2. Übung: Modale Ordnungsreduktion

Aufgabe 2.1: Dominanzmaße und Modale Ordnungsreduktion

- Ausgangssystem

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -9 & 19 & 0 & 2 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & -1 & 16 \\ 0 & -9.5 & 0 & -10 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0.5 & 2.5 \\ 0.25 & -0.25 \\ -1 & -2 \\ 0.75 & 0.25 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1.5 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 1.5 & -1 & 5 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Diagonalisiertes System

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} -10 & & & \\ & -9 & & \\ & & -1 & \\ & & & -0.5 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} 2.2361 & 0 \\ 2.8284 & 4.2426 \\ 1.0 & 1.0 \\ 0.6124 & -0.6124 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1.3416 & 0.3536 & 1.0 & -0.4082 \\ 0.4472 & 2.1213 & -1.0 & 0.2041 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Stationäre Werte des Ausgang für $u_j(t) = \sigma(t)$ $(u_{j0} = 1)$ sowie Werte für μ_j

$$Y_{\text{stat.}} = \begin{bmatrix} 0.9111 & 1.6667 \\ 0.0167 & -0.25 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 1.6667 & 0.25 \end{bmatrix}^T$$

- Dominanzmaße

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 0.4 & 4.0 & 4.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0.58 & 6.83 & 9.2 & 2.6 \end{bmatrix}$$

- Nach Dominanzmaß sortierte Teilsysteme, $m = 3$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_1 = \begin{bmatrix} -9 & & \\ & -1 & \\ & & -0.5 \end{bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{B}}_1 = \begin{bmatrix} 2.8284 & 4.2426 \\ 1.0 & 1.0 \\ 0.6124 & -0.6124 \end{bmatrix}$$
$$\hat{\boldsymbol{A}}_2 = \begin{bmatrix} -10 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{B}}_2 = \begin{bmatrix} 2.2361 & 0 \end{bmatrix}$$

- Rekonstruktionsmatrix $\boldsymbol{E}$ und reduzierte Ausgangsmatrix $\hat{\boldsymbol{C}}_1$

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0.1398 & 0.0569 & 0.1003 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{C}}_1 = \begin{bmatrix} 0.5412 & 1.0763 & -0.2737 \\ 2.1839 & -0.9746 & 0.2490 \end{bmatrix}$$

- Rekonstruktionsmatrix $\boldsymbol{E}_{\text{Guth}} = \boldsymbol{L}_2\boldsymbol{L}_1^+$ und reduzierte Ausgangsmatrix $\hat{\boldsymbol{C}}_{1,\text{Guth}}$ beim Verfahren nach *Guth*

$$\boldsymbol{E}_{\text{Guth}} = \begin{bmatrix} 0.0329 & 0.0989 & 0.0934 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{C}}_{1,\text{Guth}} = \begin{bmatrix} 0.3976 & 1.1327 & -0.2829 \\ 2.1360 & -0.9558 & 0.2459 \end{bmatrix}$$

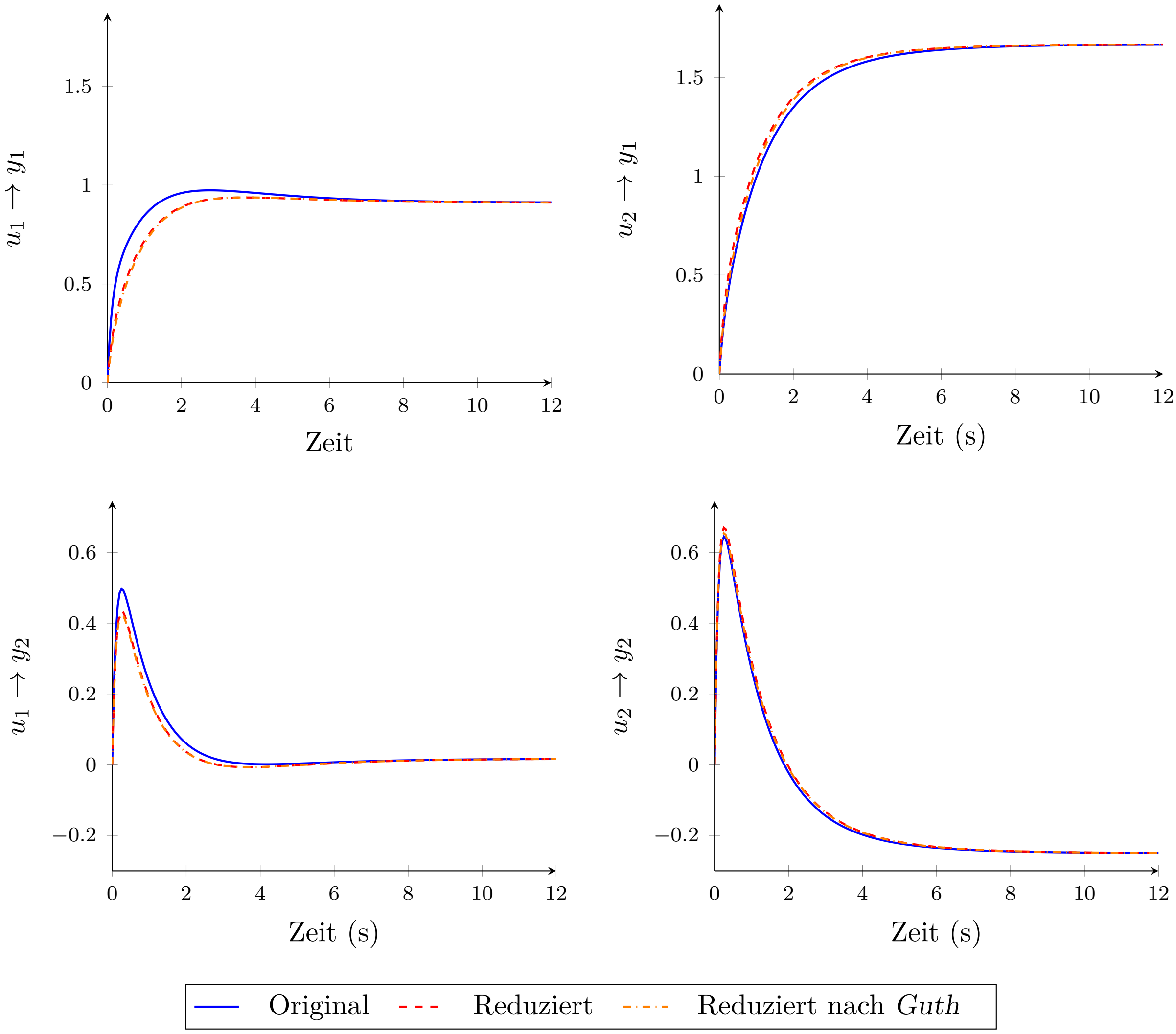

Abbildung 1: Sprungantworten des Originalsystems und der reduzierten Systeme

- Sprungantworten sind in Abb. 1 dargestellt

Nützliche *Matlab*-Befehle: \, `dcgain`, `diag`, `doc`, `help`, `pinv`, `size`, `sort`, `ss`, `step`

Aufgabe 2.2: Modellbildung

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -k_{AB}-k_{AC} & k_{BA} & k_{CA} & 0 & 0 & 0 \\ k_{AB} & -k_{BA}-k_{BD} & 0 & k_{DB} & 0 & 0 \\ k_{AC} & 0 & -k_{CA}-k_{CE} & k_{DC} & 0 & 0 \\ 0 & k_{BD} & 0 & -k_{DB}-k_{DC}-k_{aus} & 0 & k_{FD} \\ 0 & 0 & k_{CE} & 0 & -k_{EF} & k_{FE} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{EF} & -k_{FE}-k_{FD} \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$