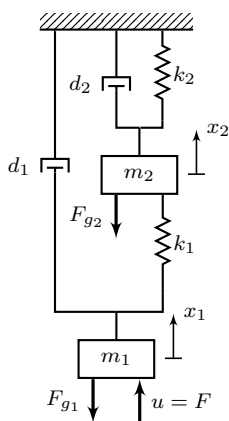


1. Übung: Analogiebetrachtung, Passivität und Port-Hamilton Systemdarstellung

Aufgabe 1.1: Analogiebetrachtungen (verallg. Potential- und Flussvariablen)

Im Folgenden wird die Modellbildung mittels Analogiebetrachtungen geübt. Ziel ist es ein mechanisches System in seine elektrische analoge Systemdarstellung zu überführen basierend auf ihren strukturellen Gemeinsamkeiten. Das in nebenstehender Abbildung dargestellte System besteht aus zwei Massen $m_{1,2}$, die durch eine Feder (Federsteifigkeit k_1) miteinander verbunden sind.



Die Masse m_2 ist mit einer weiteren Feder (Federsteifigkeit k_2) an einem festen Raumpunkt fixiert. Verluste werden durch die Dämpfungen $d_{1,2}$ berücksichtigt. Das mechanische System wird durch die Kraft $u(t) = F$, die an der Masse m_1 angreift, angeregt. Zusätzlich wirken die Gewichtskräfte F_{g1} und F_{g2} auf die entsprechenden Massen.

- Legen Sie für das gegebene mechanische System die verallgemeinerten Strom- und Potentialvariablen fest und definieren Sie die entsprechenden elektrischen Analogien. Stellen Sie über den Impulssatz ein Bewegungsmodell für die Positionen x_1 und x_2 der Massen m_1 und m_2 auf.
- Überführen Sie das System mittels Analogiebetrachtungen **zeichnerisch** in ein elektrisches Netzwerk. Verwenden Sie die Force-Current Analogie.

Aufgabe 1.2: Passive Systeme

Die Passivität ist eine hilfreiche strukturelle Eigenschaft von dynamischen Systemen. Zeigen Sie daher im Folgenden, dass (a) eine **mechanische Feder**, (b) eine **magnetische Induktivität** und (c) ein **PT₁-Glieder** passive Elemente bzw. Systeme sind. Bestimmen Sie, ob diese Elemente verlustfrei oder verlustbehaftet sind und begründen Sie dies.

Zum Beweis der Passivität wird zuerst die Dynamikgleichung hergeleitet und die Hamilton Funktion $H(x)$ aufgestellt. Zum gewählten Eingang u ergibt sich über $\partial H(x)/\partial x$ der kollokierte Ausgang y . Über $\dot{H}(t)$ wird die Passivität geprüft.

Aufgabe 1.3: Port-Hamilton-Systemdarstellung

Stellen Sie für das in Abb. 1 dargestellte System die Port-Hamilton Systemstruktur auf (Vorgehen siehe Hilfsblatt zu PH-Systemen).

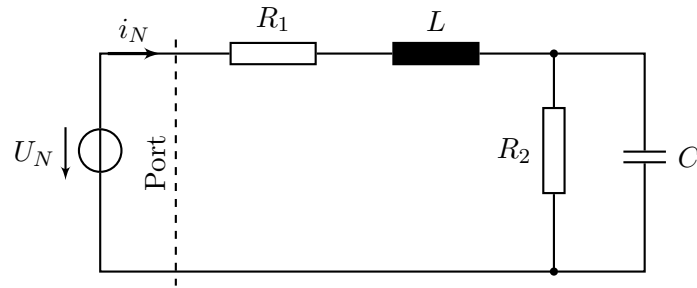
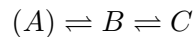


Abbildung 1: Elektrischer Schaltkreis zu Aufgabe 1.3.

Aufgabe 1.4: Port-Hamilton Modellierung chemischer Reaktions- und Transportsysteme

a) Modellierung durch Analogiebetrachtung

Gegeben sei das Netzwerk



wobei A ein externer Stoff mit konstanten chemischen Potential ist.

1. Zeichnen Sie das elektrische Ersatzschaltbild.
2. Formulieren Sie die Modellgleichungen in Port-Hamilton Darstellung. Nehmen Sie dazu an, dass das System in der Nähe des Gleichgewichts betrieben wird.

b) Modellierung eines Reaktionssystems

Gegeben sei das Netzwerk



wobei A und C externe Stoffe mit konstanten chemischen Potentialen sind. Formulieren Sie die Modellgleichungen in Port-Hamilton Darstellung. Nehmen Sie dazu an, dass das System in der Nähe des Gleichgewichts betrieben wird.

1. Stellen Sie die Gleichungen für die Affinitäten für die Gleichungen (1) und (2) auf (s. Hilfsblatt).
2. Stellen Sie die Gleichungen für die Reaktionsraten (dissipative Gleichungen) auf.
3. Stellen Sie mit Hilfe der Knotenregel die Gleichung für die Änderungsrate der Stoffkonzentration auf. Berechnen Sie mit Hilfe der Hamilton-Funktion die Modellgleichung mit den Ausgangsgleichungen.