

3. Übung: Vergleich dreier Reduktionsverfahren

In dieser Übung soll die Modellreduktion eines linearen Zustandsraum-Modells mittels verschiedener Reduktions-Algorithmen unter Verwendung von Matlab durchgeführt werden.

Gegeben sei das lineare Modell eines biologischen Reaktionsmodells aus Übung 2 (vgl. Abb. 1) mit den Stoffkonzentrationen A bis F , dem Eingang u als zugeführte Stoffkonzentration A und den beiden Ausgängen C und D .

Die Dynamikmatrizen liegen in der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}$$

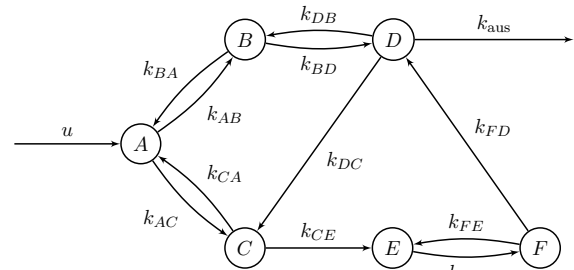


Abbildung 1: Reaktionsnetzwerk (vgl. Übung 2)

vor (Herleitung siehe Übung 2) und sind auf der Homepage der Vorlesung als mat-file verfügbar. Die Parameter k_{ij} des Modells sind analog zu Übung 2 folgendermaßen gegeben

$k_{AB} = 100$	$k_{BA} = 500$	$k_{AC} = 0$	$k_{CA} = 10$
$k_{BD} = 0.5$	$k_{DB} = 0.5$	$k_{DC} = 0.2$	$k_{FE} = 10$
$k_{CE} = 10$	$k_{EF} = 10$	$k_{FD} = 1.8$	$k_{\text{aus}} = 2.$

- Führen Sie eine modale Ordnungsreduktion nach Litz durch. Gehen Sie von einer sprungförmigen Anregung $u = u_0\sigma(t)$ aus.
- Führen Sie eine Modellreduktion mittels balancierter Darstellung durch. Welche Dimension n_r sollte das reduzierte System sinnvollerweise haben?
(Hinweis: Lösung der Lyapunov-Gleichung in Matlab mit Befehl `lyap`)
- Führen Sie eine Modellreduktion basierend auf den Krylov-Unterraummethoden durch. Wählen Sie \mathbf{V} als orthonormale Basis des Krylov-Unterraumes $K_{q_1}(\mathbf{A}^{-1}, \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b})$ und $\mathbf{W} = \mathbf{V}$ (sogenannte „einseitige“ Reduktion).
- Vergleichen Sie die Ergebnisse der Modellreduktion anhand
 - Approximationsgenauigkeit (dynamisch),
 - Stationärer Genauigkeit,
 - Erhaltung der Stabilitätseigenschaften.
- Stellen Sie die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren gegenüber.
- Zusatzaufgabe:* Implementieren Sie ein zweiseitiges Krylov-Ordnungsreduktionsverfahren mit \mathbf{V} aus Aufgabe c) und \mathbf{W} als orthonormale Basis des Krylov-Unterraumes $K_{q_2}(\mathbf{A}^{-T}, \mathbf{A}^{-T}\mathbf{C}^T)$.

Hinweis: Zum eigenen Verständnis ist es sinnvoll, nicht vorgefertigte Algorithmen aus Matlab zu verwenden, sondern die einzelnen Algorithmen der Reduktionsverfahren selbst zu schreiben (davon ausgenommen z. B. die Cholesky-Zerlegung oder Lösung der Lyapunov-Gleichung).