6. Übung: Nichtlineare Optimierung

Aufgabe 6.1: Paramteridentifikation durch nichtlineare Optimierung

In dieser Übung soll ein einfacher Algorithmus zur numerischen Optimierung zur Parameterschätzung am Beispiel der *van-der-Pol*-DGL implementiert werden. Die Differentialgleichungen lauten

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_2(t)\\ \dot{y}_2(t) &= \epsilon\left[1-y_1^2(t)\right]y_2(t)-y_1(t), \quad y_{(1,2)}(0)=y_{(10,20)}\end{aligned}$$

mit $\boldsymbol{x} = [y_{10},\, y_{20},\, \epsilon]$. Das zu optimierende Gütekriterium lautet

$$J(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\Big((y_{M,1}(t_i)-y_1(t_i,x))^2+(y_{M,2}(t_i)-y_2(t_i,x))^2\Big)\,,$$

wobei M die Anzahl der Messwerte, $y_{M,(1,2)}$ die Messwerte der Ausgänge selbst und $\boldsymbol{x}$ der Parameter-Vektor sind.

a) Laden Sie die Ein-/Ausgangsdaten in den Workspace. Die entsprechende .mat-Datei finden Sie auf der Homepage.

b) Erstellen Sie ein Simulationsmodell des van der Pol-Schwingers in Simulink.

c) Wählen Sie beliebige Werte für $\boldsymbol{x}$ und simulieren Sie das System, um ein „Gefühl“ für die Differentialgleichung zu bekommen.

d) Verwenden Sie geeignete Matlab-Funktionen (*Optimization Toolbox*), um den Parameter-Vektor $\boldsymbol{x}$ zu schätzen.

e) Wählen Sie eine andere Funktion zur Optimierung des Gütefunktionals. Wie unterscheiden sich die Funktionen hinsichtlich Identifikationsergebnis und Rechenzeit?

Aufgabe 6.2: Parameteridentifikation mit der System Identification Toolbox

In dieser Aufgabe sollen Parameter eines nichtlinearen Zweitank-Modells (Abb. 1) bestimmt werden. Der Volumenstrom in den ersten Tank ist proportional zum Eingangssignal $Q_{1,\mathrm{in}} = k \cdot u$. Der erste

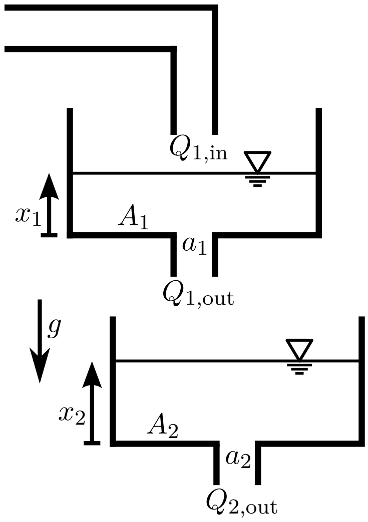

Abbildung 1: Zweitank System

Tank besitzt die Querschnittsfläche A_1 sowie eine Öffnung am Boden mit der Querschnittsfläche a_1, durch welche der Volumenstrom $Q_{1,\mathrm{out}} = Q_{2,\mathrm{in}}$ in den zweiten Tank strömt. Dieser besitzt die Querschnittsfläche A_2 und eine Öffnung am Boden mit der Querschnittsfläche a_2, durch welche der Volumenstrom $Q_{2,\mathrm{out}}$ ausströmt. Die Höhe der Flüssigkeitspegel wird durch die Koordinaten $x_{1,2}$ angegeben. Mit Hilfe des Satzes von Bernoulli erhält man das nichtlineare Zustandsraummodell

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \cdot (-a_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot x_1}) \\ \frac{1}{A_2} \cdot (a_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot x_1} - a_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot x_2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u, \quad \boldsymbol{x}(0) = \mathbf{0} \tag{1}$$
$$y = x_2$$

Die Erdbeschleunigung $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ sowie die Querschnittsflächen der Tanks $A_1 = 0{,}3\,\mathrm{m}^2$ und $A_2 = 0{,}2\,\mathrm{m}^2$ sind bekannt. Anhand von Messdaten sollen nun die Querschnittsflächen der Ausflussöffnungen mit den Startwerten $a_1 = a_2 = 0{,}005\,\mathrm{m}^2$ sowie der Proportionalitätsfaktor mit dem Startwert $k = 0{,}3$ identifiziert werden, es liegt also ein sogenanntes Greybox-Modell vor.

a) Laden Sie die Datei `Sim_Zweitank` und legen Sie ein `iddata`-Objekt an. Die Eingangsdaten befinden sich in der ersten, die Ausgangsdaten in der zweiten Spalte und die Samplingrate beträgt $T_s = 0{,}1\,\mathrm{s}$.

b) Erstellen Sie eine Funktion mit der Differenzialgleichung des Zustandsraummodells entsprechend der Anforderungen zur Identifikation eines Nonlinear Grey Model.

c) Erstellen Sie je einen Vektor mit bekannten und den Startwerten für die unbekannten Parameter. Erstellen Sie ein `idnlgrey`-Objekt und definieren Sie feste und freie Parameter. Geben Sie physikalisch sinnvolle Grenzen für die Parameter an und lassen Sie sich die Iterationsschritte bei der Identifikation anzeigen. Verwenden Sie den `ode4` Fixed-Step-Solver mit einer Fixed-Step-Size von 0,1 s.

d) Identifizieren Sie die Parameter.

Nützliche Befehle: `iddata, idnlgrey, pem`