Aufgabenblatt 01

05. November 2020

Aufgabe 01.1

Wie groß muss eine Kugel aus Gold sein (Durchmesser $d = ?$), damit man, wenn man alle Goldatome einzeln aufeinander stellt, eine gerade dünne Stange erhält, die von der Erde bis zum Mond reicht?
Entfernung Erde-Mond: $L_{\text{EM}} = 384\,400\,\text{km}$, Dichte von Gold: $\rho_G = 19,32\,\text{g/cm}^3$, Atomgewicht $m_{At} = 197,0 \cdot u$. Wir nehmen als grobes Modell an, dass jedes Goldatom würfelförmig sei (Seitenlänge a_G), und alle Würfel im Metall ohne Lücke geordnet aneinander liegen.

Aufgabe 01.2

Das „Urkilogramm" in Paris ist ein Zylinder aus einer Metall-Legierung mit dem Durchmesser $D = 39,00\,\text{mm}$ und der Höhe $H = 39,00\,\text{mm}$. Aus demselben Material wurde eine Kopie des Urkilogramms angefertigt, präzise gleich schwer (Abweichung weniger als $0,5\,\mu\text{g}$), aber als Kugel. 20,0 Jahre später war diese Kugel dann um $\Delta M = 13,0\,\mu\text{g}$ schwerer als das Original. Es wurde gemutmaßt, dass sich wegen Luftfeuchtigkeit ein dünner, gleichmäßiger Wasserfilm um die Kugel gelegt hatte. **(a)** Wie dick wäre die Wasserschicht um die Kugel? **(b)** Wenn man annimmt, dass sich das Wasser die ganze Zeit über gleichmäßig auf der Kugel anlagert: Wie viele Wassermoleküle kommen im Mittel pro Sekunde dazu? Masse eines Wassermoleküls: $m_W = 18,0 \cdot u$, Dichte von kondensiertem Wasser: $\rho_W = 1000\,\text{kg/m}^3$.

Aufgabe 01.3

Die „Debye-Länge" λ_D ist eine Plasma-Kenngröße, die zum Beispiel zur Beschreibung des Inneren der Sonne gebraucht wird. Berechnen Sie λ_D nach der angegebenen Formel mit den folgende Größen und verwenden Sie im Resultat SI-Einheiten mit richtigen Präfixen:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{e^2} \cdot \frac{k_B \cdot T}{n}} \qquad \text{mit} \quad \begin{aligned} \varepsilon_0 &= 8,85\,\frac{\text{nA}^2 \cdot \text{ms}^4}{\text{kg} \cdot \mu\text{m}^3} && \text{(Elektrische Feldkonstante)} \\ k_B &= 1,38 \cdot 10^{-23}\,\text{J/K} && \text{(Boltzmann-Konstante)} \\ T &= 8000\,\text{K} && \text{(Plasma-Temperatur)} \\ e &= 1,60 \cdot 10^{-19}\,\text{C} && \text{(Elementarladung)} \\ n &= 1,5 \cdot 10^{16}\,\text{cm}^{-3} && \text{(Teilchendichte: Teilchen/Volumen)} \end{aligned}$$

Hinweis zur Umrechnung in SI-Basiseinheiten: $1\,\text{J} = 1\,\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ (J ... Joule)
$1\,\text{C} = 1\,\text{A} \cdot \text{s}$ (C ... Coulomb, A ... Ampere)

Aufgabe 01.4

In natürlichem Silizium kommen 3 Isotope vor: ^{28}Si mit Atommasse $m_{28} = 27{,}9769 \cdot u$ zu $r_{28} = 92{,}25\,\%$, ^{29}Si mit $m_{29} = 28{,}9765 \cdot u$ zu $r_{29} = 4{,}68\,\%$ und ^{30}Si mit $m_{30} = 29{,}9738 \cdot u$ zu $r_{30} = 3{,}07\,\%$. **(a)** Wie viele Atome eines solchen Gemischs braucht man, um genau die Masse $m = 1{,}0000\,\mathrm{kg}$ zu realisieren? **(b)** Leider kann die Zusammensetzung des Siliziums schwanken: Der Anteil ^{28}Si kann um bis zu $\pm 1{,}00\,\%$ anders sein (also liegt r_{28} im Bereich $91{,}25\,\% - 93{,}25\,\%$), und gleichzeitig können r_{29} und r_{30} um bis zu $0{,}5\%$ anders sein – in Summe kommt aber immer 100 heraus. Wie groß bzw wie klein ist die Masse maximal, wenn man die Zahl nach Aufgabe (a) richtig einstellt, aber die Zuammensetzung anders ist als dort erwartet?
Hinweis: Die Prozentzahlen sind nicht Gewichtsprozente, sondern beziehen sich auf den Anteil an Atomen: Z. B. sind von $N = 10000$ Atomen genau $N \cdot r_{28} = 9225$ von der Sorte ^{28}Si usw.