概率论与数理统计题库

一、填空题

1、已知 P(A)=P(B)=P(C)=0.25，P(AC)=0，P(AB)=P(BC)=0.15，则 A、B、C 中至少有一个发生的概率为 ___0.45___。

2、A、B 互斥且 A=B，则 P(A)=___0___。

3、设 A、B 为二事件，P(A)=0.8, P(B)=0.7，P(A｜$\overline{B}$)=0.6，则 P(A∪B)=___0.88___。

4、设 X、Y 相互独立，$X \sim U(0,3)$，Y 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}, & x>0 \\ 0 & ,\text{其它} \end{cases}$，则 $E(2X-5Y+3)=$ ___-14___，$D(2X-3Y+4)=$ ___147___。

5、设某试验成功的概率为 0.5，现独立地进行该试验 3 次，则至少有一次成功的

概率为 ___0.875___

6、已知 $E(X)=3$，$D(X)=2$，由切比雪夫不等式估计概率

$P(|X-3|\geq 4)\leq$ ___0.125___。

7、设 $X \quad B(100,0.2)$，则概率 $P(|X-20|\leq 4)\approx$ ___0.68___ （$\Phi(1)=0.84$）。

8. 设 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<1 \\ 1-\dfrac{1}{x^2}, & x\geq 1 \end{cases}$，则 $E(X)=$ ___2___

9. 已知随机变量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，且 $P(X\geq 2)=0.5, P(X\geq 5)=\Phi(-1)$，则 $\mu=$ 2，$\sigma^2=$ ___9___。

10. 设 X与Y 相互独立，$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，Y 在 $[0,4]$ 上服从均匀分布，则 X与Y 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{4\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & -\infty<x<+\infty, 0\leq y\leq 4 \\ 0 & ,\text{其它} \end{cases}$

11．把 9 本书任意地放在书架上，其中指定 3 本书放在一起的概率为 ___$\frac{1}{12}$___

12. 已知 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.8$，则 $P(AB)$ 的最大值为 ___0.6___，最小值为 ___0.4___。

13. 已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(\overline{A}\,\overline{B})=0.2$，则 $P(AB)=$ ___0.3___

14、设 A、B 为随机事件，且 P(A)=0.5，P(B)=0.6，P(B|A)=0.8，则 P(A+B)=__ 0.7 __。

15、某射手对目标独立射击四次，至少命中一次的概率为 $\underline{\frac{80}{81}}$，则此射手的命中率 $\underline{\frac{2}{3}}$。

16、设随机变量 X 服从[0，2]上均匀分布，则 $\frac{D(X)}{[E(X)]^2}=$ $\underline{1/3}$ 。

17、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松（Poisson）分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]$ ＝1，则 $\lambda=$___1____。 5、一次试验的成功率为 p，进行 100 次独立重复试验，当 $p=$ 1/2_____时 ，成功次数的方差的值最大，最大值为 25 。

18、（X，Y）服从二维正态分布 $N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$，则 X 的边缘分布为 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 。

19、已知随机向量（X，Y）的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{2}xy^2, & 0\le x\le 2, 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，则 E(X)= $\frac{4}{3}$。

20、随机变量 X 的数学期望 $EX=\mu$，方差 $DX=\sigma^2$，k、b 为常数，则有 $E(kX+b)$= $k\mu+b$,； $D(kX+b)=k^2\sigma^2$ 。

21、若随机变量 X ～N（－2，4），Y ～N（3，9），且 X 与 Y 相互独立。设 Z＝2X－Y＋5，则 Z ～ N(-2, 25) 。

22、$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$是常数 θ 的两个 无偏 估计量，若 $D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$，则称 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效。

23、设 A、B 为随机事件，且 P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A∪B)=0.6，则 P($A\overline{B}$)=_0.3__。

24、设 X~B(2,p)，Y~B(3,p)，且 P{X ≥ 1}= $\frac{5}{9}$，则 P{Y≥ 1}= $\frac{19}{27}$ 。

25、设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，且 Y =3X -2, 则 E(Y)=4 。

26、设随机变量 X 服从[0,2]上的均匀分布，Y=2X+1，则 D(Y)= 4/3 。

27、设随机变量 X 的概率密度是：

$f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$，且 $P\{X\ge\alpha\}=0.784$，则 α=0.6 。

28、利用正态分布的结论，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}(x^2-4x+4)e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}dx=$$ 1 。

29、已知随机向量（X，Y）的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{2}xy^2, & 0\le x\le 2, 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则 E(Y)= 3/4 。

30、设（X，Y）为二维随机向量，D(X)、D(Y)均不为零。若有常数 a>0 与 b 使 $P\{Y=-aX+b\}=1$，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$ -1 。

31、若随机变量 X ～N (1，4)，Y ～N (2，9)，且 X 与 Y 相互独立。设 Z＝X－Y＋3，则 Z ～ N (2, 13) 。

32、设随机变量 X～N (1/2，2)，以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中“$X\le 1/2$”出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$ 3/8 。

33、设 A，B 为随机事件，且 P(A)=0.7，P(A－B)=0.3，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$ 0.6 。

34、四个人独立地破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{6}$，则密码能被译出的概率是 11/24 。

35、射手独立射击 8 次，每次中靶的概率是 0.6，那么恰好中靶 3 次的概率是 $C_8^3\times 0.6^3\times 0.4^5$ ＝0.123863 。

36、已知随机变量 X 服从[0, 2]上的均匀分布，则 D (X)= 1/3 。

37、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $3P\{X=2\}=P\{X=4\}$，则 $\lambda=$ 6 。

38、设随机变量 X ~ N (1, 4)，已知Φ(0.5)=0.6915，Φ(1.5)=0.9332，则 $P\{|X|<2\}=$ 0.6247 。

39、随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$，则 E(X)= 1 。

40、已知总体 X ~ N (0, 1)，设 X1，X2，…，Xn 是来自总体 X 的简单随机样本，则 $\sum_{i=1}^{n}X_i^2\sim x^2(n)$ 。

41、设 T 服从自由度为 n 的 t 分布，若 $P\{|T|>\lambda\}=\alpha$，则 $P\{T<-\lambda\}=\frac{a}{2}$ 。

42、已知随机向量（X，Y）的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}xy, & 0\le x\le 2, 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，

则 E(X)= 4/3 。

1、设 A，B 为随机事件，且 P(A)=0.6, P(AB)= P($\overline{A}\overline{B}$)，则 P(B)= 0.4 。

2、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $\begin{array}{c|cc} X & -1 & 1 \\ \hline P & 0.5 & 0.5 \end{array}$，$\begin{array}{c|cc} Y & -1 & 1 \\ \hline P & 0.5 & 0.5 \end{array}$，则 P(X =Y)=_ 0.5_。

3、设随机变量 X 服从以 n, p 为参数的二项分布，且 EX=15, DX=10，则 n= 45 。

4、设随机变量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$，则 $\mu=2$ 。

5、设随机变量 X 的数学期望 EX 和方差 DX>0 都存在，令 $Y=(X-EX)/\sqrt{DX}$，则 DY= 1 。

6、设随机变量 X 服从区间[0，5]上的均匀分布，Y 服从 $\lambda=5$ 的指数分布，且 X，Y 相互独立，则(X, Y)的联合密度函数 f (x, y)= $\begin{cases} e^{-5y} & 0\le x\le 5, y\ge 0 \\ 0 & 其它 \end{cases}$ 。

7、随机变量 X 与 Y 相互独立，且 D(X)=4，D(Y)=2，则 D(3X －2Y)＝ 44。

8、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X ~ N (0, 1)的简单随机样本，则 $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从的分布为 $x^2(n-1)$ 。

9、三个人独立地向某一目标进行射击，已知各人能击中的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，则目标能被击中的概率是 3/5 。

10、已知随机向量(X, Y)的联合概率密度 $f(x,y)=\begin{cases} 4xe^{-2y}, & 0\le x\le 1, y>0 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则 EY = 1/2 。

1、设 A,B 为两个随机事件，且 P(A)=0.7, P(A-B)=0.3，则 P($\overline{AB}$)=__0.6 __。

2、设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|c|c} X & 0 & 1 \\ \hline p & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$，且 X 与 Y 独立同分布，则随机变量 Z ＝max{X,Y }的分布律为 $\begin{array}{c|c|c} Z & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{array}$ 。

3、设随机变量 X ～N (2，σ^2)，且 P{2 < X <4}＝0.3，则 P{X < 0}＝0.2 。

4、设随机变量 X 服从 $\lambda=2$ 泊松分布，则 $P\{X\ge 1\}=1-e^{-2}$。

5、已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，令 $Y=-2X$，则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为

$\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$。

6、设 X 是 10 次独立重复试验成功的次数，若每次试验成功的概率为 0.4，则 $D(X)=$ 2.4 。

7、X1，X2，…，Xn 是取自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则 $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{\sigma^2}\sim x^2(n-1)$。

8、已知随机向量(X, Y)的联合概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}4xe^{-2y}, & 0\le x\le 1, y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 EX＝ 2/3 。

9、称统计量 $\hat{\theta}$ 为参数 θ 的 无偏 估计量，如果 $E(\hat{\theta})=\theta$。

10、概率很小的事件在一次试验中几乎是不可能发生的，这个原理称为 小概率事件原理。

1、设 A、B 为两个随机事件，若 P(A)=0.4，P(B)=0.3，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A\overline{B})=$ 0.3 。

2、设 X 是 10 次独立重复试验成功的次数，若每次试验成功的概率为 0.4，则 $E(X^2)=$ 18.4 。

3、设随机变量 X～N (1/4，9)，以 Y 表示对 X 的 5 次独立重复观察中“$X\le 1/4$”出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$ 5/16 。

4、已知随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 P(X=2)=P(X=4)，则 $\lambda=2\sqrt{3}$。

5、称统计量 $\hat{\theta}$ 为参数 θ 的无偏估计量，如果 $E(\hat{\theta})=$ θ 。

6、设 $X\sim N(0,1), Y\sim x^2(n)$，且 X，Y 相互独立，则 $\frac{X}{\sqrt{Y}}\sqrt{n}\sim$ t(n) 。

7、若随机变量 X～N (3，9)，Y～N (－1，5)，且 X 与 Y 相互独立。设 Z＝X－2Y＋2，则 Z ～ N (7，29) 。

8、已知随机向量(X, Y)的联合概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}6xe^{-3y}, & 0\le x\le 1, y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 EY＝ 1/3 。

9、已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2), X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，要检验

H_o：$\sigma^2=\sigma_0^2$，则采用的统计量是 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ 。

10、设随机变量T服从自由度为n的t分布，若 $P\{|T|>\lambda\}=\alpha$ ，则 $P\{T<\lambda\}=1-\frac{a}{2}$ 。

1、设A、B为两个随机事件，P(A)=0.4， P(B)=0.5，$P(A|B)=0.7$，则 $P(A\cup B)=$ 0.55 。

2、设随机变量X ~ B (5, 0.1)，则D (1－2X)＝ 1.8 。

3、在三次独立重复射击中，若至少有一次击中目标的概率为 $\frac{37}{64}$，则每次射击击中目标的概率为 1/4 。

4、设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.3, P(X=3)=0.5$，则 X 的期望EX= 2.3。

5、将一枚硬币重复掷n次，以X和Y分别表示正面向上和反面向上的次数，则X和Y的相关系数等于－1。

6、设(X, Y)的联合概率分布列为

Y \ X	－1	0	4
－2	1/9	1/3	2/9
1	1/18	a	b

若X、Y相互独立，则a = 1/6 ，b = 1/9 。

7、设随机变量X服从[1，5]上的均匀分布，则 $P\{2\le X\le 4\}=$ 1/2 。

8、三个人独立地破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，则密码能被译出的概率是3/5 。

9、若 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2), X_1, X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体X的样本，$\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差，则 $\frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{S}\sim$ t (n-1) 。

10、$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 是常数 θ 的两个无偏估计量，若 $D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$，则称 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效 。

1、已知P (A)=0.8，P (A－B)=0.5，且A与B独立，则P (B) ＝ 3/8 。

2、设随机变量X～N(1，4)，且P{ X ≥ a }= P{ X ≤ a }，则a ＝ 1 。

3、随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布，$P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$，

$P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则 $P(X=Y)=\underline{0.5}$ 。

4、已知随机向量(X, Y)的联合分布密度 $f(x,y)=\begin{cases}4xy & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 EY= 2/3 。

5、设随机变量 X～N（1，4），则 $P\{|X|>2\}$＝ 0.3753 。（已知Φ(0.5)=0.6915，Φ(1.5)=0.9332）

6、若随机变量 X～N （0，4），Y～N （－1，5），且 X 与 Y 相互独立。设 Z＝X＋Y－3，则 Z ～ N （－4，9） 。

7、设总体 X～N(1，9)，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值与样本方差，则 $\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim\chi^2(8)$；$\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim\chi^2(9)$ 。

8、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $3P\{X=2\}=P\{X=4\}$，则 $\lambda=6$ 。

9、袋中有大小相同的红球 4 只，黑球 3 只，从中随机一次抽取 2 只，则此两球颜色不同的概率为 4/7 。

10、在假设检验中，把符合 H0 的总体判为不合格 H0 加以拒绝，这类错误称为 一 错误；把不符合 H0 的总体当作符合 H0 而接受。这类错误称为 二 错误。

1、设 A、B 为两个随机事件，P(A)=0.8，P(AB)=0.4，则 P(A－B)= 0.4 。

2、设 X 是 10 次独立重复试验成功的次数，若每次试验成功的概率为 0.4，则 $D(X)=$ 2.4 。

3、设随机变量 X 的概率分布为

X	－1	0	1	2
P	0.1	0.3	0.2	0.4

则 $P\{X^2\ge 1\}$＝ 0.7 。

4、设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$，则 $\sqrt{D(X)}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

5、袋中有大小相同的黑球 7 只，白球 3 只，每次从中任取一只，有放回抽取，记首次抽到黑球时抽取的次数为 X，则 P｛X＝10｝＝ 0.39*0.7 。

6、某人投篮，每次命中率为 0.7，现独立投篮 5 次，恰好命中 4 次的概率是 $C_5^4\times 0.7^4\times 0.3^1$ 。

7、设随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{2}}$，且 $P\{X\ge c\}=P\{X\le c\}$，则 c = −2 。

8、已知随机变量 U = 4－9X，V= 8＋3Y，且 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} ＝1，则 U 与 V 的相关系数 ρ_{UV} ＝－1。

9、设 $X \sim N(0,1), Y \sim x^2(n)$，且 X，Y 相互独立，则 $\frac{X}{\sqrt{Y}}\sqrt{n} \sim$ t (n)

10、概率很小的事件在一次试验中几乎是不可能发生的，这个原理称为 小概率事件原理 。

1、随机事件 A 与 B 独立，$P(A \cup B)=0.7, P(A)=0.5$, 则$P(B)=$ 0.4 。

2、设随机变量 X 的概率分布为则 X2 的概率分布为

3、设随机变量 X 服从[2，6]上的均匀分布，则 $P\{3<X<4\}=$ 0.25 。

4、设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数，且每次命中率为 0.4，则 EX^2=_18.4__。

5、随机变量 $X \sim N(\mu,4)$，则 $Y=\frac{X-\mu}{2} \sim$ N(0,1) 。

6、四名射手独立地向一目标进行射击，已知各人能击中目标的概率分别为 1/2、3/4、2/3、3/5，则目标能被击中的概率是 59/60 。

7、一袋中有 2 个黑球和若干个白球，现有放回地摸球 4 次，若至少摸到一个白球的概率是 $\frac{80}{81}$，则袋中白球的个数是 4 。

8、已知随机变量 U = 1＋2X，V= 2－3Y，且 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} ＝－1，则 U 与 V 的相关系数 ρ_{UV} = 1 。

9、设随机变量 X～N (2，9)，且 P{ X ≥ a }= P{ X ≤ a }，则 a＝ 2 。

10、称统计量 $\hat{\theta}$为参数θ 的无偏估计量，如果 $E(\hat{\theta})$= θ

二、选择题

1. 抛掷 3 枚均匀对称的硬币，恰好有两枚正面向上的概率是 。

（A）0.125， （B）0.25， （C）0.375， （D）0.5

2. 有 γ 个球，随机地放在 n 个盒子中（γ≤n)，则某指定的 γ 个盒子中各有一球的概率为 。

（A）$\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ （B）$C_n^r \frac{\gamma!}{n^\gamma}$ （C）$\frac{n!}{\gamma^n}$ (D) $C_\gamma^n \frac{n!}{\gamma^n}$

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=ce^{-|x|}$，则 c＝ 。

（A）$-\frac{1}{2}$　（B）0　（C）$\frac{1}{2}$　（D）1

4. 掷一颗骰子 600 次，求“一点” 出现次数的均值为　　　　。

（A）50　（B）100　（C）120　（D）150

5. 设总体 X 在 $(\mu-\rho,\mu+\rho)$ 上服从均匀分布，则参数 μ 的矩估计量为　　　　。

（A）$\frac{1}{\bar{x}}$　（B）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i$　（C）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$　（D）$\bar{x}$

1、设随机事件 A 与 B 互不相容，且 $P(A)>P(B)>0$，则（ D ）。

A. $P(A)=1-P(B)$　B. $P(AB)=P(A)P(B)$　C. $P(A\cup B)=1$　D. $P(\overline{AB})=1$

2、将两封信随机地投入四个邮筒中，则未向前面两个邮筒投信的概率为（ A ）。

A. $\frac{2^2}{4^2}$　B. $\frac{C_2^1}{C_4^2}$　C. $\frac{2!}{P_4^2}$　D. $\frac{2!}{4!}$

3、已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，令 $Y=-2X$，则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为（ D ）。

A. $2f_X(-2y)$　B. $f_X(-\frac{y}{2})$　C. $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$　D. $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$

4、设随机变量 $X\sim f(x)$，满足 $f(x)=f(-x)$，$F(x)$ 是 x 的分布函数，则对任意实数 a 有（ B ）。

A. $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$　B. $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$　C. $F(-a)=F(a)$

D. $F(-a)=2F(a)-1$

5、设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，

$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件 A 发生；}\\ 0, & \text{否则；}\end{cases}$　$i=1,\ 2,\cdots,\ 100,$ 且 $P(A)=0.8$，$X_1, X_2,\cdots, X_{100}$ 相互独立。令 $Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$ B. $\Phi(\frac{y-80}{4})$ C. $\Phi(16y+80)$ D. $\Phi(4y+80)$

1、设 A，B 为随机事件，$P(B)>0$，$P(A|B)=1$，则必有（ A ）。

A. $P(A\cup B)=P(A)$ B. $A\supset B$ C. $P(A)=P(B)$ D. $P(AB)=P(A)$

2、某人连续向一目标射击，每次命中目标的概率为 $3/4$，他连续射击直到命中为止，则射击次数为 3 的概率是（ C ）。

A. $(\frac{3}{4})^3$ B. $(\frac{3}{4})^2\times\frac{1}{4}$ C. $(\frac{1}{4})^2\times\frac{3}{4}$ D. $C_4^2(\frac{1}{4})^2$

3、设 X_1, X_2 是来自总体 X 的一个简单随机样本，则最有效的无偏估计是（ A ）。

A. $\hat{\mu}=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$ B. $\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$ C. $\hat{\mu}=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$

D. $\hat{\mu}=\frac{2}{5}X_1+\frac{3}{5}X_2$

4、设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，

$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件 A发生；}\\ 0, & \text{否则。}\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,100,$ 且 $P(A)=0.1$，$X_1, X_2,\cdots, X_{100}$ 相互独立。令 $Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$ B. $\Phi(\frac{y-10}{3})$ C. $\Phi(3y+10)$ D. $\Phi(9y+10)$

5、设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为总体 $N(1,2^2)$ 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则下列结论中正确的是（ D ）。

A. $\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}}\sim t(n)$； B. $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim F(n,1)$； C. $\frac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$； D. $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim \chi^2(n)$；

1、已知 A、B、C 为三个随机事件，则 A、B、C 不都发生的事件为（A）。

A. $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ B. $\overline{ABC}$ C. A+B+C D. ABC

2、下列各函数中是随机变量分布函数的为（ B ）。

A. $F(x)=\frac{1}{1+x^2},-\infty<x<\infty$　　B. $F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{x}{1+x} & x\ge 0\end{cases}$

C. $F(x)=e^{-x},-\infty<x<\infty$　　D. $F(x)=\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}arctgx,\ -\infty<x<\infty$

3、(X,Y)是二维随机向量，与$Cov(X,Y)=0$不等价的是（ D ）

A. $E(XY)=E(X)E(Y)$　　B. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$　　C. $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　　D. X和Y相互独立

4、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，

$X_i=\begin{cases}1, & 事件\ A发生\\ 0, & 否则\end{cases}$　　$i=1,\ 2,\cdots,\ 100,$ 且$P(A)=0.2$，$X_1,\ X_2,\cdots,\ X_{100}$相互独立。令$Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知$Y$的分布函数$F(y)$近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-20}{4})$　　C. $\Phi(16y-20)$　　D. $\Phi(4y-20)$

5、设总体$X\sim N(\mu,2^2)$，其中μ未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体的样本，样本均值为$\overline{X}$，样本方差为s^2，则下列各式中不是统计量的是（ C ）。

A. $2\overline{X}$　　B. $\frac{s^2}{\sigma^2}$　　C. $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}$　　D. $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

1、若随机事件A与B相互独立，则$P(A+B)=$（ B ）。

A. $P(A)+P(B)$　　B. $P(A)+P(B)-P(A)P(B)$　　C. $P(A)P(B)$　　D. $P(\overline{A})+P(\overline{B})$

2、设总体 X 的数学期望 EX＝μ，方差 DX＝σ2，X1，X2，X3，X4 是来自总体 X 的简单随机样本，则下列 μ 的估计量中最有效的是（ D ）

A. $\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{1}{3}X_3+\frac{1}{3}X_3$　　B. $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$

C. $\frac{3}{5}X_1+\frac{4}{5}X_2-\frac{1}{5}X_3-\frac{1}{5}X_4$　　D. $\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3+\frac{1}{4}X_4$

3、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件 A发生}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,100,$ 且 $P(A)=0.3$，$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$相互独立。令$Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知Y的分布函数$F(y)$近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-30}{\sqrt{21}})$　　C. $\Phi(\frac{y-30}{21})$　　D. $\Phi(y-30)$

4、设离散型随机变量的概率分布为$P(X=k)=\frac{k+1}{10}$，$k=0,1,2,3$，则$E(X)=$（ B ）。

A. 1.8　　B. 2　　C. 2.2　　D. 2.4

5、在假设检验中，下列说法错误的是（ C ）。

A. H_1真时拒绝H_1称为犯第二类错误。　　B. H_1不真时接受H_1称为犯第一类错误。

C. 设$P\{拒绝H_0|H_0真\}=\alpha$，$P\{接受H_0|H_0不真\}=\beta$，则α变大时β变小。

D. α、β的意义同（C），当样本容量一定时，α变大时则β变小。

1、若A与B对立事件，则下列错误的为（ A ）。

A. $P(AB)=P(A)P(B)$　　B. $P(A+B)=1$　　C. $P(A+B)=P(A)+P(B)$

D. $P(AB)=0$

2、下列事件运算关系正确的是（ A ）。

A. $B=BA+B\overline{A}$　　B. $B=\overline{BA}+\overline{B}A$　　C. $B=BA+\overline{B}A$　　D. $B=1-\overline{B}$

3、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，

$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件 A 发生}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,100,$ 且$P(A)=0.4$，$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$相互独立。令$Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知Y的分布函数$F(y)$近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-40}{\sqrt{24}})$　　C. $\Phi(y-40)$　　D. $\Phi(\frac{y-40}{24})$

4、若$E(XY)=E(X)E(Y)$，则（D　）。

A. X和Y相互独立　　B. X与Y不相关　C. $D(XY)=D(X)D(Y)$　　D. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

5、若随机向量（X,Y）服从二维正态分布，则①X,Y一定相互独立；②若$\rho_{XY}=0$，则X,Y一定相互独立；③X和Y都服从一维正态分布；④若X,Y相互独立，则
Cov（X，Y）=0。几种说法中正确的是（ B　）。
A. ①②③　④　B. ②③④　　C. ①③　④　D. ①②④

1、设随机事件A、B互不相容，$P(A)=p,\ P(B)=q$，则$P(\overline{A}B)$＝（ C　）。

A. $(1-p)q$　　B. pq　　C. q　　D. p

2、设A，B是两个随机事件，则下列等式中（ C　）是不正确的。

A. $P(AB)=P(A)P(B)$，其中A，B相互独立　　B. $P(AB)=P(B)P(A|B)$，其中$P(B)\neq 0$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$，其中A，B互不相容　　D. $P(AB)=P(A)P(B|A)$，其中$P(A)\neq 0$

3、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，

$$X_i=\begin{cases}1, & 事件\ A发生\\ 0, & 否则\end{cases}\quad i=1,\ 2,\cdots,\ 100,$$

且$P(A)=0.5$，$X_1,\ X_2,\cdots,\ X_{100}$相互独立。令$Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知$Y$的分布函数$F(y)$近似于（ B　）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-50}{5})$　　C. $\Phi(y-50)$　　D. $\Phi(\frac{y-50}{25})$

4、设随机变量X的密度函数为f（x），则Y = 5 — 2X的密度函数为（ B　）

A. $-\frac{1}{2}f(-\frac{y-5}{2})$　　B. $\frac{1}{2}f(-\frac{y-5}{2})$

C. $-\frac{1}{2}f(-\frac{y+5}{2})$　　D. $\frac{1}{2}f(-\frac{y+5}{2})$

5、设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是一组样本观测值，则其标准差是（ B　）。

A. $\frac{1}{n-1}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$ B. $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$ C. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

D. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})$

1、若 A、B 相互独立，则下列式子成立的为（ A ）。

A. $P(\bar{A}B)=P(\bar{A})P(B)$ B. $P(AB)=0$ C. $P(A\mid B)=P(B\mid A)$ D. $P(A\mid B)=P(B)$

2、若随机事件 A,B 的概率分别为 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，则 A 与 B 一定（D ）。

A. 相互对立 B. 相互独立 C. 互不相容 D. 相容

3、设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件 A 发生}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,100,$ 且 $P(A)=0.6$，$X_1, X_2,\cdots, X_{100}$ 相互独立。令 $Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于（B ）。

A. $\Phi(y)$ B. $\Phi(\frac{y-60}{\sqrt{24}})$ C. $\Phi(y-60)$ D. $\Phi(\frac{y-60}{24})$

4、设随机变量 X ～N(μ，81)，Y ～N(μ，16)，记 $p_1=P\{X\le\mu-9\}, p_2=\{Y\ge\mu+4\}$，则（ B ）。

A. p1<p2 B. p1＝p2 C. p1>p2 D. p1 与 p2 的关系无法确定

5、设随机变量 X 的密度函数为 f（x)，则 Y = 7 — 5X 的密度函数为（ B ）

A. $-\frac{1}{5}f(-\frac{y-7}{5})$ B. $\frac{1}{5}f(-\frac{y-7}{5})$

C. $-\frac{1}{5}f(-\frac{y+7}{5})$ D. $\frac{1}{5}f(-\frac{y+7}{5})$

1、对任意两个事件 A 和 B， 若 $P(AB)=0$， 则（ D ）。

A. $AB=\phi$ B. $\bar{A}\bar{B}=\phi$ C. $P(A)P(B)=0$ D. $P(A-B)=P(A)$

2、设 A、B 为两个随机事件，且 $0<P(A)<1$，$0<P(B)<1$， $P(B\mid A)=P(B\mid\bar{A})$，则必有（ B ）。

A. $P(A\mid B)=P(\bar{A}\mid B)$ B. $P(AB)=P(A)P(B)$ C.

$P(AB) \neq P(A)P(B)$　　　　D. A、B 互不相容

3、设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，

$X_i = \begin{cases} 1, & \text{事件 A 发生} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$　$i=1, 2, \cdots, 100,$ 且 $P(A)=0.7$，$X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 相互独立。令 $Y=\sum_{i=1}^{100} X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于（ B　）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-70}{\sqrt{21}})$　　C. $\Phi(y-70)$　　D. $\Phi(\frac{y-70}{21})$

4、已知随机变量 X 和 Y 相互独立，且它们分别在区间[－1，3]和[2，4]上服从均匀分布，则 $E(XY)=$（　A　）。

A. 3　　B. 6　　C. 10　　D. 12

5、设随机变量 X ～ N(μ，9)，Y ～ N(μ，25)，记 $p_1 = P\{X \le \mu - 3\}, p_2 = \{Y \ge \mu + 5\}$，则（　B　）。

A. p1<p2　　B. p1＝p2　　C. p1>p2　　D. p1 与 p2 的关系无法确定

1、设 A_1, A_2 两个随机事件相互独立，当 A_1, A_2 同时发生时，必有 A 发生，则（ A　）。

A. $P(A_1A_2) \le P(A)$　　B. $P(A_1A_2) \ge P(A)$　　C. $P(A_1A_2) = P(A)$　　D. $P(A_1)P(A_2) = P(A)$

2、已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$，令 $Y=-2X+3$，则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为（　A　）。

A. $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$　　B. $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y-3}{2})$　　C. $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y+3}{2})$　　D. $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y+3}{2})$

3、两个独立随机变量 X, Y，则下列不成立的是（　C　）。

A. $EXY=EXEY$　　B. $E(X+Y)=EX+EY$　　C. $DXY=DXDY$　　D. $D(X+Y)=DX+DY$

4、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，$X_i=\begin{cases}1, & 事件A发生\\0, & 否则\end{cases}$ $i=1,\ 2,\cdots,\ 100,$ 且

$P(A)=0.9$，$X_1,\ X_2,\cdots,\ X_{100}$相互独立。令$Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知$Y$的

分布函数$F(y)$近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-90}{3})$　　C. $\Phi(y-90)$　　D. $\Phi(\frac{y-90}{9})$

5、设总体X的数学期望EX＝μ，方差DX＝σ2，X1，X2，X3是来自总体X的简单随机样本，则下列μ的估计量中最有效的是（ B ）

A. $\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3$　　B. $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$

C. $\frac{3}{5}X_1+\frac{4}{5}X_2-\frac{2}{5}X_3$　　D. $\frac{1}{6}X_1+\frac{2}{6}X_2+\frac{1}{2}X_3$

1、若事件A_1, A_2, A_3两两独立，则下列结论成立的是（ B ）。

A. A_1, A_2, A_3相互独立　　B. $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$两两独立

C. $P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2)P(A_3)$　　D. $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$相互独立

2、连续型随机变量X的密度函数f (x)必满足条件（ C ）。

A. $0\le f(x)\le 1$　　B. 在定义域内单调不减

C. $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$　　D. $\lim_{x\to+\infty}f(x)=1$

3、设X_1,X_2是任意两个互相独立的连续型随机变量，它们的概率密度分别为

$f_1(x)$和$f_2(x)$，分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(x)$，则（ B ）。

A. $f_1(x)+f_2(x)$必为密度函数　　B. $F_1(x)\cdot F_2(x)$必为分布函数

C. $F_1(x)+F_2(x)$必为分布函数　　D. $f_1(x)\cdot f_2(x)$必为密度函数

4、设随机变量X, Y相互独立，且均服从[0，1]上的均匀分布，则服从均匀分布的是（ B ）。

A. X Y　　B. （X, Y）　　C. X — Y　　D. X + Y

5、设$\Phi(x)$为标准正态分布函数，

$X_i=\begin{cases}1, & 事件A发生\\0, & 否则\end{cases}$ $i=1,\ 2,\cdots,\ n,$ 且$P(A)=p$，$X_1,\ X_2,\cdots,\ X_n$相互独

立。令 $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于（ B ）。

A. $\Phi(y)$　　B. $\Phi(\frac{y-np}{\sqrt{np(1-p)}})$　　C. $\Phi(y-np)$　　D. $\Phi(\frac{y-np}{np(1-p)})$

三、计算题（满分 60 分）

1.某商店拥有某产品共计 12 件，其中 4 件次品，已经售出 2 件，现从剩下的 10 件产品中任取一件，求这件是正品的概率。

2.设某种电子元件的寿命服从正态分布 N（40，100），随机地取 5 个元件，求恰有两个元件寿命小于 50 的概率。（$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$）

3.在区间（0，1）中随机地取两个数，求事件"两数之和小于 $\frac{6}{5}$"的概率。

4.一台设备由三个部件构成，在设备运转中各部件需要调整的概率分别为 0.2，0.3，0.4，各部件的状态相互独立，求需要调整的部件数 X 的期望 EX 和方差 DX。

5.从一正态总体中抽取容量为 10 的样本，假定有 2%的样本均值与总体均值之差的绝对值在 4 以上，求总体的标准差。

（$\Phi(2.055)=0.98, \Phi(2.325)=0.99$）

6.设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分，问在显著性水平 0.05 下，是否可认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？并给出检验过程。（$t_{0.025}(35)=2.0301$，$t_{0.025}(36)=2.0281$）

三（1）、已知 5%的男性和 0.25%的女性是色盲，假设男性女性各占一半。现随机地挑选一人，求此人恰好是色盲者的概率。

设 A：表示此人是男性；　B：表示此人是色盲。

则所求的概率为 $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})$

$=0.5\times0.05+0.5\times0.0025=0.02625$

答：此人恰好是色盲的概率为 0.02625。

三（2）、已知 5%的男性和 0.25%的女性是色盲，假设男性女性各占一半。若随机地挑选一人，发现此人不是色盲，问此人是男性的概率。

设 A：表示此人是男性；　B：表示此人是色盲。

则所求的概率为

$$P(A|\bar{B})=\frac{P(A)P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})}=\frac{P(A)P(\bar{B}|A)}{1-P(B)}=\frac{P(A)P(\bar{B}|A)}{1-[P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})]}$$

$$=\frac{0.5\times0.95}{1-0.02625}\approx0.4878$$

答：此人是男人的概率为 0.4878。 。

三（3）、一袋中装有 10 个球，其中 3 个白球，7 个红球。现从中采用不放回方式摸球两次，每次一个，求第二次取得白球的概率。

解 设 A_i 表示表示第 i 次取得白球，i=1,2。

则所求事件的概率为

$$P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$$

答：第二次取得白球的概率为 3/10。

三（4）、一袋中装有 10 个球，其中 3 个白球，7 个红球。现从中采用不放回方式摸球两次，每次一个，若第二次取得白球，则第一次也是白球的概率。

解 设 A_i 表示表示第 i 次取得白球，i=1,2 。

则所求事件的概率为

$$P(A_1|A_2)=\frac{P(A_1A_2)}{P(A_2)}=\frac{P(A_1)P(A_2|A_1)}{P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1)}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}}{\frac{3}{10}}=\frac{2}{9}$$

答：第二次摸得白球，第一次取得也是白球的概率为 2/9。

三（5）、市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货，其供应量第一厂家为第二厂家的两倍，第二、第三厂家相等，且第一、第二、第三厂家的次品率依次为 2%，2%，4%。若在市场上随机购买一件商品为次品，问该件商品是第一厂家生产的概率为多少？

解 设 A_i 表示产品由第 i 家厂家提供，i=1, 2, 3；B 表示此产品为次品。

则所求事件的概率为

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1|B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}\times0.02}{\frac{1}{2}\times0.02+\frac{1}{4}\times0.02+\frac{1}{4}\times0.04}=0.4$$

答：该件商品是第一产家生产的概率为 0.4。

三（6）、甲、乙、丙三车间加工同一产品，加工量分别占总量的 25%、35%、40%，次品率分别为 0.03、0.02、0.01。现从所有的产品中抽取一个产品，试求（1）该产品是次品的概率；（2）若检查结果显示该产品是次品，则该产品是乙车间生产的概率是多少？

解：设 A_1，A_2，A_3 表示甲乙丙三车间加工的产品，B 表示此产品是次品。

（1）所求事件的概率为

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

$$=0.25\times0.03+0.35\times0.02+0.4\times0.01=0.0185$$

（2） $$P(A_1|B)=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)}=\frac{0.35\times0.02}{0.0185}\approx0.38$$

答：这件产品是次品的 概率为 0.0185，若此件产品是次品，则该产品是乙车间生产的概率为 0.38。

三（7）、一个机床有 1/3 的时间加工零件 A，其余时间加工零件 B。加工零件 A 时停机的概率是 0.3，加工零件 A 时停机的概率是 0.4。求（1）该机床停机的概率；（2）若该机床已停机，求它是在加工零件 A 时发生停机的概率。

解：设 C_1， C_2，表示机床在加工零件 A 或 B，D 表示机床停机。

（1）机床停机夫的概率为

$$P(B)=P(C_1).P(D|C_1)+P(C_2).P(D|A_2)=\frac{1}{3}\times0.3+\frac{2}{3}\times0.4=\frac{11}{30}$$

（2）机床停机时正加工零件 A 的概率为

$$P(C_1|D)=\frac{P(C_1).P(D|C_1)}{P(D)}=\frac{\frac{1}{3}\times0.3}{\frac{11}{30}}=\frac{3}{11}$$

三（8）、甲、乙、丙三台机床加工一批同一种零件，各机床加工的零件数量之比为 5：3：2，各机床所加工的零件合格率依次为 94%，90%，95%。现从加工好的整批零件中随机抽查一个，发现是废品，判断它是由甲机床加工的概率。

解 设 A_1， A_2， A_3表示由甲乙丙三机床加工，B 表示此产品为废品。（2 分）

则所求事件的概率为

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1|B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)}=\frac{\frac{1}{2}\times0.06}{0.5\times0.06+0.3\times0.10+0.2\times0.05}=\frac{3}{7}$$

答：此废品是甲机床加工概率为 3/7。

三（9）、某人外出可以乘坐飞机、火车、轮船、汽车四种交通工具，其概率分别为 5%、15%、30%、50%，乘坐这几种交通工具能如期到达的概率依次为 100%、70%、60%、90%。已知该人误期到达，求他是乘坐火车的概率。（10 分）

解：设 A_1， A_2， A_3， A_4 分别表示乘坐飞机、火车、轮船、汽车四种交通工具，B 表示误期到达。

则 $$P(A_2|B)=\frac{P(A_2|B)}{P(B)}=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(B|A_i)}$$ ＝

$$\frac{0.15\times0.3}{0.05\times0+0.15\times0.3+0.3\times0.4+0.5\times0.1}=0.209$$

答：此人乘坐火车的概率为 0.209。

三（10）、某人外出可以乘坐飞机、火车、轮船、汽车四种交通工具，其概率分别为 5%、15%、30%、50%，乘坐这几种交通工具能如期到达的概率依次为 100%、70%、60%、90%。求该人如期到达的概率。

解：设 A_1，A_2，A_3，A_4 分别表示乘坐飞机、火车、轮船、汽车四种交通工具，B 表示如期到达。

则 $P(B)=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(B\mid A_i)$ $=0.05\times1+0.15\times0.7+0.3\times0.6+0.5\times0.9=0.785$

答：如期到达的概率为 0.785。

四（1）设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}Ax, & 0\le x\le1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求（1）A；（2）X 的分布函数 F（x）；（3） P（0.5 ＜ X ＜2 ）。

解：

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^1 Axdx=\frac{A}{2}x^2\mid_0^1=\frac{A}{2}=1$

$A=2$

(2) 当 $x<0$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=0$

当 $0\le x<1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^x 2tdt=x^2$

当 $x\ge1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^1 2tdt=1$

故 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge1\end{cases}$

(3) P（1/2<X<2）=F(2)—F(1/2)=3/4

四（2）、已知连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}kx+1, & 0\le x\le2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求（1）k ；（2）分布函数 F （x）；（3）P （1.5 <X <2.5)

解：

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^2(kx+1)dx=(\frac{k}{2}x^2+x)\mid_0^2=2k+2=1$

$k=-1/2$

（2）当$x<0$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$

当$0\le x<2$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{x}(-0.5t+1)dt=-\frac{x^2}{4}+x$

当$x\ge 2$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=1$

$$故\ F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ -\frac{x^2}{4}+x, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

(3) P（1.5<X<2.5）=F(2.5)—F(1.5)=1/16

四（3）、已知连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}a\sqrt{x}, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求（1）a；（2）X 的分布函数 F (x)；（3）P（ X >0.25)。

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{0}^{1} a\sqrt{x}dx=\frac{2}{3}a=1$

解：$a=3/2$

（2）当$x<0$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$

当$0\le x<1$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{x}\frac{3}{2}\sqrt{t}dt=x^{3/2}$

当$x\ge 1$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=1$

$$故\ F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^{3/2}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

(3) P（X>1/4）=1—F(1/4)=7/8

四（4）、已知连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x\in(0,A)\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求（1）A；（2）分布函数 F (x)；（3）P (—0.5 < X <1)。 ）

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{0}^{A} 2xdx=A^2=1$

解：$A=1$

(2) 当$x<0$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$

当$0\le x<1$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{x} 2tdt=x^2$

当$x\ge 1$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=1$

$$故\ F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x^2, & 0\le x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$$

(3) P (-0.5<X<1) =F(1)—F(-0.5)=1

四（5）、已知连续型随即变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|\le 1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

求（1）c； （2）分布函数 F （x）;（3） P （-0.5 ＜ X ＜ 0.5）。

$$(1)\quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-1}^{1} \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}dx=c\arcsin x|_{-1}^{1}=c\pi=1$$

解： $c=1/\pi$

(2) 当$x<-1$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$

当$-1\le x<1$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{-1}^{x}\frac{1}{\pi\sqrt{1-t^2}}dt=\frac{1}{\pi}\arcsin t|_{-1}^{x}$

$$=\frac{1}{\pi}(\arcsin x+\frac{\pi}{2})$$

当$x\ge 1$时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=1$

$$故\ F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ \dfrac{1}{\pi}(\arcsin x+\dfrac{\pi}{2}), & -1\le x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$$

(3) P (-0.5<X<0.5) =F(0.5)—F(-0.5)=1/3

四（6）、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

求（1）A，B； （2）密度函数 f （x）;（3）P （1<X<2 ）。

$$(1)\quad \lim_{x\to+\infty} F(x)=A=1$$

$$\lim_{x\to 0^+} F(x)=A+B=0$$

解： $B=-1$

(2)

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} xe^{-x^2/2}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$$

(3) P（1<X<2）=F(2)—F(1)$=e^{-1/2}-e^{-2}$

四（7)、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$F(x)=A+B\arctan x$

求（1）A，B； （2）密度函数 f （x)；(3）P （1<X<2 ）。

$$(1)\ \lim_{x\to+\infty}F(x)=A+\frac{\pi}{2}B=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}F(x)=A-\frac{\pi}{2}B=0$$

解： $A=1/2,\quad B=1/\pi$

(2)

$$f(x)=F'(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

(3) P（0<X<2）=F(2)—F(0)$=\frac{1}{\pi}\arctan 2$

四（8)、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ A\sqrt{x}, & 0<x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$$

求（1）A； （2）密度函数 f （x)；(3）P （0< X< 0.25 ）。

解 ：

$$(1)\ \lim_{x\to 1}F(x)=A=1$$

$$A=1$$

(2)

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}}, & 0<x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

(3) P（0<X<0.25）=1/2

四（9)、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 1-\frac{A}{x^2}, & x>2 \\ 0, & x\le 2 \end{cases}$$

求（1）A；（2）密度函数 f（x）；（3）P（0 ≤ X ≤ 4）。

、解：(1) $\lim_{x\to 2} F(x)=1-A/4=0$, $A=4$

(2) $f(x)=F'(x)=\begin{cases}\dfrac{8}{x^3}, & x>2\\ 0, & x\le 2\end{cases}$

(3) P（0<X<4）=3/4

四（10）、已知连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\pi^2}, & x\in(0,a)\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求（1）a；（2）分布函数 F（x）；（3）P（－0.5 < X < 0.5）。

解：

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_0^a \dfrac{2x}{\pi^2}dx=1$

$a=\pi$

(2) 当$x<0$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$

当$0\le x<\pi$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_0^x \dfrac{2t}{\pi^2}dt=\dfrac{x^2}{\pi^2}$

当$x\ge\pi$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=1$

故 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{x^2}{\pi^2}, & 0\le x<\pi\\ 1, & x\ge\pi\end{cases}$

(3) P（-0.5<X<0.5）=F(0.5)—F(-0.5)= $\dfrac{1}{4\pi^2}$

五（1）、设系统 L 由两个相互独立的子系统 L1，L2 并联而成，且 L1、L2 的寿命分别服从参数为$\alpha,\beta(\alpha\ne\beta)$的指数分布。求系统 L 的寿命 Z 的密度函数。

解：令 X、Y 分别为子系统 L1、L2 的寿命，则系统 L 的寿命 Z＝max（X, Y)。

显然，当 z≤0 时，F Z（z)＝P（Z≤z)＝P（max（X, Y)≤z)＝0;

当 z>0 时，F Z（z)＝P（Z≤z)＝P（max（X, Y)≤z)

＝P（X≤z, Y≤z)＝P（X≤z)P（Y≤z)＝ $\int_0^z \alpha e^{-\alpha x}dx\int_0^z \beta e^{-\beta y}dy$ ＝ $(1-e^{-\alpha z})(1-e^{-\beta z})$。

因此，系统 L 的寿命 Z 的密度函数为

f Z（z)＝ $\dfrac{d}{dz}F_Z(z)=\begin{cases}\alpha e^{-\alpha z}+\beta e^{-\beta z}-(\alpha+\beta)e^{-(\alpha+\beta)z}, & z>0\\ 0, & z\le 0\end{cases}$

五（2）、已知随机变量 X～N（0，1)，求随机变量 Y＝X 2 的密度函数。

解：当 y≤0 时，F Y（y)＝P（Y≤y)＝P（X 2≤y)＝0;

当 y>0 时，F Y (y)＝P (Y≤y)＝P (X 2≤y)＝$P(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})$

＝$\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx=2\int_0^{\sqrt{y}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx$

因此，f Y (y)＝$\frac{d}{dy}F_Y(y)=\begin{cases}\frac{e^{-y/2}}{\sqrt{2\pi y}}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$

五（3）、设系统 L 由两个相互独立的子系统 L1、L2 串联而成，且 L1、L2 的寿命分别服从参数为$\alpha,\beta(\alpha\ne\beta)$的指数分布。求系统 L 的寿命 Z 的密度函数。

解：令 X、Y 分别为子系统 L1、L2 的寿命，则系统 L 的寿命 Z＝min (X, Y)。

显然，当 z≤0 时，F Z (z)＝P (Z≤z)＝P (min (X, Y)≤z)＝0；

当 z>0 时，F Z (z)＝P (Z≤z)＝P (min (X, Y)≤z)＝1－P (min (X, Y)>z)

＝1－P (X>z, Y>z)＝1－P (X>z)P (Y>z)＝$1-\int_z^{+\infty}\alpha e^{-\alpha x}dx\int_z^{+\infty}\beta e^{-\beta y}dy$＝$1-e^{-(\alpha+\beta)z}$。

因此，系统 L 的寿命 Z 的密度函数为

f Z (z)＝$\frac{d}{dz}F_Z(z)=\begin{cases}-(\alpha+\beta)e^{-(\alpha+\beta)z}, & z>0\\ 0, & z\le 0\end{cases}$

五（4）、已知随机变量 X～N（0，1），求 Y＝|X|的密度函数。

解：当 y≤0 时，F Y (y)＝P (Y≤y)＝P (|X |≤y)＝0；

当 y>0 时，F Y (y)＝P (Y≤y)＝P (|X |≤y)＝$P(-y\le X\le y)$

＝$\int_{-y}^{y}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx=2\int_{-0}^{y}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx$

因此，f Y (y)＝$\frac{d}{dy}F_Y(y)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-y^2/2} & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$

五（5）、设随机向量（X，Y）联合密度为

f(x, y)＝$\begin{cases}Ae^{-(2x+3y)}, & x>0,y>0;\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

（1） 求系数 A；

（2） 判断 X，Y 是否独立，并说明理由；

（3） 求 P{ 0≤X≤2，0≤Y≤1}。

解：（1）由 1＝$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}Ae^{-(2x+3y)}dxdy=A\int_0^{+\infty}e^{-2x}dx\cdot\int_0^{+\infty}e^{-3y}dy$＝

$A(-\frac{1}{2}e^{-2x}\Big|_0^{+\infty})(-\frac{1}{3}e^{-3y}\Big|_0^{+\infty})=\frac{A}{6}$,

可得 A＝6。

（2）因（X，Y）关于 X 和 Y 的边缘概率密度分别为

fX（x）＝$\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}$ 和 fY（y）＝$\begin{cases}3e^{-3y}, & y>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}$，

则对于任意的$(x,y)\in R^2$，均成立 f（x，y)= fX（x)* fY（y)，所以 X 与 Y 独立。

（3）P{ 0≤X≤2，0≤Y≤1}＝$\int_0^2\int_0^1 6e^{-(2x+3y)}dxdy=\int_0^2 2e^{-2x}dx\cdot\int_0^1 3e^{-3y}dy$

＝$(-e^{-2x}\Big|_0^2)(-e^{-3y}\Big|_0^1)=(1-e^{-4})(1-e^{-3}).$

五（6)、设随机向量（X，Y）联合密度为

f（x，y)＝$\begin{cases}Ae^{-(3x+4y)}, & x>0,y>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（1） 求系数 A;

（2） 判断 X，Y 是否独立，并说明理由;

（3） 求 P{ 0≤X≤1，0≤Y≤1}。

解：（1）由 1＝$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}Ae^{-(3x+4y)}dxdy=A\int_0^{+\infty}e^{-3x}dx\cdot\int_0^{+\infty}e^{-4y}dy$

＝$A(-\frac{1}{3}e^{-3x}\Big|_0^{+\infty})(-\frac{1}{4}e^{-4y}\Big|_0^{+\infty})=\frac{A}{12},$ 可得 A＝12。

（2）因（X，Y）关于 X 和 Y 的边缘概率密度分别为

fX（x）＝$\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}$ 和 fY（y）＝$\begin{cases}4e^{-4y}, & y>0;\\ 0, & 其它.\end{cases}$，

则对于任意的$(x,y)\in R^2$，均成立 f（x，y)= fX（x)* fY（y)，所以 X 与 Y 独立。

（3）P{ 0≤X≤1，0≤Y≤1}＝$\int_0^1\int_0^1 12e^{-(3x+4y)}dxdy=\int_0^{+\infty}3e^{-3x}dx\cdot\int_0^{+\infty}4e^{-4y}dy$

＝$(-e^{-3x}\Big|_0^1)(-e^{-4y}\Big|_0^1)=(1-e^{-3})(1-e^{-4}).$

五（7)、设随机向量（X，Y）联合密度为

f(x，y)＝$\begin{cases}6x, & 0\le x\le y\le 1;\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（1） 求（X，Y）分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 fX(x)，fY(y);

（2） 判断 X，Y 是否独立，并说明理由。

解：（1）当 x<0 或 x>1 时，fX（x)＝0;

当 0≤x≤1 时，fX（x)＝$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_x^1 6xdy=6x(1-x).$

因此，（X，Y）关于 X 的边缘概率密度 fX （x）＝$\begin{cases} 6x-6x^2, & 0 \le x \le 1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$

当 y<0 或 y>1 时，fY （y）＝0；

当 0≤y≤1 时，fY （y）＝$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \int_0^y 6xdx = 3x^2 |_0^y = 3y^2.$

因此，（X，Y）关于 Y 的边缘概率密度 fY （y）＝$\begin{cases} 3y^2, & 0 \le y \le 1, \\ 0, & 其它. \end{cases}$

（2）因为 f （1/2, 1/2）＝3/2，而 fX （1/2） fY （1/2）＝(3/2)*(3/4)＝9/8 ≠f （1/2, 1/2），

所以，X 与 Y 不独立。

五（8）、设二维随机向量（X，Y）的联合概率密度为

f （x, y）=$\begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y; \\ 0, & 其它. \end{cases}$

（1） 求（X，Y）分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 fX(x)，fY(y)；

（2） 判断 X 与 Y 是否相互独立，并说明理由。

解：（1）当 x≤0 时，fX （x）＝0；

当 x>0 时，fX （x）＝$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \int_x^{+\infty} e^{-y}dy = e^{-x}.$

因此，（X，Y）关于 X 的边缘概率密度 fX （x）＝$\begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & 其它. \end{cases}$

当 y≤0 时，fY （y）＝0；

当 y>0 时，fY （y）＝$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \int_0^y e^{-y}dx = ye^{-y}.$

因此，（X，Y）关于 Y 的边缘概率密度 fY （y）＝$\begin{cases} ye^{-y}, & y > 0, \\ 0, & 其它. \end{cases}$

（2）因为 f （1, 2）＝e-2，而 fX （1） fY （2）＝e-1*2e-2＝2 e-3≠f （1, 2），

所以，X 与 Y 不独立。

五（9）、设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

设 F(x)是 X 的分布函数，求随机变量 Y=F(X)的密度函数。

解：当 y<0 时，F Y （y）＝P （Y≤y）＝P （F(X ）≤y）＝0；

当 y>1 时，F Y （y）＝P （Y≤y）＝P （F(X ）≤y）＝1；

当 0≤y≤1 时，F Y （y）＝P （Y≤y）＝P （(F(X ）≤y）＝$P(X \le F^{-1}(y))$

＝$F(F^{-1}(y)) = y$

因此，f Y (y)＝$\frac{d}{dy}F_Y(y)=\begin{cases}1, & 0\le y\le 1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

五（10）、设随机向量（X，Y）联合密度为

f(x, y)= $\begin{cases}8xy, & 0\le x\le y\le 1;\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（1）求（X，Y）分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 fX(x)，fY(y)；

（2）判断 X，Y 是否独立，并说明理由。

解：（1）当 x<0 或 x>1 时，fX (x)＝0；

当 0≤x≤1 时，fX (x)＝$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_x^1 8xydy=4x\cdot y^2|_x^1=4x(1-x^2).$

因此，（X，Y）关于 X 的边缘概率密度 fX (x)＝$\begin{cases}4x-4x^3, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

当 y<0 或 y>1 时，fY (y)＝0；

当 0≤y≤1 时，fY (y)＝$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_0^y 8xydx=4y\cdot x^2|_0^y=4y^3.$

因此，（X，Y）关于 Y 的边缘概率密度 fY (y)＝$\begin{cases}4y^3, & 0\le y\le 1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（2）因为 f (1/2, 1/2)＝2，而 fX (1/2) fY (1/2)＝(3/2)∗(1/2)＝3/4≠f (1/2, 1/2)，

所以，X 与 Y 不独立。