《传播统计学》

假设检验

教师：林志良
邮箱：linzhl@nfu.edu.cn
个人网站：www.zhilianglin.com

目录

- 假设检验的基本原理
- 假设检验的流程：拒绝域与p值
- 样本均值的假设检验：Z检验与t检验

假设检验的基本原理

假设（Hypothesis）

- 假设是对总体参数的判定。
- **对总体均值（population mean）的假定:**

例子：南方学院学生平均每月手机消费额为 $\mu = 30$ 元。

假设检验的基本原理

零假设/原假设（Null Hypothesis, H_0）

- 声明假设：

例子：南方学院学生平均每月手机话费消费额为30 元（$H_0: \mu = 30$）

- 判断的对象是总体参数，而非样本统计量。

$H_0 : \mu = 30$

$\cancel{H_0 : \bar{X} = 30}$

假设检验的基本原理

零假设/原假设（Null Hypothesis, H_0）

- 在总体中，关于没有变化、没有区别、或者没有关系的假设（一般包含“=”）。
- 有点类似于法庭的审判，对于犯罪嫌疑人，我们都是假定他们是无罪的。

假设检验的基本原理

备择假设（Alternative Hypothesis, H_1）

- 与原假设互斥，不能同时成立。
  - 例如：南方学院学生平均每月手机话费消费额不是30 元

    （H_1:$\mu \neq 30$）
- 一般而言，备择假设为研究者想要证明的。

假设检验的基本原理

小概率原理

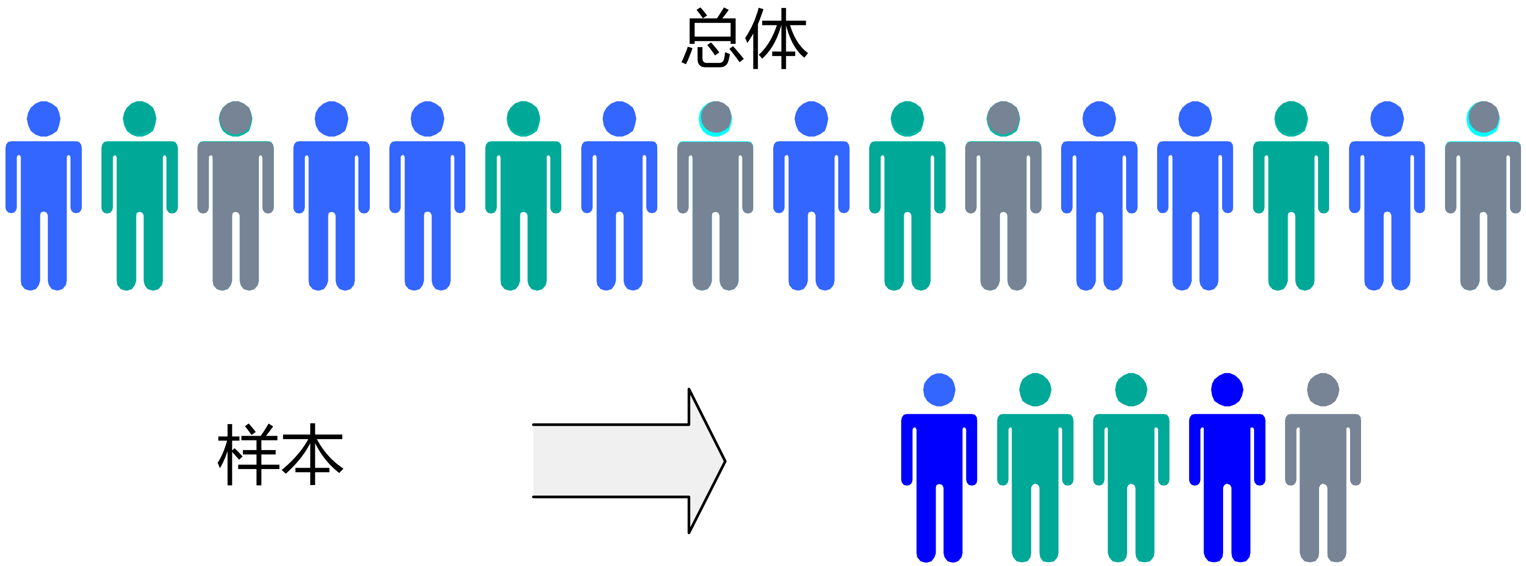
- 假设检验的基本原理是概率性质的反证法。
- 在社会科学研究中，一般将小于5%概率的随机事件称作小概率事件。
- 基本前提：抽取的样本为随机抽样。

假设检验的基本流程

- 假设：总体的平均月话费为30.

$$H_0: \mu = 30, \quad H_1: \mu \neq 30$$

- 对总体进行抽样，然后计算样本平均值。



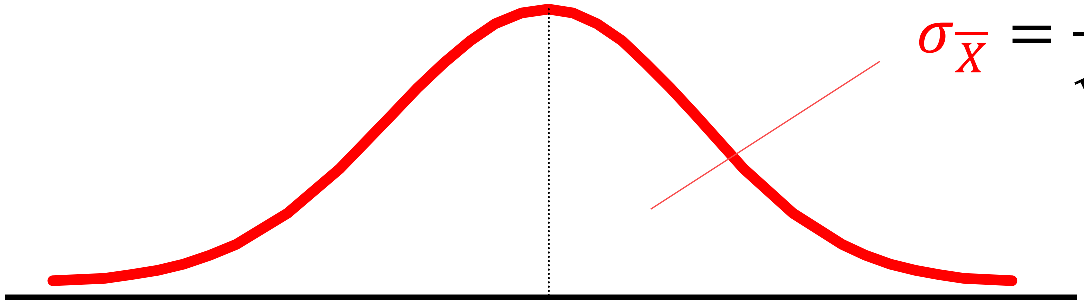
假设检验的基本流程

设总体服从正态分布，且标准差σ为20.

- 假设：总体的平均月话费μ为30. 如果我们从总体中随机抽取n=100的样本，$\bar{X}$ 的抽样分布就可以确定了。

$\bar{X}$ 的抽样分布

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2$$

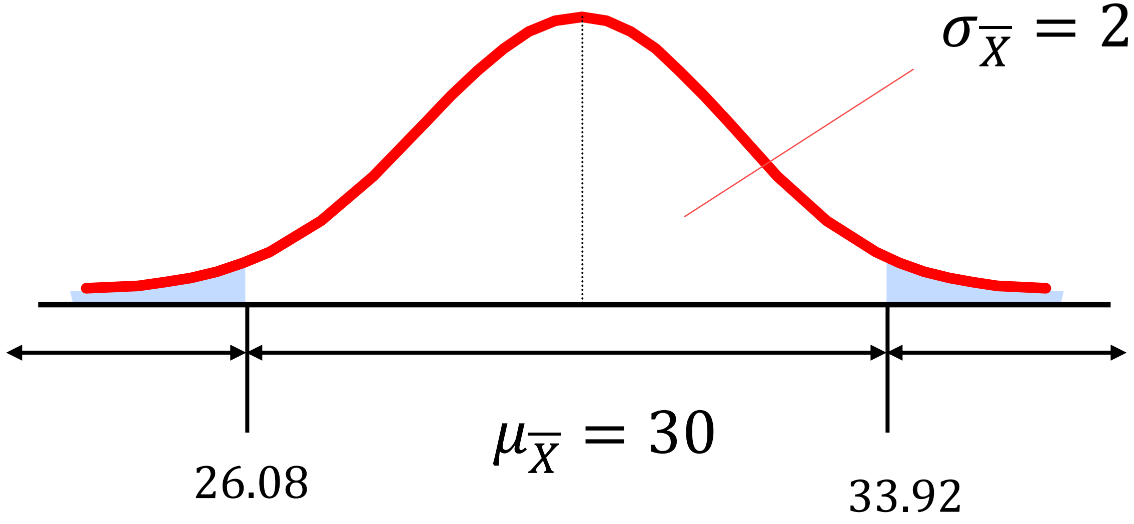


$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 30$$

假设检验的基本流程

距离平均值±1.96个标准差的区间占全部数据的95%。

$\overline{X}$ 的抽样分布



低于平均值1.96个标准差的临界值： $\mu_{\overline{X}} - 1.96\,\sigma_{\overline{X}} = 30 - 1.96 * 2 = 26.08$

低于平均值1.96个标准差的临界值：

$\mu_{\overline{X}} + 1.96\,\sigma_{\overline{X}} = 30 + 1.96 * 2 = 33.92$

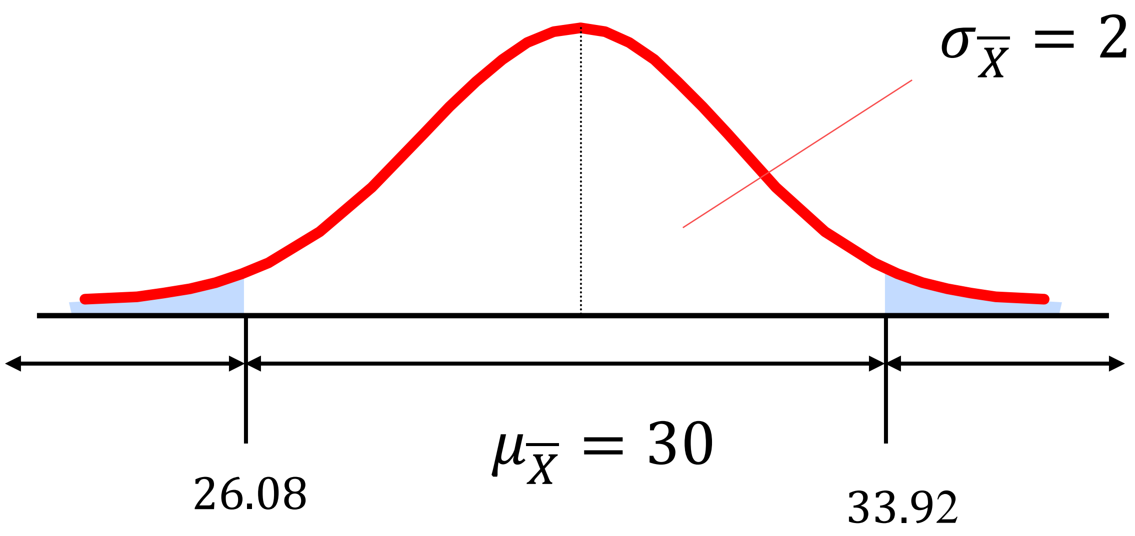
假设检验的基本流程

这意味着如果我们进行随机抽样，100次的抽样结果有95次都会算得样本平均值$\overline{X}$介于26.08~33.92之间。

请注意，以上的情形都是基于假设μ =30的。

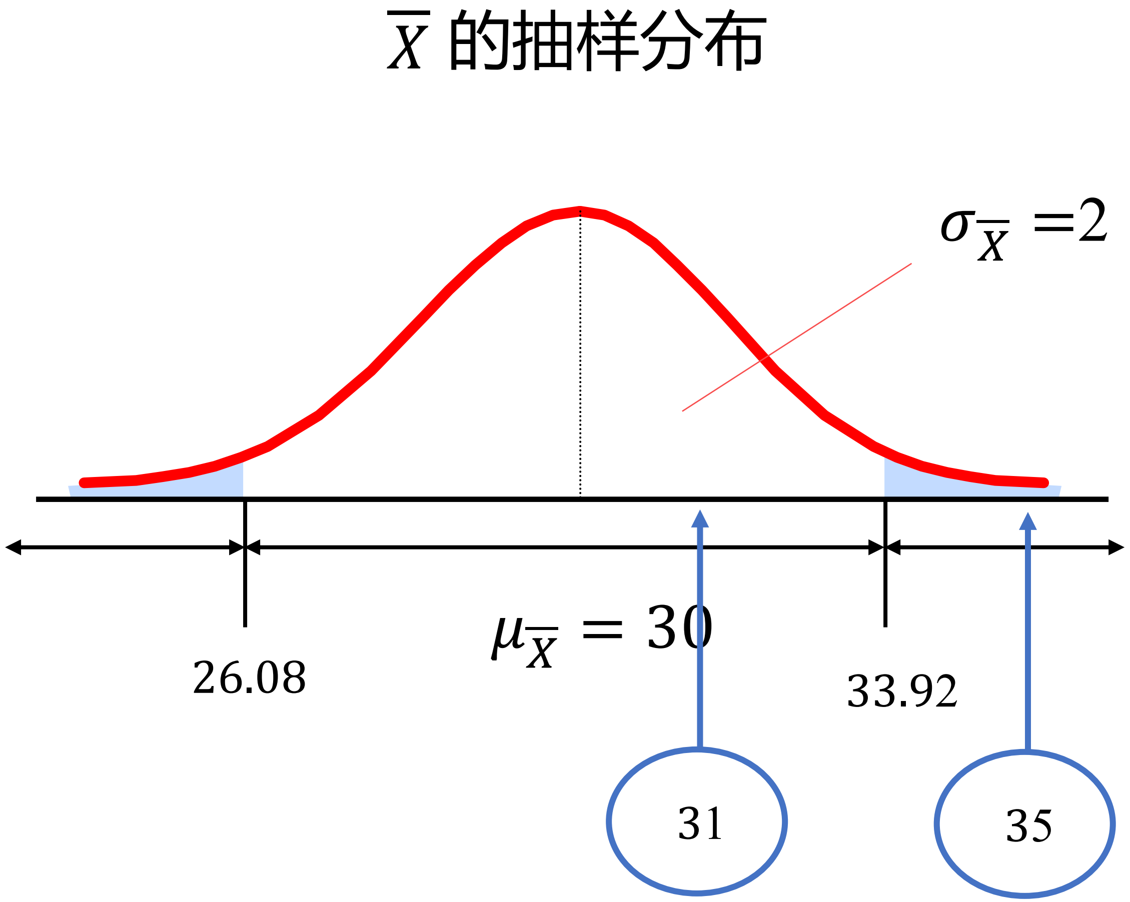
- 假设现在我们进行了一次抽样调查，算出样本平均值为31.
- 假设现在我们进行了一次抽样调查，算出样本平均值为35.

$\overline{X}$ 的抽样分布



假设检验的基本流程

- 如果样本平均值为31，根据零假设，我们会认为这是有可能发生的,因此我们不能拒绝原假设。
- 如果样本平均值为35，根据零假设，我们会认为这发生的可能性很小，因此我们会拒绝原假设。



假设检验的基本流程

我们是这样做假设检验的：我们假设H_0成立，据此建立$\bar{x}$的抽样分布，然后计算抽样分布95%的数据范围的**临界值**（**critical value**），接着我们用样本统计量去跟临界值去比较，看样本统计量有没有落到这95%数据的区域。

- 如果落在95%数据的区域（**非拒绝域**），我们就不能拒绝H_0；
- 如果不落在95%数据的区域（落在**拒绝域**），我们就拒绝H_0.

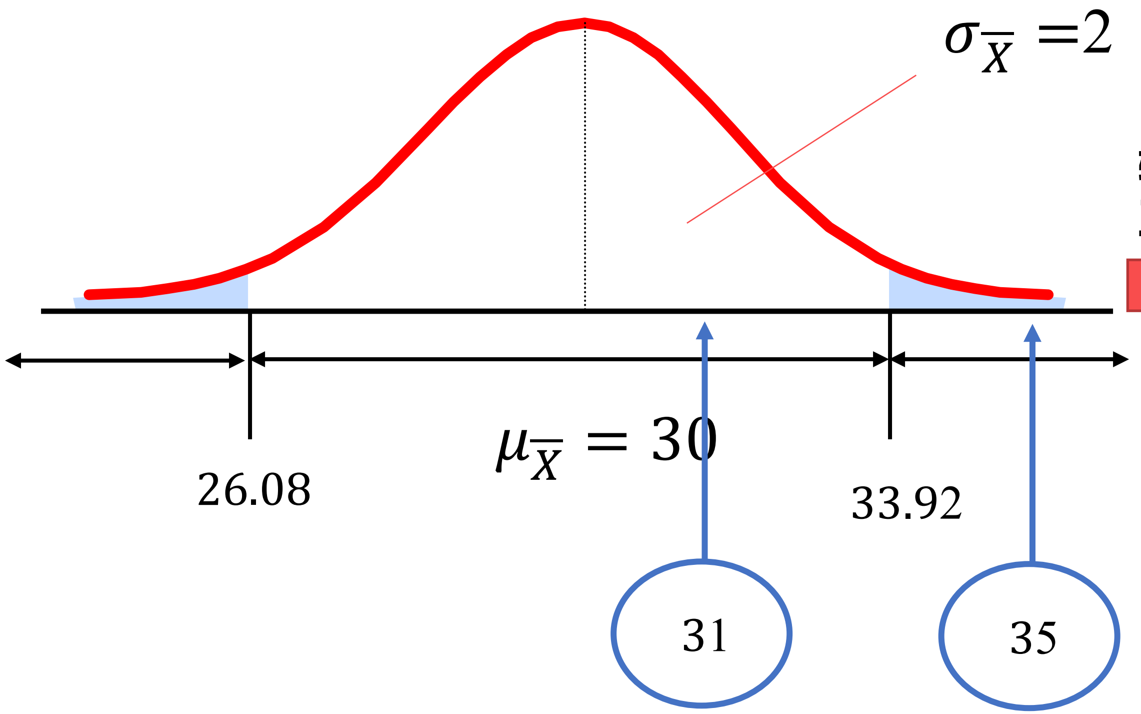
假设检验的基本流程

更规范的表述：我们根据给定的样本值计算出特定的**检验统计量（test statistic）**。由于统计量的抽样分布通常服从某些已知的统计分布，比如标准正态分布和t分布，我们可以利用这些分布来确定能否拒绝H_0。

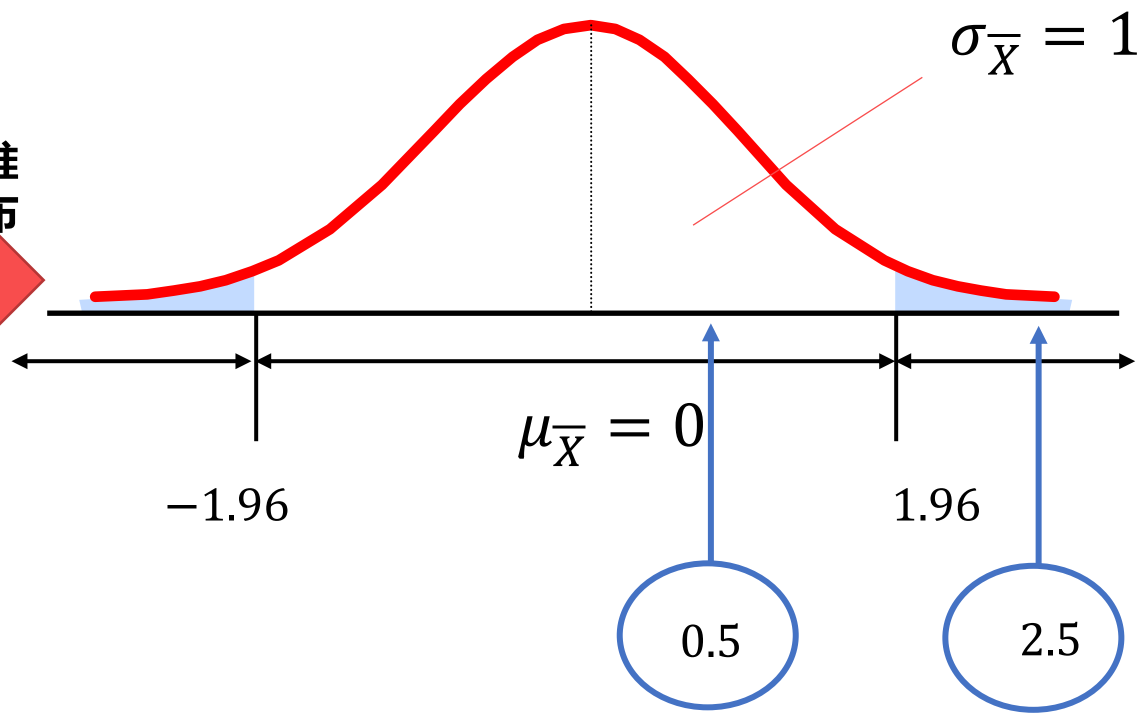
假设检验的基本流程

$$Z=\frac{(\bar{X}-\mu_{\bar{X}})}{\sigma_{\bar{X}}}=\frac{(\bar{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$\bar{X}$ 的抽样分布



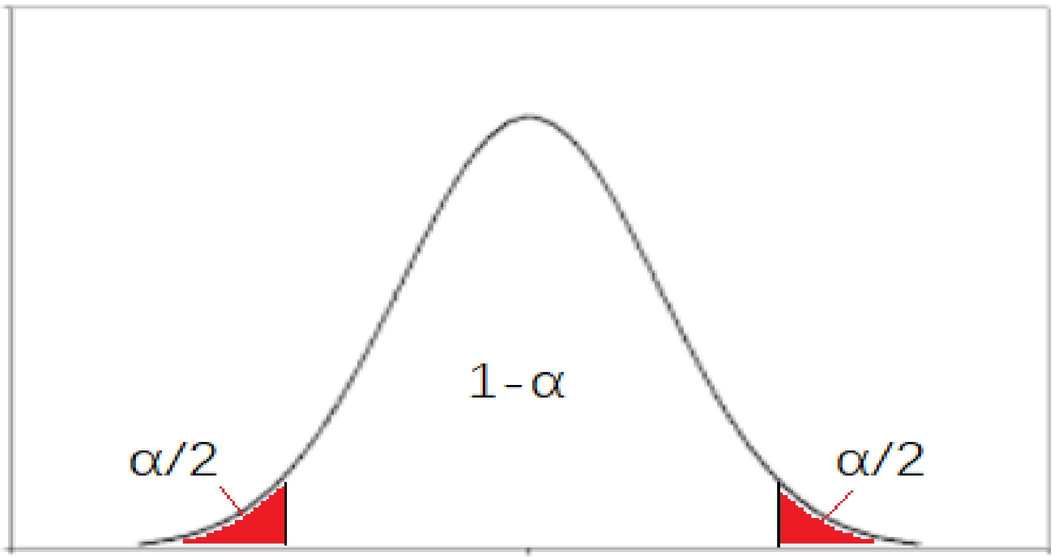
$\bar{X}$ 的抽样分布



假设检验的基本流程

拒绝域

$\overline{X}$ 的抽样分布



临界值（critical value）

根据小概率事件是否发生

α：显著性水平（significance level）

1 - α：置信水平（confidence level）

假设检验的基本流程

拒绝域

$\alpha= 0.05$：对于标准正态分布，查正态分布表，可以得到临界值为-1.96和1.96

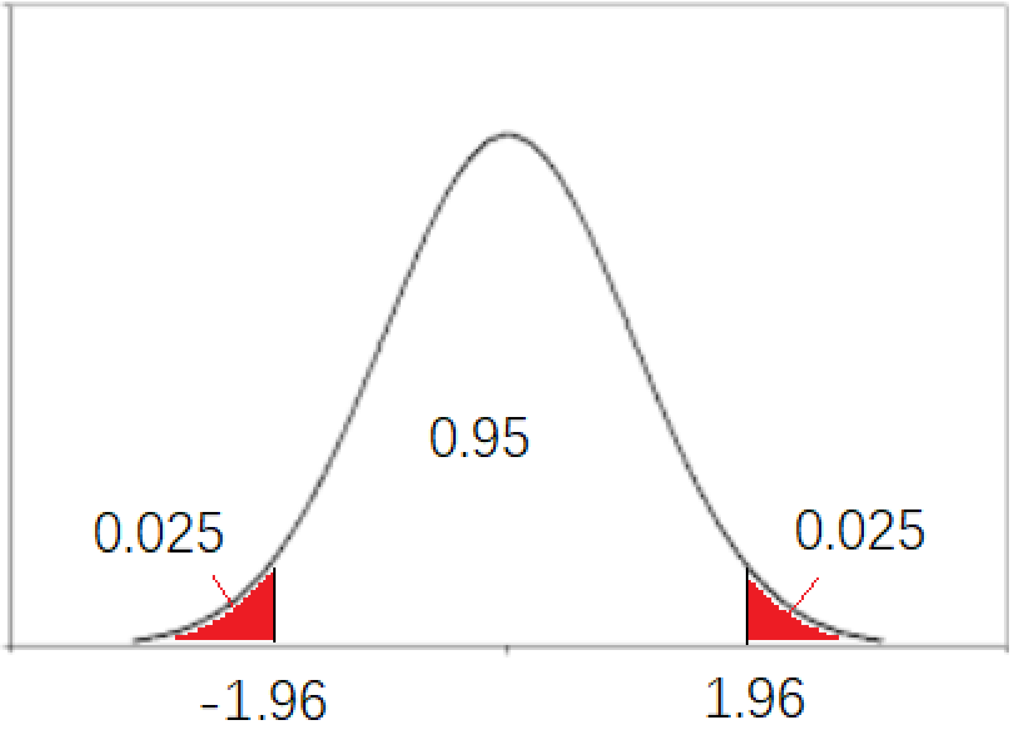
实际应用中，如果计算得到：

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

如果计算得到的Z落到拒绝域，

则拒绝H_0假设；

否则，无法拒绝H_0假设



假设检验的基本流程

p值

- p值（p-value）： 如果H_0成立，我们得到某个统计量的概率
- 用p值和 α （我们一般取0.05）作比较：

> 如果p值 $<$ α，拒绝 H_0
>
> 如果p值 $>$ α，不能拒绝 H_0

- 注意：p值的计算过程比较复杂，我们一般借助软件来计算

样本均值的假设检验

均值μ的检验

σ 已知

(Z 检验)

σ 未知

(t 检验)

样本均值的假设检验

Z检验

均值μ的检验

σ 已知

(Z 检验)

σ 未知

(t 检验)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

例题

某工厂想确认其生产的辣条平均重量为30g.假如所有辣条的重量服从正态分布，且标准差为0.8.现抽检100包辣条，测得平均值为29.84g.

例题

（1）写出零假设与备择假设。

$$H_0: \mu = 30$$

$$H_1: \mu \neq 30$$

样本均值的假设检验

Z检验

(2)找出100个样本所得到的样本均值的抽样分布，根据样本平均数分布的结论，总体正态分布时，样本均值$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$，转换为标准正态分布：$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

代入所得样本均值和总体参数，计算得到样本统计量：

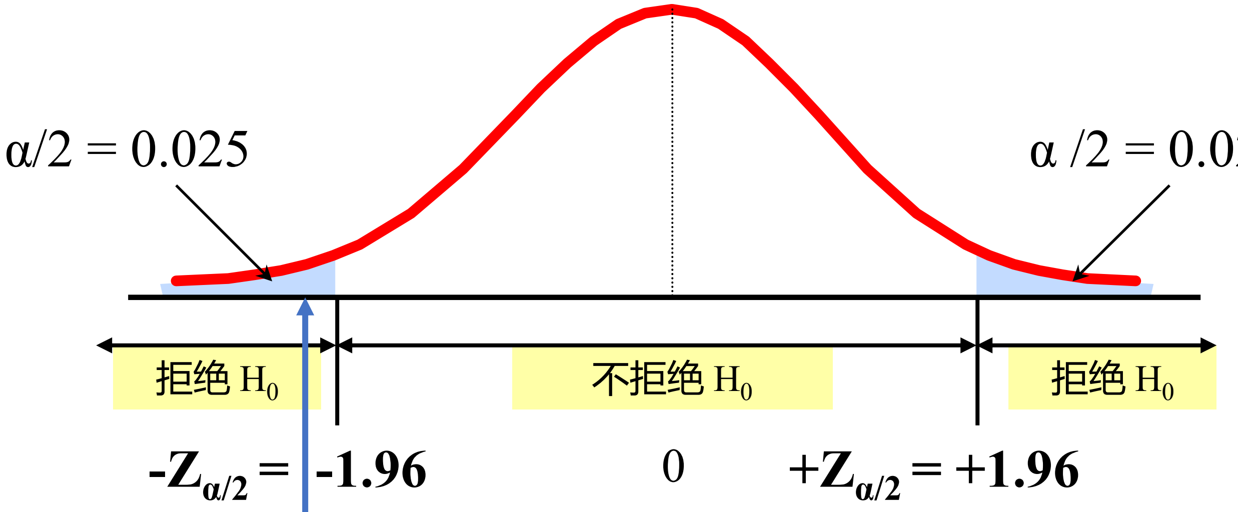
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{29.84 - 30}{\frac{0.8}{\sqrt{100}}} = \frac{-0.16}{0.08} = -2.0$$

样本均值的假设检验

Z检验

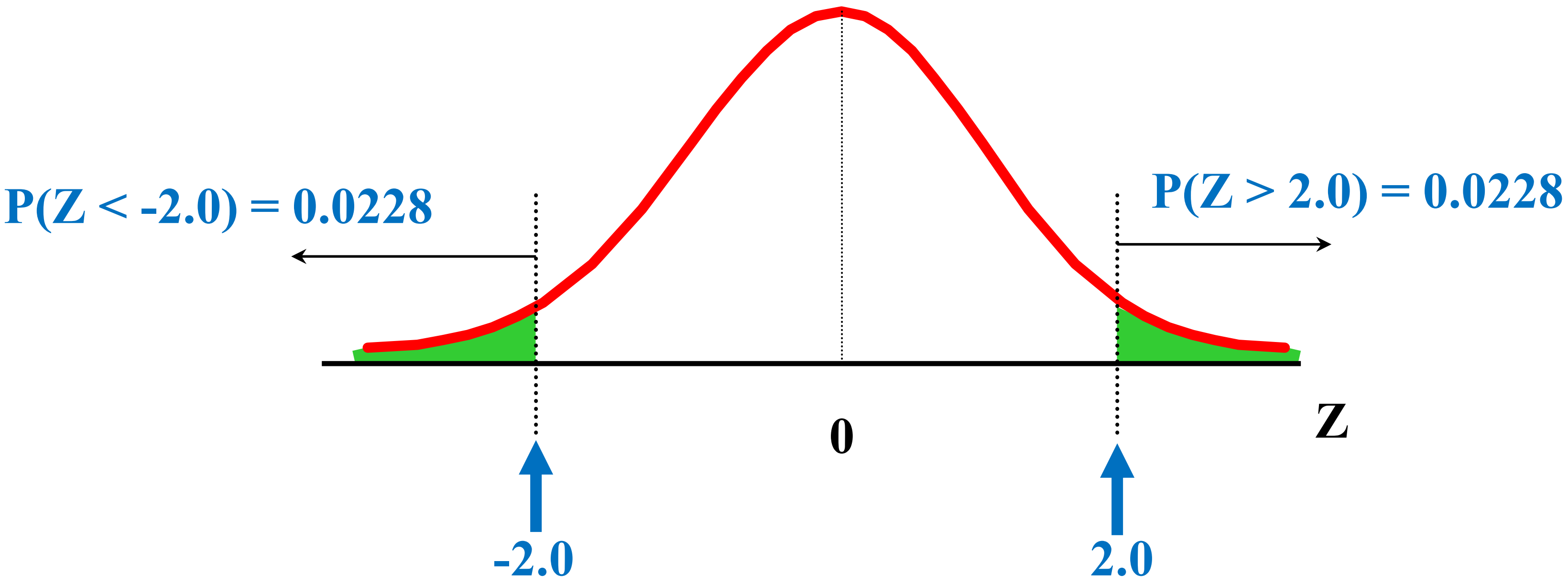
例题

如果Z < -1.96 或 Z > 1.96，拒绝H_0;否则不拒绝



Z = -2.0 < -1.96, 因此检验统计量位于拒绝域

例题



p值 = 0.0228 + 0.0228 = 0.0456

例题

因为$Z = -2.0 < -1.96$, $p = 0.0456 < 0.05$，所以拒绝原假设，即：我们有充足的理由认为辣条重量平均值不是30g【工厂生产的辣条的重量与30g有显著（significant）差异】.

习题

生产饼干的工厂想要确认所生产的某包装的饼干平均重量是否为每包454g。假设每包重量为正态分布，总体的标准差为12g。现抽检了36包饼干，实际平均重量为450g。

样本均值的假设检验

t检验

均值μ的检验

σ 已知
(Z 检验)

σ 未知
(t 检验)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

t统计量介绍

- t统计量的出现源于Z分数的一些条件不满足的情况：

$$Z=\frac{(\bar{X}-\mu_{\bar{X}})}{\sigma_{\bar{X}}}=\frac{(\bar{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

  - Z分数需要知道总体标准差，才能计算标准误。但是，大多数情况下，总体标准差是未知的。

- 总体标准差未知时，用样本统计量来代替总体参数，代替后原来统计量不再服从正态分布，而是服从t分布。

t统计量介绍

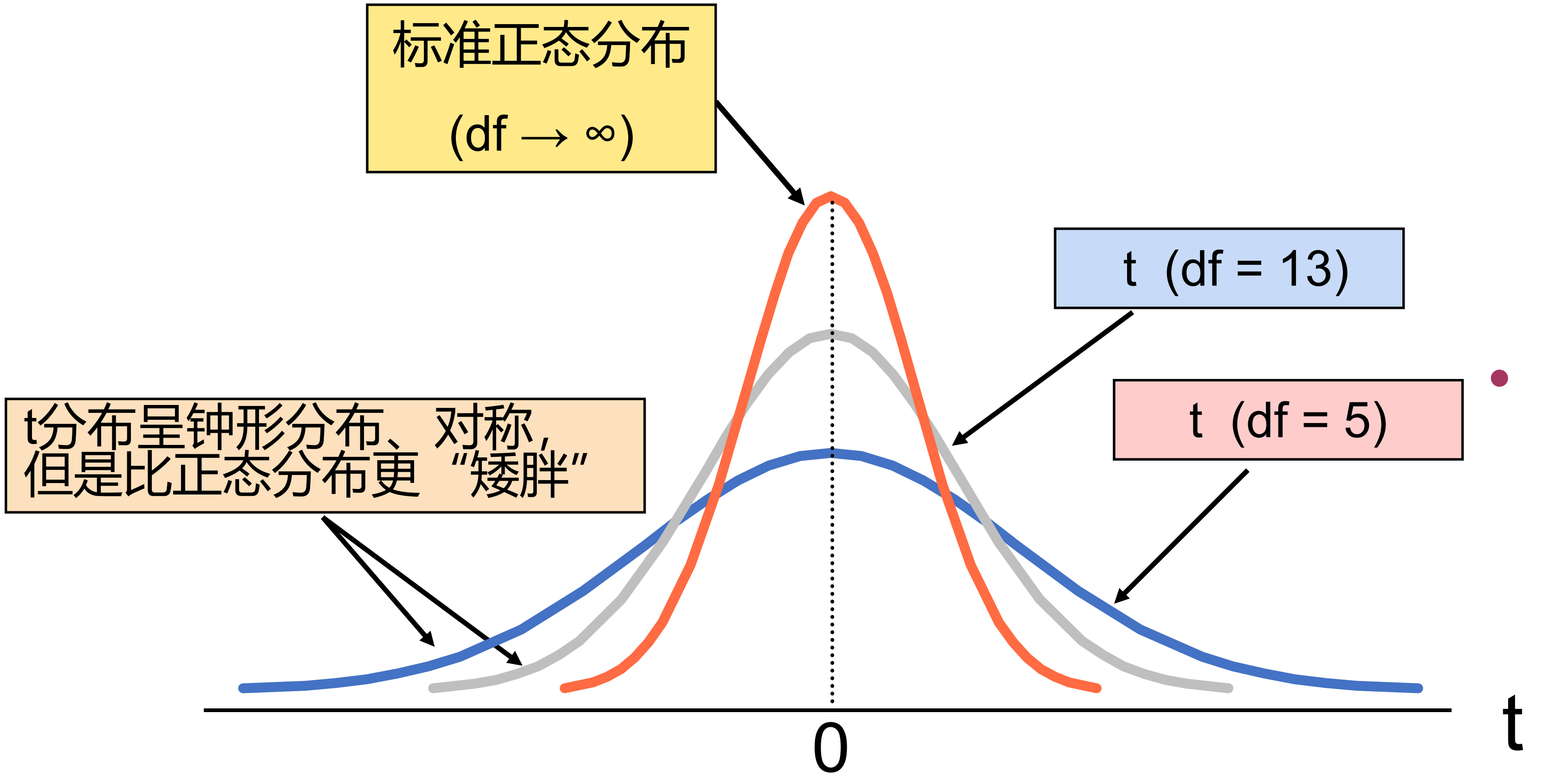
- 当总体标准差σ未知时，t检验被用来检验关于未知总体均值μ的假设。

$$\boxed{t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}$$

t分布

- 与Z分布相类似，所有可能的t统计量将形成一个自由度df(degrees of freedom)为n-1的t分布。
- **特点：**
  - 以0为中心，左右对称的单峰分布。
  - 其形态变化与自由度df（n-1）大小有关，自由度df越小，t分布曲线越低平；自由度df越大，t分布曲线越接近正态分布。

t分布



- 相比于Z分布，t分布更加分散，更向两边延伸。
- 当自由度df增加时，t 分布的变异减小，更接近于正态分布。

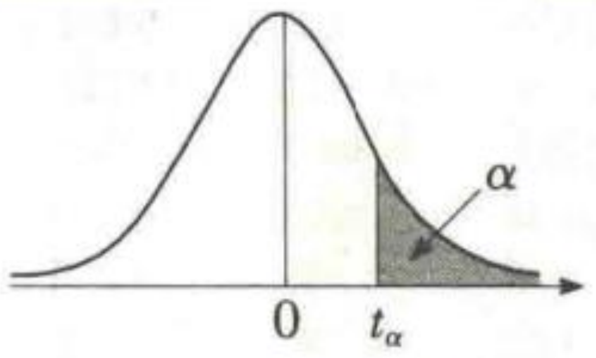
样本均值的假设检验

t检验

t分布表的使用

df/α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.3088	636.6192
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	22.3271	31.5991
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	10.2145	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	7.1732	8.6103
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	5.8934	6.8688
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.2076	5.9588
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.7853	5.4079
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.2968	4.7809
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.1437	4.5869
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.0247	4.4370
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.9296	4.3178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.8520	4.2208
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.7874	4.1405
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.7328	4.0728
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.6862	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.6458	3.9651
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.5518	3.8495
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.5272	3.8193
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.4850	3.7676

t分布表中的数值是在分布中满足尾部概率为某一数值的t值（临界值）。显著性水平α在第一行，自由度df在第一列。



举例，当自由度为20的时候，t分布的2.5%位于尾端大于t=2.086处或者小于t=-2.086处。

例题

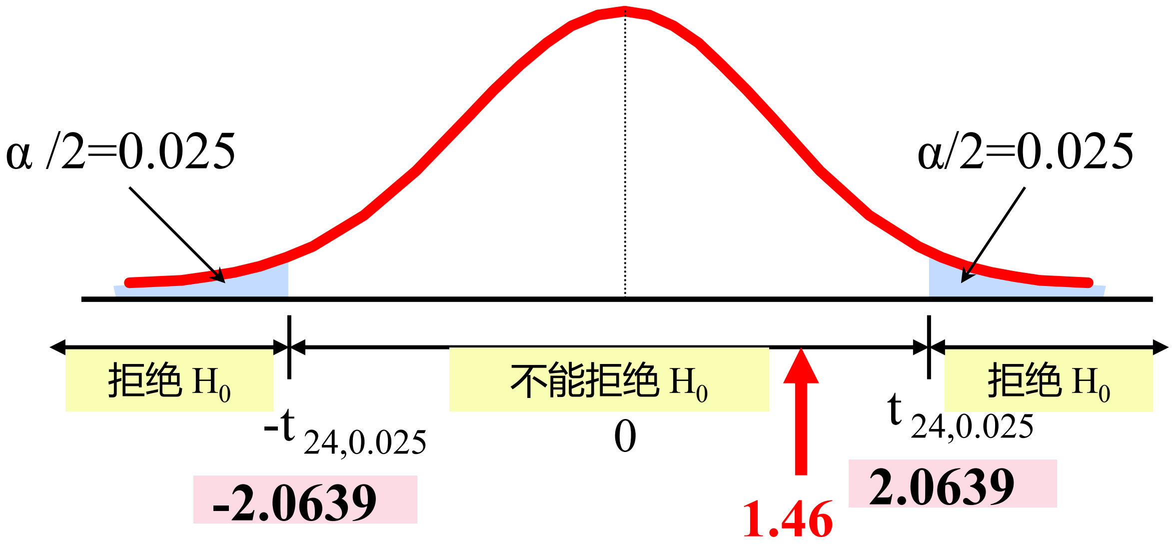
据说南方学院的学生在“双十一”当天平均的花费为168元。为检验该说法，我们进行了随机抽样，获取了25位同学的样本，计算得出平均值 $\overline{X} = 172.5$和标准差 $S = 15.4$. 在$\alpha = 0.05$ 的水平下检验该假设。

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{H_0: \mu = 168} \\ &\mathbf{H_1: \mu \neq 168} \end{aligned}}$$

样本均值的假设检验

t检验

$H_0: \mu = 168$
$H_1: \mu \neq 168$



- $\alpha = 0.05$
- $n = 25$, $df = 25-1=24$
- **σ未知,因此使用t检验统计量**

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{172.50 - 168}{\frac{15.40}{\sqrt{25}}} = 1.46$$

- **临界值:**
- $\pm t_{24,0.025} = \pm 2.0639$

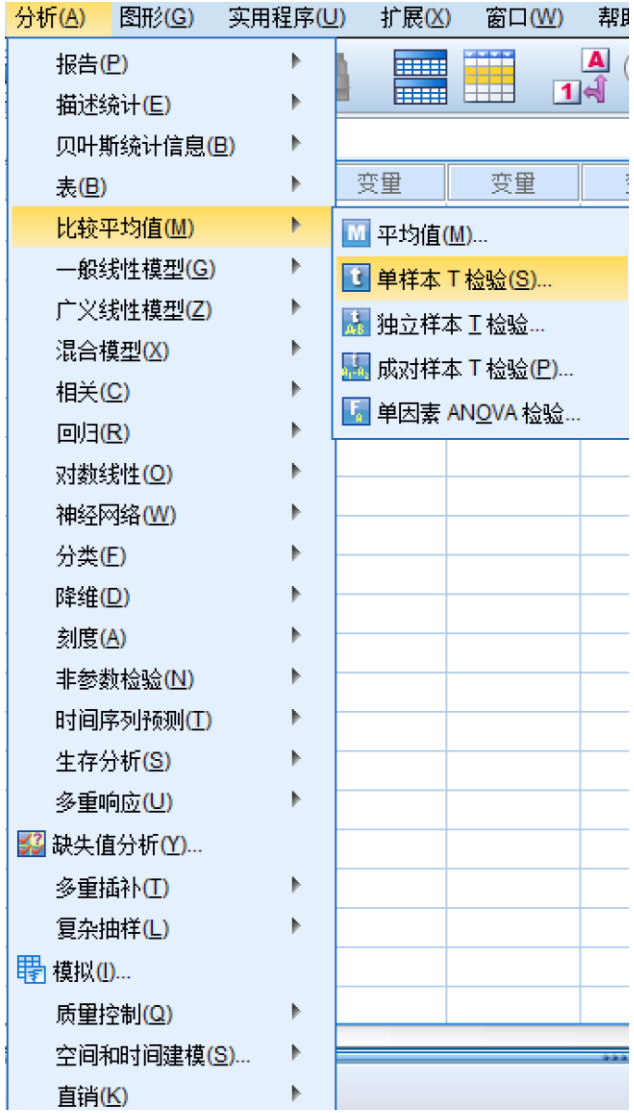
不能拒绝H_0: 没有足够的证据去否定南方学院"双十一"期间平均消费额为168元

习题

随机地抽取了某年级36位学生的分数，得知其均值$\overline{X}$=65，标准差S=12，假定有一主张说总体（该年级）均值只有60分。那么能否根据样本数据推翻该主张?

样本均值的假设检验

t检验



样本均值的假设检验

t检验

单样本统计

	个案数	平均值	标准 偏差	标准 误差平均值
体积（ml）	20	499.4250	2.04447	.45716

单样本检验

	检验值 = 500					
					差值 95% 置信区间	
	t	自由度	Sig.（双尾）	平均值差值	下限	上限
体积（ml）	-1.258	19	.224	-.57500	-1.5318	.3818

p值

习题

从1-100这100个数中随机抽取出10个数字出来作为样本，做单样本t检验的假设检验，检验μ是否与50显著不同（α=0.05）。

（1）请手写计算t值，并作出判断。【提示：需要自己计算样本均值和标准差，并查表看t检验的临界值。过程尽量按照PPT例题的格式规范书写】

（2）用SPSS进行操作，并对结果进行解读。

谢谢！