

概率论与数理统计作业卷 (六)

一、 填空题

1. 设 X_1, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本, 总体 X 的分布律如下, 其中 θ 未知, $0 < \theta < 1$, 则 θ 的矩估计量为 _____

X	-1	0	1
概率	$\frac{\theta}{2}$	$1 - \theta$	$\frac{\theta}{2}$

2. 设 X_1, X_2, X_3 相互独立, 分别服从参数为 $\theta, 2\theta, 3\theta$ 的泊松分布, 利用 X_1, X_2, X_3 可得 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta} =$ _____, 并判断它是否为无偏估计 _____
3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是 X 的一组样本, 那么 $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}(X_1 + 2X_2 + X_3)$ 是否为总体期望 μ 的无偏估计: _____, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ 是否为总体期望 μ 的无偏估计: _____, 二者哪个更有效: _____
4. 某厂生产的 100 瓦灯泡的使用寿命 $X \sim N(\mu, 100^2)$ (单位: 小时). 现从一批灯泡中随机抽取 5 只测得它们的使用寿命如下: 1455, 1502, 1370, 1610, 1430. 由此可得这批灯泡平均使用寿命 μ 的置信度为 95% 的置信区间为 _____. 已知 $\mu_{0.025} = 1.96$

二、 选择题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现对 μ 进行假设检验, 若在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下接受了 $H_0: \mu = \mu_0$, 则在显著性水平 $\alpha = 0.01$ _____
- (A) 接受 H_0 (B) 拒绝 H_0 (C) 可能接受, 也可能拒绝 H_0 (D) 犯第一类错误概率变大
2. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, $\mu, \sigma^2 > 0$ 均未知, 若样本容量 n 和样本值不变, 当置信度 $1 - \alpha$ 缩小时, 总体均值的置信区间长度 L _____
- (A) 增大 (B) 缩短 (C) 不变 (D) 以上三项都不对
3. 设总体 X 的概率密度 $f(x, \theta) = \frac{\theta^x}{x!} e^{-\theta}, x = 0, 1, 2, \dots$, 未知参数 $\theta > 0$, 现有 θ 的两个独立无偏估计 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$, 满足 $D(\hat{\theta}_1) = 3D(\hat{\theta}_2)$, 为使 $c_1\hat{\theta}_1 + c_2\hat{\theta}_2$ 也是 θ 的无偏估计, 且在所有这样的线性估计中有最小方差, 则 $(c_1, c_2) =$ _____
- (A) (0.5, 0.5) (B) (0.25, 0.75) (C) (0.75, 0.25) (D) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

三、 计算、证明题

1. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中参数 $\lambda (\lambda > 0)$ 未知, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的一个简单随机样本。求: (1) 参数 λ 的矩估计量; (2) 参数 λ 的极大似然估计量
2. 某厂生产的维尼纶纤度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, 正常生产时有 $\mu \geq 1.4$. 现从某天生产的维尼纶中随机抽取 5 根, 测得其纤度为 1.32, 1.24, 1.25, 1.14, 1.26. 问该天的生产是否正常? ($\alpha = 0.05$)
3. 某货车有 A 和 B 两条行车路线, 行车所用时间分别服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 现每条线路各跑 50 次, 测得在 A 线上 $\bar{X} = 80, S_1^2 = 20$, 在 B 线上 $\bar{Y} = 76, S_2^2 = 15$, 取 $\alpha = 0.05$, 问: (1) 方差是否相同? (2) B 线路是否比 A 线路用时更短?