

# 第4章 丘奇 图灵 论题

## 4.1 图灵机

图灵机和有穷自动机的区别:

1. 图灵机在带子上既能读也能写
2. 既能左移也能右移
3. 带子无限长
4. 进入拒绝和接受状态立即停机

Algorithmische Komplexitätstheorie

30. Turingmaschine

1. Alphabet 字母表: nicht leere endliche Menge 非空有限集合  $\Sigma$

2. Buchstaben 字母: 字母表中元素,  $a, b, c, d, 0, 1, 2, 3, \dots$

3. Konkatination 连接符:  $\circ$ ; 单词 Wort:  $u, v$

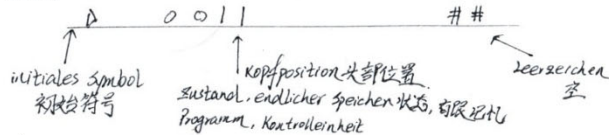
bsp:  $u = 011001, v = 11 \Rightarrow w = u \circ v = uv = 01100111$

4. leeren Wort 空集  $\epsilon$ ; 所有词  $\Sigma^*$

5. Länge  $|u|$  长度:  $|\epsilon| = 0, \Sigma^n = \{u \in \Sigma^* \mid |u| = n\}$  长度为  $n$  的词集合.  
 $|uv| = |u| + |v|$   
 $|u^n| = |u| \cdot n$   
 $\Sigma^+ = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$

6.  $\Sigma^*$  的子集  $L \subseteq \Sigma^*$  被称为: 一个 Sprache 语言.  $L_1, L_2$

图灵机



Def.  $M = (Q, \Sigma, \delta, s)$

- $Q$ : Zustand 状态
- $s \in Q$ : Startzustand 初始状态
- $\Sigma$ : Symbolen 字母集合, 包含  $\#$  和  $\circ$
- $\delta$ : Übergangsfunktion 转移函数  $h_j$  接收,  $in$  拒绝

限制和约束  
Einschränkung Konfiguration  
1.  $M$  从不会跑到初始符号左边  
2. 初始符号永远不会被覆盖

用  $(q, u, w)$  表示  
 $q$ : 当前状态  
 $u$ : Wort links vom Kopf  
 $w$ : Wort rechts vom Kopf

初始状态:  $p_0 = (s, p, \pi)$

Initiale Konfiguration

$\rightarrow M$  hält auf Eingabe  $x$ .  $M$  在输入  $x$  的时候停止.  
Bsp  $(s, p, \pi) \xrightarrow{M^*} (q, u, w)$  gibt mit  $q \in \{h, l, n\}$

Entscheiden, Akzeptieren

- $M$  entscheidet 1. 递归的  $\pi \in L \Rightarrow M(\pi) = \text{yes}, M(\pi) = \text{no}$
- $M$  akzeptiert 2. 非递归  $\pi \in L \Rightarrow M(\pi) = \text{yes}, M(\pi) = \text{no}$

Satz: Jede rekursive Sprache ist rekursiv aufzählbar  
partiell rekursive Funktion  
部分递归函数

### 4.1.1 图灵机的形式定义

4.2 如果有图灵机识别一个语言, 则称该语言是图灵可识别的

对于一个输入, 图灵机有 2 种方式不接受它,

一种是进入拒绝状态拒绝

一种是进入循环

4.3 称一个语言是图灵可判定的, 如果有图灵机判定它

图灵可判定语言都是可识别的 但某些可识别的不是可判定的

**定义 4.1** 一个图灵机是一个 7 元组  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$ , 其中:  $Q, \Sigma, \Gamma$  都是有穷集合, 并且

- 1)  $Q$  是状态集。
- 2)  $\Sigma$  是输入字母表, 不包括特殊空白符号  $\sqcup$ 。
- 3)  $\Gamma$  是带字母表, 其中:  $\sqcup \in \Gamma, \Sigma \subseteq \Gamma$ 。
- 4)  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  是转移函数。
- 5)  $q_0 \in Q$  是起始状态。
- 6)  $q_{\text{accept}} \in Q$  是接受状态。
- 7)  $q_{\text{reject}} \in Q$  是拒绝状态, 且  $q_{\text{reject}} \neq q_{\text{accept}}$ 。

## 4.1.2 图灵机的列子

### Beispiel

Sei  $M = (Q, \Sigma, \delta, s)$  mit  $Q = \{s, q_0, q_1, q\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1, \triangleright, \#\}$ , und

$\delta$	0	1	#	$\triangleright$
$s$	$(s, 0, \rightarrow)$	$(s, 1, \rightarrow)$	$(q, \#, \leftarrow)$	$(s, \triangleright, \rightarrow)$
$q_0$	$(s, 0, \leftarrow)$	$(s, 0, \leftarrow)$	$(s, 0, \leftarrow)$	$(h, \triangleright, \perp)$
$q_1$	$(s, 1, \leftarrow)$	$(s, 1, \leftarrow)$	$(s, 1, \leftarrow)$	$(h, \triangleright, \perp)$
$q$	$(q_0, \#, \rightarrow)$	$(q_1, \#, \rightarrow)$	$(q, \#, \perp)$	$(h, \triangleright, \perp)$

Berechnung:  $M(010) = \#010$

$(s, \triangleright, 010)$	$(q_0, \triangleright 01\#\#, \epsilon)$	$(q_0, \triangleright\#\#, 10)$
$(s, \triangleright 0, 10)$	$(s, \triangleright 01\#, 0)$	$(s, \triangleright\#, 010)$
$(s, \triangleright 01, 0)$	$(q, \triangleright 01, \#0)$	$(q, \triangleright, \#010)$
$(s, \triangleright 010, \epsilon)$	$(q_1, \triangleright 0\#\#, 0)$	$(h, \triangleright, \#010)$
$(s, \triangleright 010\#, \epsilon)$	$(s, \triangleright 0\#, 10)$	
$(q, \triangleright 010, \#)$	$(q, \triangleright 0, \#10)$	

## 4.2 图灵机的变形

### 4.2.1 多带图灵机

定理 4.8 每个多带图灵机都有一个与之等价的单带图灵机 p97

推论 4.9 一个语言是图灵可识别的, 当且仅当有多带图灵机识别它

### 4.2.2 非确定型图灵机