

概率论与数理统计作业卷 (二)

一、 填空题

1. 一个袋中有编号为 1,2,3,4,5 的五指球, 在其中任取 3 只, 以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码, 则 X 的概率分布为 _____
2. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = b\lambda^k, (k = 1, 2, 3, \dots)$ 且 $b > 0$, 则 $\lambda =$ _____
3. 某人进行射击, 设每次射击的命中率为 0.02, 独立射击 400 次, 至少击中两次的概率为 _____
4. 一个靶子是半径为 2m 的圆盘, 设击中靶上任一同心圆盘上的点的概率与该圆盘的面积成正比, 并设射击都能中靶, 以 X 表示弹着点与圆心的距离, 则随机变量 X 的分布函数为 _____
5. 某地区一个月内发生交通事故的次数 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 据统计资料知, 该地区一个月内发生 8 次交通事故的概率是发生 10 次交通事故的 2.5 倍, 则一个月内最多发生 2 次交通事故的概率为 _____

二、 选择题

1. 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 是某两个随机变量的分布函数, 为使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 成为某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数值中应取 _____
(A) $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$ (B) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$ (C) $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$ (D) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$
2. 设随机变量 X 具有对称的概率密度, 即 $f(x) = f(-x)$, 则对任意 $a > 0$, 有 $P(|X| \leq a) =$ _____
(A) $1 - 2F(a)$ (B) $2F(a) - 1$ (C) $2 - F(a)$ (D) $2[1 - F(a)]$
3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 4^2), Y \sim N(\mu, 5^2)$, 记 $p_1 = P\{X \leq \mu - 4\}, p_2 = P\{Y \leq \mu + 5\}$, 则 _____
(A) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 = p_2$ (B) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 < p_2$
(C) 对任何实数 μ , 都有 $p_1 > p_2$ (D) 只对 μ 的个别值, 才有 $p_1 = p_2$
4. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观测中事件 $\{X \leq \frac{1}{2}\}$ 出现的次数, 则 $P\{Y = 1\} =$ _____
(A) $\frac{1}{64}$ (B) $\frac{9}{64}$ (C) $\frac{27}{64}$ (D) $\frac{9}{16}$

三、 计算、证明题

1. 设随机变量 X 的概率密度 $f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 求随机变量 $Y = e^X$ 的概率密度 $f_Y(y)$
2. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 (1) 系数 A ; (2) X 落在区间 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 的概率; (3) X 的分布函数
3. 设连续型随机变量 X 具有分布函数 $F(x)$, 求 $-2 \ln F(X)$ 的概率密度