# 静电场中的导体

# 实例

建筑物顶上的避雷针


尖端放电

## 实例


法拉第笼演示实验

## 问题导入

1. 尖端放电和法拉第笼实验背后的原理是什么?

2. 避雷针不接地行吗？为什么？法拉第笼子不接地行吗，敢坐吗？为什么?

3. 法拉第笼子门没关紧，敢坐吗？为什么?

4. 避雷针是尖的，接触法拉第笼子的电极是球形的，球形和尖形有什么区别?

# 静电场中的导体

**1．导体**　存在**大量**的可自由移动的电荷 conductor

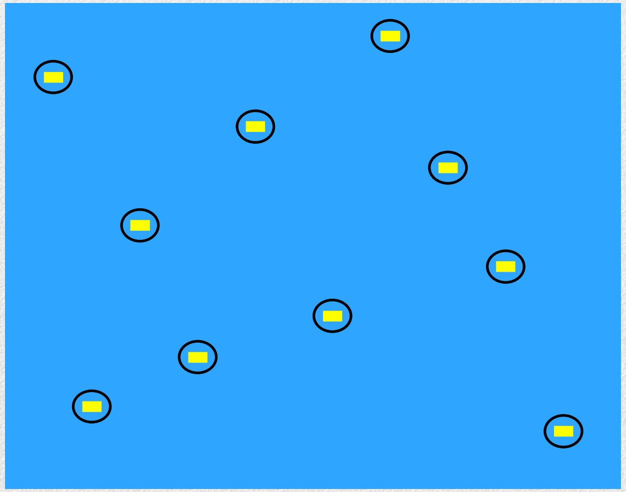
在电场作用下，导体的电荷分布发生改变，改变的电荷分布，又反过来影响电场。

**思 路：** 导体的**电**性质　对**电场**的影响

解出有导体存在时的场量 $\vec{E}$　$U$

# 静电场中的导体

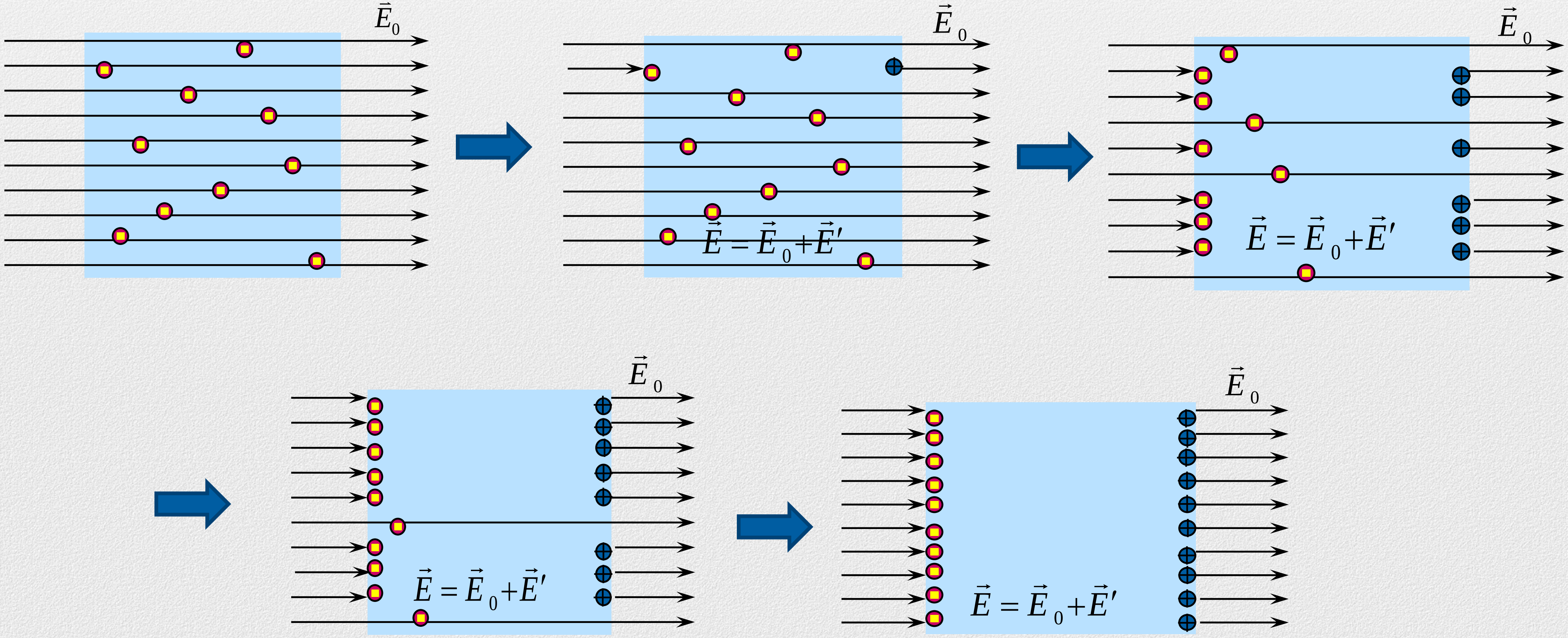
## 一. 导体的静电平衡性质



无外电场时，无宏观电量迁移，电中性状态

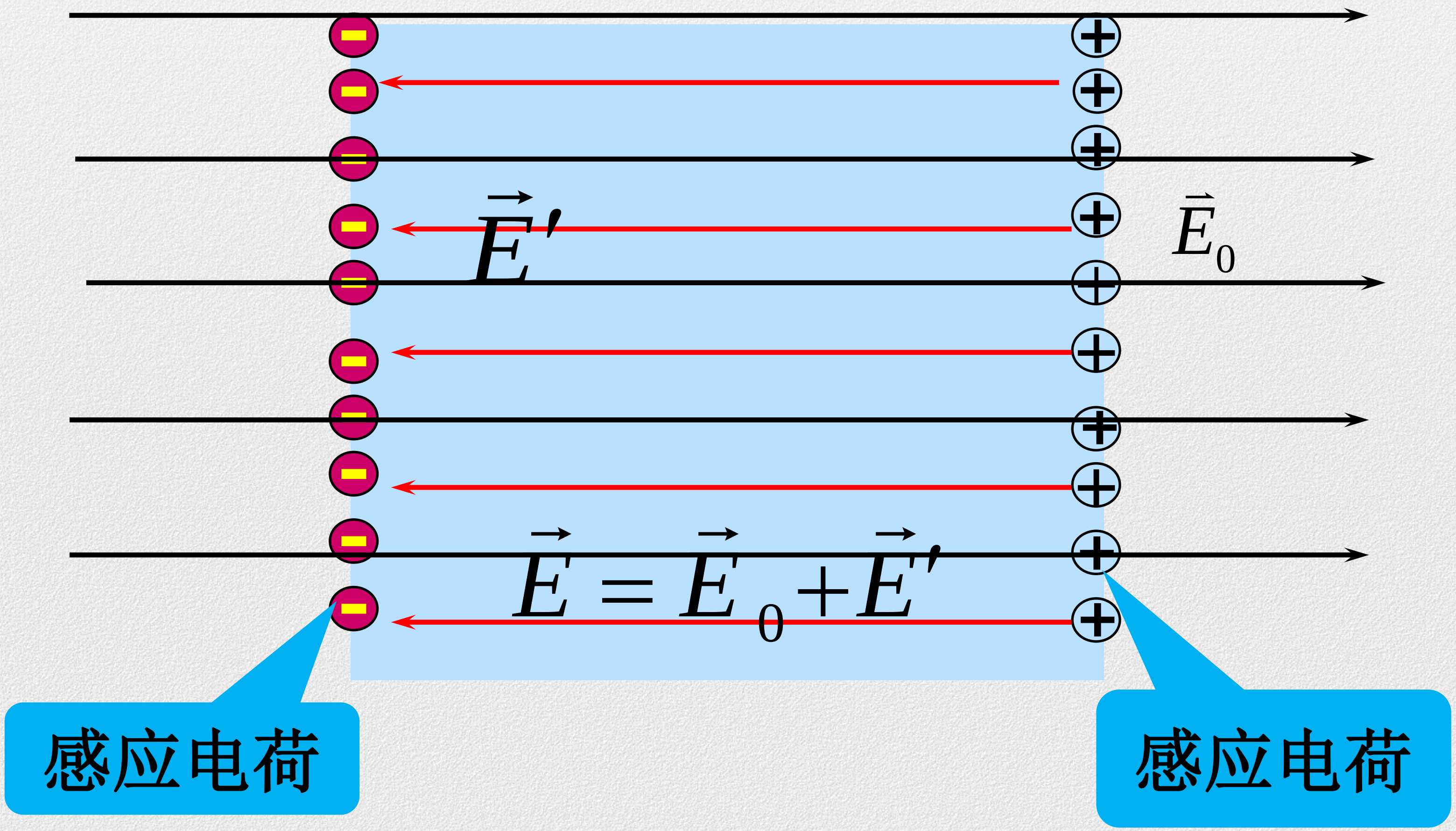
# 导体的静电感应过程

**加上外电场 $E_0$ 后**



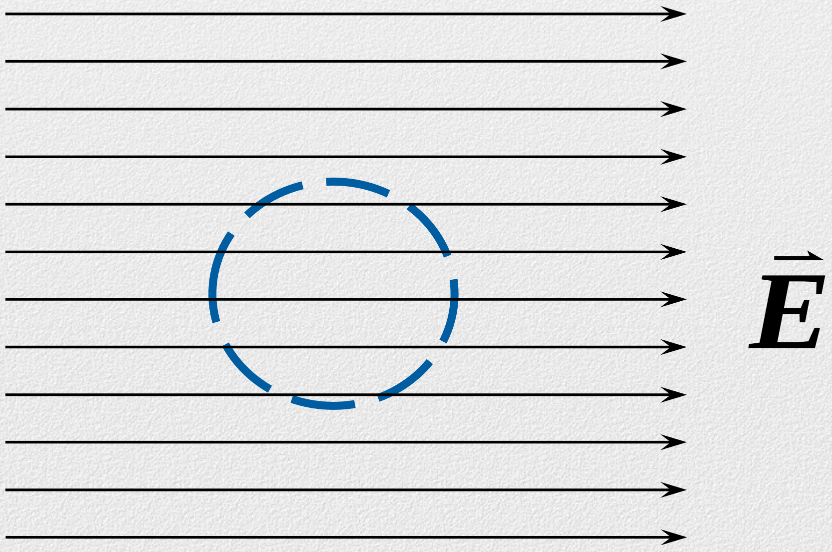
## 导体达到静电平衡

$$\vec{E}_{内} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

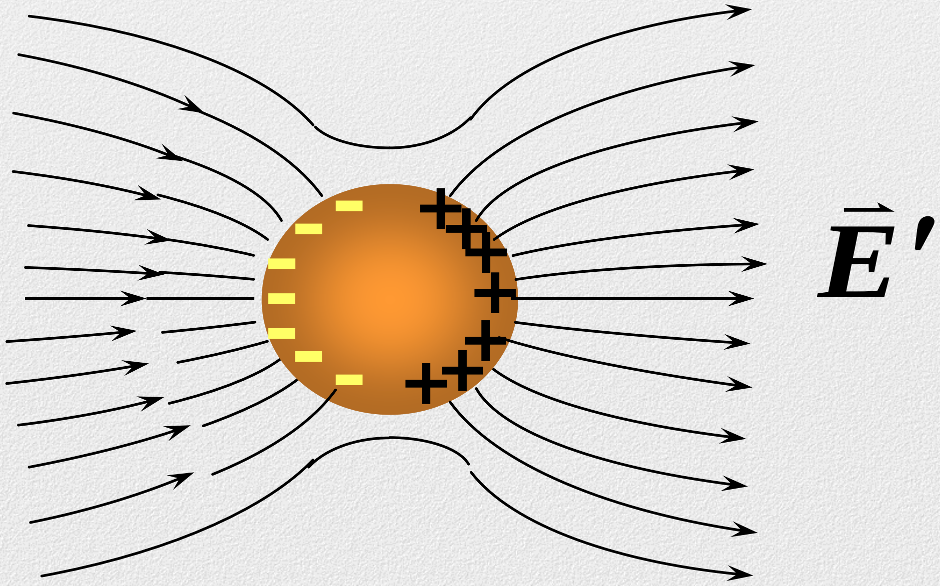


# 一 导体的静电平衡

金属球放入前电场为一**均匀场**




金属球放入后电力线发生弯曲，电场为一**非均匀场**



# 一 导体的静电平衡

## 1. 导体的静电平衡条件

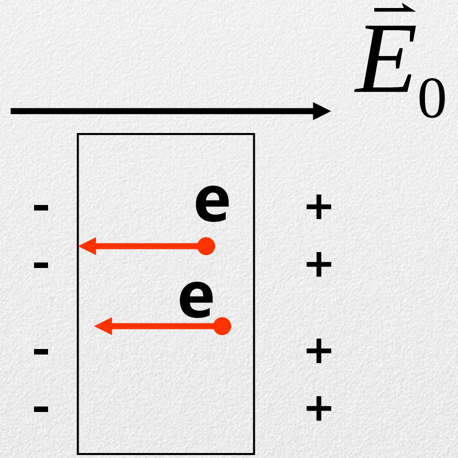
### 1）静电平衡

导体**内部**和**表面**无自由电荷的**定向移动**

说明导体处于静电平衡状态

### 2）导体静电平衡的条件

$$E_{内}=0,\quad E_{表面}\perp 表面$$




$$\vec{E}_{外场0}=-\vec{E}_{感应电荷}$$

**思考：**

**静电平衡条件与导体形状有关吗?**

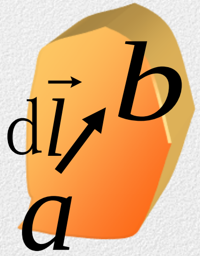
## 3） 导体的电势

导体静电平衡时 导体各点电势相等

即导体是等势体 表面是等势面

$$\boxed{U = c}$$

证：在导体上任取两点 $a$ 和 $b$




$$U_a - U_b = \int_{(a)}^{(b)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{U_a = U_b}$$

**注意：** 导体等势是导体体内电场强度处处为零、表面场垂直表面的必然结果

**所以** 导体**等势**是静电平衡条件的**另一种表述**

## 二. 静电平衡时导体上的电荷分布

1）导体**体内**电荷分布

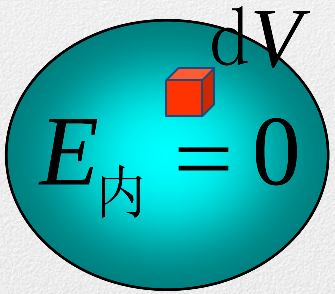
2）导体**表面**电荷

3）**孤立**带电导体**表面**电荷分布

## 二. 导体上电荷的分布

由导体的静电平衡条件和静电场的基本性质

可以得出导体上的电荷分布




### 1) 导体体内处处不带电

证明：在导体内任取体积元 $\mathrm{d}V$

$$\oint_{\Delta S} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \quad \xrightarrow{\text{由高斯定理}} \quad \rho \mathrm{d}V = 0$$

$\because$体积元任取 $\longrightarrow$ $\rho = 0$ 证毕

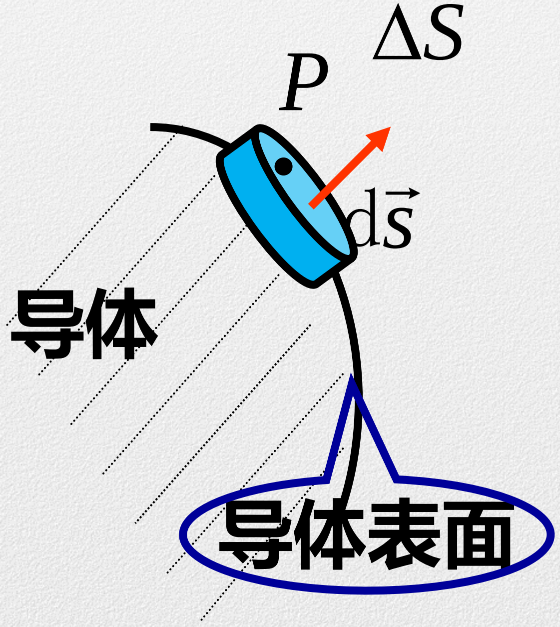
带电只能在导体表面！

## 2) 导体表面电荷

设导体表面某处电荷面密度为 $\sigma(x, y, z)$

该处的电场强度为 $\vec{E}_{表}(x, y, z)$

设P是导体外紧靠导体表面的一点




$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{\Delta S} \vec{E}_{表}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{(S-\Delta S)} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E_{表}\Delta S$$

由高斯定理有 $E_{表}\Delta S = \dfrac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$

得

$$\boxed{E_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

写作 $\vec{E}_{表} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$

$\hat{n}$ 外法线方向

**思 考:**
导体表面紧邻某处的电场仅仅是由当地导体表面上的电荷产生吗?

## 讨 论

无限大均匀**带电平面**两侧的场强 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ，它比导体表面附近的场强 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ 小一半，为什么?

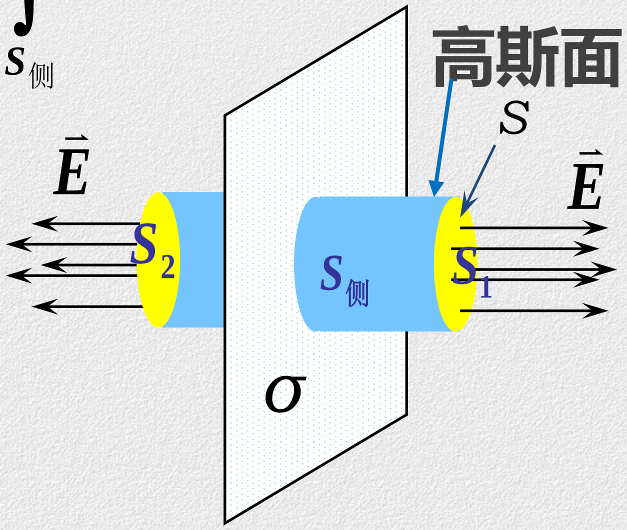
**带电平面**

$$\Phi_e=\oint\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{S_1}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{S_2}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{S_{侧}}\vec{E}\cdot d\vec{S}$$

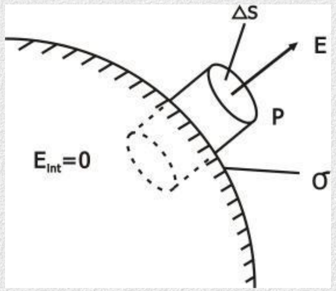
$$=ES_1+ES_2+0=\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma S$$

$$2ES=\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma S$$

$$\therefore E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



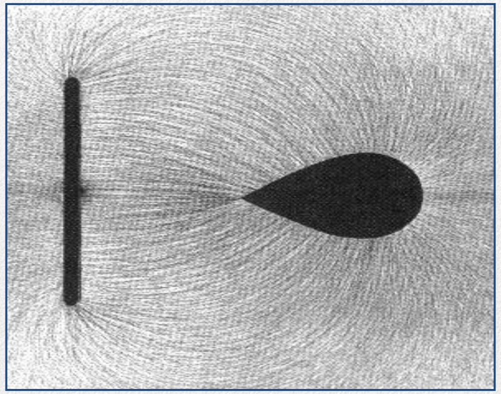

**导体**

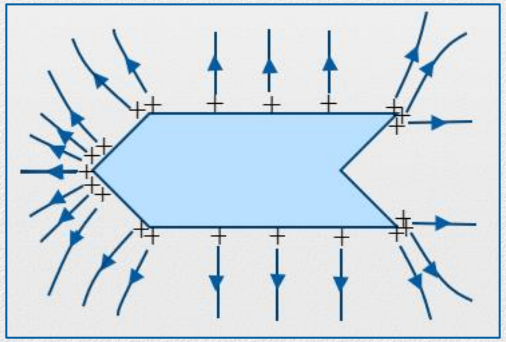



$$E_{表}\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

## 3）孤立带电导体表面电荷分布

电荷分布不均匀，分布与导体形状、周围带电体有关。

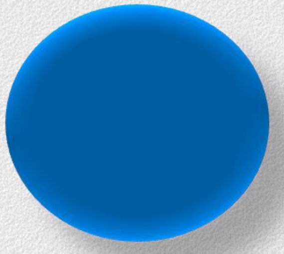




**实验定性说明：**

- 在表面**凸出**的尖锐部分(曲率是正值且较大)电荷面密度**较大**
- 在比较**平坦**部分，(曲率较小)电荷面密度**较小**
- 在表面**凹进**部分，带电面密度**最小**

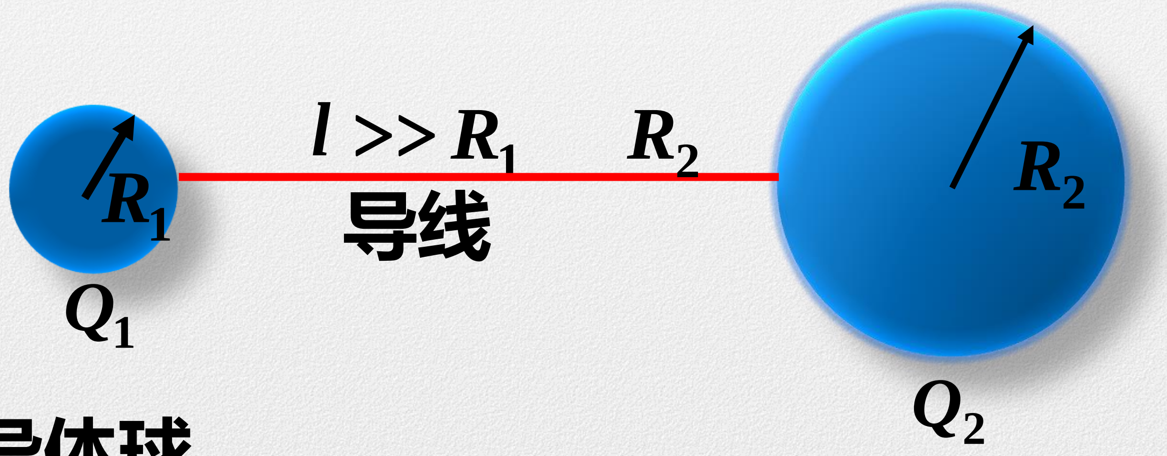
**孤立带电导体球**



$$\sigma = C$$

## 电荷面密度与曲率的关系

$$\sigma \propto \frac{1}{R}$$




证明:　用导线连接两导体球

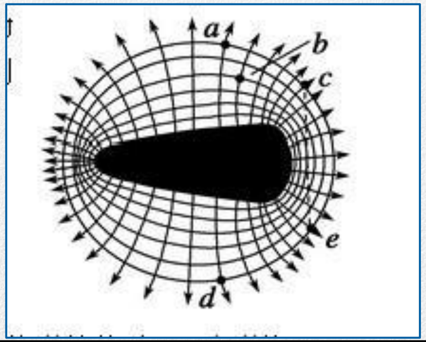
则　$U_{R_1} = U_{R_2}$　　即　$\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

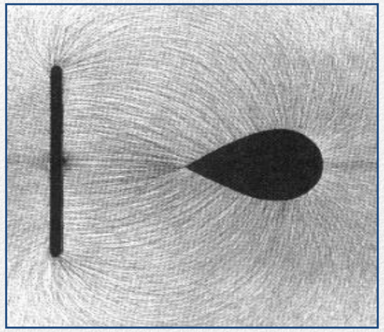
$$\frac{\sigma_1 4\pi R_1{}^2}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2{}^2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \qquad \therefore \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad \therefore \sigma_1 > \sigma_2$$

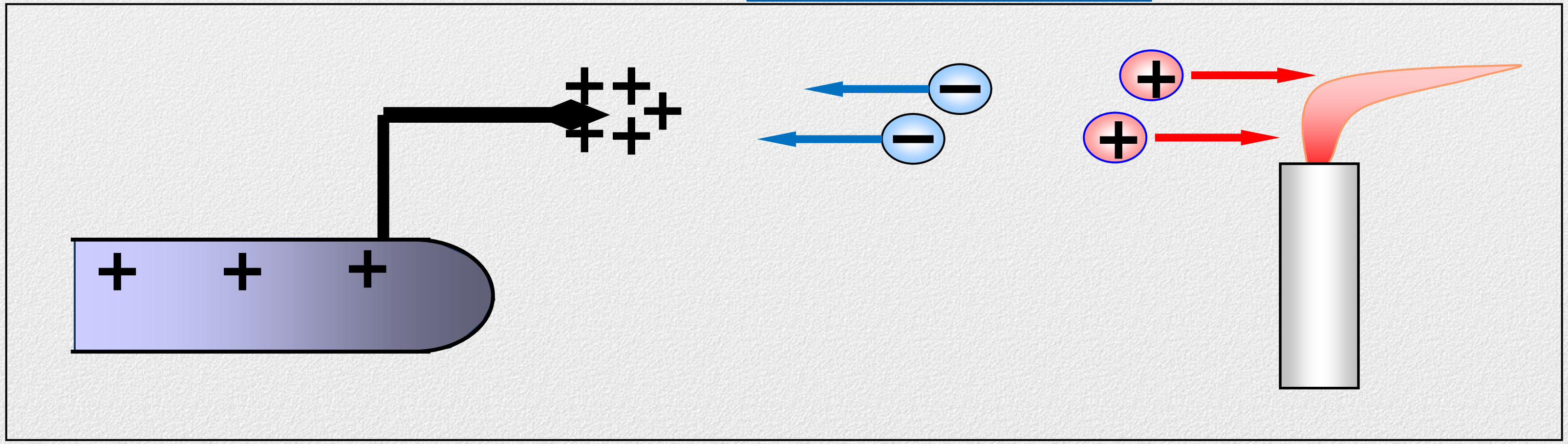
导体表面曲率较大的地方，电荷密度也较大。

# 尖端放电

$$\sigma \propto \frac{1}{R} \qquad \vec{E}_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$$





尖端场强特别强，足以使周围空气分子电离而使空气被击穿，导致“尖端放电”。

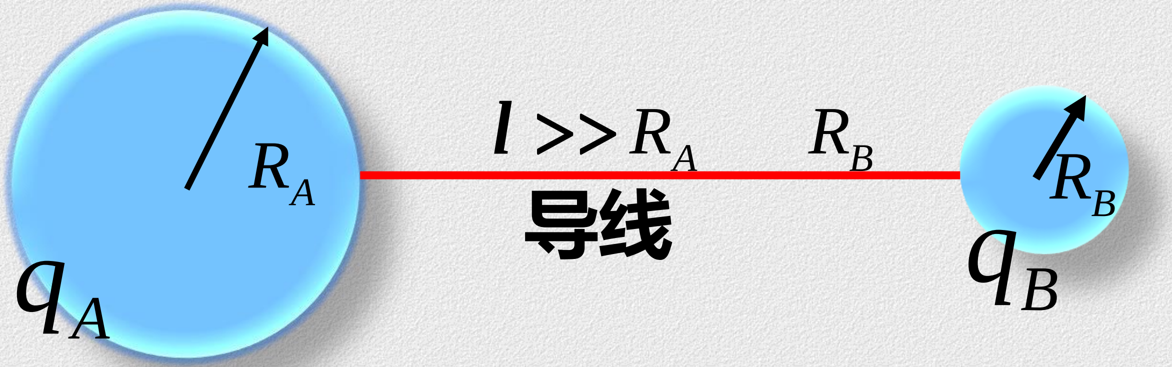
——形成“电风”

| 问　　题 | 回 答 |
| --- | --- |
| 1. 避雷针的原理是什么? | 尖端放电原理 |
| 2. 避雷针不接地行吗？为什么? | 避雷针必须接地 |
| 3. 避雷针是尖的，接触法拉第笼的电极是球形的，球形和尖形有什么区别? | 曲率大，电荷密度大；导体表面电场和电荷密度关系：$E=\sigma/\varepsilon_0$, |

# 选 择  题 1

【选择题】两个导体球A、B相距很远(可以看成是孤立的),其中A球原来带电，B球不带电。A、B两球半径不等，且$R_A>R_B$，若用一根细长导线将它们连接起来, 则两球所带电量$q_A$与$q_B$之间的关系【 A 】

(A)$q_A>q_B$　(B)$q_A=q_B$　(C)$q_A<q_B$　(D)条件不足, 无法比较



# 三 有导体存在时静电场场量的计算

**原 则:**

## 1. 静电平衡的条件

$$E_{内} = 0 \quad or\ U = c$$

## 2. 基本性质方程

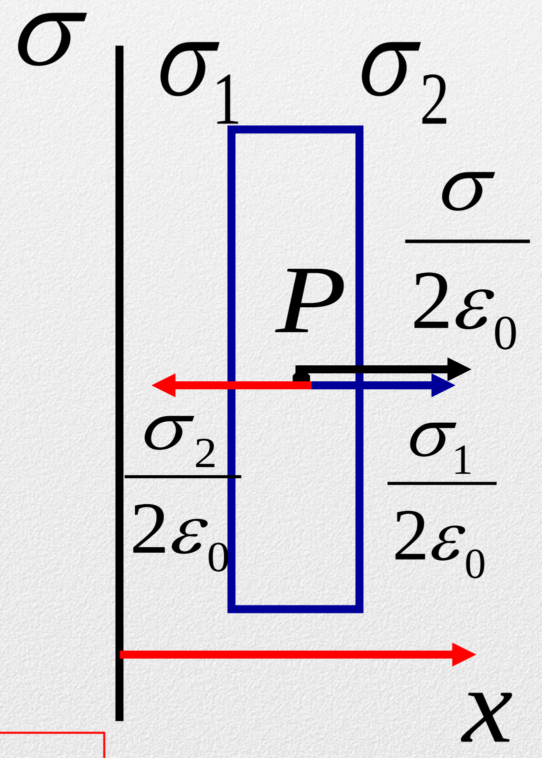
$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\sum\limits_i q_i}{\varepsilon_0} \qquad \oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

## 3. 电荷守恒定律

$$\sum_i Q_i = \text{const.}$$

**例 无限大的带电平面的场中平行放置一无限大金属平板**

**求：金属板两面的面电荷密度**




**解:**

**设金属板面电荷密度** $\sigma_1$, $\sigma_2$

**由对称性和电量守恒**

$$\sigma_1 = -\sigma_2 \qquad (1)$$

**导体体内任一点P场强为零**

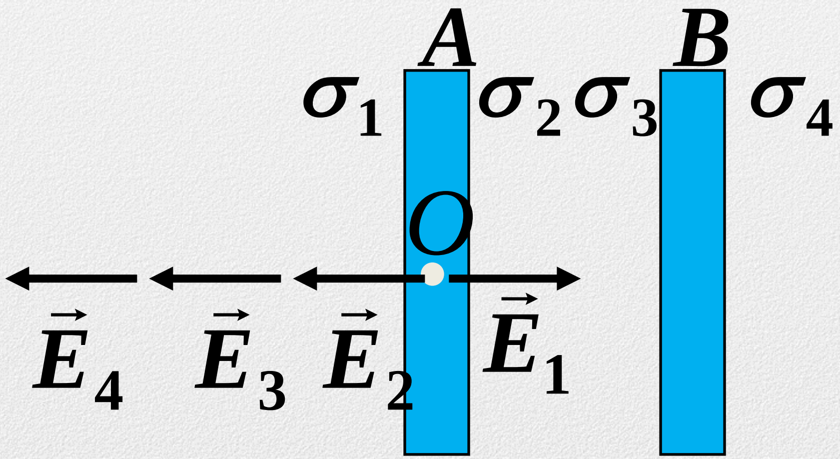
$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{1}{2}\sigma \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2}\sigma \end{aligned}}$$

例. 已知：导体板A，面积为S、带电量Q，在其旁边放入导体板B。

求：(1) A、B上的电荷分布及空间的电场分布

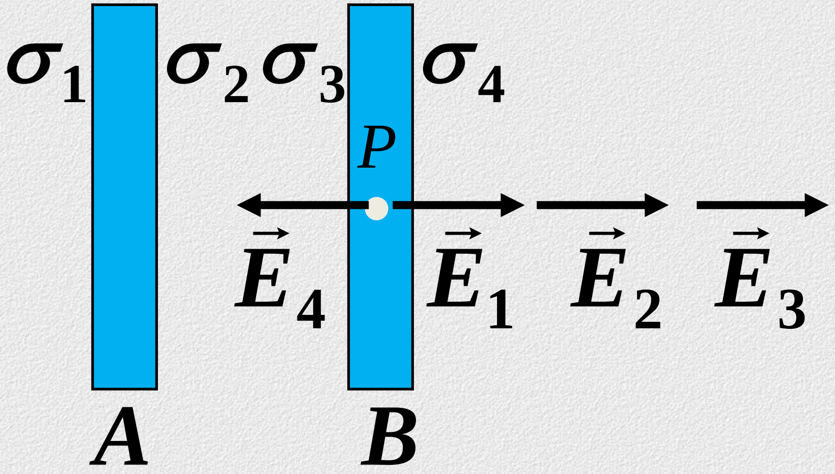
(2) 将B板接地，求电荷、电场分布




解:

O点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

P点 $$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$



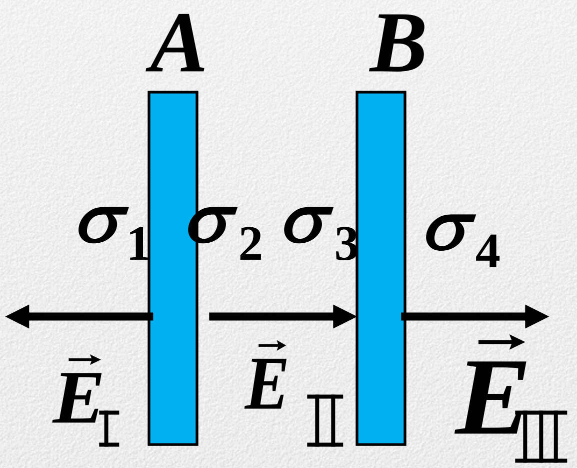

A板 $$\sigma_1 S+\sigma_2 S=Q$$

B板 $$\sigma_3 S+\sigma_4 S=0$$

**解方程得:**

**电荷分布**

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q}{2S} \qquad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q}{2S}$$




**场强分布**

*A* **板左侧** $$E_I = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$ **方向向左**

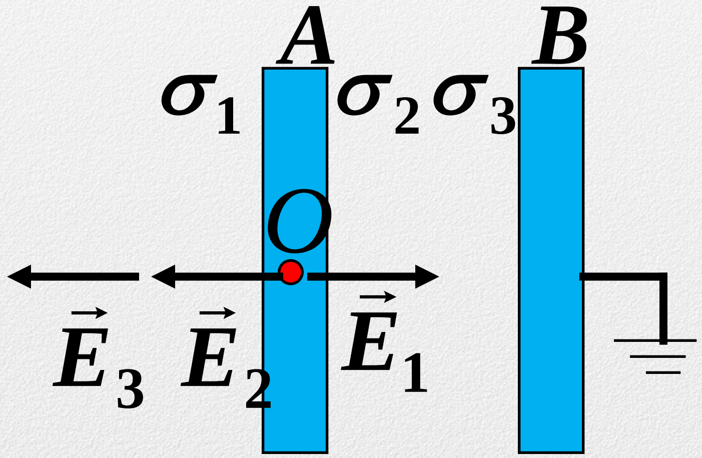
**两板之间** $$E_{II} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$ **方向向右**

*B* **板右侧** $$E_{III} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$ **方向向右**

## 2). 将B 板接地，求电荷及场强分布

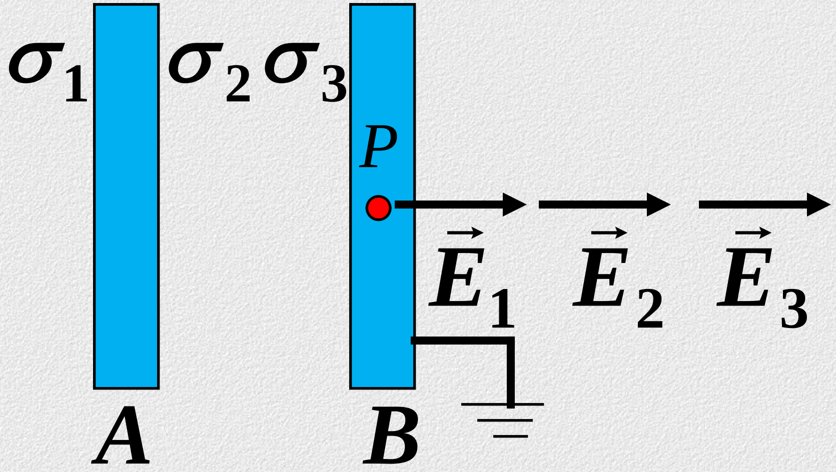
接地时 $\sigma_4 = 0$

O点 $\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = 0$




P 点 $\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = 0$

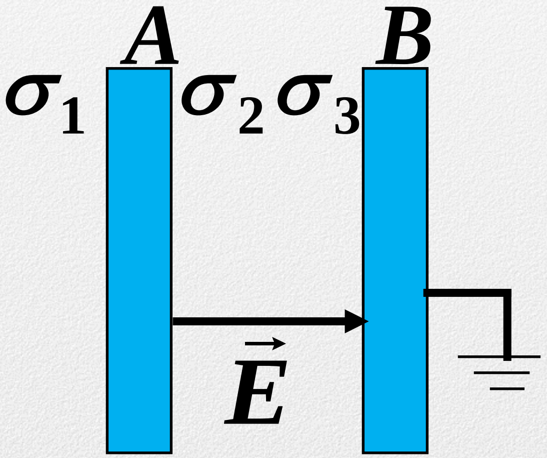
$A$ 板 $\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q$




**电荷分布**

$\sigma_1 = 0$ $\sigma_2 = -\sigma_3 = \dfrac{Q}{S}$

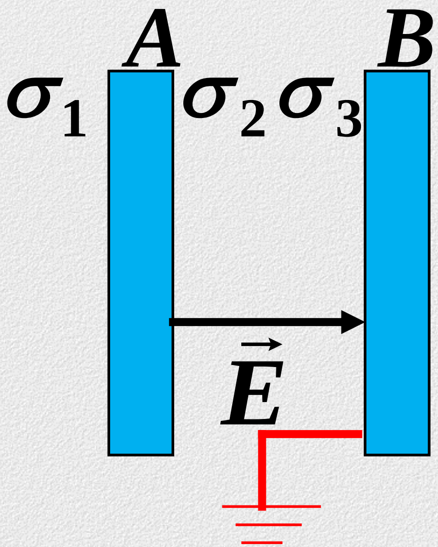
**电荷分布** $\sigma_1 = 0 \quad \sigma_2 = -\sigma_3 = \dfrac{Q}{S}$




**场强分布**

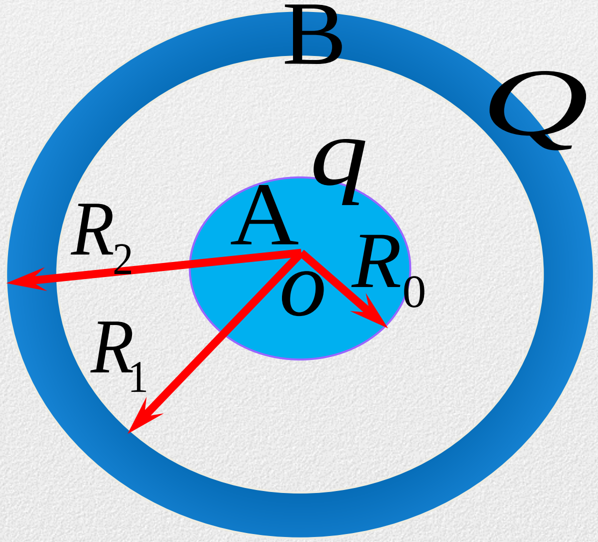
**两板之间** $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

**两板之外** $E = 0$




**思考：如果把地接在B板左面会怎么样？**

**例3 金属球A与金属球壳B同心放置**




已知：球A半径为 $R_0$ 带电为 $q$

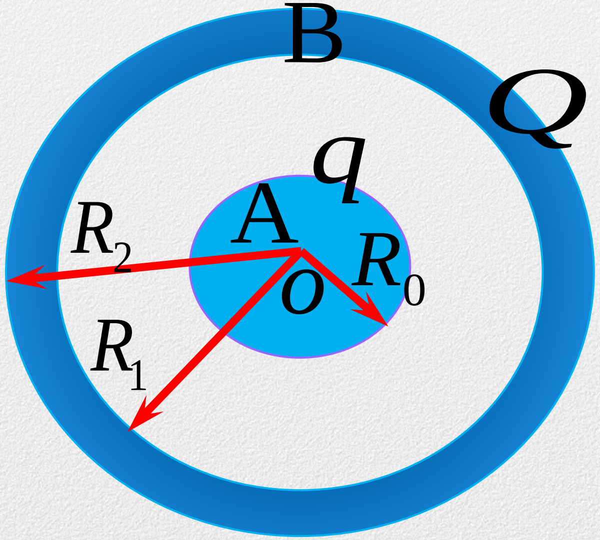
金属壳B内外半径分别为 $R_1$， $R_2$

带电为 $Q$

求:1)电量分布

2)球A和壳B的电势 $U_A$ $U_B$

**例3** 金属球A与金属球壳B同心放置，如图所示




**解:**

1) 导体带电在表面

- 球A的电量只可能在球的表面
- 壳B有两个表面

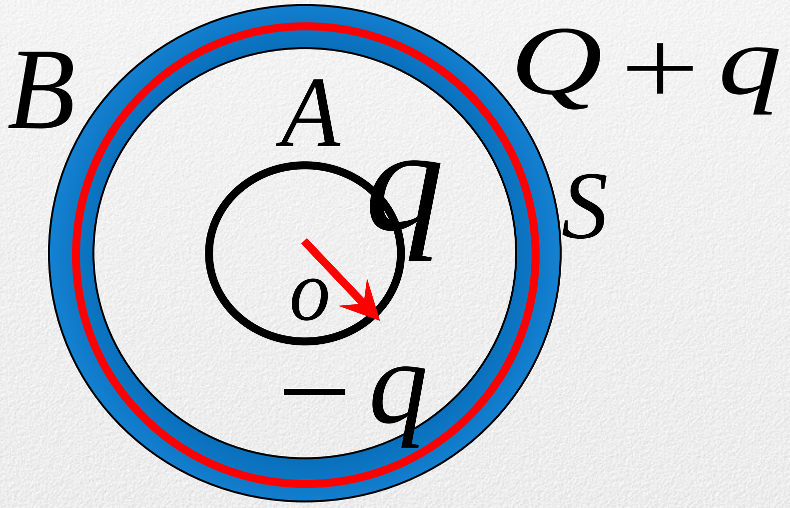
电量可能分布在**内、外两个表面**

- 由于A　B同心放置，　仍维持球对称

$\therefore$电量在A表面、　B内表面分布均匀

壳B上电量的分布：

在B内紧贴内表面作高斯面S




面S的电通量 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$

高斯定理 $\rightarrow$ $\sum_i q_i = 0$ $\rightarrow$ $\boxed{Q_{B内} = -q}$

电荷守恒定律 $\rightarrow$ $Q_{B外} = Q + q$

外表面相当于孤立带电表面 由于曲率相同 所以均匀分布

思考：该结论对内表面的形状有限制吗？

**等效: 在真空中三个均匀带电的球面**

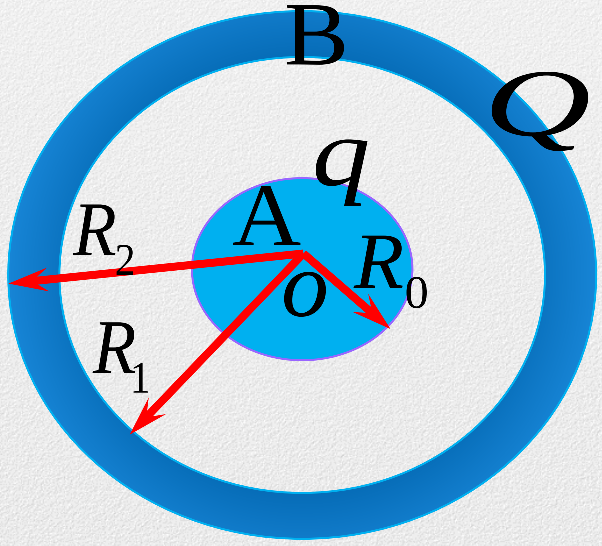
**利用叠加原理**

$$U_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

**第1个** **第2个** **第3个**

**球面电荷单独存在时对电势的贡献**

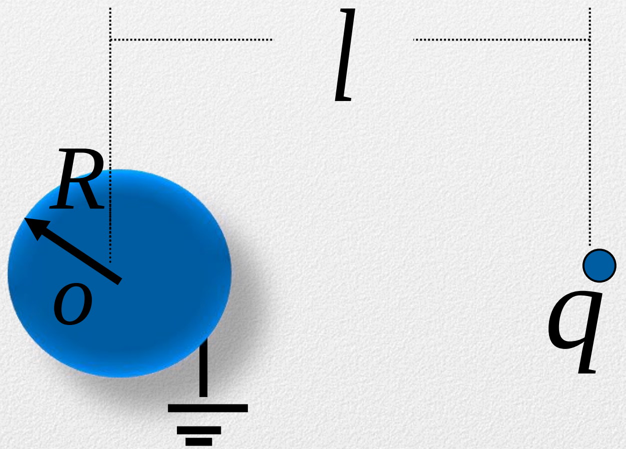
$$U_B = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$




**练习：请用电势概念求解A、B球的电势。**

**例4: 接地导体球附近有一点电荷q, 如图所示**

**求:导体上感应电荷的电量**




**解: 接地 即** $U = 0$

**设:感应电量为Q**

**由导体是个等势体 知**

**O点的电势为0 由电势叠加原理有关系式:**

$$\boxed{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} = 0} \longrightarrow Q = -\frac{R}{l}q$$

# 四 导体壳与静电屏蔽(导体的应用之一)

1 导体壳

2 静电屏蔽(导体的应用之一)

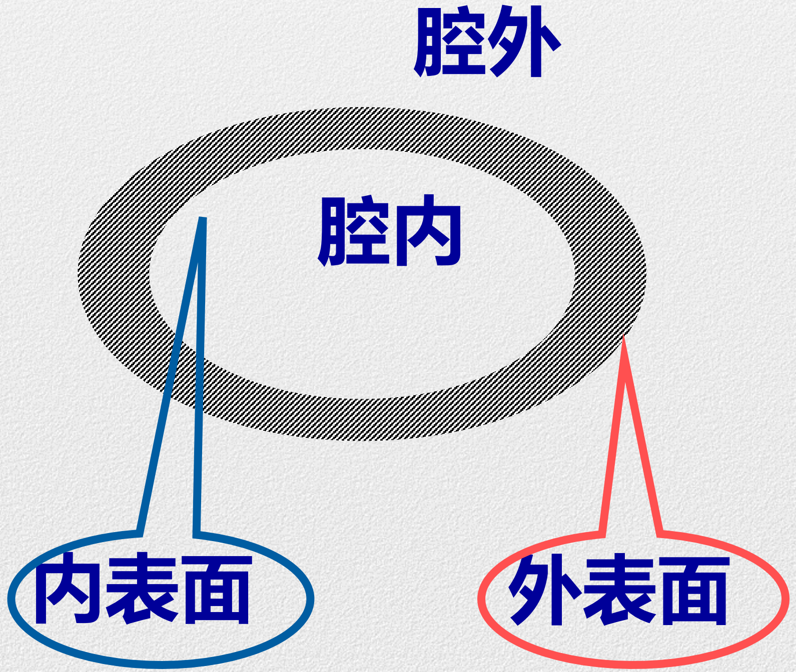
法拉第笼演示实验

# 四. 导体壳与静电屏蔽(导体的应用之一)

**导体壳的结构特点：**

**两区域：　腔内、腔外**

**两表面：　内表面、外表面**



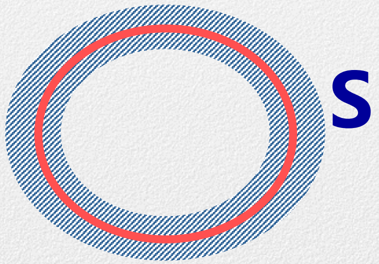

**理论上需说明的问题是：**

**1)壳内、外表面电荷分布特征**

**2)腔内、腔外空间电场特征**

## 1. 腔内无带电体时场的特征

在导体壳内紧贴内表面作高斯面S



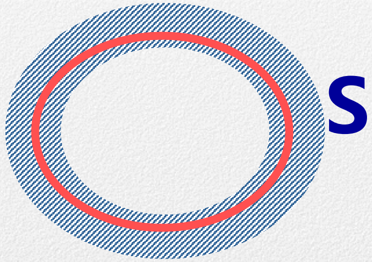

因为导体体内场强处处为零　所以 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$

结论：腔内无带电体时，壳内表面没有电荷，　腔内无电场

即 $\boxed{E_{腔内} = 0}$

或说　腔内电势处处相等

## 1.腔内无带电体时场的特征




由于空腔内无带电体，壳内表面无电量

$$\boxed{\sum Q_{内表面}=0}$$

$$\sum Q_{内表面}=0$$

1）处处不带电　即处处无净电荷

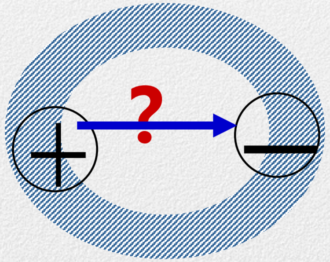
2）一部分带正电荷　一部分带等 量负电荷

第2种情况 是否可能?

## 1. 腔内无带电体时场的特征

**假设：** 内表面有一部分带正电荷一部分带等量的负电荷

则会从正电荷向负电荷发电力线



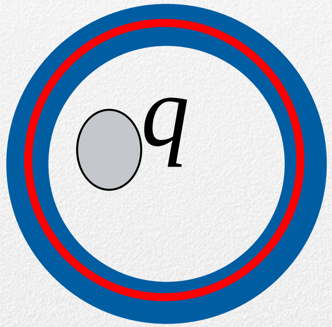

则与导体是等势体矛盾　故说明

**假设不成立**

**证明了：** 腔内无带电体时内表面处处没有电荷

腔内无电场

## 2. 腔内有带电体时场的特征




用高斯定理可证

电量分布 $Q_{\text{壳内表面}}=-q$

腔内的电场

1)与电量$q$有关

2)与腔内带电体、腔内表面形状几何因素、介质有关

结论

腔内的场只与腔内带电体及腔内的几何因素、介质有关

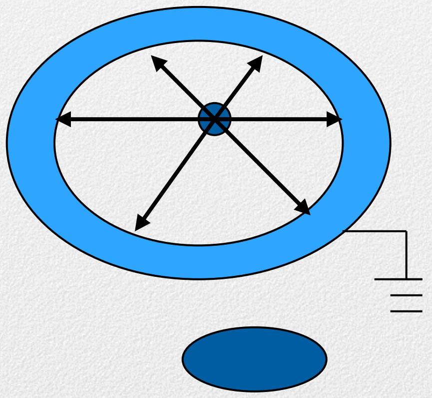
或说 在腔内 $\vec{E}_{\substack{\text{壳外表面}\\\text{电量}}}+\vec{E}_{\substack{\text{腔外}\\\text{带电体}}}=0$

## 3. 静电屏蔽的装置---接地导体壳



**静电屏蔽：**

**腔内、腔外的场互不影响**



**腔内场** 只与内部带电量及内部几何条件及介质有关

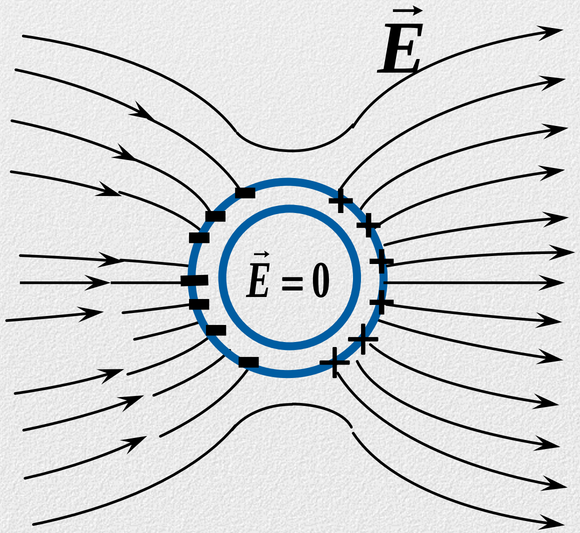
**腔外场** 只由外部带电量和外部几何条件及介质决定

**思考：不接地行吗？**

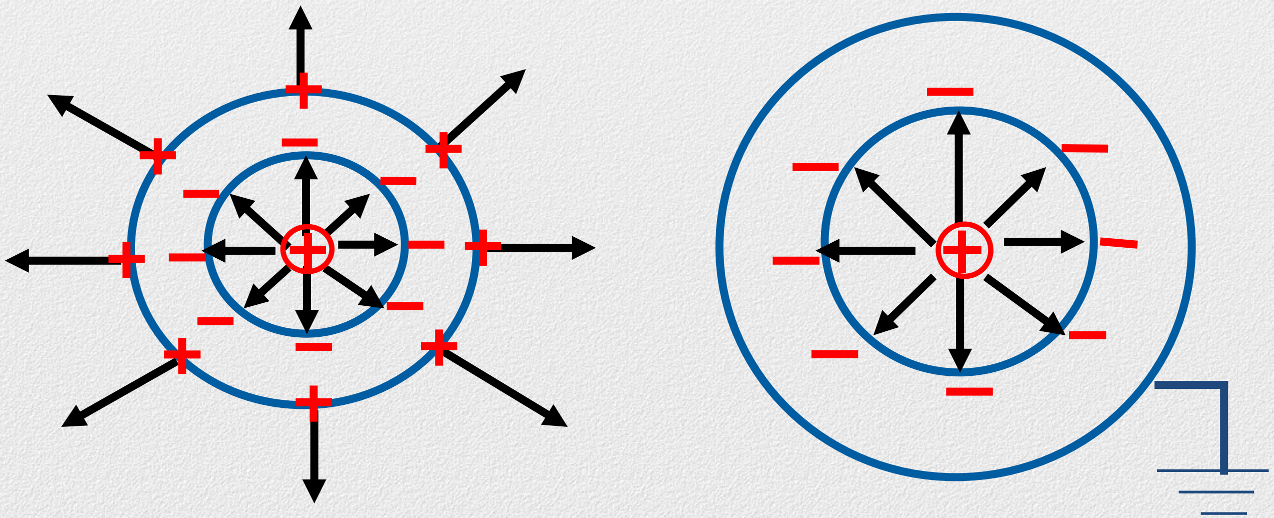
## 静电屏蔽

封闭导体壳（不论接地与否）内部的电场不受外电场的影响；

接地封闭导体壳（或金属丝网）外部的场不受壳内电荷的影响。




导体壳在外电场中，腔内区域场强始终为零



腔内区域场只受腔内带电体和壳内表面带电量影响，不受壳外表面带电量，腔外带电体影响

| 问　　题 | 回 答 |
| --- | --- |
| 1. 法拉第笼演示实验的原理是什么? | 静电屏蔽 |
| 2. 法拉第笼不接地行吗？为什么？接地不接地有什么区别? | 可以，腔内，腔外互不影响，不接地，笼外会带上高压电 |
| 3. 笼门没关紧呢？敢坐吗？为什么? | 导体壳不封闭，整个空间只有一个区域 |

# 腔内外场的分布特征总结为:

**腔内部的电场:**

只与腔内带电体及腔内的几何因素　介质有关

或说:

$$\vec{E}_{\substack{\text{壳外表面}\\\text{电量}}} + \vec{E}_{\substack{\text{腔外}\\\text{带电体}}} = 0$$

**在腔内任一点**

**腔外部的电场:**

只与腔外带电体及腔外的几何因素　介质有关

或说:

$$\vec{E}_{\substack{\text{壳内表面}\\\text{电量}}} + \vec{E}_{\substack{\text{腔内}\\\text{带电体}}} = 0$$

**在腔外任一点**

# 选 择 题 2

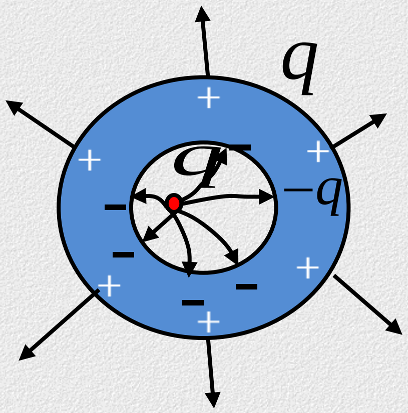
选择题(多选)：腔内电荷$q$的位置移动及 接地对$\sigma_{内}$，$\sigma_{外}$，$\vec{E}_{内}$，$\vec{E}_{外}$ 分布影响[ AB ]

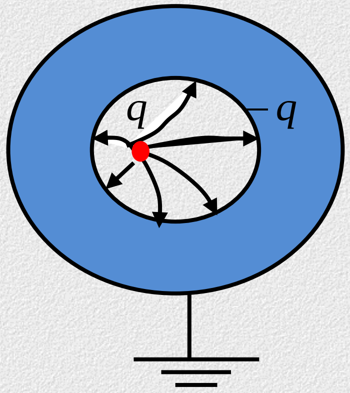
A 腔内电荷$q$的位置移动对 $\sigma_{内}$，$\vec{E}_{内}$ 分布有影响；

B 腔内电荷$q$的位置移动对 $\sigma_{外}$，$\vec{E}_{外}$ 分布无影响；

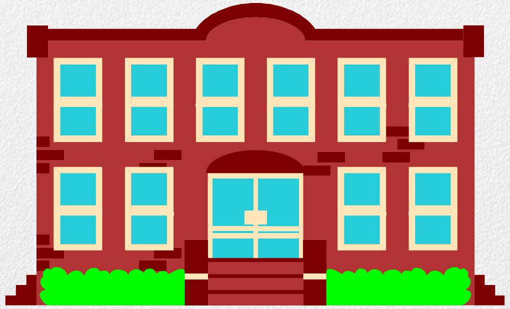
C 接地对 $\sigma_{内}$，$\vec{E}_{内}$ 分布有影响；

D 接地对 $\sigma_{外}$，$\vec{E}_{外}$ 分布无影响；

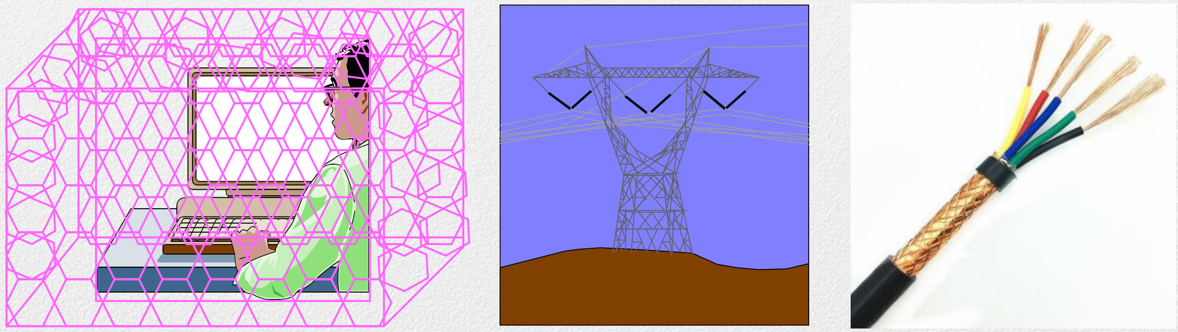


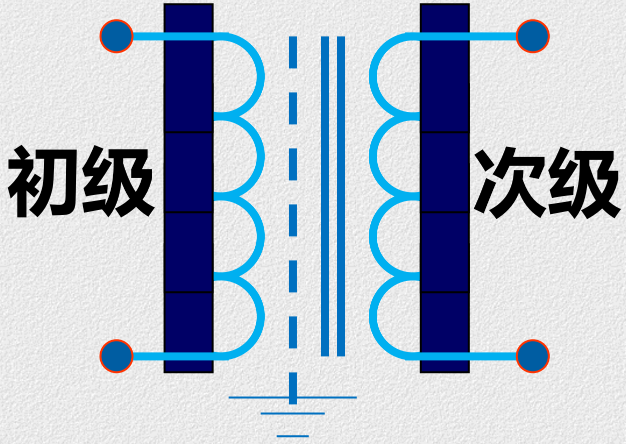
# 静电屏蔽在实际中的应用：



测试用的屏蔽室



无线电电路中的屏蔽罩、屏蔽线




变压器中的屏蔽层

高压带电作业中的等电位均压服

## 内　容　提　要

1 导体的静电平衡条件：$E_{\text{int}} = 0$, 表面外紧邻处 $E_s$ 垂直表面或导体是个等势体。

2 静电平衡的导体上电荷的分布： $q_{\text{int}} = 0$, $\sigma = \varepsilon_0 E$ $\sigma \propto \dfrac{1}{R}$

3 计算有导体存在时的静电场分布问题的基本依据：

高斯定律，电势概念，电荷守恒，导体静电平衡条件。

4 静电屏蔽：金属空壳的外表面上及壳外的电荷在壳内的合场强总为零，因而对腔内区域电场无影响

# 选 择 题 3

【选择题】当导体达到静电平衡时，场强方面的特征是（ C ）

A. 外电场E0 消失；

B. 感应电荷产生的电场E′ 为零

C. 导体内部的合场强E为零

D. 导体表面和内部合场强为零

本节内容完！