1. 设证明存在，并求其极限（15分）。

解：方法一显然数列不具有单调性，而考虑子列,往证单增，单减，事实上，，设，

，则，由归纳法知单增，单减，且根据准则知，均存在，且分别为，由当得，同理解得（负号舍去），所以存在且等于

，对当得解得，往证。

事实上，

（）。

所以 存在且等于。

1. 设，求（15分）。

解： ，

 再关于求导得

 ，，

对上式利用公式求导数得



在上式中令 整理得





1. 计算）（15分）。

解：





所以

1. 计算曲线积分，其中是沿圆周（，且）方向为逆时针方向。（15分）

解：令，，则=

1. 当时，其中是所围

由格林公式，

1. 当时，，其中是所围，在内作一小椭圆:

(,且充分小)，方向为顺时针方向，则



其中是所围，是所围

1. (1)设为上半球面（），点， 是在点的切平面，为原点到平面的距离.求

**设是问题（１）中的函数**其中曲面为抛物面，取上侧（20分）。

解：（1）曲面在点的切平面，点切平面

 所以原点到平面的距离

，补平面：

取下侧，在围成的区域内作椭球面取内侧，令

故：



其中。

又









1. 求曲线绕直线旋转所生成的旋转曲面的面积（10分）。

解：选取为积分变量，对于对应曲线上这一段曲线弧绕直线旋转曲面的表面积的微元可表示为：

上点到直线的距离是曲线的弧微分，则

所以



因此



1. 设在上连续，在内可导，且，证明：对于任意正整数，必存在及，使得（10分）。

解：令 由于在上连续，则存在使得

因此，

所以，由连续函数的介值定理得：存在使得



所以 

内必存在，使得。