

## 概率论与数理统计作业卷（四）

### 一、 填空题

1. 某医院当新生儿诞生时，医生要根据婴儿的皮肤颜色、肌肉弹性、反应的敏感性、心脏的搏动等方面的情况进行评分，新生儿的得分  $X$  是一个随机变量，据以往的资料表明  $X$  的分布律如下表，则  $X$  的数学期望  $E(X) =$  \_\_\_\_\_

$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_k$	0.002	0.001	0.002	0.005	0.02	0.04	0.18	0.37	0.25	0.12	0.01

2. 设随机变量  $X$  服从参数为 1 的泊松分布，则  $P(X = E(X^2)) =$  \_\_\_\_\_
3. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，已知  $EX = \frac{3}{5}$ ，则  $DX =$  \_\_\_\_\_
4. 设 10 次独立射击中命中目标次数为  $X$ ，每次射击命中目标概率为 0.4，则  $EX^2 =$  \_\_\_\_\_
5. 设随机变量  $X$  的方差为 3，则据切比雪夫不等式有估计  $P\{|X - EX| \geq 4\} \leq$  \_\_\_\_\_

### 二、 选择题

1. 设  $P\{X = n\} = a^n$ , ( $n = 1, 2, \dots$ ) 且  $EX = 1$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_  
 (A)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$       (B)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
2. 设离散型随机变量  $X$  服从 0-1 分布，即  $P\{X = 0\} = p, P\{X = 1\} = 1 - p$ ，则正确的是 \_\_\_\_\_  
 (A)  $EX = p$       (B)  $EX < 1 - p$       (C)  $DX = p^2$       (D)  $DX \leq 0.25$
3. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布，且已知  $E[(X-1)(X-2)] = 1$ ，则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_  
 (A) 0      (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D) 2
4. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，则数学期望  $EX =$  \_\_\_\_\_  
 (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D) 0

### 三、 计算、证明题

1. 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}, -\infty < x < +\infty$ . (1) 求  $E(X)$  和  $D(X)$ ; (2) 若已知  $\int_{-\infty}^c p(x)dx = \int_c^{+\infty} p(x)dx$ , 求常数  $c$ .
2. 设随机变量  $X \sim N(1, 4), Y \sim N(0, 9)$ , 且  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY} = \frac{1}{2}$ . 记  $Z = \frac{X}{2} + \frac{Y}{3}$ . 求 (1)  $E(Z), D(Z)$ ; (2)  $\text{cov}(X, Z)$
3. 某公司计划开发一种新产品市场, 并试图确定该产品的产量。它们估计出售一件产品可获利  $m$  元, 而积压一件产品将导致  $n$  元的损失。再者, 他们预测销售量  $Y$  (件) 服从指数分布, 其概率密度为  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-y/\theta}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases} \quad \theta > 0$ , 问若要获得利润的数学期望最大, 应生产多少件产品 ( $m, n, \theta$  均为已知)?
4. 设某网点每天接到的订单数服从参数为 20 的泊松分布。若一年 365 天该网点都营业, 且假设每天得到的订单数相互独立。求该网点一年至少得到 7400 个订单的概率的近似值。(要求用中心极限定理求解, 已知  $\Phi(1.170) = 0.8790$ )