EXPERIMENTELLE MECHANIK

Kapitel 6

Kontinuumsmechanik

(Grundbegriffe der Elasto- und Fluidmechanik)

6.1.1 Mikroskopische Kräfte

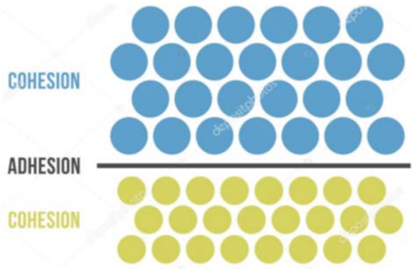
Mikroskopische statische Kräfte:

- **Kohäsion:** Anziehende Kräfte innerhalb eines Stoffs durch die Wechselwirkung gleicher Teilchen miteinander.

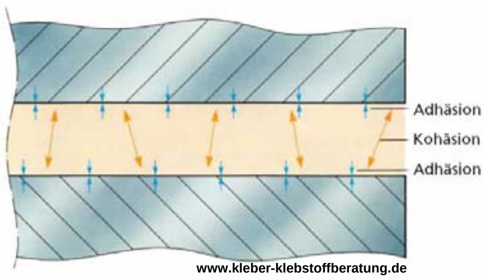
  Verantwortlich für:
  - Zusammenhalt eines Stoffes (Tropfen, Pfützen etc.)
  - Bildung glatter Flüssigkeitsoberflächen

- **Adhäsion:** Anziehende Kräfte von Teilchen eines Stoffs mit jenen eines anderen, benachbarten Stoffs.

  Verantwortlich für:
  - Benetzung einer Oberfläche mit Flüssigkeit
  - Verbindung mittels Klebstoff



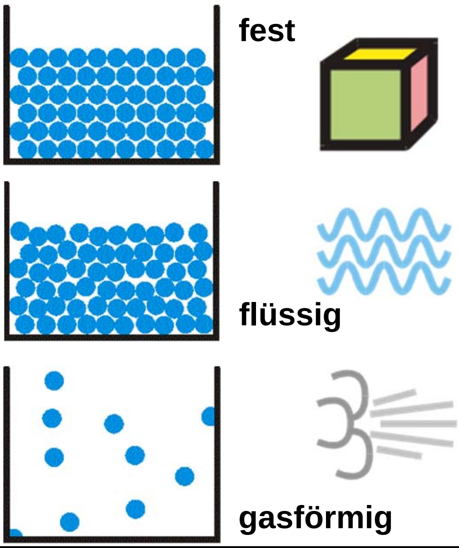
www.depositphotos.com

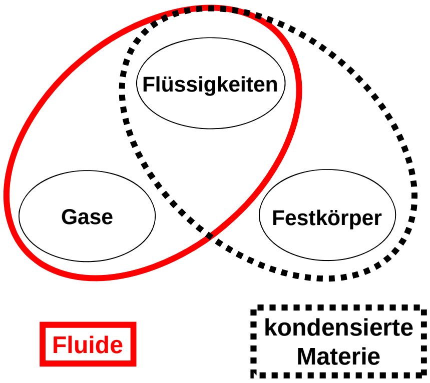


www.kleber-klebstoffberatung.de

6.1.1 atomistische Betrachtung der Aggregatzustände

Erscheinungsformen ausgedehnter Körper

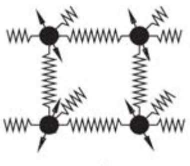




6.1.1 atomistische Betrachtung der Aggregatzustände

Mikroskopische Gestalt

Festkörper

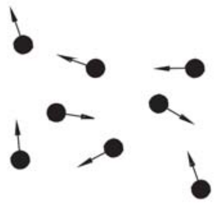


- Feste Bindungskräfte zwischen allen Atomen
- Dicht gepackt
- Feste Positionen
- Bewegung: Oszillationen

Flüssigkeit

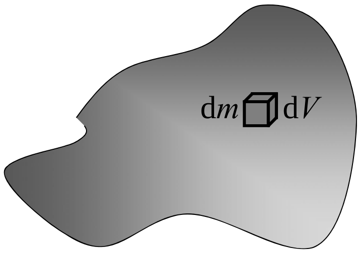
- Lose atomare Kräfte („van-der Waals-Kräfte“)
- Dicht gepackt
- Teilchen bewegen sich durch das Medium
- Sehr viele Teilchenstöße

Gas



- (Fast) keine Kräfte
- Sehr dünn gepackt
- Teilchen bewegen sich durch das Medium
- Kontakt nur durch Teilchenstöße

6.1.2 Wichtige Größen: Die Dichte ρ



Lokale Dichte: $\rho(\vec{r}) = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V}$

Wenn der Körper homogen ist:

Globale Dichte: $\rho = \frac{M}{V}$

„Dichte ist Masse pro Volumen"

Dimension der Dichte:

Masse / Volumen = Masse / Länge³

SI-Einheit der Dichte:

1 kg / m³

(alt: 1 g/cm³ = 1000 kg/m³)

Beispiele:

Luft	1,3 kg/m³
Wasser	1 000 kg/m³
Blei	11 000 kg/m³
Gold, Uran	19 000 kg/m³

6.1.2 Wichtige Größen: Die spezifische Wärmekapazität c

Wärmezufuhr zu einem Medium führt in der Regel zu Temperaturerhöhung:

Zusammenhang: $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$

spezifische Wärmekapazität

Masse

Wärmezufuhr ΔQ (= thermische Energie) führt zu Temperaturerhöhung ΔT

Definition: Die spezifische Wärmekapazität c eines Stoffes bezeichnet jene Wärmemenge ΔQ, die m = 1 kg dieses Stoffes zugeführt werden muss, um dessen Temperatur um ΔT = 1 K zu erhöhen.

Verwendung:

- Wie viel Energie ist notwendig, um eine bestimmte Stoffmenge auf eine best. Temperatur zu erwärmen?
- Um wie viel steigt die Temperatur eines Körpers, wenn eine bestimmte Wärmemenge zugeführt wird?

6.1.2 Wichtige Größen: Thermische Längenausdehnung

Festkörper dehnen sich aus, wenn die Temperatur steigt

Bei Festkörpern ist die relative Längenänderung $\Delta L / L$ proportional zur Temperaturänderung:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta T \quad \longrightarrow \quad \Delta L = \alpha \cdot L(T_0) \cdot \Delta T \qquad L(T_0 + \Delta T) = L(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T\ )$$

Die Konstante α heißt Längenausdehnungskoeffizient

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}l}{l} \cdot \frac{1}{\mathrm{d}T} \qquad [\alpha] = 1/\mathrm{K}$$

Beispiele für α (10^{-6} / K) bei 20 °C :

NaCl	40
Aluminium	23,2
Kupfer	16,5
Beton	10
Glas	7
Zerodur	0,02 (0°C – 50°C)
Kohlenstofffasern	-0,5

Meist ist α > 0, ganz selten aber auch α < 0 (dann zieht sich der Körper bei zunehmender Temperatur zusammen).

6.1.2 Wichtige Größen: Thermische Längenausdehnung

Festkörper dehnen sich aus, wenn die Temperatur steigt

Beispiel: Längenausdehnung einer Brücke

Länge L = 100 m,
Temperaturbereich ΔT = 50 K
Koeffizient α = 10 · 10^{-6} / K

Längenvariation $\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$

→ ΔL = 5 cm

Dehnungsfuge

6.1.2 Wichtige Größen: Thermische Volumsausdehnung

Bei Fluiden ist die **relative Volumsänderung** $\Delta V / V$ proportional zur Temperaturänderung ΔT :

$$\frac{\Delta V}{V} = \gamma \cdot \Delta T \quad \longrightarrow \quad \Delta V = \gamma \cdot V(T_0) \cdot \Delta T \qquad V(T_0 + \Delta T) = V(T_0) \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

γ heißt ***Volumsausdehnungskoeffizient*** ([γ] = 1/K)

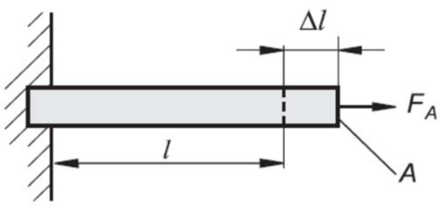
Der Koeffizient γ für verschiedene Flüssigkeiten:

Material	γ [10^{-6} / K] bei 20 °C	
Quecksilber	180	
Wasser	210	
Etylen	1100	
Gase	3661	(p = const, T = 0°C)

Bei Festkörpern gilt: $\gamma = 3 \cdot \alpha$

6.2.1 Dehnung

Verlängerung durch eine Kraft senkrecht zur Oberfläche



Zugspannung

$$\sigma = \frac{F_A}{A} \qquad [\sigma] = \text{N/m}^2$$

Relative Längenänderung („Dehnung“)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad [\varepsilon] = 1 \text{ (Prozent)}$$

Für kleine Dehnung: Linearer Zusammenhang:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

(Hookesches Gesetz)

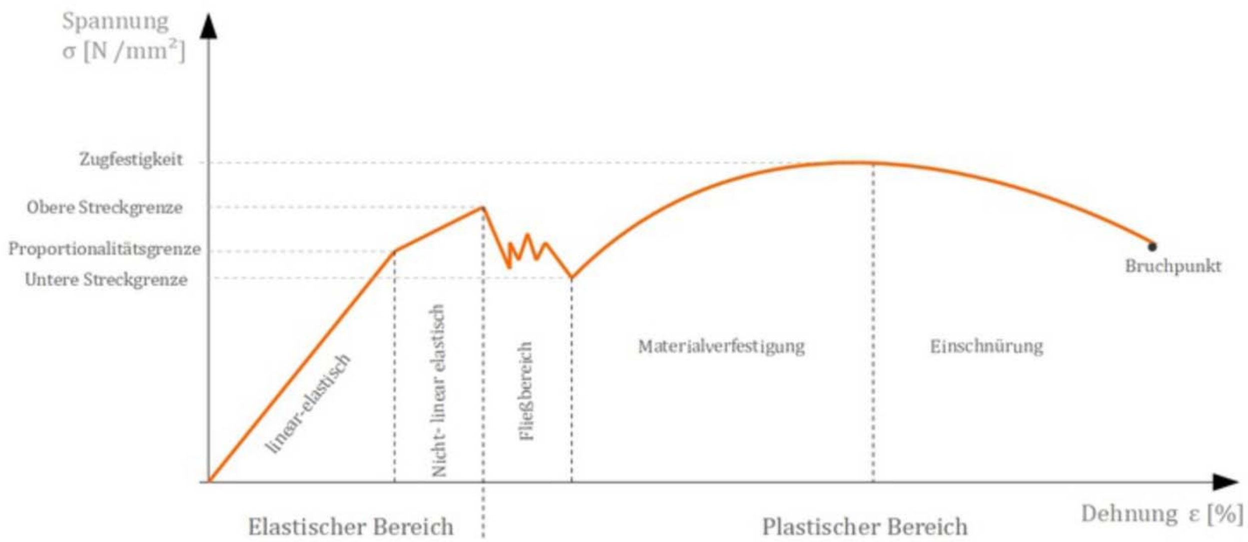
E: Elastizitätsmodul

$[E]$ = N/m²

Werte:

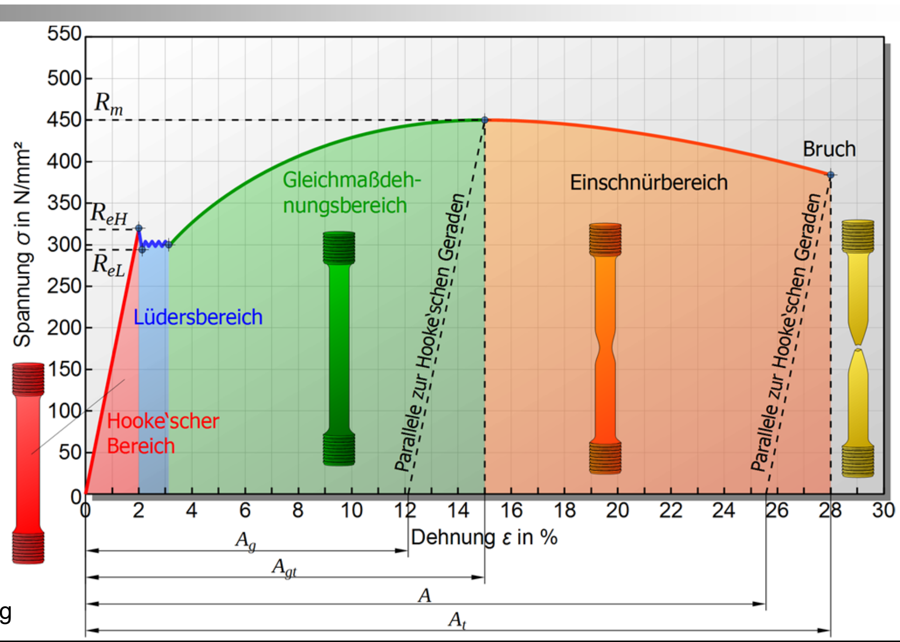
Diamant:	E = 800 kN/mm²
Eisen, Stahl:	200
Glas:	70
Beton:	25
Holz:	12
Gummi	0,5

6.2.1 Spannungs-Dehnungs-Diagramm



Schematische Darstellung für Kupfer

6.2.1 Spannungs-Dehnungs-Diagramm



Schematische Darstellung

6.2.1 Querkontraktion

Querkontraktion bei Dehnung

Poisson-Zahl:

$$\nu = -\frac{\Delta d/d}{\Delta l/l} \qquad [\nu] = 1$$

Relative Volumenänderung bei Dehnung

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

Werte:

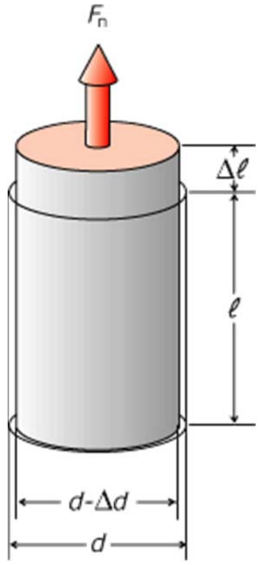
Kork:	ν = 0,00
Beton:	0,20
Stahl:	0,28
Kupfer:	0,35
Gummi:	0,50
Holz:	0,04 – 0,67

Bei Dehnung:

V nimmt zu

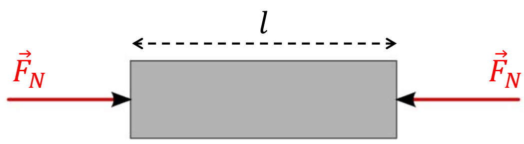
V bleibt gleich

V nimmt ab



6.2.1 Stauchung

Verkürzung durch eine Kraft senkrecht zur Oberfläche



Druckspannung

$$\sigma_D = \frac{F_N}{A} \qquad (\sigma_D < 0)$$

Relative Verkürzung („Stauchung")

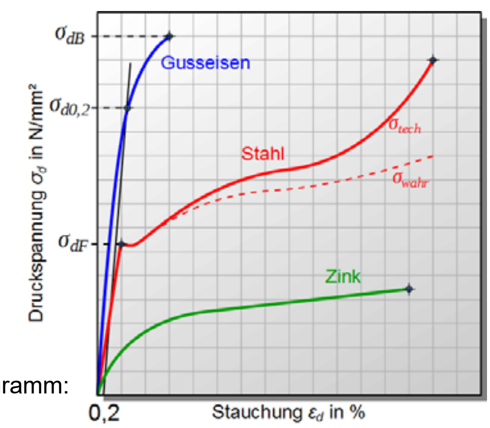
$$\varepsilon_D = \frac{\Delta l}{l} < 0$$

Für kleine Stauchungen: Proportionalität

$$\sigma_D = E \cdot \varepsilon_D$$

mit E: Elastizitätsmodul
gleich wie für Dehnung

Stauchungsdiagramm:



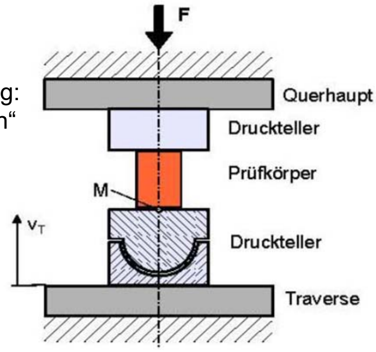
6.2.1 Stauchung

Verkürzung durch eine Kraft senkrecht zur Oberfläche

Druckspannung: $\sigma_D = \frac{F_N}{A}$

Stauchung: $\varepsilon_D = \frac{\Delta l}{l} < 0$

Materialprüfung: „Druckversuch“



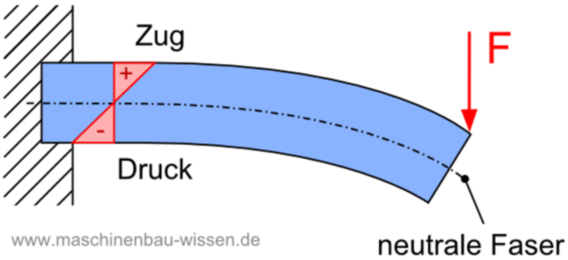
Eine gestauchte Probe wird inhomogen deformiert

Verlauf eines „Druckversuchs“:

6.2.2 Biegung

Beispiel: Einseitig eingespannter Stab:

Mitte: „Neutrale Faser“ (konstante Länge)
Oben: Zugspannung (Verlängerung)
Unten: Druckspannung (Verkürzung)

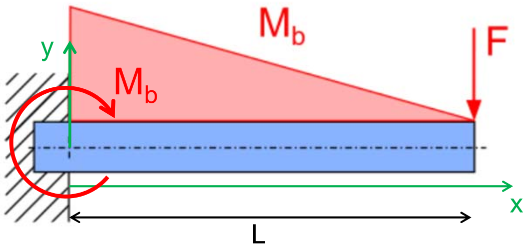


Biegemoment: $M_b(x) = F \cdot (L - x)$

maximal: $M_b = F \cdot L$

Biegespannung: $\sigma_b(y) = \frac{M_b}{I_h} \cdot y$

mit „Flächenträgheitsmoment“ I_h
(Maß für Biegesteifigkeit)



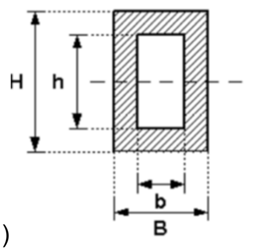
6.2.2 Biegung

Biegung: Flächenträgheitsmomente

Rechteck-Rohr:

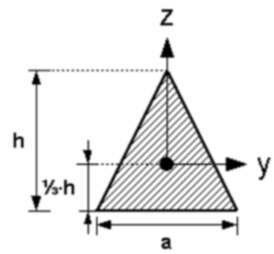
$$I_h = \frac{1}{12} \cdot (B \cdot H^3 - b \cdot h^3)$$

(volles Rechteck: $b = h = 0$)



Dreieck-Profil:

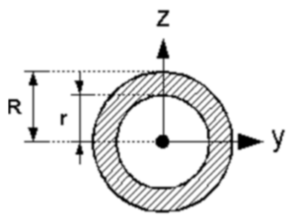
$$I_h = \frac{1}{36} \cdot (a \cdot h^3)$$



Kreis-Rohr:

$$I_h = \frac{\pi}{4} \cdot (R^4 - r^4)$$

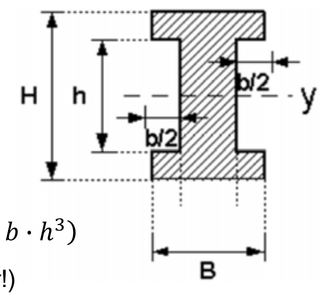
(Vollkreis: $r = 0$)



I-Träger-Profil:

$$I_h = \frac{1}{12} \cdot (B \cdot H^3 - b \cdot h^3)$$

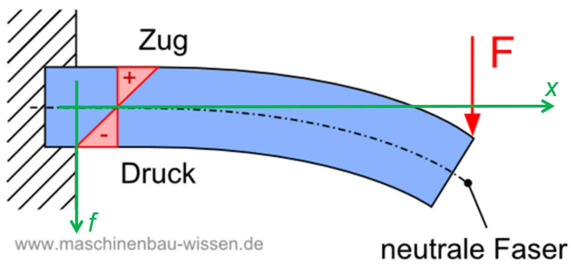
(wie Rechteck-Rohr!)



6.2.2 Biegung

Beispiel: Einseitig eingespannter Stab:

Mitte: „Neutrale Faser“ (konstante Länge)
Oben: Zugspannung (Verlängerung)
Unten: Druckspannung (Verkürzung)



Biegemoment: $M_b(x) = F \cdot (L - x)$

maximal: $M_b = F \cdot L$

Biegespannung: $\sigma_b(y) = \frac{M_b}{I_h} \cdot y$

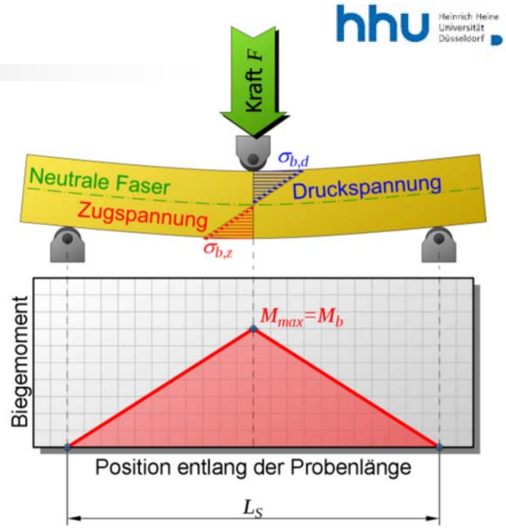
mit „Flächenträgheitsmoment“ I_h
(Maß für Biegesteifigkeit)

Durchbiegung:

$$f(x) = \frac{F}{E \cdot I_h} \cdot \left(\frac{L \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

Am Ende: $f(L) = \frac{F}{E \cdot I_h} \cdot \frac{L^3}{3}$

6.2.2 Biegung



Beispiel: Zweiseitig aufliegender Stab:

- Mitte: „Neutrale Faser“ (konstante Länge)
- Oben: Druckspannung (Verkürzung)
- Unten: Zugspannung (Verlängerung)

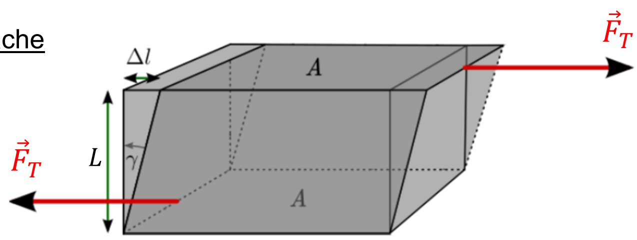
Max. Biegemoment: $M_{max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{L_S}{2}$

Biegespannung: $\sigma_b(y) = \frac{M_b}{I_h} \cdot y$

Durchbiegung in der Mitte: $f(L_S/2) = \frac{F}{E \cdot I_h} \cdot \frac{{L_S}^3}{48}$

6.2.3 Scherung

Verformung durch eine Kraft parallel zur Oberfläche



Scherspannung $\tau = \frac{F_T}{A}$ $[\tau]$ = N/m²

Verkippung („Scherung “)

$$\gamma \approx \tan\gamma = \frac{\Delta l}{L}$$

Δl: Horizontale Deformation
L: Vertikale Länge

Im elastischen Bereich:

$\tau = G \cdot \gamma$ mit G: Schubmodul $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$

6.2.3 Torsion

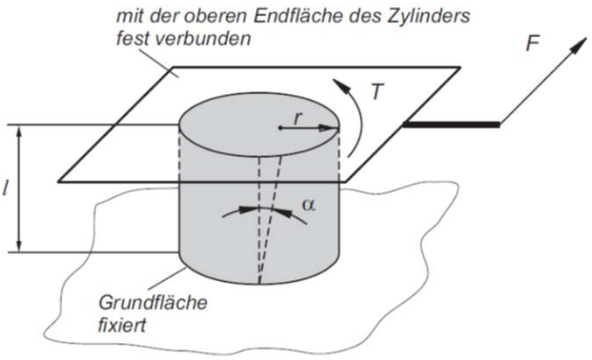
Verdrehung durch Drehmoment in den Oberflächen

Elastische Torsion

$$D = -\kappa \cdot \varphi$$

Richtmoment:

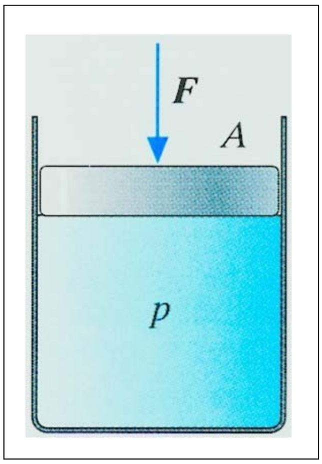
$$\kappa = \frac{\pi}{2} \cdot G \cdot \frac{r^4}{l} \qquad [\kappa] = \mathrm{Nm}$$



6.3.1 Der Druck p

Definition: Wirkt auf eine Fläche A die Kraft $\boldsymbol{F}$, dann nennt man die Größe $p = \frac{F}{A}$ den auf diese Fläche wirkenden **Druck.**

Dies gilt ganz allgemein, für alle Aggregatzustände und Situationen.



Dimension des Drucks: **Kraft / Fläche**

SI-Einheit des Drucks: **1 Pa = 1 N / m² = 1 kg/(m·s²)** (**Pascal**)

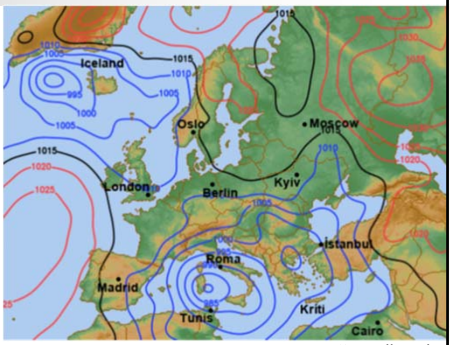
Wirkt auf eine Fläche von $A = 1$ m² eine Kraft von $F = 1$ N, dann beträgt der Druck $p = 1$ Pa

1 Pa ist eine kleine Einheit!

Blaise Pascal (1623 – 1662)

6.3.1 Der Druck p

„Wetterkarte“: Isobaren



www.wetteronline.de

Weitere gebräuchliche Einheiten

1 bar („Bar“) = 10^5 Pa = 100 000 Pa

1 mbar = 100 Pa = 1 hPa („Hektopascal“)

1 torr = 133,32 Pa (→ 750 torr = 1 bar)

1 atm = 1013,25 mbar („Atmosphäre“)
= 760 torr (Standardluftdruck)

„1 mm Hg“ = 1 torr = 133,32 Pa

„1 mm $H_2$0“ = 9,807 Pa

Anzeige eines Blutdruckmessers

Anzeigeeinheit für einen Hochdruck-Durchflussregler

6.3.1 Der Druck p

Der Druck eines Gases gibt die **mechanische Energiedichte w** an, die darin gespeichert ist.

Dimension:

$$\text{E-dichte} = \frac{\text{Energie}}{\text{Volumen}} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Weg}}{\text{Fläche} \cdot \text{Länge}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \text{Druck}$$

Einheit:

$$[w] = 1 \ \text{J} / \text{m}^3 = 1 \ \text{kg} / (\text{m} \cdot \text{s}^2) = 1 \ \text{Pa} = [p]$$

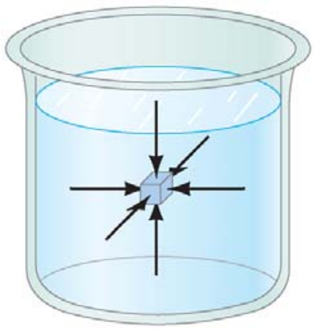
In vielen technischen Anwendungen wird ein großer Teil dieser Energiedichte genutzt

Beispiel: Drucklufthammer

6.3.1 Der Druck *p*

Isotropie des Drucks:

- Der Druck ist ein Skalar und kein Vektor
- Der Druck hat keine Richtung
- Der Druck auf ein kleines Volumenelement ist von allen Seiten gleich.
- Druck in ruhenden Flüssigkeiten und Gasen: Auf jede Fläche wirkt eine Kraft und eine gleich große Gegenkraft.

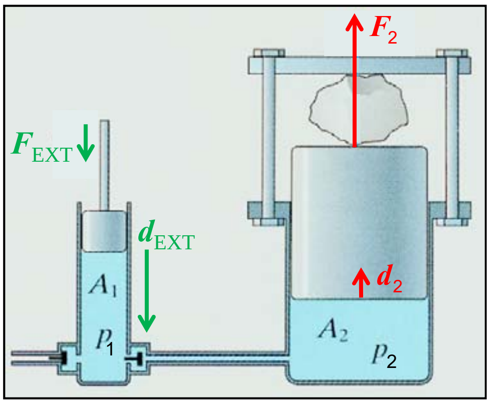


„Allseitige Gleichheit des Drucks“:

Der Druck im Inneren eines Gefäßes und an den Grenzflächen ist überall gleich groß, unabhängig von der Form des Gefäßes (abgesehen vom Schwerdruck).

6.3.1 Der Druck *p*

Anwendung der Druck-Isotropie: Hydraulische Presse



Druck: $p_1 = p_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_{EXT}}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$\Rightarrow$ Kraftverstärkung $F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_{EXT} >> F_{EXT}$

Arbeit: $W = F_{EXT} \cdot d_{EXT} = p \cdot \Delta V$ (Volumen gegen Druck komprimieren)

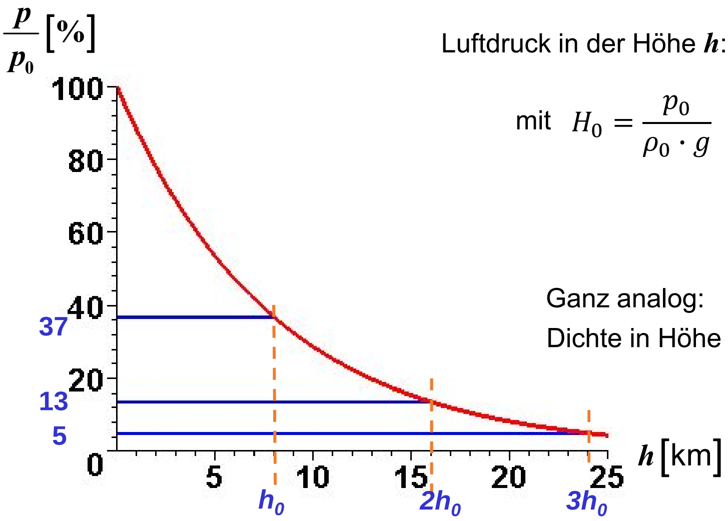
Energieerhaltung: $F_{EXT} \cdot d_{EXT} = F_2 \cdot d_2$

$\Rightarrow d_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot d_{EXT} << d_{EXT}$

Prinzip: **kleine Kraft** auf **langem Weg** bewirkt **große Kraft** auf **kurzem Weg**

6.3.2 Der Schweredruck von Gasen

Die barometrische Höhenformel



Luftdruck in der Höhe $\boldsymbol{h}$: $\boxed{p(h) = p_0 \cdot \mathrm{e}^{-(h/H_0)}}$

mit $H_0 = \dfrac{p_0}{\rho_0 \cdot g} = 7995\ \mathrm{m}$ $\quad \boldsymbol{p_0}$ = 101 325 Pa, $\boldsymbol{\rho_0}$ = 1,292 kg/m^{3}2 (0°C)

$= 8580\ \mathrm{m}$ $\quad \boldsymbol{\rho_0}$ = 1,204 kg/m^{3}2 (20°C)

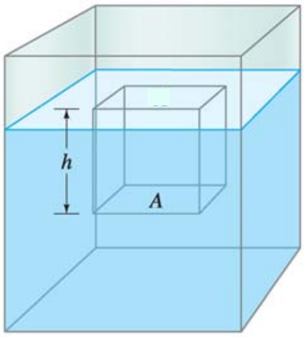
Ganz analog:
Dichte in Höhe $\boldsymbol{h}$: $\boxed{\rho(h) = \rho_0 \cdot \mathrm{e}^{-(h/H_0)}}$

6.3.2 Der Schweredruck von Gasen

Luftdruck und Vakuum

Die „Magdeburger Halbkugeln“ (Otto von Guericke, 1657)

6.3.2 Der Schweredruck von Flüssigkeiten



Druck in einer Tiefe h :

Masse des Wassers darüber: $m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot h$

Gewichtskraft: $F_g(h) = m \cdot g$

Druck auf die Fläche A : $p_g = \frac{F_g}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$

Schweredruck einer Flüssigkeit $\boxed{p_g = \rho \cdot g \cdot h}$

Der Schweredruck …

… wirkt nach allen Seiten gleich

… nimmt linear mit der Tiefe zu

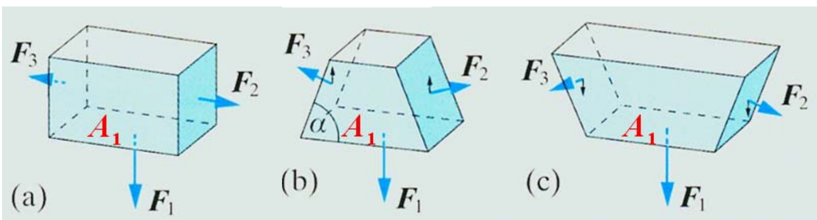
Bsp.: Wassersäule, 10 m hoch:

p_g(10 m) = 1000 kg/m³ · 9,81 m/s² · 10 m

≈ 10^5 Pa = 1 bar (Standard-Luftdruck)

6.3.2 Der Schweredruck von Flüssigkeiten

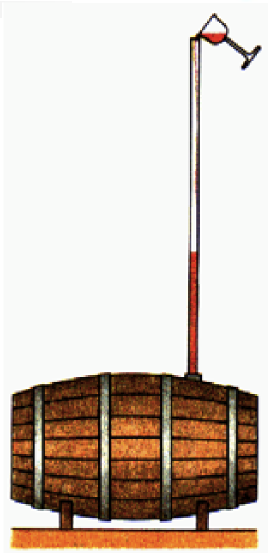
Das „hydrostatische Paradoxon“:



Der Druck auf den Gefäßboden $p_g = \rho \cdot g \cdot h$

ist abhängig von
- Höhe h der Wassersäule
- Dichte ρ der Flüssigkeit
- Erdbeschleunigung g,

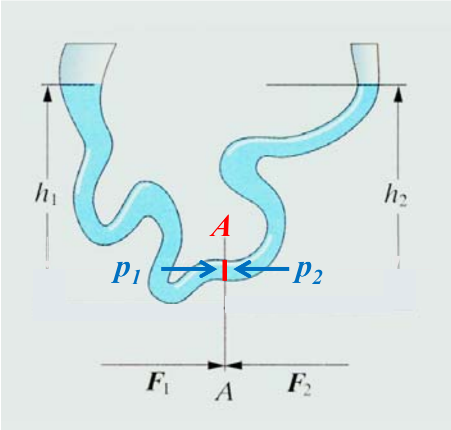
unabhängig von
- Form des Gefäßes



B. Pascal, 1648: Weinfass platzt durch Kapillare>

6.3.2 Der Schweredruck von Flüssigkeiten

„Kommunizierende Röhren":



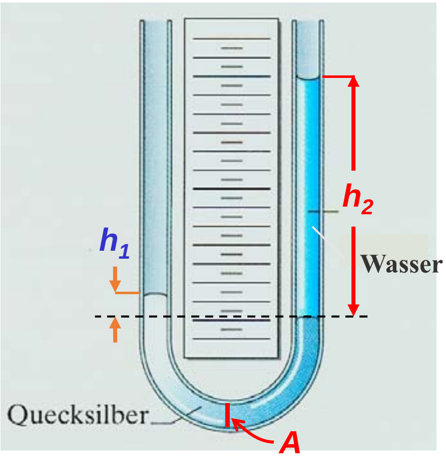
Gleichgewicht nur, wenn an jeder Querschnitts-fläche A Druck von beiden Seiten identisch:

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad h_1 = h_2$$

Beide Schenkel sind gleich hoch gefüllt !

6.3.2 Der Schweredruck von Flüssigkeiten

„Kommunizierende Röhren":



Unterschiedliche, nicht-mischende Flüssigkeiten:

U-Rohr-Schenkel im Kräfte-Gleichgewicht,

wenn $F_{g,1} = F_{g,2}$

$$A \cdot p_1 = A \cdot p_2$$

$$A \cdot h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = A \cdot h_2 \cdot \rho_2 \cdot g$$

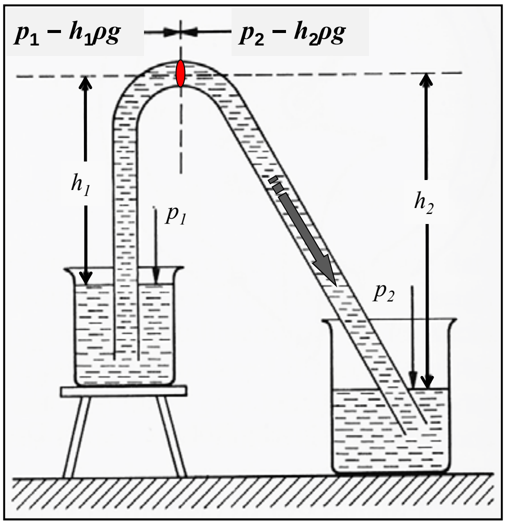
$$\boxed{h_1 \cdot \rho_1 = h_2 \cdot \rho_2}$$

z.B. Dichtebestimmung:

$$\rho_{\text{LEICHT}} = \frac{h_{\text{SCHWER}}}{h_{\text{LEICHT}}} \cdot \rho_{\text{SCHWER}}$$

6.3.2 Der Schweredruck von Flüssigkeiten

„Wie entleert man ein Aquarium?“



1. $p_1 \approx p_2 = p$
   Luftdruckänderung über Höhe h_2-h_1 ist vernachlässigbar.

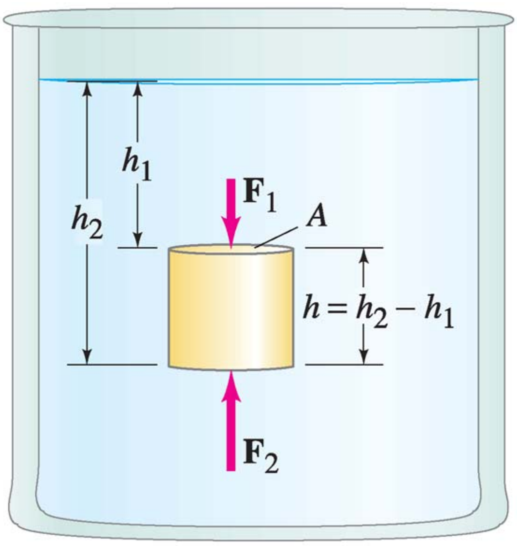
2. Druck an der „Grenzfläche“ (rot):

   links: $p_{\text{links}} = p_1 - h_1\,\rho\,g$

   rechts: $p_{\text{rechts}} = p_2 - h_2\,\rho\,g$

   $p_{\text{links}} > p_{\text{rechts}} \Rightarrow$ Wasser fließt aus

6.3.3 Auftrieb



Kraft auf die obere Fläche:

$$F_1 = -p_1 \cdot A \qquad p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$$
$$F_1 = -\rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

- Kraft auf die untere Fläche:

$$F_2 = +\rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

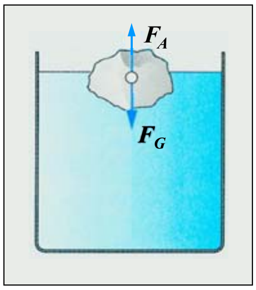
- Gesamtkraft auf den Körper:

$$\begin{aligned} F_{\text{ges}} &= F_g + F_1 + F_2 \\ &= -g \cdot M + g \cdot \rho \cdot (h_2 - h_1) \cdot A \\ &= -g \cdot (M - M_{\text{FL}}) \end{aligned}$$

Archimedisches Prinzip:
Die auftreibende Kraft (der Auftrieb) entspricht der Gewichtskraft des verdrängten Fluids.
$$F_A = \rho_{\text{FL}} \cdot V_K \cdot g$$

6.3.3 Auftrieb

Schwimmen:



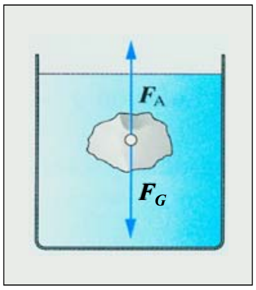
$$\boxed{F_A = -F_G}$$

mittlere Dichte!

$\rho_{\text{KÖRPER}} < \rho_{FL}$

Körper taucht ein, bis Gewichtskraft des verdrängten Fluids der eigenen Gewichtskraft entspricht

Schweben:



mittlere Dichte!

$\rho_{\text{KÖRPER}} = \rho_{FL}$

Körper besitzt gleiche *mittlere* Dichte wie Fluid.

6.3.3 Auftrieb

Schwimmen:

Im Gleichgewicht gilt immer:

$$\boxed{F_A = -F_g}$$

Totes Meer: Salz im Wasser erhöht die Dichte ρ_{FL} und damit den Auftrieb

→ weniger Volumen V nötig, um F_g zu kompensieren

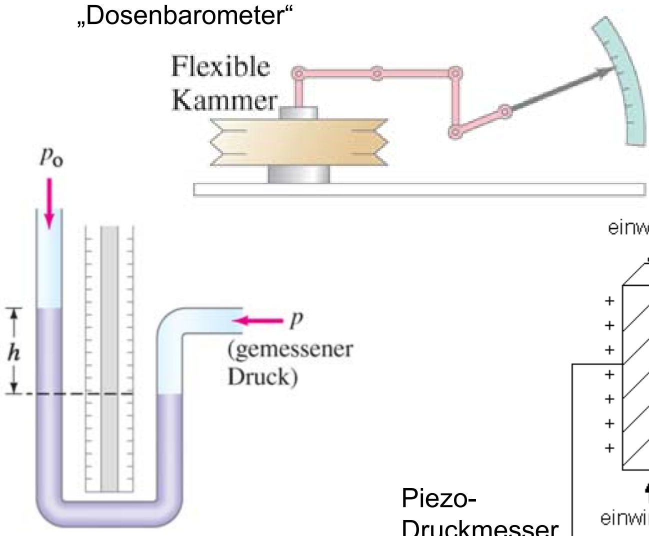
$$\boxed{F_A = \rho_{FL} \cdot V \cdot g = -F_g}$$

Passagierschiff mit viel Hohlraum hat eine geringe Dichte

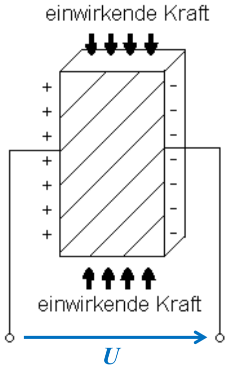
Beladenes Lastschiff: Hohe Dichte

6.3.4 Druckmessung

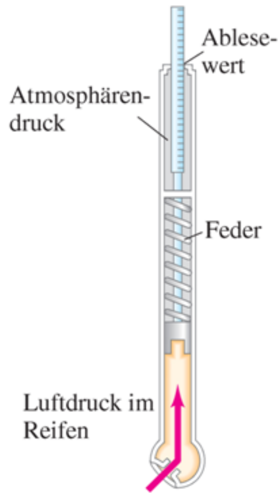
„Dosenbarometer“



offenes Manometer



Piezo-
Druckmesser

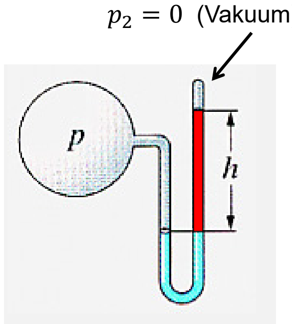


Reifendruckmesser

6.3.4 Druckmessung

Manometer: (a) absolut

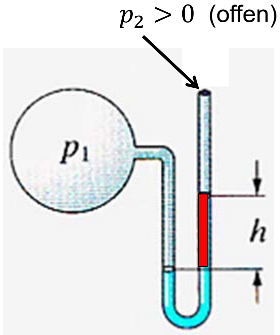
$p_2 = 0$ (Vakuum)



Messung des Drucks p durch Vergleich mit Vakuum ($p_2 = 0$). p kann auch der Luftdruck sein.

(b) differenziell

$p_2 > 0$ (offen)



Messung des Drucks p_1 durch Vergleich mit dem Luftdruck p_2

Ergebnis: Druckdifferenz

bekannt? Messgröße

$$p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot \boldsymbol{h}$$

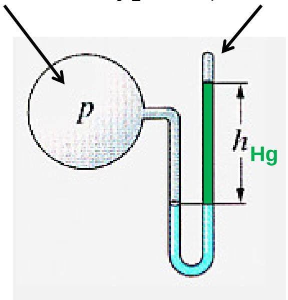
Konstante

Materialkonstante

6.3.4 Druckmessung

Barometer: Luftdruckmessung

Luftdruck $p_2 = 0$ (Vakuum)



Messung des Drucks p durch Schweredruck einer Flüssigkeit

Messflüssigkeit Wasser (H_2O):

$$p = \rho_{\text{H2O}} \cdot g \cdot h_{\text{Hg}}$$

Messflüssigkeit Quecksilber (Hg):

$$p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_{\text{Hg}}$$

$$h_{\text{Hg}} = \frac{p}{\rho_{\text{Hg}} \cdot g}$$

g = 9,81 m/s²

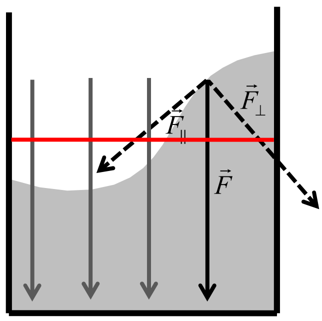
ρ_{Hg} = 13 593 kg/m³

$\boxed{h_{\text{Hg}}(p = 1013 \text{ mbar}) = 760 \text{ mm}}$

$\boxed{h_{\text{H2O}}(p = 1013 \text{ mbar}) = 10{,}33 \text{ m}}$

Historisches Wasserbarometer

6.3.5 Flüssigkeitsoberflächen

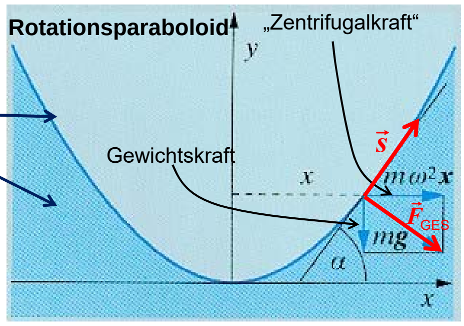


Wirken Kraftkomponenten parallel zur Flüssigkeitsoberfläche, werden Teilchen verschoben.

→ „Form“ der Flüssigkeit ist erst dann im Gleichgewicht, wenn die Oberfläche überall senkrecht auf die örtlich wirkende Kraft steht.

Oberfläche

rotierende Flüssigkeit



Gesamte Kraft

$$\vec{F}_{\text{GES}} = \begin{pmatrix} m\omega^2 x \\ -mg \end{pmatrix}$$

Vektor in Richtung der Oberfläche (es muss gelten: $\vec{F} \cdot \vec{s} = 0$): $\vec{s} = \begin{pmatrix} g \\ \omega^2 x \end{pmatrix}$

Oberfläche beschrieben durch Funktion $y = f(x)$

Steigung ist bekannt: $f'(x) = \frac{s_y}{s_x} = \frac{\omega^2}{g} \cdot x$

$$\rightarrow \quad f(x) = y_0 + \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g} \cdot x^2 \qquad \text{(Parabel)}$$