Классическое вероятностное пространство. Урновые схемы.

Банк задач

Задача 1. *Известно, что* $\mathbb{P}(A) = 0.8,\ \mathbb{P}(AB) = 0.3,\ \mathbb{P}(B) = 0.5$. *Какое из событий* $A \setminus B,\ B \setminus A$ *более вероятно?*

Задача 2. *Известно, что* $\mathbb{P}(A) = 3/4,\ \mathbb{P}(B) = 1/3$. *Показать, что* $5/12 \leq \mathbb{P}(A \setminus B) \leq 8/12$.

Задача 3. *Найти вероятности того, что при броске 10 игральных кубиков выпало хотя бы 2 шестерки.*

Задача 4. *Сколько способов покрасить 12 различных комнат, чтобы было 2 зеленых, 8 красных и 2 синих?*

Задача 5. N *человек рассаживаются в ряд в случайном порядке. Найти вероятность того, что между двумя определенными лицами окажется ровно* k *человек. А если люди рассаживаются за круглый стол?*

Задача 6. *За круглый стол в случайном порядке рассаживаются* n *мужчин* n *женщин. Какова вероятность того, что их можно разбить на* n *непересекающихся пар разнополых соседей?*

Задача 7. *В первом ряду кинотеатра, состоящем из* N *мест случайным образом рассаживаются* n *человек. Найти вероятность того, что каждый из них имеет ровно одного соседа.*

Задача 8. *Известно, что* $\mathbb{P}(A) = 0.7, \mathbb{P}(A \setminus B) = 0.4, \mathbb{P}(B) = 0.4$. *Найти вероятность того, что произойдет только одно из событий* A *и* B. *Какова вероятность того, что не случится ни одно из событий* A *и* B. *А что если в условии задачи взять* $\mathbb{P}(A \setminus B) = 0.2$?

Задача 9. *Две ладьи ставятся наугад на шахматную доску на различные клетки. Опишите вероятностное пространство. Какая вероятность того, что ладьи бьют друг друга?*

Задача 10. *Какие из вероятностных пространств соответствуют эксперименту случайного выбора трех людей из пяти наугад, без учета порядка?*

- *упорядоченные последовательности длины три из различных чисел от* 1 *до* 5, *которым приписаны равные вероятности;*
- *последовательности длины пять из* 2 *нулей и* 3 *единиц, которым приписаны равные вероятности;*
- *множества из трех элементов из различных чисел от* 1 *до* 5, *которым приписаны равные вероятности.*

Задача 11. *В партии* 16 *деталей из которых* 4 *бракованных. Найти вероятность того, что из* 5 *выбранных деталей ровно* 2 *бракованных.*

Задача 12. *У Анны есть* n *чайных пар (чашка и блюдце), все разных цветов. Она расставляет блюдца на стол в случайном порядке и на каждое ставит чашку (тоже случайным образом). Найти вероятность того, что у всех пар цвет чашки и блюдца* **не** *совпадет.*

Задача 13. *Найти вероятности того, что при броске* 10 *игральных кубиков выпало ровно три шестерки.*

Задача 14. *У человека* n *ключей. Найти вероятность, что потребуется ровно* k *попыток, чтобы открыть дверь, если не подошедшие ключи (а) откладываются, (б) не откладываются.*

Задача 15. *Известно, что* $\mathbb{P}(A) = 3/4, \mathbb{P}(B) = 1/3$. *Показать, что* $5/12 \leq \mathbb{P}(A \setminus B) \leq 8/12$.

Задача 16. *Найти вероятности того, что при броске* 10 *игральных кубиков выпало хотя бы две шестерки.*

Задача 17. *Сколько способов покрасить* 12 *различных комнат, чтобы было* 2 *зеленых,* 8 *красных и* 2 *синих?*

Задача 18. *В* n *ящиков раскладывают* k *неразличимых между собой шариков по очереди, каждый раз выбирая ящик равновероятно. Найти вероятность того, что нет пустых ящиков.*

Задача 19. *Два игрока играют в безобидную игру (т.е. шансы на выигрыш одинаковы) и они договорились, что тот, кто первым выиграет* 6 *партий, получит весь приз. Но игра остановилась, когда первый игрок выиграл* 4 *партии, а второй —* 3. *Как справедливо разделить приз? Опишите вероятностное пространство.*

Задача 20. N *человек рассаживаются (а) в ряд (б) за круглый стол в случайном порядке. Найти вероятность того, что между двумя определенными лицами окажется ровно* k *человек.*

Задача 21. *За круглый стол в случайном порядке рассаживаются* n *мужчин* n *женщин. Какова вероятность того, что их можно разбить на* n *непересекающихся пар разнополых соседей?*

Задача 22. *В первом ряду кинотеатра, состоящем из* N *мест случайным образом рассаживаются* n *человек. Найти вероятность того, что каждый из них имеет ровно одного соседа.*