Mit der Schleuder soll der parabelförmige Flug untersucht werden, wobei von der Luftreibung abgesehen wird. Dabei gelten die physikalischen Zusammenhänge, die Sie in der Vorlesung kennengelernt haben. Auch bei dem Praktikumsversuch „senkrechter Wurf“ wurde diese Systematik verwendet.

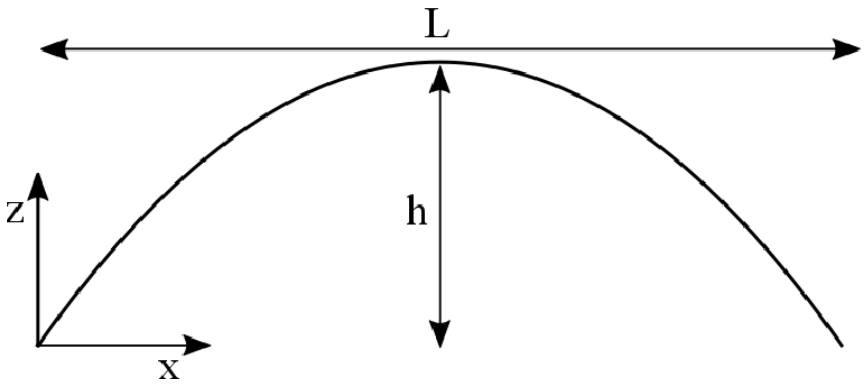

Abbildung 1:Schematische Darstellung des Experiments.

Die Wurfparabel, wie sie in der Abbildung 1 gezeigt ist, berechnet sich aus der gleichförmig beschleunigten Bewegung in z-Richtung

$$z(t) = z_0 + v_{z0} \cdot t - \frac{g}{2} t^2,$$

die mit der konstanten Bewegung in x-Richtung

$$x(t) = v_x \cdot t$$

überlagert wird. Die Beschleunigung in der z-Richtung resultiert dabei nach dem Abschuss durch die Erdanziehung und somit ist die Beschleunigung die Erdbeschleunigung $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$.

Material: Schleuder, Schutzbrille, Schutzhelme, Golfbälle, gelbe Pinne, Maßband, Waage.

Aufgabe 1: Machen Sie sich mit der Schleuder vertraut und bedienen Sie diese mit Vorsicht, um nicht sich und/oder andere zu verletzen. Tragen Sie daher Schutzbrillen und wenn sie in Schussrichtung stehen auch einen Helm! Machen Sie ein paar Probeschüsse und versuchen Sie möglichst genau die gleiche Auslenkung zu realisieren, um den Golfball mit gleichen Bedingungen zu beschleunigen. Nutzen Sie dazu die Skalierung auf der Aluminiumplatte.

Aufgabe 2: Charakterisieren Sie die Flugbahn des Golfballs.

Experimentelles Vorgehen:

Schießen Sie den Golfball immer mit der gleichen Kraft ab, um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten.

Wie viel Zentimeter haben Sie die Schleuder ausgelenkt? 32,5 cm (dies entspricht der maximalen Auslenkung von 13 Linien auf der Abschussvorrichtung)

Wie groß ist die Abschusshöhe z_0? z_0 = 95 cm

Wie groß ist die Masse m des Golfballs? 45 g

Messen Sie bei jedem Schuss die Entfernung *L* und die Flugdauer *t*. Markieren Sie den Auftreffpunkt jedes Golfballs mit einem gelben Pin, um einen Überblick über die Streuung der einzelnen Schüsse zu erhalten.

Winkel [°]	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_{Mittel}
15	22,2 m	21,9 m	23,5 m	21,3 m	21,4 m	22 m
45	26,6 m	28,4 m	26,5 m	29,7 m	26,8 m	28 m
75	13,8 m	13,6 m	13,1 m	13,3 m	13,1 m	13 m

Winkel [°]	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{Mittel}
15	1,31 s	1,34 s	1,24 s	1,24 s	1,18 s	1,3 s
45	2,56 s	2,9 s	2,59 s	2,69 s	2,65 s	2,7 s
75	3,62 s	3,41 s	3,35 s	3,46 s	3,42 s	3,5 s

Unter welchem der drei gemessenen Abschusswinkel erreicht der Golfball die größte Flugweite L?

Rein rechnerisch fliegt der Golfball bei einem Abschusswinkel von 45° am weitesten, wenn man die Luftreibung vernachlässigt. Dies kommt auch mit einiger Streuung aus dem Versuch heraus.

Auswertung

Werten Sie die oben aufgenommenen Messreihen bitte wie folgt beschrieben **zu Hause** aus. Eine beispielhafte Auswertung wird Ihnen am Ende der Versuchswoche zur Verfügung gestellt. Vergleichen Sie dann Ihre Auswertung, bezüglich der Herangehensweise und verwendeter Formeln. Die Zahlenwerte können abweichen, da es sich um unterschiedliche Messungen handelt.

Berechnen Sie die maximalen Flughöhen der Golfbälle:

Die maximale Flughöhe lässt sich ermitteln, indem man die Bewegung in der z-Richtung betrachtet:

$$z(t_h) = h(t_h) = z_0 + v_{z,0} \cdot t_h - \frac{g}{2} {t_h}^2, \qquad (1)$$

wobei t_h die Zeit bis zum Erreichen dieses Punktes ist. Hier kann nicht mehr angenommen werden, dass $t_h = t_{end}/2$ gilt! Bei einem senkrechten Wurf, kann man diese Näherung nutzen, da die gesamte Flughöhe deutlich größer als die Abschusshöhe ist. Aber auch dabei wird ein Fehler in Kauf genommen, der immer größer wird, je geringer die maximale Flughöhe ist.

Die Zeit t_h erhält man durch die Überlegung, dass die Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung v_z an diesem Punkt null sein muss.

$$v_z(t_h) = v_{z,0} - g t_h = 0$$

$$\Rightarrow t_h = \frac{v_{z,0}}{g} \qquad (2)$$

Somit wird noch die Startgeschwindigkeit $v_{z,0}$ benötigt, die sich durch die Kenntnis der gesamten Flugzeit t_{end} berechnen lässt. Zu diesem Zeitpunkt hat das Geschoss, da es auf dem Boden aufkommt, die Höhe null.

$$0 = z_0 + v_{z,0} t_{end} - \frac{1}{2} g t_{end}^2$$

$$\Rightarrow v_{z,0} = -\frac{z_0}{t_{end}} + \frac{g\, t_{end}}{2}. \qquad (3)$$

Einsetzen der Gleichung 3 in 2:

$$t_h = \frac{t_{end}}{2} - \frac{z_0}{g\, t_{end}}. \qquad (4)$$

Die Zeit t_h bis zur maximalen Flughöhe lässt sich somit für die Winkel berechnen:

Winkel [°]	15	45	75
t_h	0,55 s	1,3 s	1,7 s

Es lässt sich auch hier schon die benötigte Startgeschwindigkeit $v_{z,0}$ berechnen:

Winkel [°]	15	45	75
$v_{z.0}$	5,7 m/s	13 m/s	17 m/s

Die maximale Flughöhe lässt sich durch Einsetzen aller Variablen in Gleichung 1 ermitteln:

Winkel [°]	15	45	75
h_{max}	2,4 m	9,3 m	15 m

Wie auch beobachtet, wird die vertikale, also die z-Komponente der Startgeschwindigkeit mit steilerem Winkel größer, was zu einer steileren Flugparabel führt.

Unter welchem der untersuchten Abschusswinkel erreicht der Golfball die höchste Höhe h?

Der Golfball erreicht die größte Höhe unter dem gemessenen Abschusswinkel von 75°, da in diesem Fall mehr kinetische in die vertikale Bewegung gesteckt wird, als bei den Abschusswinkel 15° und 45°.

Berechnen Sie die x- und z-Komponente der Startgeschwindigkeit des Golfballs und daraus den Betrag v_a dieser Abschussgeschwindigkeit.

Die Flugzeit t_{end} und die Entfernung $L_{Mittel} = x$ haben Sie gemessen und können somit v_x durch

$$v_x = \frac{x}{t}$$

berechnen. Die z-Komponente haben Sie schon bei der vorherigen Aufgabe benötigt und Sie müssen diese nur hier eintragen.

Die Abschussgeschwindigkeit berechnet sich dann einfach mittels der euklidischen Norm:

$$v_a = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}.$$

Winkel [°]	15	45	75
v_x	17 m/s	10 m/s	3,9 m/s
v_z	5,4 m/s	13 m/s	17 m/s
v_a	18 m/s	16 m/s	17 m/s

Die mittlere Abschussgeschwindigkeit v_a ist bei der gewählten Auslenkung der Schleuder 17 m/s.

Berechnen Sie die Federkonstante D der Schleuder unter der Annahme, dass es sich dabei um eine ideale Feder handelt, die im elastischen Bereich betrieben wird.

Bei dem Experiment findet bei dem Abschuss die Umwandlung der potentiellen Energie der Abschussvorrichtung in kinetische Energie des Golfballs statt. Man kann somit ein Energiegleichgewicht aufstellen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{1}{2}D\Delta L^2 = E_{pot}$$

$$\Rightarrow D = \frac{v_a^2 m}{\Delta L^2}$$

Die Masse m = 45 g und die Auslenkung ΔL= 0,325 m der Schleuder haben Sie bei dem Versuch gemessen und die Abschussgeschwindigkeit oben berechnet.

Winkel [°]	15	45	75	Mittelwert der Federkonstante
D	140 Nm	110 Nm	120 Nm	130 Nm

Sie erhalten somit eine mittlere Federkonstante von ungefähr D = 42 N/m.

Bestimmen Sie die maximale Beschleunigung, die der Golfball beim Abschuss erfährt.

Die höchste Beschleunigung erfährt der Golfball, wenn die gespannte Schleuder gerade losgelassen wird. An diesem Punkt gilt

$$F = m \cdot a = D \cdot \Delta L = F_{spann}$$

$$\Rightarrow a_{max} = \frac{\mathrm{D} \cdot \Delta L}{m}$$

mit der Auslenkung der Schleuder ΔL.

Winkel [°]	15	45	75	Mittelwert der max. Beschleunigung
a	1 km/s^2	0,83 km/s^2	0,90 km/s^2	0,92 km/s^2

Dabei erfährt der Ball eine maximale Beschleunigung, die etwa dem 94-fachen der Erdbeschleunigung entspricht.

ZUSATZINFORMATIONEN:

Es ist natürlich auch noch möglich die kinetische Energie des Golfballs zu betrachten. Diese beträgt etwa 7 J. Dies entspricht der Energie, die benötigt wird, um 1 kg etwa 70 cm hoch zu halten oder der eines Laserpulses des ARCTURUS Lasers des ILPP.