为（ ）.

(A)  $f_X(x)$  (B)  $f_Y(y)$  (C)  $f_X(x)f_Y(y)$  (D)  $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

4. 设随机变量  $X$  与  $Y$  的相关系数为 0.5， $DX=DY=2$ ，则  $Cov(2Y+X, Y)=$ （ ）

(A) 0 (B) 5 (C) 2 (D) 4

5. 设  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  为来自总体  $X\sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本， $\sigma>0$  未知， $\bar{X}$ ， $S^2$  分别为样本均值和样本方差，则假设  $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$  的检验统计量为（ ）.

(A)  $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  (B)  $\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$  (C)  $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$  (D)  $\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$

三、(本题满分 10 分)某工厂由甲、乙、丙三个车间生产同一种产品,每个车间的产量分别占全厂的 25%, 35%, 40%, 各车间产品的次品率分别为 5%, 4%, 2%,

求：(1) 全厂产品的次品率；

(2) 若任取一件产品发现是次品,此次品是甲车间生产的概率是多少？

四、（本题满分 12 分）设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

(1)求  $X$  的分布函数  $F(x)$ ；（2）求  $Y=X^2$  的密度函数  $f_Y(y)$ .

五、(本题满分 14 分)设随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $D: 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 2x$  上的均匀分布. (1)求  $(X, Y)$  的边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ；（2）问  $X$  与  $Y$  是否相互独立？（3）求  $P\{X\leq \frac{1}{2}, Y\leq \frac{1}{2}\}$ .

六、(本题满 14 分) 设一箱中装有 100 件产品，其中一、二、三等品分别有 80 件、10 件、10 件，现从中随机抽取一件，记：

$$X_i=\begin{cases} 1 & \text{抽取到}i\text{等品} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, i=1,2,3$$

求：(1)  $X_1, X_2$  的联合分布律；（2） $X_1$  与  $X_2$  的相关系数  $\rho$ .

七、（本题满分 14 分）设总体  $X$  的密度函数  $f(x)=\begin{cases} \frac{2x}{\theta}e^{-\frac{x^2}{\theta}}, & x\geq 0, \\ 0, & x<0, \end{cases}$  其中  $\theta>0$  为未知参数， $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$  为来自总体  $X$  的简单随机样本.

求：(1)  $E(X^2)$ ；（2） $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$ ；（3）问  $\hat{\theta}$  是否为  $\theta$  的无偏估计？

八、(本题满分 6 分) 设  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$  是来自总体  $X\sim N(0,1)$  的简单随机样本，记  $Y_1=X_1+X_2, Y_2=X_3-X_4$ . 问  $\frac{Y_1^2}{Y_2^2}$  和  $\frac{Y_1^2+Y_2^2}{2}$  分别服从何种分布？