

概率论与数理统计作业卷（三）

一、 填空题

1. 设 X 和 Y 为两个随机变量，且 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$, $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$, 则 $P\{\max(X, Y) \geq 0\} =$ _____
2. 一整数 N 等可能地在 $1, 2, 3, \dots, 10$ 十个值中取一个值。设 $D = D(N)$ 是能整除 N 的正整数的个数， $F = F(N)$ 是能整除 N 的素数的个数（注意 1 不是素数）。请写出 D 和 F 的联合分布律和边缘分布律，即将下表补充完整：

$\begin{matrix} D \\ \backslash \\ F \end{matrix}$		$P\{F = j\}$
$P\{D = i\}$		1

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则二次方程 $\mu^2 - 2X\mu + Y = 0$ 具有实根的概率为 _____
4. 设相互独立的随机变量 X 和 Y 具有同一分布律，且 X 的分布律为 $P\{X = 0\} = P\{X = 1\} = \frac{1}{2}$, 则随机变量 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布律为 _____

二、 选择题

1. 已知随机变量 X 和 Y 独立且有 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 若 $P\{X + Y \leq 1\} = 0.5$, 则以下关系一定成立的是 _____
 (A) $\mu_1 + \mu_2 = 1$ (B) $\mu_1 = \mu_2$ (C) $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 1$ (D) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
2. 设 $p(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 均为二维连续型随机变量的联合密度，令 $f(x, y) = ap(x, y) + bg(x, y)$. 要使 $f(x, y)$ 是某个二维连续型随机变量的联合密度，则 a, b 应满足 _____
 (A) $a + b = 1$ (B) $a > 0, b > 0$ (C) $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ (D) $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $a + b = 1$
3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X \sim N(0, 1)$, Y 的概率分布为 $P\{Y = 0\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}$. 则 $Z = XY$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 的间断点个数为 _____
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

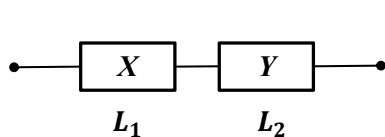
三、 计算、证明题

1. 在一简单电路中, 两电阻 R_1 和 R_2 串联连接, 设 R_1 和 R_2 相互独立, 它们的概率密度均为

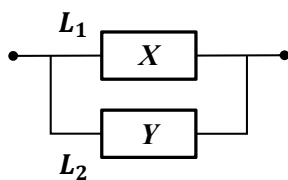
$$f(x) = \begin{cases} \frac{10-x}{50}, & 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{求总电阻 } R = R_1 + R_2 \text{ 的概率密度。}$$

2. 设系统 L 由两个相互独立的子系统 L_1, L_2 连接而成, 连接的方式分布为 (1) 串联, (2) 并联, (3) 备用 (当系统 L_1 损坏时, 系统 L_2 开始工作), 如下图所示, 设 L_1, L_2 的寿命分别为 X, Y , 已知它们的概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} \beta e^{-\beta y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\alpha > 0, \beta > 0$

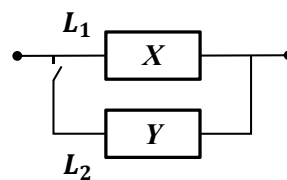
且 $\alpha \neq \beta$. 试分别就以上三种连接方式写出 L 的寿命 Z 的概率密度



(1)



(2)



(3)