

# 第 13 章 电磁感应(变化的电磁场)

## §1 法拉第电磁感应定律

## §2 动生电动势

## §3 感生电动势 感生电场

## §4 自感 互感现象

## §5 磁场能量

# 认识：电感元件

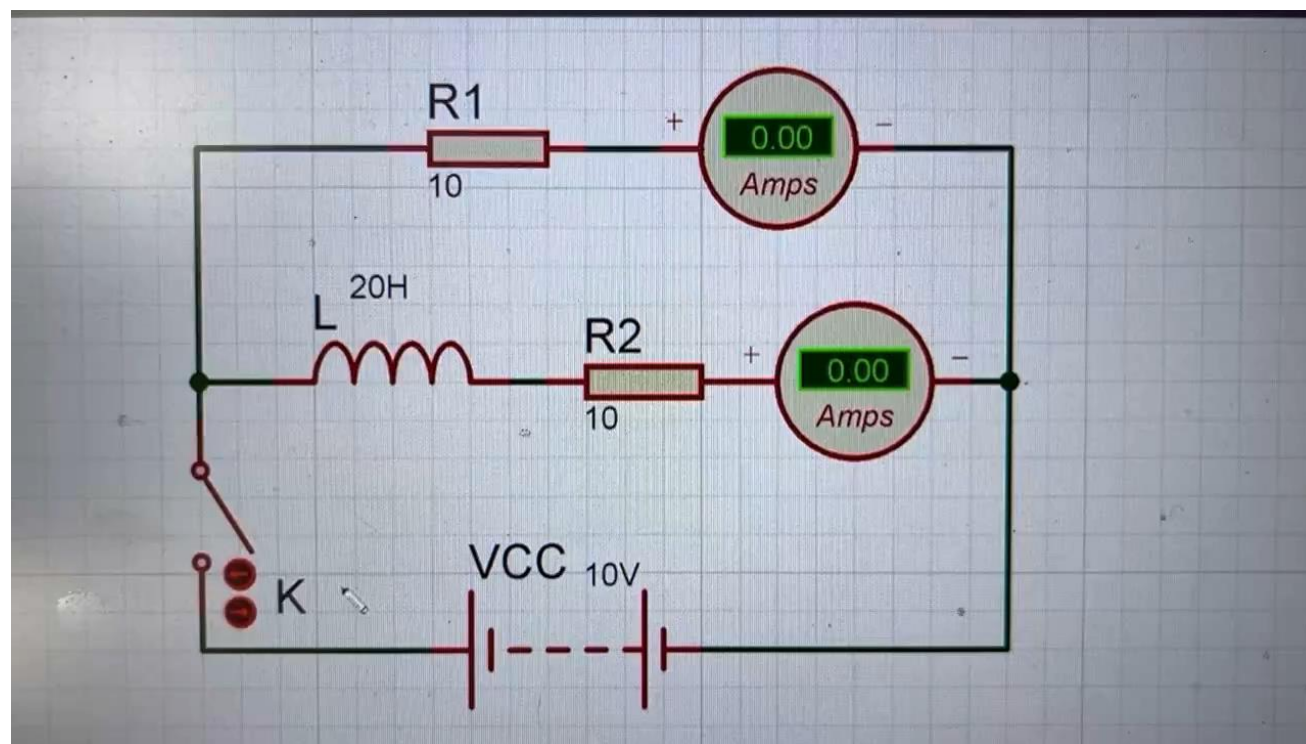
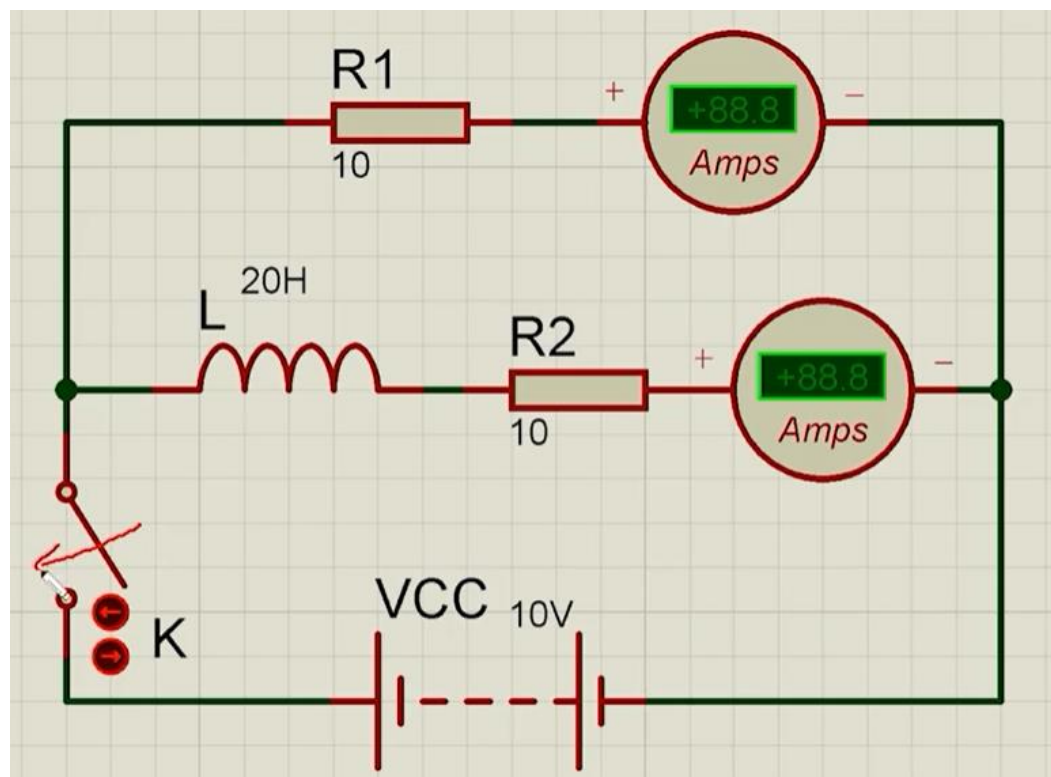


电感元件是一种储能元件，电感元件的原始模型为导线绕成圆柱线圈。当线圈中通以电流 $i$ ，在线圈中就会产生磁通量 $\Phi$ ，并储存能量。表征电感元件（简称电感）产生磁通，存储磁场的能力的参数，也叫电感，用 $L$ 表示，它在数值上等于单位电流产生的磁链。电感元件是指电感器（电感线圈）和各种变压器。

用字母 $L$ 表示，其电感的国际单位是亨利（H），简称亨，常用的单位还有毫亨（mH）、微亨（ $\mu\text{H}$ ）

**实际电路中，磁场的变化常常是由于电流的变化引起的，把感生电动势和电流的变化联系起来是有实际重要意义的，互感和自感现象的研究就是要找出这方面的规律。**

**闭合开关瞬间，观察电流表读数**



**相比而言，与电感串联的电流表电流缓慢地上升。**

## §4 自感 互感现象

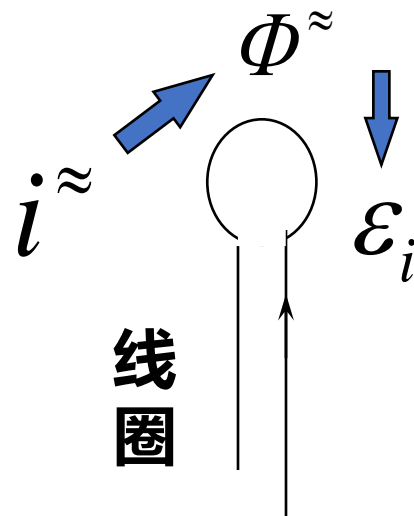
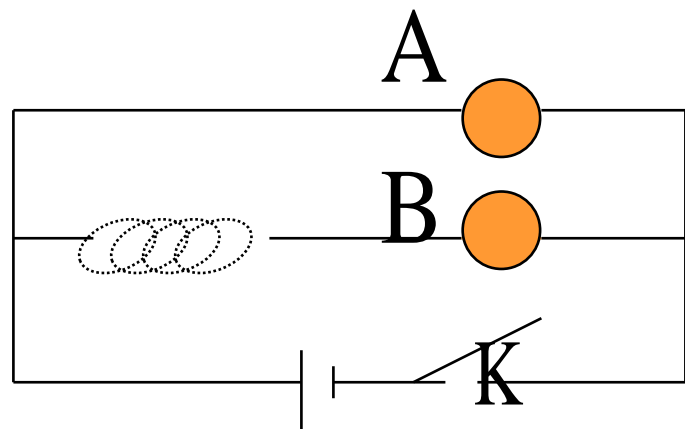
### 实际线路中的感生电动势问题

#### 一. 自感现象 自感系数

自感现象反映了电路元件

反抗电流变化的能力 (电惯性)

演示



K合上 灯泡A先亮  
B后亮

K断开 B会突闪

## 一.自感现象 自感系数

由于自己线路中的电流变化 而在自己的线路中产生感应电流的现象叫**自感现象**

设非铁磁质电路中的电流为

$$I$$

回路中的磁通为

$$\psi \propto I$$

写成等式

$$\psi = LI$$

则比例系数

$$L = \frac{\psi}{I}$$

定义为该回路的

自感系数

## 一.自感现象 自感系数

$$L = \frac{\psi}{I} \Rightarrow \psi = LI$$

由法拉第电磁感应定律,有

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\psi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = -\frac{\mathcal{E}_i}{dI/dt}$$

自感系数的一般定义式

自感系数的物理意义:

单位电流变化引起感应电动势的大小

## 一.自感现象 自感系数

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

### 讨论:

1.若： $\frac{dI}{dt} < 0$  则： $\varepsilon_L > 0$ ,  $\varepsilon_L$ 与 $I$ 方向相同

若： $\frac{dI}{dt} > 0$  则： $\varepsilon_L < 0$ ,  $\varepsilon_L$ 与 $I$ 方向相反

2.  $L$  的存在总是阻碍电流的变化，所以自感电动势是**反抗电流的变化**,而不是反抗电流本身。

**例1：求长直螺线管的自感系数**

**几何条件和介质如图所示**

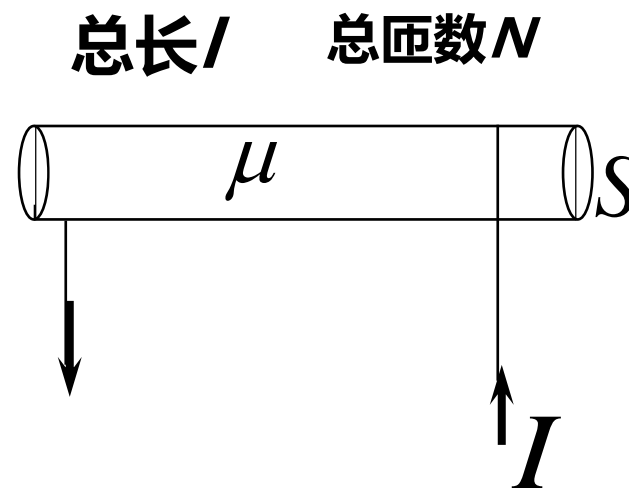
**解：设电流  $I$  通过螺线管线路**

**则管内磁感强度为**

$$B = \mu \frac{N}{l} I$$

**全磁通（磁链）为**

$$\psi = N\Phi = NBS = \mu \frac{N^2}{l} IS$$

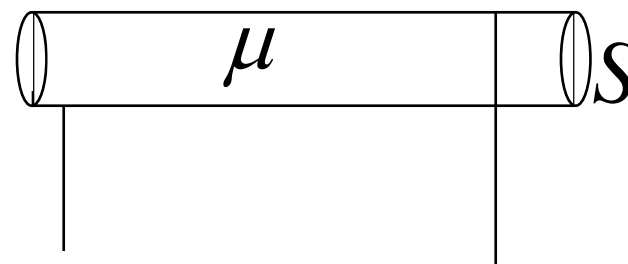




**全磁通（磁链）为**

$$\psi = N\Phi = NBS = \mu \frac{N^2}{l} IS$$

**总长/ 总匝数 $N$**



**由自感系数定义**

**有**

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\mu N^2 S}{l} = \mu n^2 V$$

**自感系数只与装置的  
几何因素和介质有关**

**例2 求一无限长同轴传输线单位长度的自感.**  
已知:  $R_1$ 、 $R_2$

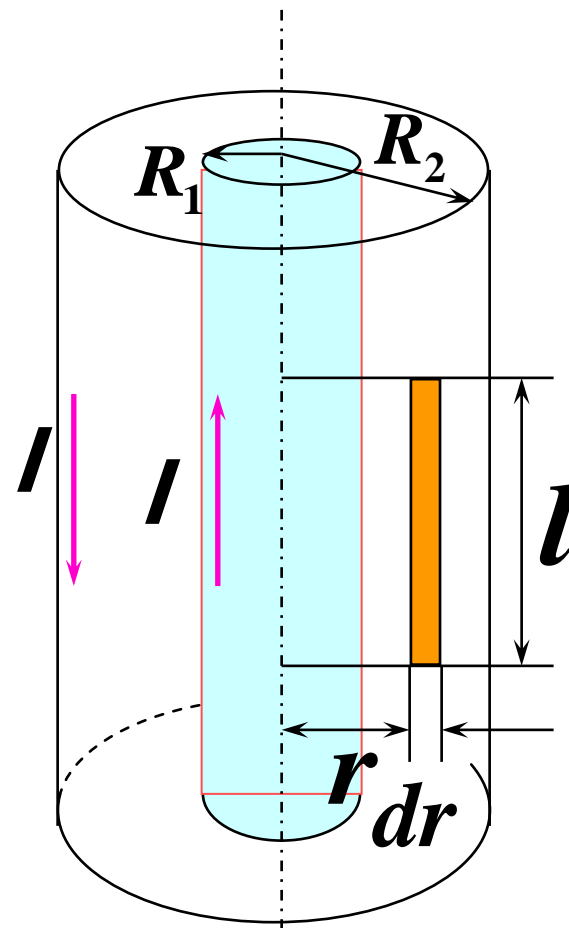
$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu I l}{2\pi r} dr$$

$$\Phi_m = \frac{\mu I l}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

单位长度的自感为:  $L_o = \frac{L}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$



例3 求一环形螺线管的自感。已知：  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $h$ 、 $N$

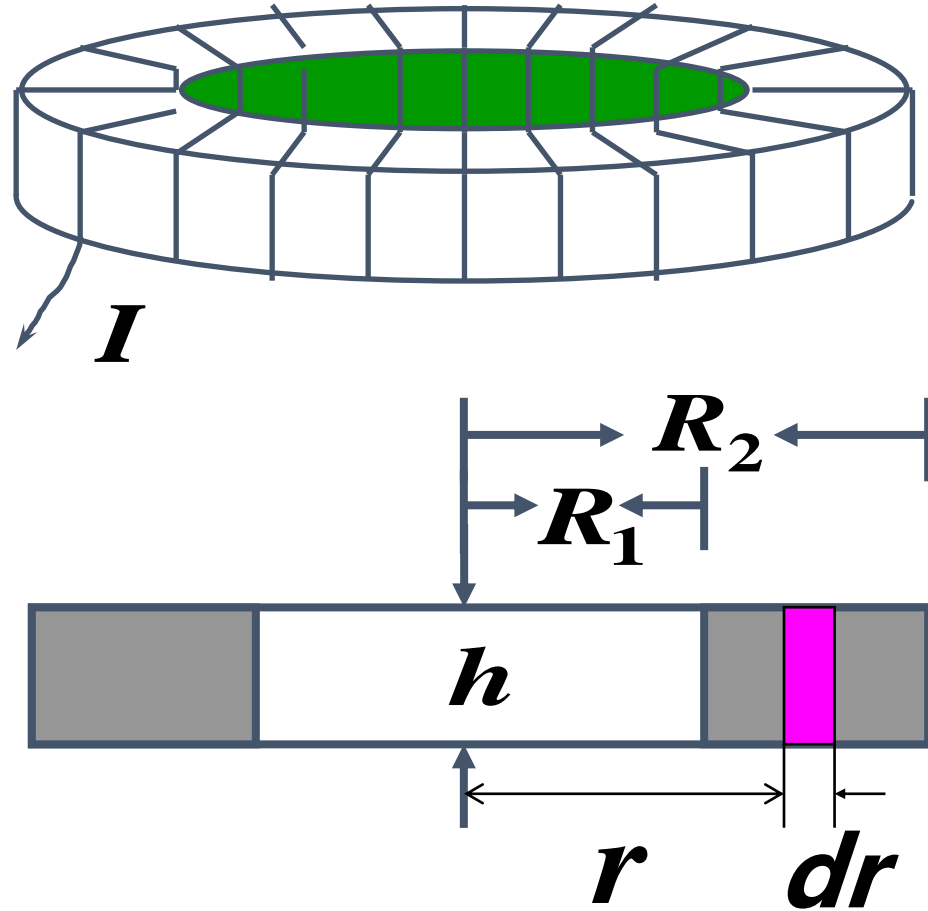
$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H \cdot 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu NI}{2\pi r} h dr$$



$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu NI}{2\pi r} h dr$$

$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \frac{\mu NIh}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu NIh}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

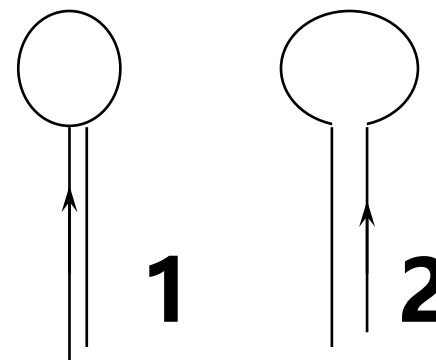
$$\psi_m = N\Phi_m = \frac{\mu N^2 Ih}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$L = \frac{\psi_m}{I} = \frac{\mu N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

## 二. 互感现象 互感系数

第1个线圈内电流的变化，会在第2个线圈内引起感应电动势，即

$$\dot{i}_1 \Rightarrow \psi_2 \Rightarrow \varepsilon_2$$



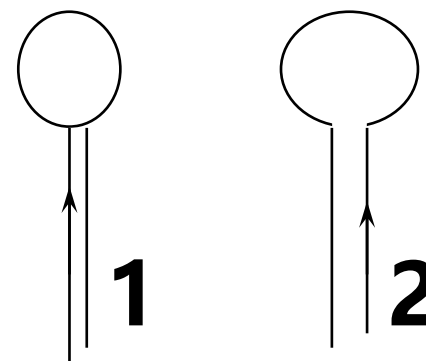
非铁磁质装置互感系数的定义为：

$$M = \frac{\psi_2}{I_1}$$

## 二. 互感现象 互感系数

同样，第2个线圈内电流的变化，  
会在 第1个线圈内引起感应电动势，即

$$\dot{i}_2 \approx \Rightarrow \psi_1 \approx \Rightarrow \mathcal{E}_1$$



对非铁磁质互感系数同样可写成

$$M = \frac{\psi_1}{I_2}$$

## 二. 互感现象 互感系数

线圈1通电

$$M = \frac{\psi_2}{I_1}$$

线圈2通电

$$M = \frac{\psi_1}{I_2}$$

对于一个装置只能有一个互感系数

显然

$$\frac{\psi_2}{I_1} = \frac{\psi_1}{I_2}$$

上述分析过程可告诉我们，计算互感系数可以视方便而选取合适的通电线路

## 互感系数的物理意义：

由互感系数定义有

$$\psi_2 = MI_1$$

根据法拉第电磁感应定律有

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

则互感系数为

$$M = -\frac{\varepsilon_2}{\frac{dI_1}{dt}}$$

互感系数的一般定义式

**物理意义：**

单位电流变化引起感应电动势的大小



**例1 有两个直长螺线管，它们绕在同一个圆柱面上。**

**已知：**  $\mu_0$ 、 $N_1$ 、 $N_2$ 、 $l$ 、 $S$  **求：** 互感系数

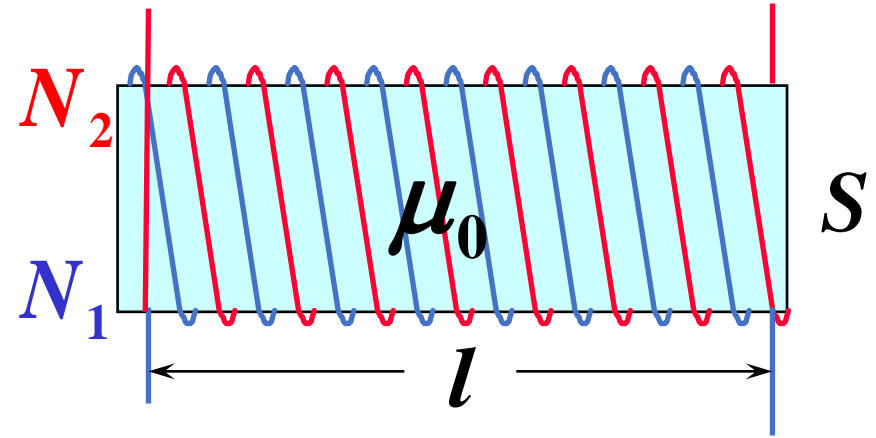
$$H_2 \Rightarrow B_2 \Rightarrow \psi_{12}$$

$$H_2 = n_2 I_2 = \frac{N_2}{l} I_2$$

$$B_2 = \mu_0 H_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l} I_2$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_2 S = \mu_0 \frac{N_2}{l} I_2 S$$

$$\psi_{12} = N_1 \Phi_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 I_2 S}{l} \quad M = \frac{\psi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l^2} l S$$



$$M = \mu_0 n_1 n_2 V$$

$$\therefore L_1 = \mu_0 n_1^2 V \quad L_2 = \mu_0 n_2^2 V$$

$$\therefore M = \sqrt{L_1 L_2}$$

在此例中，线圈1的磁通全部通过线圈2，称为无漏磁。

在一般情况下

$$M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

称 $K$ 为耦合系数  $0 \leq K \leq 1$

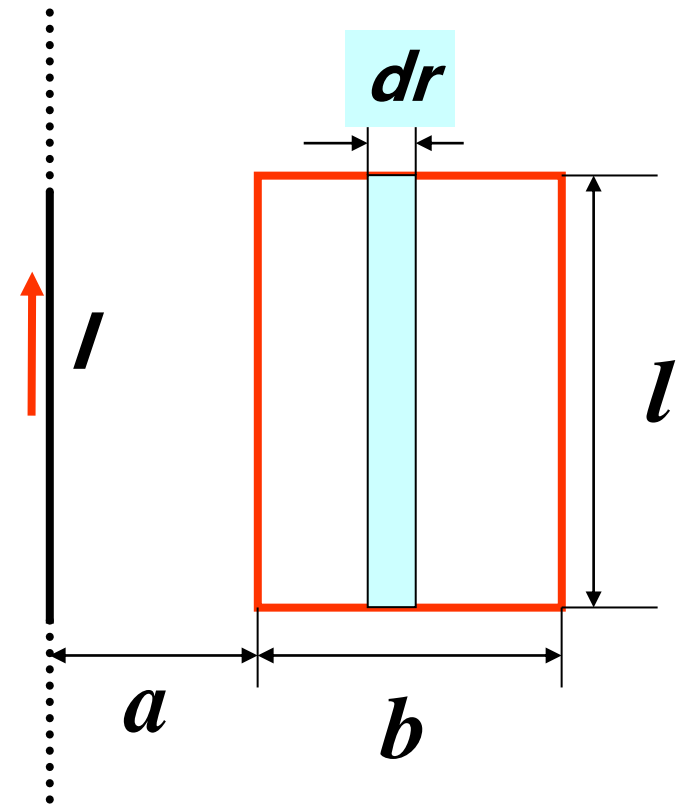
耦合系数的大小反映了两个回路磁场耦合松紧的程度。  
由于在一般情况下都有漏磁通，所以耦合系数小于一。

**例2.** 如图所示,在磁导率为 $\mu$ 的均匀无限大磁介质中,一无限长直载流导线与矩形线圈一边相距为 $a$ , 线圈共  $N$  匝, 其尺寸见图示,求它们的互感系数。

**解:** 设直导线中通有自下而上的电流 $I$ ,它通过矩形线圈的磁通链数为

$$\begin{aligned}\psi &= N \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= N \int_a^{a+b} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu N I l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \\ \text{互感为 } M &= \frac{\psi}{I} = \frac{\mu N l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}\end{aligned}$$

**互感系数仅取决于两回路的形状, 相对位置,磁介质的磁导率.**



## §5 磁场能量

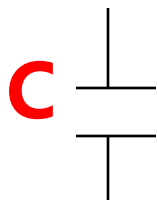
### 与静电场能量比较

### 从两条路分析

#### 静电场

##### 1. 能量存在器件中

电容器

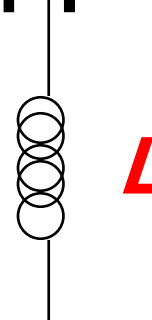


$$W_e = \frac{1}{2} CU^2$$

#### 稳恒磁场

##### 1. 能量存在器件中

电感



$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

## 二. 互感现象 互感系数

### 2. 能量存在场中

电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

### 2. 能量存在场中

磁场能量密度

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

电磁场的能量密度

$$w = w_e + w_m$$

$$w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

适用于各种电场 磁场

## 例 如图.求同轴传输线之磁能及自感系数

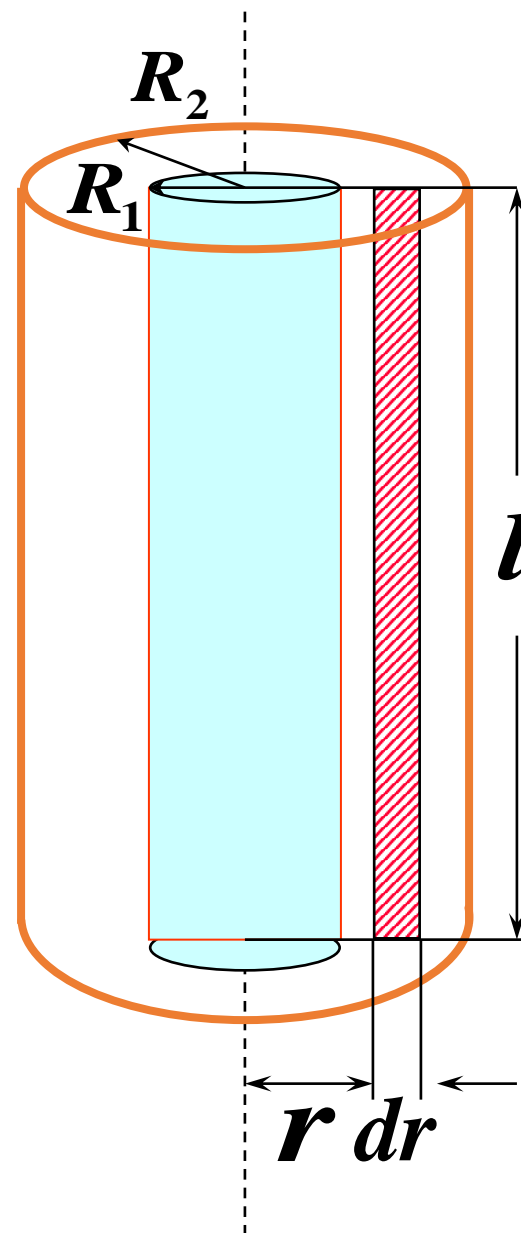
$$\text{解: } H = \frac{I}{2\pi r} \quad B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad dV = 2\pi r l dr$$

$$\begin{aligned} W_m &= \int_V w_m dV = \int_V \frac{1}{2} \mu H^2 dV \\ &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \mu \left( \frac{I}{2\pi r} \right)^2 2\pi r l dr \\ &= \frac{\mu I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} L I^2 = W_m = \frac{\mu I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

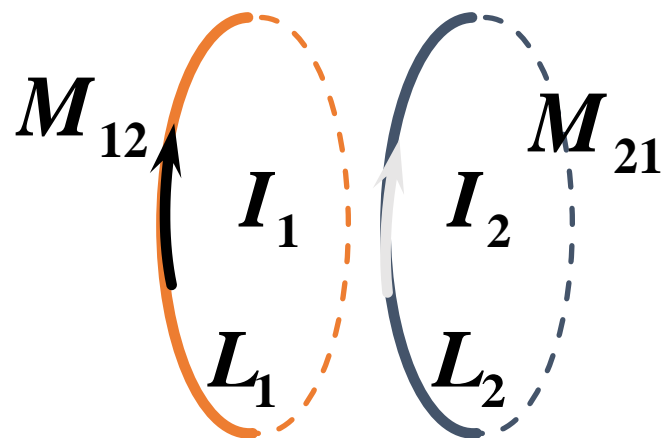
可得同轴电缆  
的自感系数为

$$L = \frac{\mu l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$



### 三、互感磁能

将两相邻线圈与电源相连，  
在通电过程中



电源所做功

线圈中产  
生焦耳热

反抗自感  
电动势做功

反抗互感  
电动势做功

互感磁能

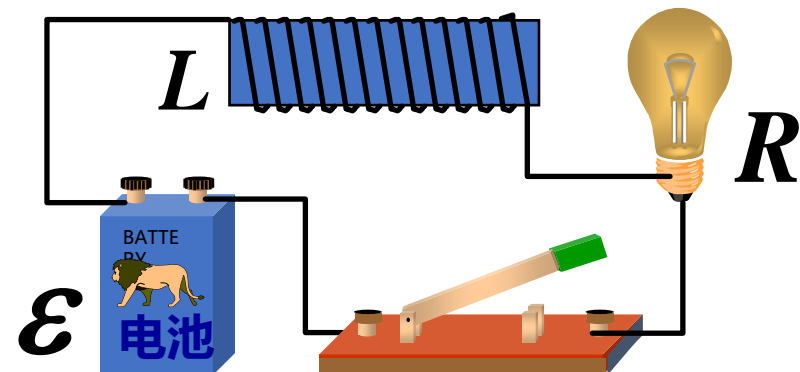
$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$$

自感磁能

互感磁能

## 自感磁能

考察在开关合上后的一段时间内，电路中的电流增长过程：



由全电路欧姆定律

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = iR$$

$$\int_0^t i \mathcal{E} dt = \int_0^I L \frac{di}{dt} i dt + \int_0^t i R i dt = \frac{1}{2} L I^2 + \int_0^t i^2 R dt$$

电源所作的功

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

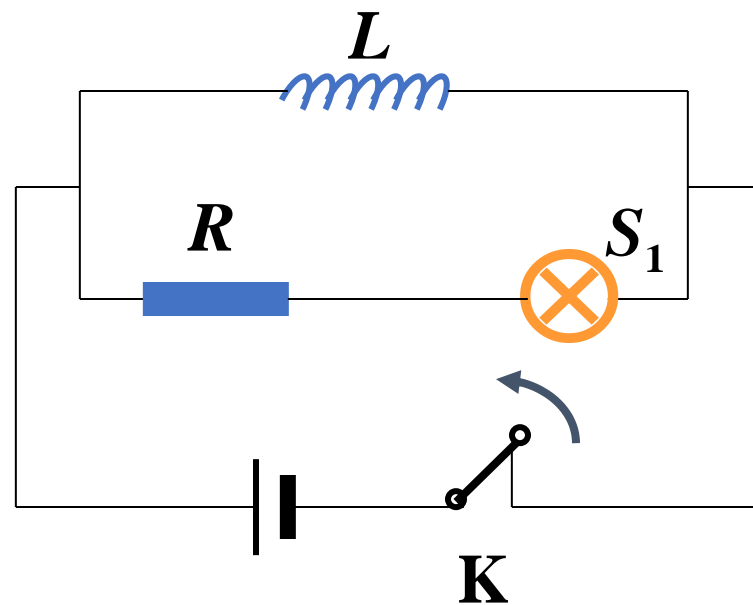
电源克服自感电动势所做的功

电阻上的热损耗



**实验：开关拉开时，灯泡反而闪亮一下。为什么？**  
**通电线圈中储藏着能量。**

**从另一角度说是自感电动势作了功。**



# 计算自感系数可归纳为三种方法

1.静态法:  $\psi_m = LI$

2.动态法:  $\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$

3.能量法:  $W_m = \frac{1}{2} LI^2$

## 讨论题：磁能有两种表达式的物理意义有什么不同？

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \qquad w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \qquad W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \cdot V$$

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{表明磁场能量的携带者为**电流**；}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \cdot V \quad \text{表明磁场能量的携带者为**磁场**；}$$

在**稳恒情况**下，电流和磁场是**相伴相随**的，即有电流就会有磁场，有磁场必然存在电流，两者等价。

在**非稳恒的情况**下，**磁场可以脱离电流而独立存在**，场的角度更具有普遍意义。

### **练习题:**

**一个中空密绕的长直螺线管，直径为1.0cm，长10cm，共1000匝，求：当通过1A电流时，线圈中储存的磁场能量和磁场能量密度。**