1. 首先，根据A→BC，可以得到A→B和A→C。因此，假设A的值是固定的，那么B和C的值也是固定的，可以根据B→D和E→A推导出D和E的值也是固定的。因此，对于任何给定的R中的元组，都可以确定由A、B、C、D、E组成的一个新元组，而不失去任何信息。
   其次，根据CD→E，可以得到C→E和D→E。同样地，如果C和D的值是固定的，那么E的值也是固定的，这样就不会失去任何信息。
   因此，这种分解是无损分解。
2. 为了证明

$$若\ \alpha \rightarrow \beta\ 且\ \alpha \rightarrow \gamma\ 则\ \alpha \rightarrow \beta\gamma$$

按照提示，我们得出：

$$\begin{aligned}
&由于\quad \alpha \rightarrow \beta \\
&\alpha\alpha \rightarrow \alpha\beta \\
&\alpha \rightarrow \alpha\beta \\
&由于\quad \alpha \rightarrow \gamma \\
&\alpha\beta \rightarrow \gamma\beta \\
&所以有 \alpha \rightarrow \beta\gamma
\end{aligned}$$

5. 要证明

$$若\ \alpha \rightarrow \beta\ 且\ \gamma\beta \rightarrow \delta\ 则\ \alpha\gamma \rightarrow \delta$$

证明:

$$\begin{aligned}
&由于\quad \alpha \rightarrow \beta \\
&\alpha\gamma \rightarrow \gamma\beta \\
&由于\quad \gamma\beta \rightarrow \delta \\
&所以有 \alpha\gamma \rightarrow \delta
\end{aligned}$$

7. 给定的函数依赖集合为 F：

$$\begin{aligned}
&A \rightarrow BC \\
&CD \rightarrow E \\
&B \rightarrow D \\
&E \rightarrow A
\end{aligned}$$

F 中每个函数依赖的左侧都是唯一的。此外，任何函数依赖左侧或右侧的属性都不是无关的。或右侧的属性都是无关的。因此正则覆盖F_c和F是等价的

14. 考虑第一个函数依赖关系。我们可以验证 Z 在
    $X \rightarrow YZ$ 中是不相干的，因此将其删除。随后，我们同样可以检查出 X 在
    $Y\ rightarrow XZ$ 中是不相干的，并删除它。在 $Y \rightarrow XZ$ 中是不相干的，并删除它，而 Y 在$\rightarrow XY$中是不相干的，并删除它，从而得到一个正则覆盖

$X \to Y, Y \to Z, Z \to X$。
然而，我们也可以验证 Y 在 $X \to YZ$ 中是不相干的，并将其删除。
随后，我们同样可以检验出 Z 在 $Y \to XZ$ 中是不相干的，并将其删除。
删除它，X 在 $Z \to XY$中不相关并删除它
从而得到一个正则覆盖 $X \to Z, Y \to X, Z \to Y$

15. $\{(A, B, C, E), (B, D)\}$

16. $$R_1 = \{A, B, C\}$$
$$R_2 = \{C, D, E\}$$
$$R_3 = \{B, D\}$$
$$R_4 = \{E, A\}$$

17.

α	γ	β
1	6	7
2	3	5
2	4	5

31. $AB \to CD$ 是一个非平凡函数依赖
而且$(AB)^+ = \{A, B, C, D, E\}$. 即$AB$不是一个超键
因此关系R不属于BCNF
R的BCNF分解为：

$$\{\{A, B, G\}, \{A, B, E\}, \{A, B, C\}, \{B, D\}\}$$

结果不保持依赖，因为函数依赖关系 $DE \to B$ 不能只用一个关系来检验。

33. a.
AB是唯一的候选码

b.
我们使用图7.9中给出的算法。
设 $F_c = F = \{AB \to CD, ADE \to GDE, B \to GC, G \to DE\}$。
使用**并集规则**替换 F_c 中形式为 $\alpha_1 \to \beta_1$ 和 $\alpha_1 \to \beta_2$ 的依赖关系为 $\alpha_1 \to \beta_1\beta_2$。
但是观察 F_c 中给出的函数依赖，我们发现没有这样的依赖关系。
现在，我们找到一个函数依赖 $\alpha \to \beta$ 在 F_c 中，如果 α 或 β 中有一个是多余的属性，我们就将其从 $\alpha \to \beta$ 中删除。我们继续这个迭代直到 F_c 不再变化。
观察函数依赖 $AB \to CD$，我们发现 C 是多余的。因为函数依赖 $B \to C$ 可以从函数依赖 $(B \to GC) \in F_c$ 通过**分解规则**推断出来。
所以当前 F_c 的状态如下：

$$F_c = \{AB \to D, ADE \to GDE, B \to GC, G \to DE\}$$

我们发现函数依赖 $ADE \rightarrow GDE$ 右侧的 E 是多余的。因此我们删除它，然后 F_c 变为：

$$F_c = \{AB \rightarrow D, ADE \rightarrow GD, B \rightarrow GC, G \rightarrow DE\}$$

函数依赖 $ADE \rightarrow GD$ 右侧的属性 D 也是多余的。所以 F_c 变为：

$$F_c = \{AB \rightarrow D, ADE \rightarrow G, B \rightarrow GC, G \rightarrow DE\}$$

通过使用函数依赖 $B \rightarrow GC, G \rightarrow DE$ 和**分解规则**后跟**传递规则**，可以证明 $B \rightarrow D$ 成立。因此我们可以删除函数依赖 $AB \rightarrow D$。

$$F_c = \{ADE \rightarrow G, B \rightarrow GC, G \rightarrow DE\}$$

由于我们不能再找到其他多余的属性，我们可以说 F_c 是 F 的一个规范覆盖。

c.
定义 $F_c := \{ADE \rightarrow G, B \rightarrow GC, G \rightarrow DE\}$。
定义关系模式：

$$R_1 := \{A, D, E, G\}$$

$$R_2 := \{B, C, G\}$$

$$R_3 := \{D, E, G\}$$

我们发现对于所有的模式 $R_i \ \forall i, 1 \leq i \leq 3$，没有一个包含候选键。因此我们定义 R_4 为：

$$R_4 := \{A, B\}$$

然后我们删除 R_3，因为 $R_3 \subseteq R_1$。
因此，以下是我们模式 R 的一个3NF分解：

$$\{R_1, R_2, R_4\} = \{\{A, D, E, G\}, \{B, C, G\}, \{A, B\}\}$$

d.

$$\{\{A, D, E, G\}, \{B, C, G\}, \{A, B\}\}$$