§3 磁场对运动电荷的作用力 洛伦兹力

一 .洛伦兹力

磁场对运动电荷施以的磁场力是洛伦兹力

其表达式为：

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{\upsilon} \times \vec{B}}$$

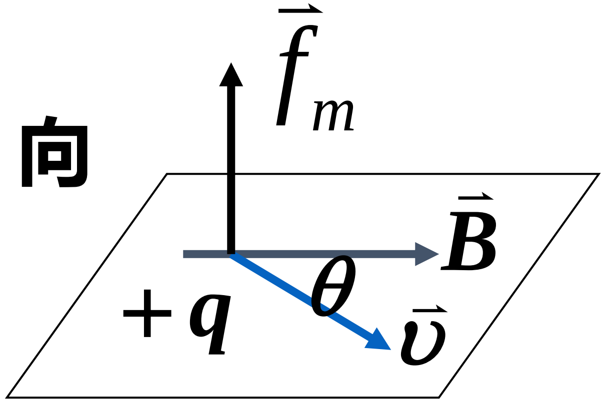
式中： $\vec{\upsilon}$ 点电荷运动速度

$\vec{B}$ 点电荷处于场点处的磁感强度

q 点电荷电量

大 小 $f_m = q\upsilon B\sin\theta$

方 向



力与速度方向垂直。

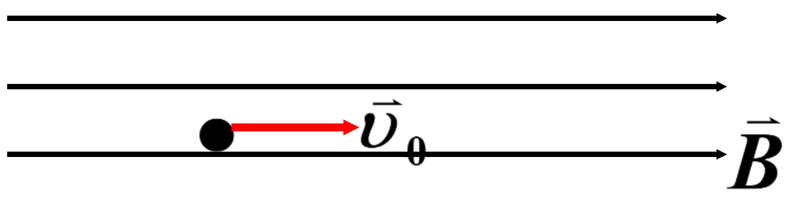
不能改变速度大小，

只能改变速度方向。

$$\vec{f}_m = q\vec{\upsilon}_0 \times \vec{B}$$

(1) $\vec{\upsilon}_0$ 平行 $\vec{B}$

$$\vec{f}_m = 0$$

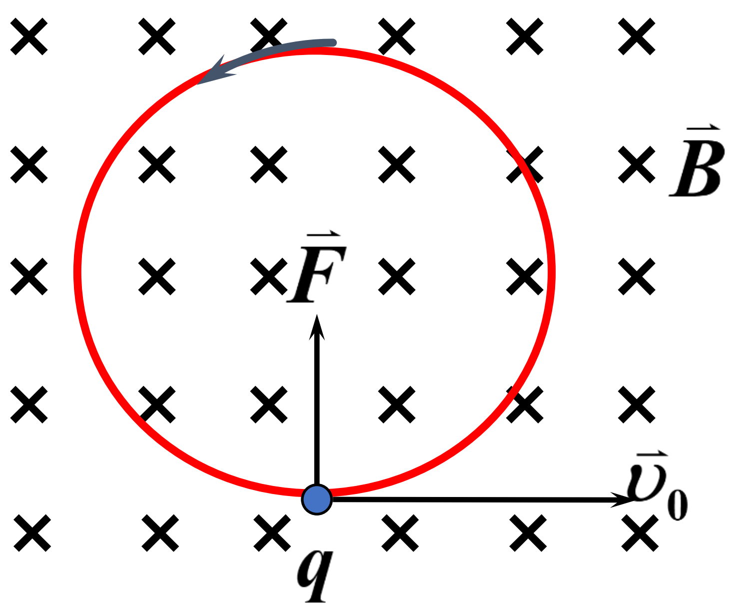


粒子做直线运动

(2) $\vec{\upsilon}_0$ 垂直 $\vec{B}$ $f_m = q\upsilon_0 B$

$$q\upsilon_0 B = m\frac{\upsilon_0^2}{R} \qquad R = \frac{m\upsilon_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$



粒子做匀速圆周运动

(3) $\vec{\upsilon}_0$ 与 $\vec{B}$ 成θ角

$$\upsilon_{//}=\upsilon_0\cos\theta$$

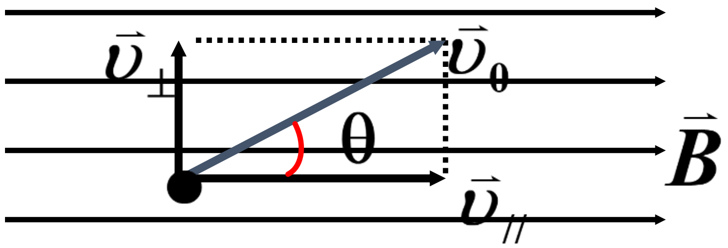
$$\upsilon_{\perp}=\upsilon_0\sin\theta$$

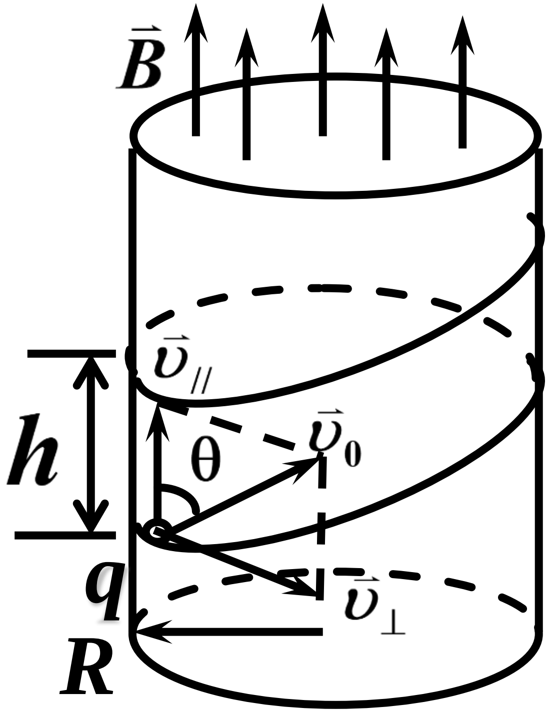
$$R=\frac{m\upsilon_{\perp}}{qB}=\frac{m\upsilon_0\sin\theta}{qB}$$

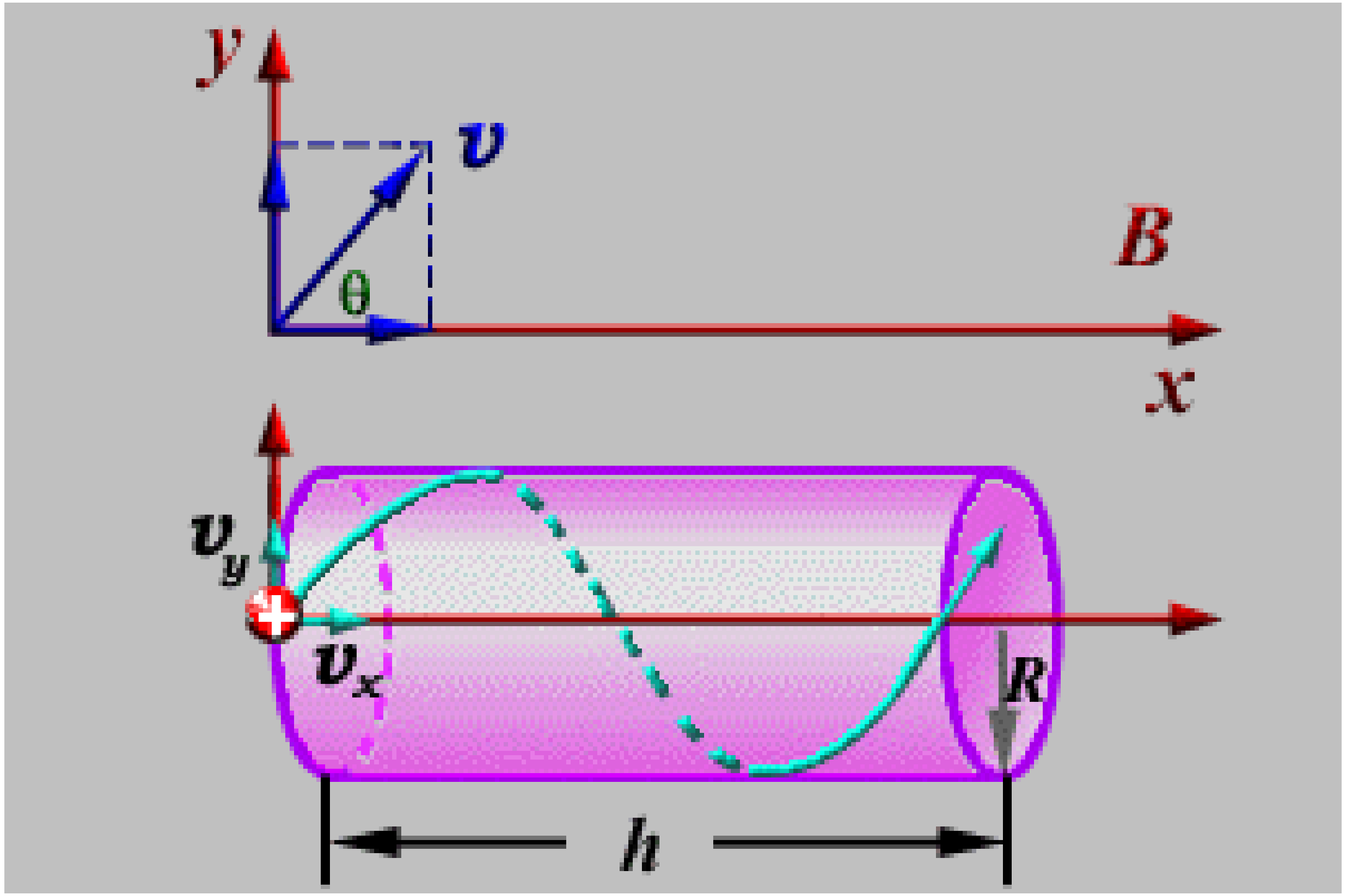
$$T=\frac{2\pi R}{\upsilon_{\perp}}=\frac{2\pi m}{qB}$$

螺距 h： $h=\upsilon_{//}T=\upsilon_0\cos\theta\cdot T$

$$=\frac{2\pi m\upsilon_0\cos\theta}{qB}$$







y
v
θ
B
x
v_y
v_x
R
h

带电粒子在电磁场中的应用（自学环节）

- 速度选择器
- 回旋加速器
- 带电粒子荷质比的测定
- 磁聚焦
- 质谱仪

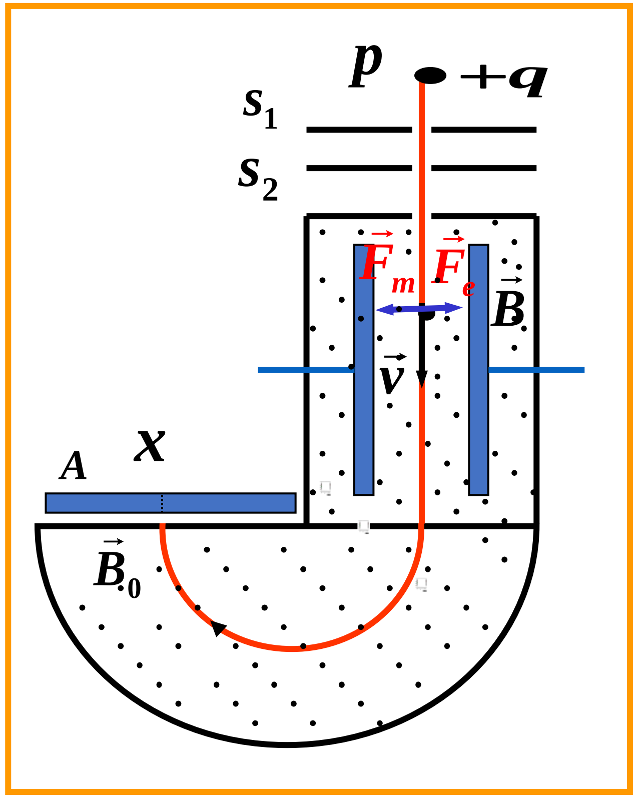
二、带电粒子在电场和磁场中的运动

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$m\vec{a} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

1）磁聚焦　在均匀磁场中某点 A 发射一束初速相差不大的带电粒子,它们的 V 与 B 之间的夹角 θ 不尽相同，但都较小, 这些粒子沿半径不同的螺旋线运动, 因螺距近似相等，都相交于屏上同一点, 此现象称之为磁聚焦。

2）质谱仪



滤速器： $qE = qvB$

$$v = E/B$$

质谱分析：

$$x = 2R = \frac{2mv}{qB_0}$$

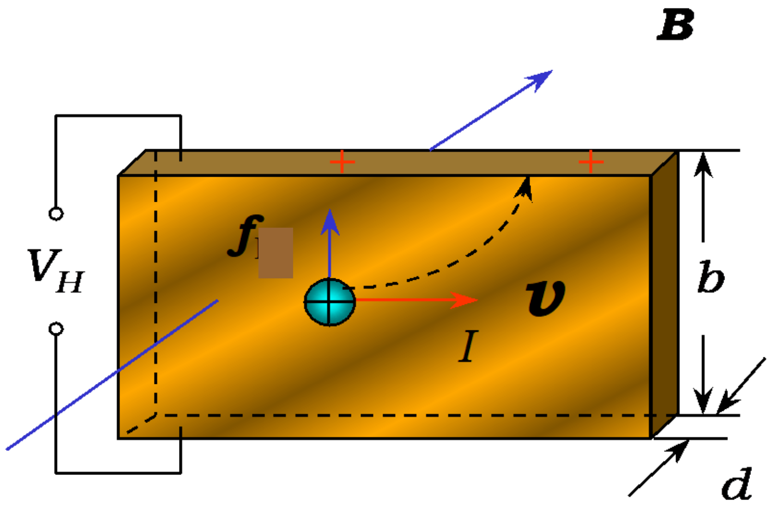
$$m = \frac{qB_0Bx}{2E}$$

谱线位置：同位素质量

谱线黑度：相对含量

二. 霍尔效应

1. 霍尔效应：在磁场中，载流导体或半导体上出现**横向电势差**的现象



1879年美国物理学家霍尔发现

2.霍尔电压：霍尔效应中产生的电势差

导体上下两端面出现电势差

3.形成机制

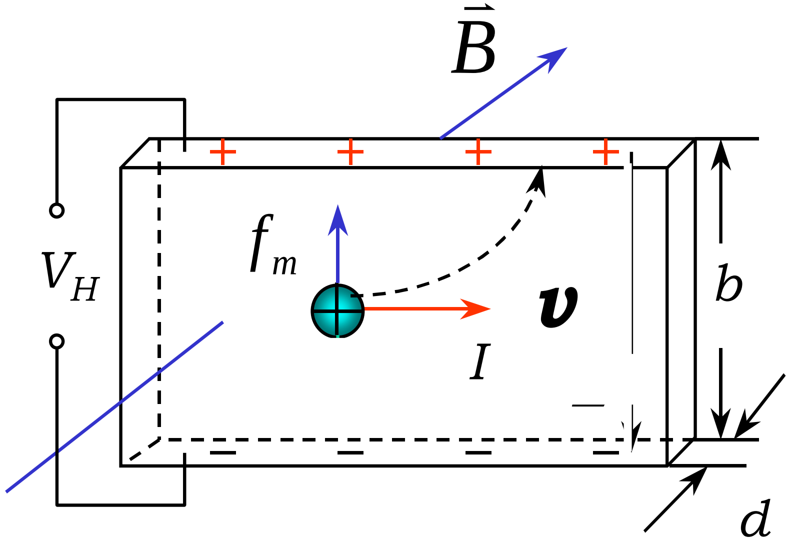
以载流子为正电荷为例说明　设载流子速度为 $\vec{\upsilon}$

•洛伦兹力使载流子横向漂移

出现电荷积累

洛伦兹力大小为 $f = q\upsilon B$

使载流子漂移



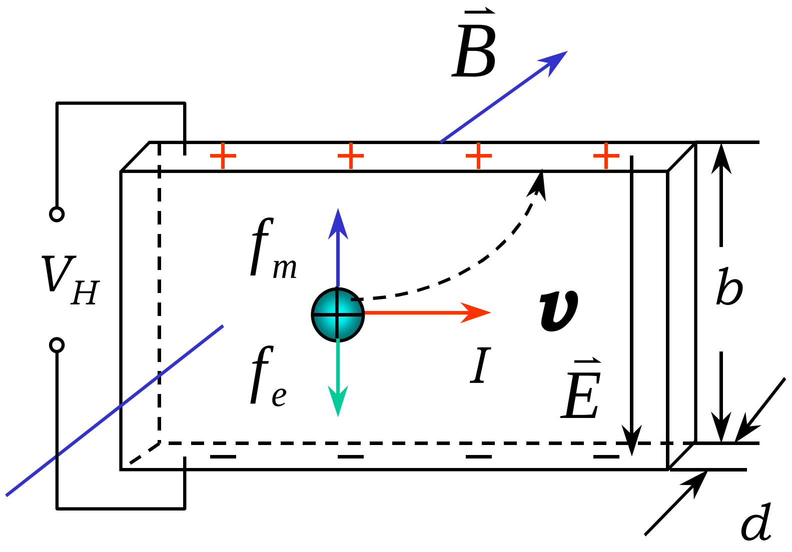
从而　上端积累了**正**电荷

下端积累了**负**电荷

•洛伦兹力与电场力平衡　载流子不再漂移

上下两端形成电势差 V_H

由于电荷的积累，形成静电场 - 霍尔电场 $\vec{E}_H$



电荷受电力 $F_e = qE_H$

当 $qE_H = q\upsilon B$ 时

电势差为

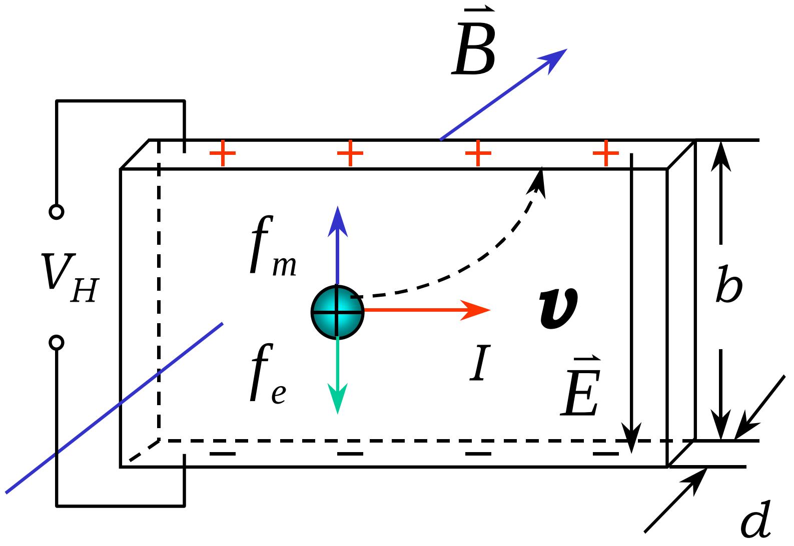
$$V_H = E_H b \quad = \upsilon B b$$

讨论

1）霍尔效应的应用

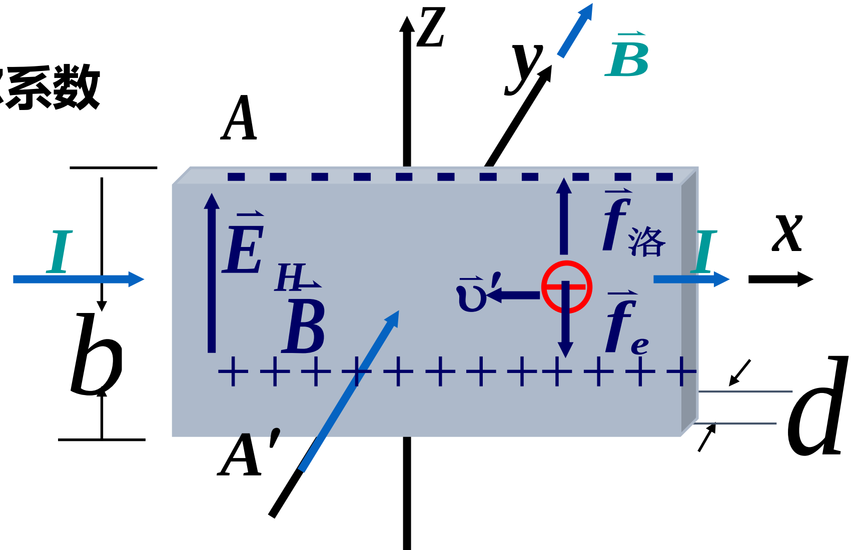
由式 $V_H = \upsilon Bb$

$I = nq\upsilon bd \qquad \dfrac{I}{nqd} = \upsilon b$



$$V_H = \upsilon Bb = \frac{IB}{nqd} = \frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

霍尔系数 R_H

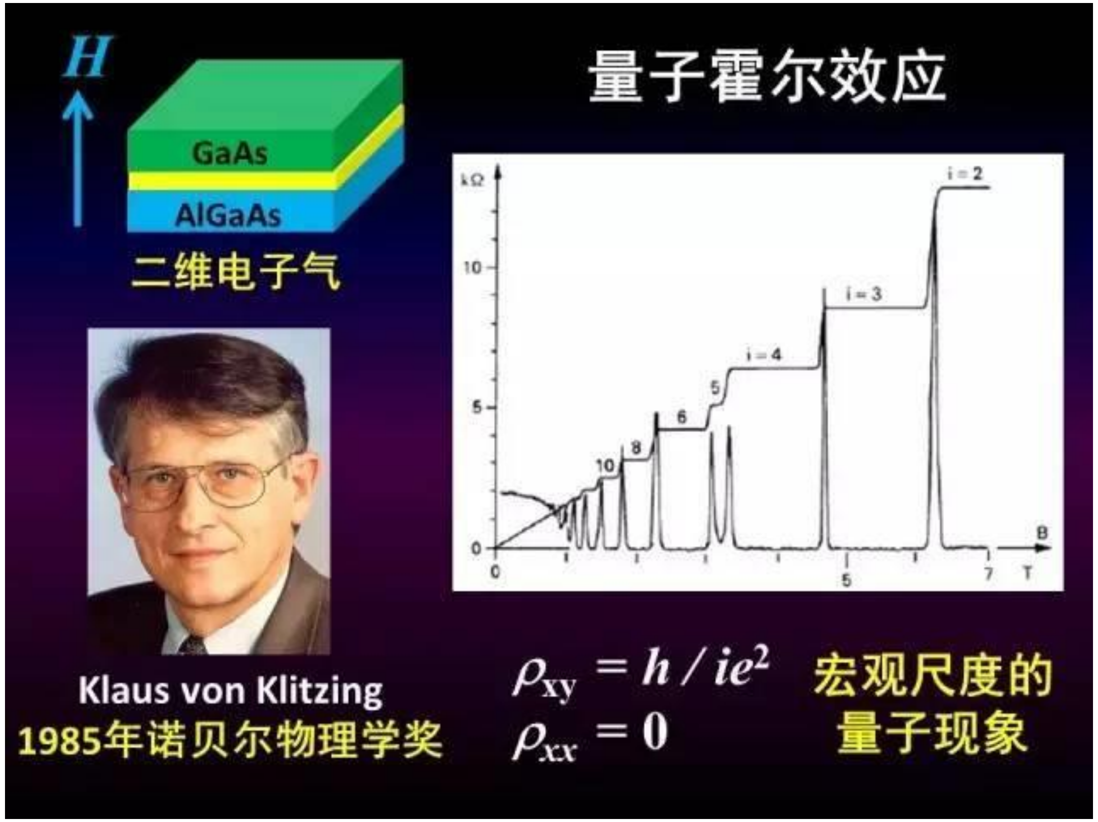


- 可测载流子的正负和浓度
- 可测磁感强度 $\vec{B}$

讨论

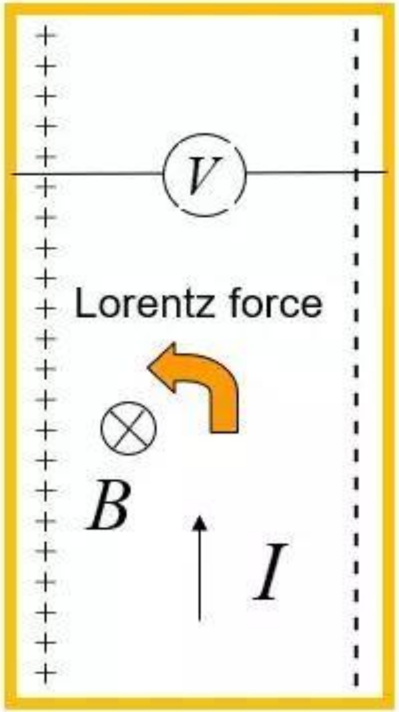
$$V_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{d} \qquad \boxed{\frac{V_H}{I} = \frac{1}{nq}\frac{B}{d}}$$

2）**量子霍尔效应**：需要在**极低温、强磁场**的极端条件下才可以被观察到。1980年 德国物理学家克里青发现：此时霍尔电阻与磁场不再呈现线性关系，而出现量子化平台。

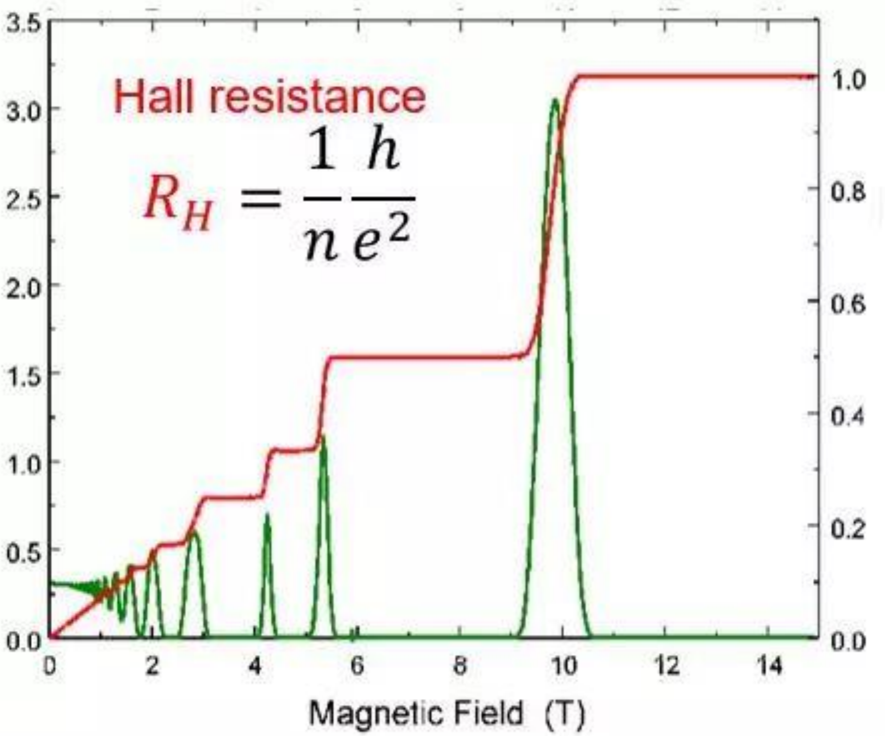


这一效应叫**量子霍尔效应**

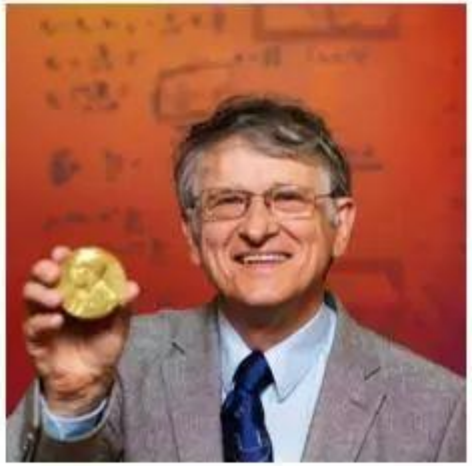
量子化电导e^2/h



Hall effect



Quantum Hall effect



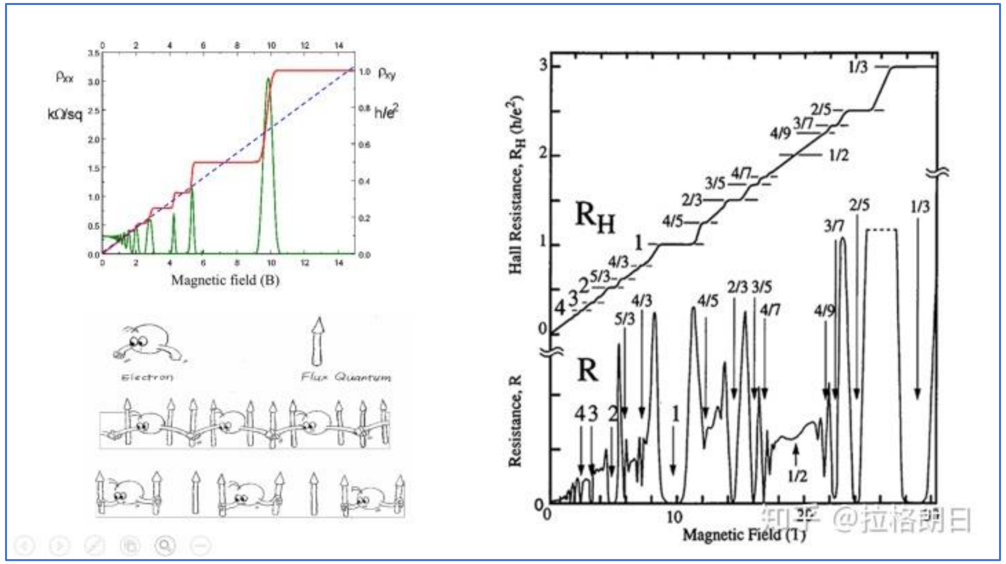
Klaus von Klitzing
"for the discovery of the quantized Hall effect“
von Klitzing, et al., PRL 45, 494 (1980);

量子霍尔效应，是整个凝聚态物理领域中最重要、最基本的量子效应之一。（1985年诺奖）

条件：低温，强磁场，二维电子气

3）**分数量子霍尔效应**（迁移率更高的二维电子气中）（1998年诺奖）

4) **反常量子霍尔效应：**使得在**零磁场**的条件下应用量子霍尔效应成为可能，1988年美国物理学家霍尔丹提出可能存在不需要外磁场的量子霍尔效应。

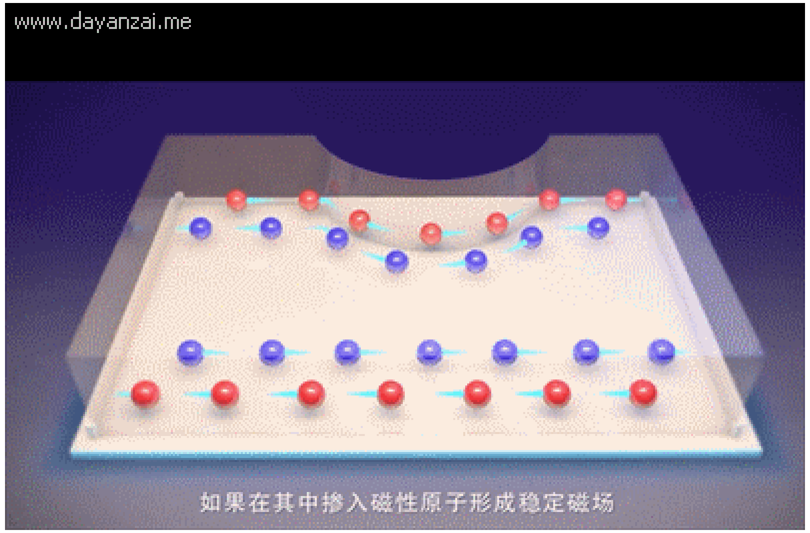


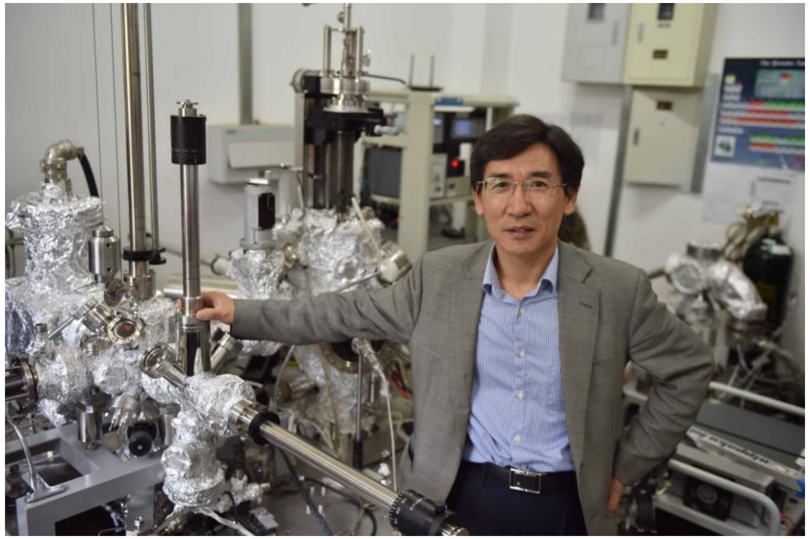
反常量子霍尔效应

2010年，我国理论物理学家方忠、戴希等与张首晟教授合作，提出磁性掺杂的三维拓扑绝缘体有可能是实现量子化反常霍尔效应的最佳体系。

由清华大学薛其坤院士领衔，清华大学、中科院物理所和斯坦福大学研究人员联合组成的团队在量子反常霍尔效应研究中取得重大突破，他们从实验中首次观测到反常量子霍尔效应。

量子反常霍尔效应（QAHE）是不依赖外磁场作用，而是通过材料本身掺杂磁性元素或者携带本征磁性元素（如Cr，Mn，Eu等），产生内在的磁场（可以用磁化强度M描述）情况下，在输运测量中出现横向量子电导的情况。





简单概括

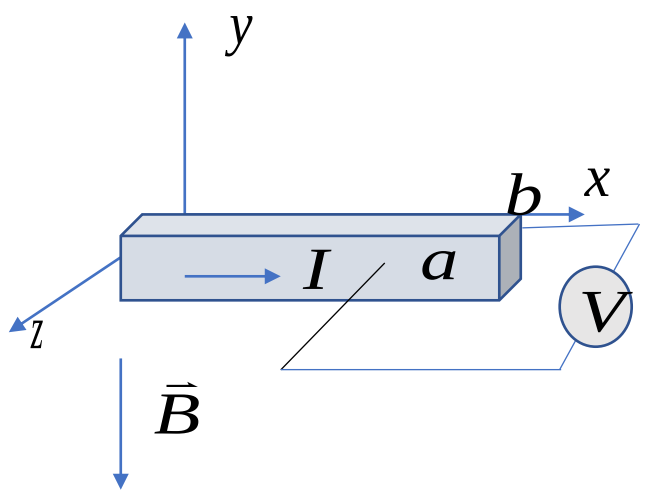
$$\frac{V_H}{I}=\frac{1}{nq}\frac{B}{d}$$

由于电子（或者其他载流子）在磁场中会受到磁场力的作用，一些物质在外加磁场的作用下，横向**电导**（电阻的倒数）会被改变，这就是**霍尔效应**。这种改变应该正比于外磁场强度。

某些材料，横向电导随着磁场变化而阶梯性变化，阶梯的大小是ie^2/h，也就是说电导是量子化的，叫做量子霍尔效应。

某些材料在无外加磁场，掺杂具有本征磁性作用下，横向**电导**非线性、量子化。

选 择 题

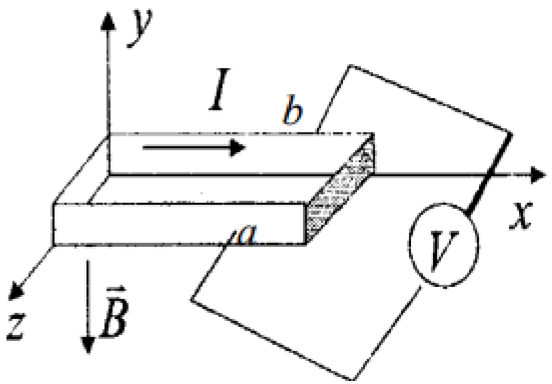


如图所示，半导体薄片为N型，则a,b两点的电势差Uab:
(A **)**

A 大于0 **B 等于0** **C 小于0**

填空题

7．(本题 2 分)如图所示，半导体薄片 a、b 两点的电势差 $U_{ab}>0$，则半导体为____N____型半导体。

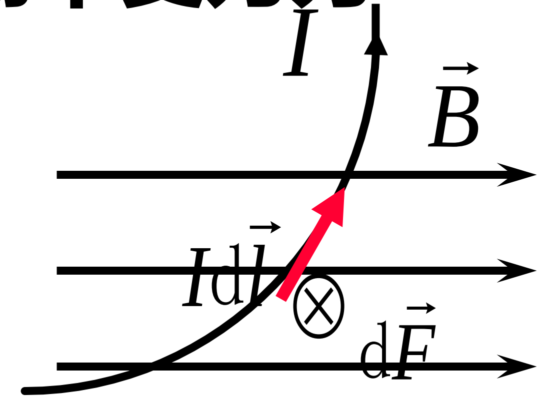


§1 磁场对载流导线的作用力　安培力

一.安培定律

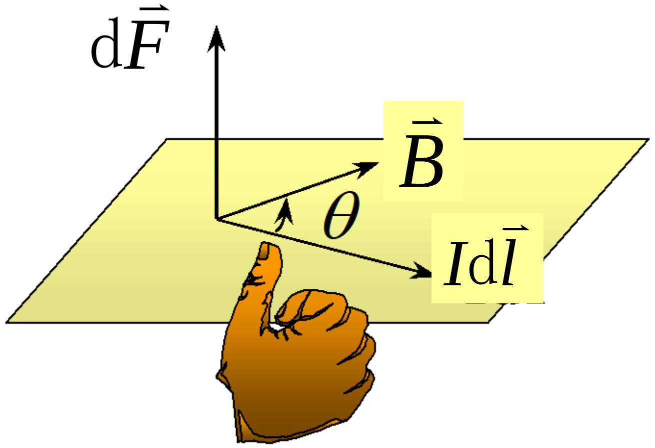
安培指出，任意电流元在磁场中受力为

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

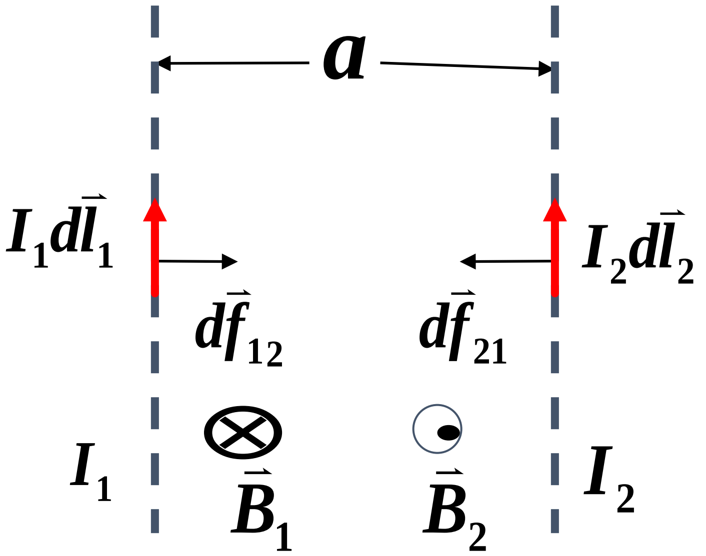


二.整个载流导线受力

$$\vec{F} = \int_{(l)} I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$



电流单位，两长直平行载流直导线的相互作用力



$$df_{12} = B_2 I_1 dl_1 \qquad df_{21} = B_1 I_2 dl_2$$

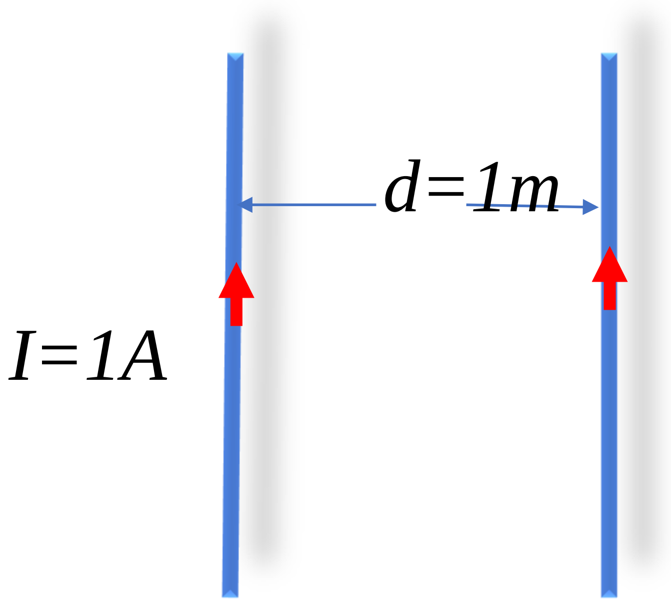
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

导线1、2单位长度上所受的磁力为：

$$\frac{df_{12}}{dl_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \qquad \frac{df_{21}}{dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

电流单位“安培”的定义：

真空中的两条无限长平行直导线，各通有相等的稳恒电流，当导线相距1米，每一导线每米长度上受力为2×10^{-7}牛顿时，各导线中的电流强度为1安培。



$$\frac{df_{21}}{dl_2}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}=2\times10^{-7}\,\mathrm{N}$$

讨论题：

两个相互垂直的电流元，讨论它们间的相互作用力

电流元 I_1dl_1 所受作用力

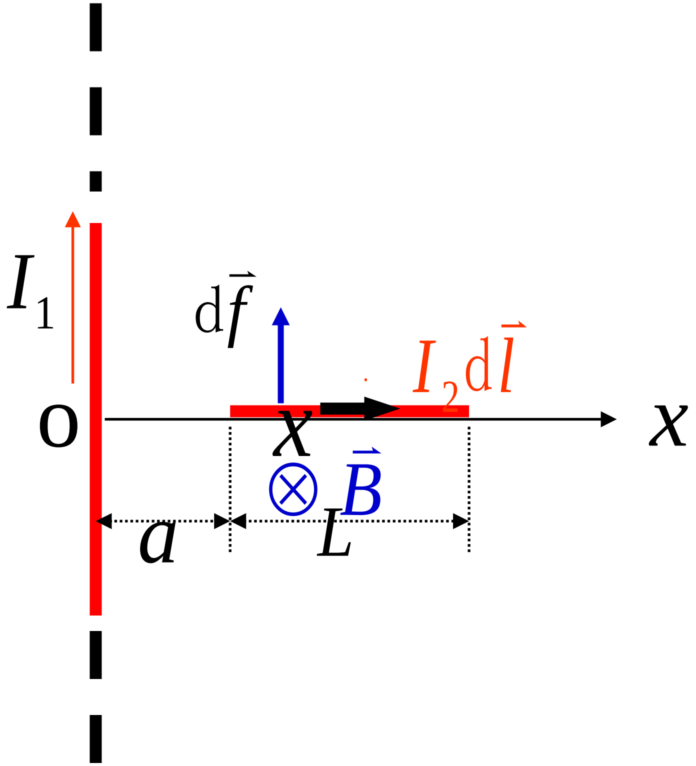
$$dF_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1dl_1I_2dl_2}{r^2}$$

电流元 I_2dl_2 所受作用力

$$dF_2 = 0 \qquad dF_1 \neq dF_2 \quad ?$$

例1 如图所示 长直电流I_1和长为L的电流I_2垂直共面相距为a 求I_2受I_1的磁场力

解：建坐标系如图



在坐标x处取电流元

$$I_2\mathrm{d}\vec{l} = I_2\mathrm{d}x\hat{x}$$

电流I_1在x处磁感强度为

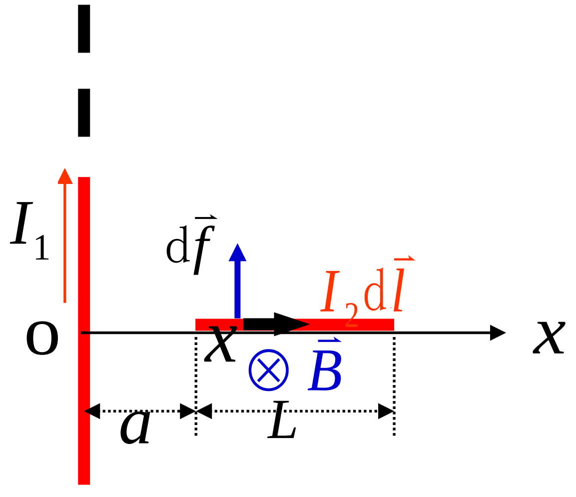
$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \quad \otimes$$

安培力 $\mathrm{d}\vec{f} = I_2\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$ **方向如图**

安培力大小为

$$\mathrm{d}f = I_2 \mathrm{d}x B = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}x}{2\pi x}$$

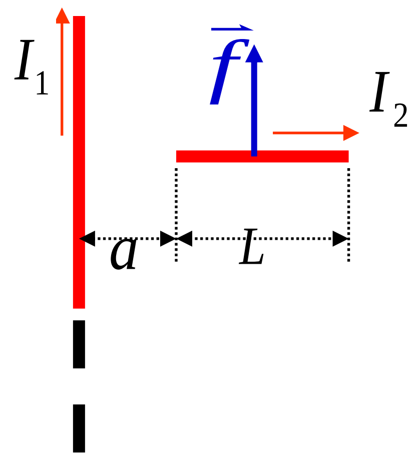
因为各电流元受力方向相同，所以大小直接相加



合力为：

$$f = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} \mathrm{d}x$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a}$$



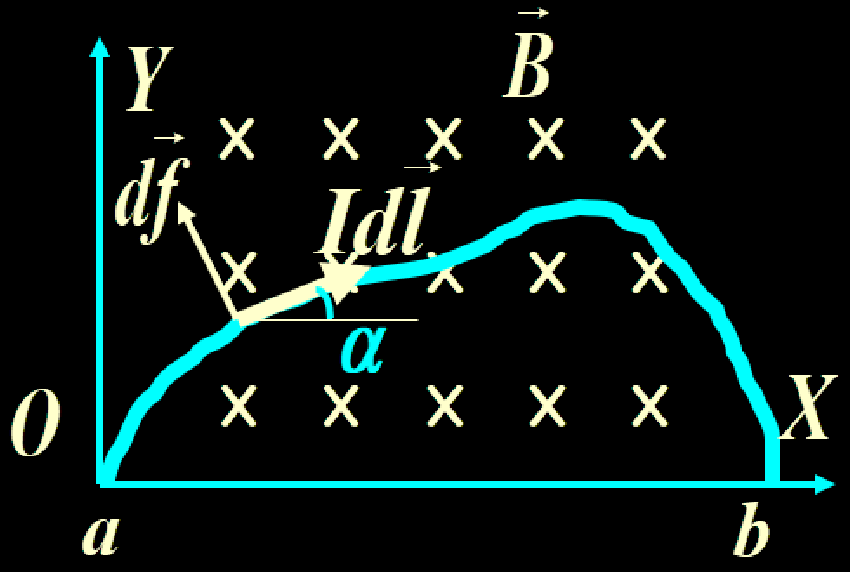
方向：垂直电流I_2平行电流I_1

例、均匀磁场中任意形状导线所受的作用力

取电流元 $I d\vec{l}$

受力大小 $df = BIdl$

方向如图所示



建坐标系取分量

$$df_x = -df\sin\alpha = -BIdl\sin\alpha \qquad dx = dl\cos\alpha$$

$$df_y = df\cos\alpha = BIdl\cos\alpha \qquad dy = dl\sin\alpha$$

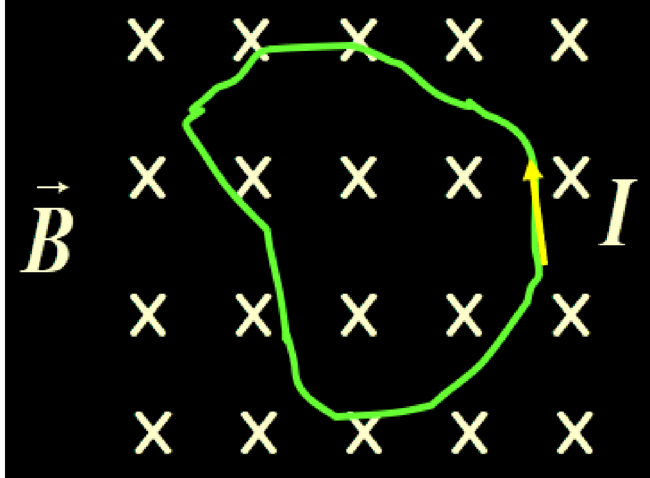
积分

$$f_x = \int df_x = -BI\int dy = 0$$

$$f_y = \int df_y = BI\int dx = BI\overline{ab}$$

$$\boxed{\vec{f} = BI\overline{ab}\,\vec{j}}$$

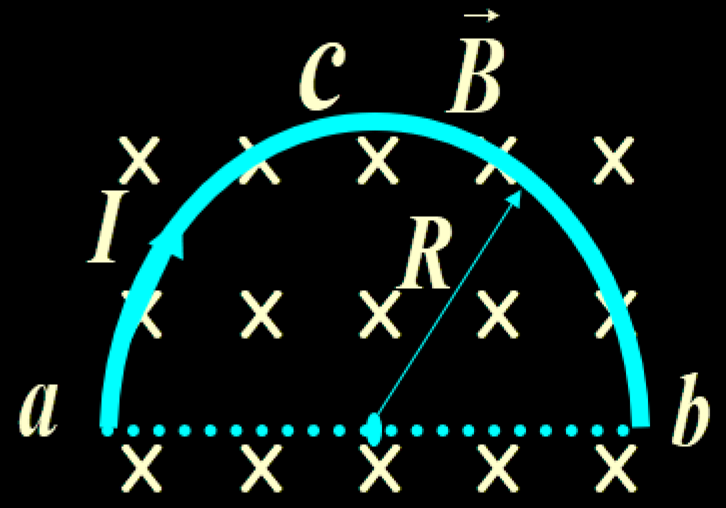
等效于对弯曲导线起点到终点的矢量方向的一根直导线的作用力



推论

在均匀磁场中任意形状闭合载流线圈受合力为零

练习 如图 求半圆导线所受安培力



$$f = 2BIR$$

方向竖直向上

§2 磁场对平面载流线圈的作用力矩

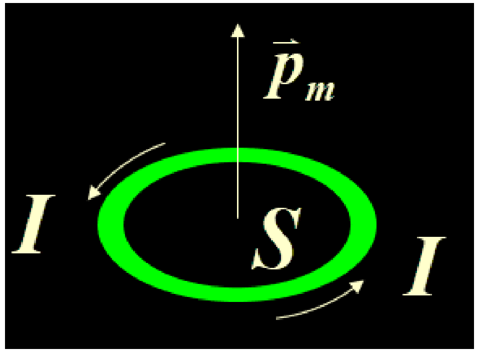
一. 载流线圈在均匀磁场中的力矩

线圈法向单位矢量

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$

$$\boxed{\vec{P}_m = IS\hat{e}_n}$$

*二. 载流线圈在均匀磁场中得到的能量

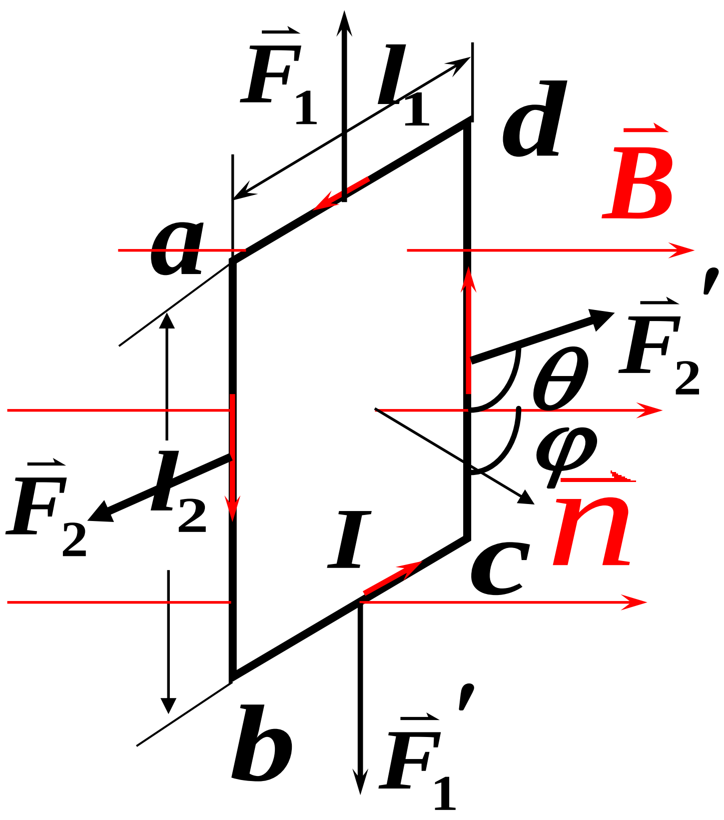


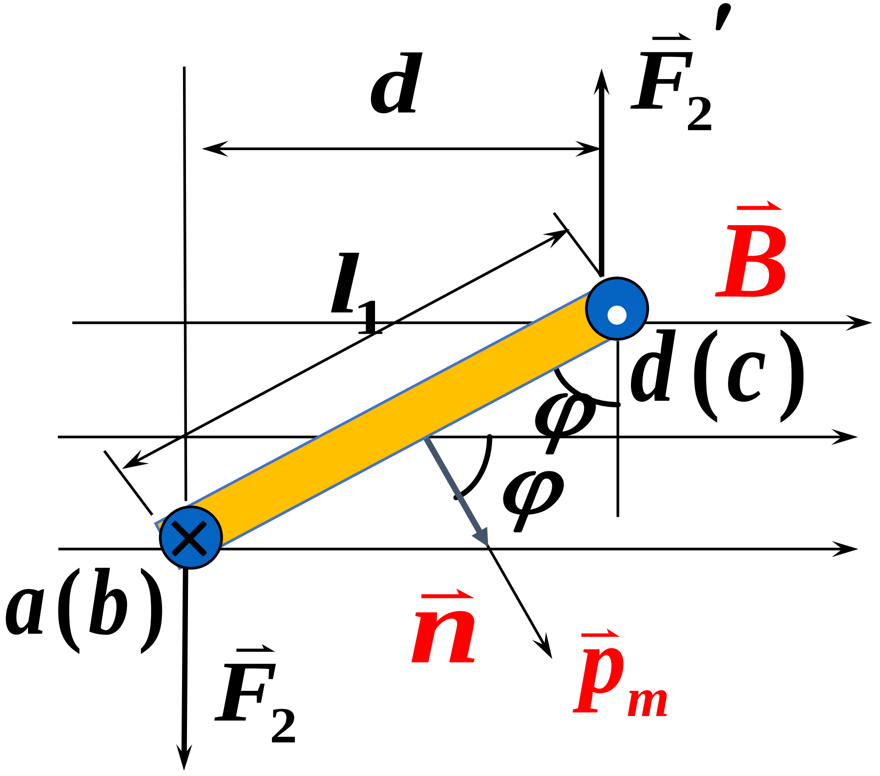
$$\boxed{W_m = -\vec{P}_m \cdot \vec{B}}$$

三. 与静电场对比

磁场	静电场
$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$	$\vec{M} = \vec{P}_e \times \vec{E}$
$W_m = -\vec{P}_m \cdot \vec{B}$	$W_e = -\vec{P}_e \cdot \vec{E}$

一、磁场对载流线圈的作用





$$F_2 = F_2' = BIl_2 \quad d = l_1 \sin\varphi \qquad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$M = Fd = BIl_2 l_1 \sin\varphi = BIS\sin\varphi = Bp_m \sin\varphi$$

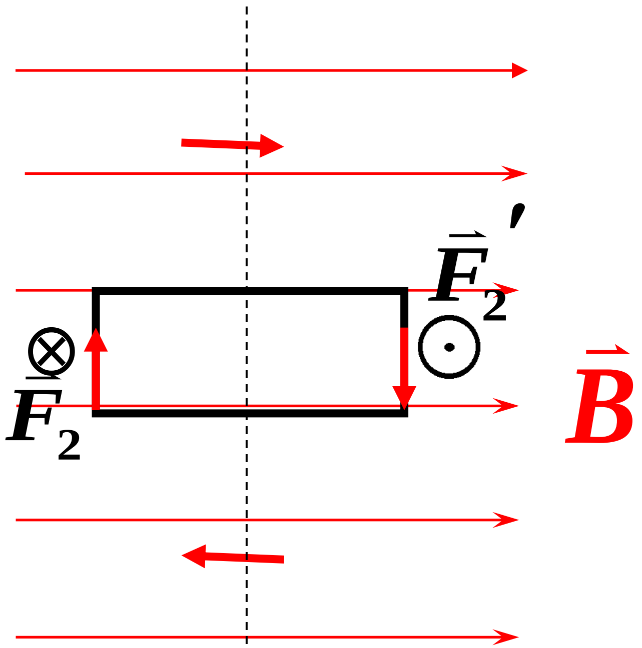
一、磁场对载流线圈的作用

如果线圈为N匝 $\vec{p}_m = NIS\vec{n}$

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \qquad M = Bp_m \sin\varphi$$

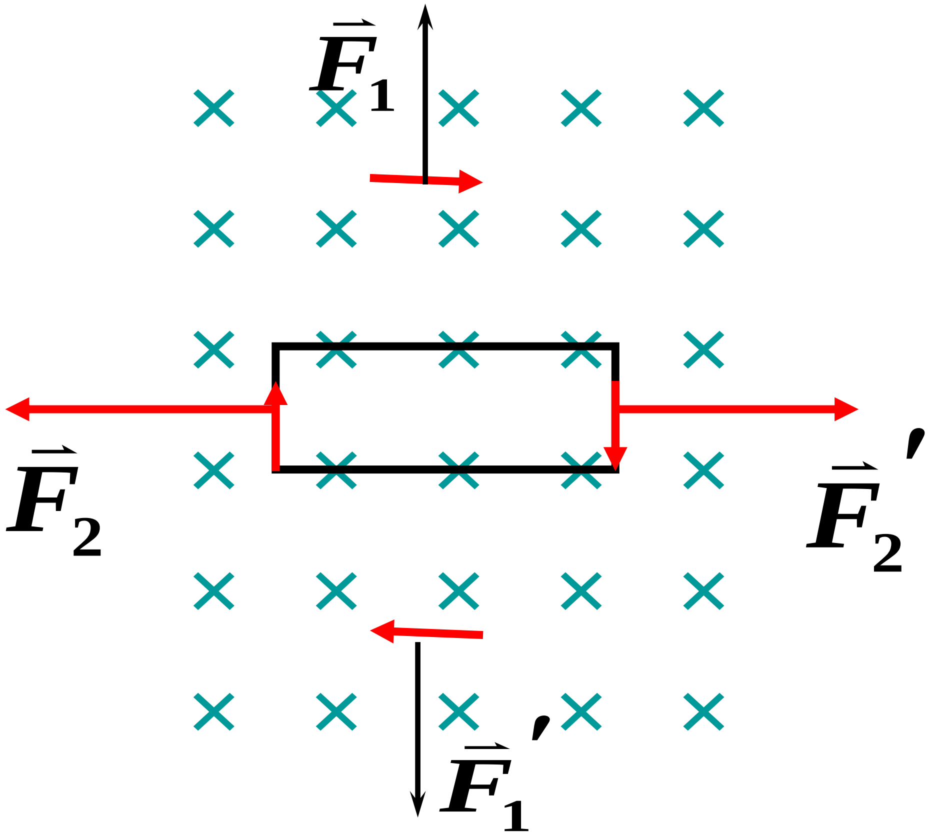
讨论

(1) $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$



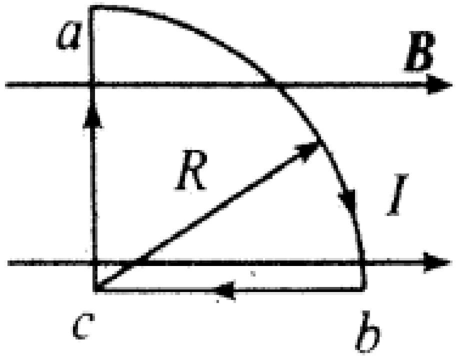
一、磁场对载流线圈的作用

(2) $\varphi = 0$ $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ $M = B p_m \sin\varphi$



填空题

4.如图：半径为 R、载有电流 I 的 $\frac{1}{4}$ 圆周线圈，置于磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场中，线圈所受的磁力矩大小为________________，方向______________。



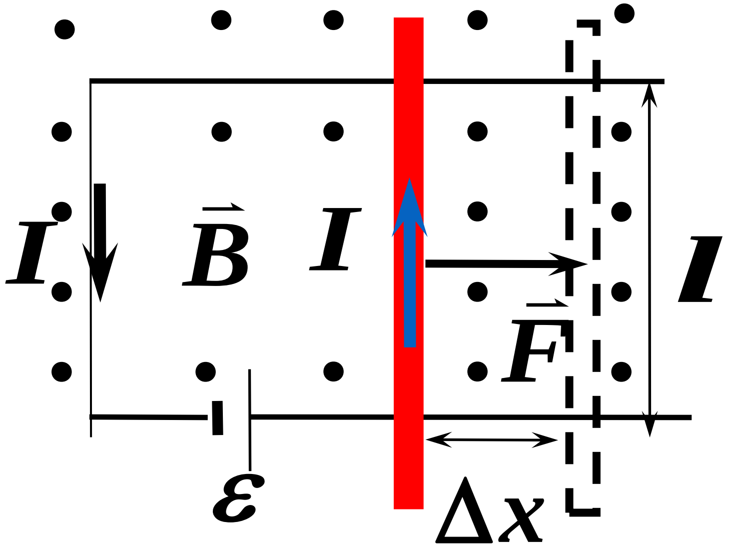
二 磁力的功

1.载流导线在磁场中运动时磁力所做的功

$$A = F\Delta x$$

$$= BIl\Delta x$$

$$= I\Delta\Phi_m$$



2.载流线圈在磁场中转动时磁力矩所做的功

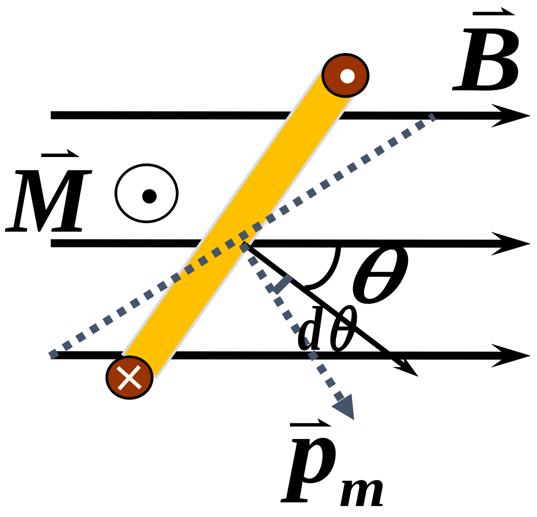
$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

$$M = p_m B \sin\theta = ISB\sin\theta$$

$$dA = -M\,d\theta = -BIS\sin\theta\,d\theta$$

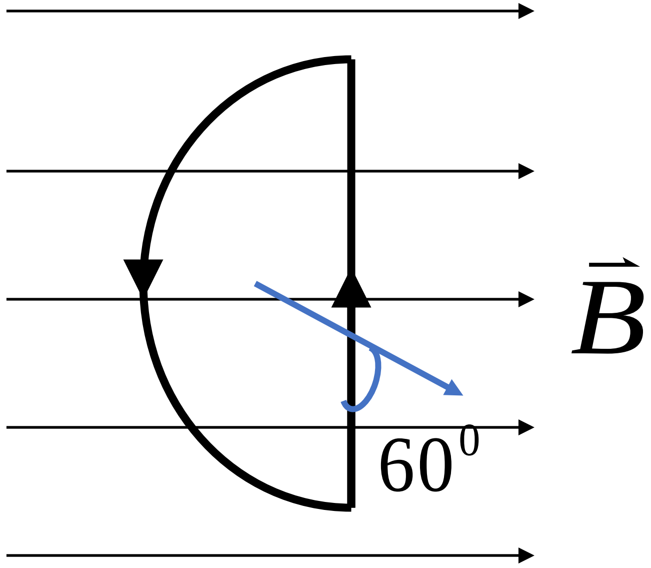
$$= Id(BS\cos\theta) = Id\Phi_m$$

$$A = \int dA = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m = I\Delta\Phi_m$$



$$\boxed{A = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m}$$

例：一半径为R的半圆形闭合线圈，通有电流I，线圈放在均匀外磁场B中，B的方向与线圈平面成30^0角，如右图，设线圈有N 匝，问：



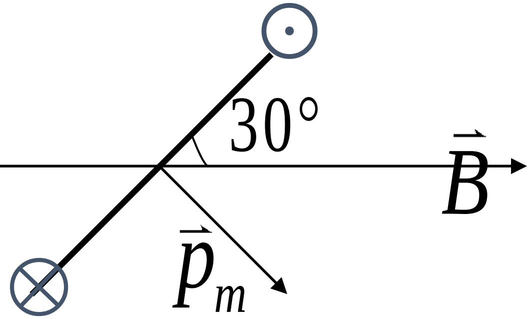
（1）线圈的磁矩是多少?

（2）此时线圈所受力矩的大小和方向?

（3）图示位置转至平衡位置时，磁力矩作功是多少?

解：（1）线圈的磁矩

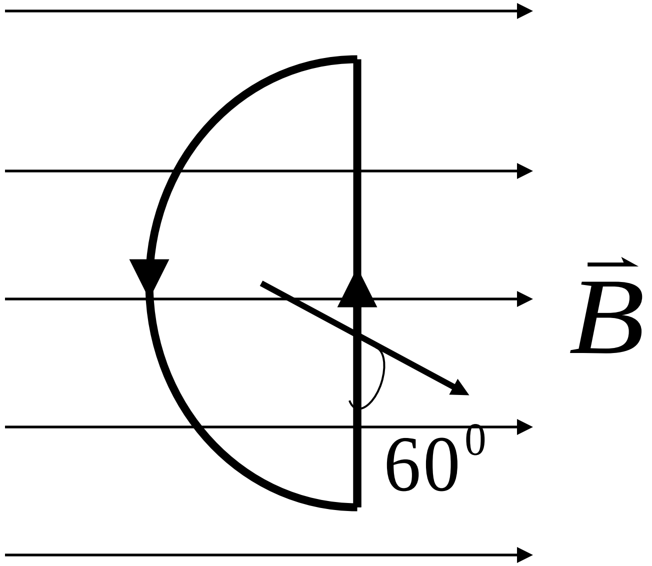
$$\vec{p}_m = NIS\vec{n} = NI\frac{\pi}{2}R^2\vec{n}$$



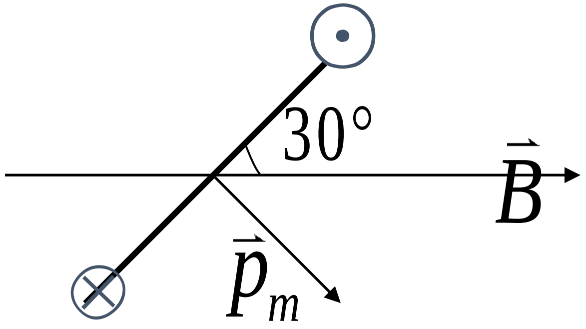
P_m的方向与B成60^0夹角

（2）此时线圈所受力矩的大小为

$$M = p_m B \sin 60^0 = NIB \frac{\sqrt{3}\pi}{4} R^2$$



磁力矩的方向由 $\vec{p}_m \times \vec{B}$ 确定，为垂直于B的方向向上。即从上往下俯视，线圈是逆时针

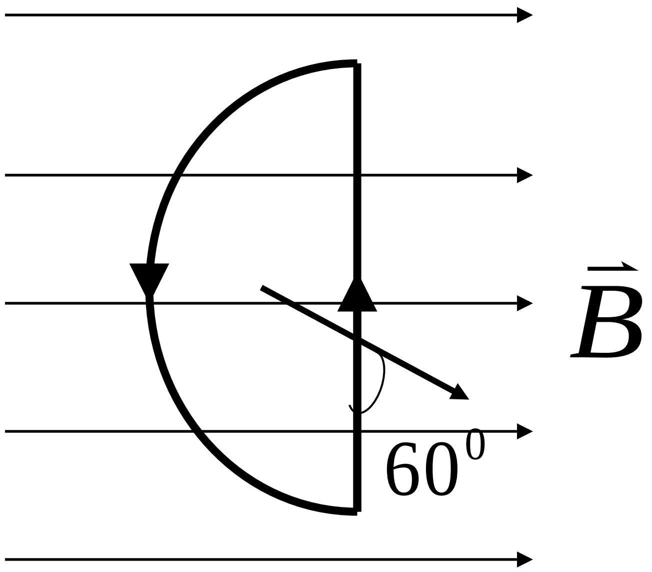


（3）线圈旋转时，磁力矩作功为

$$A = NI\Delta\Phi_m = NI\left(\Phi_{2m} - \Phi_{1m}\right)$$

$$= NI\left(B\frac{\pi}{2}R^2 - B\frac{\pi}{2}R^2\cos 60^0\right)$$

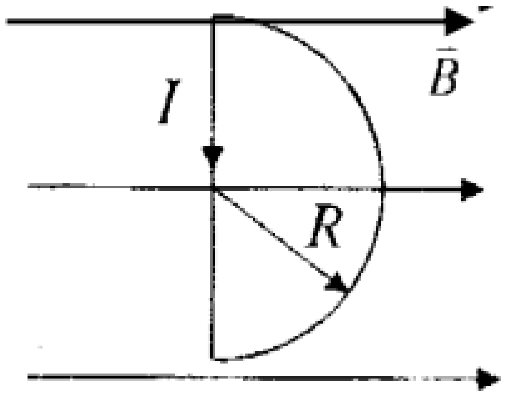
$$= NIB\frac{\pi}{4}R^2$$



可见，磁力矩作正功

选 择 题

7．如图所示，半圆形线圈半径为 R，通有电流 I，在磁场 B 的作用下从图示位置转过 60°时，它所受的磁力矩的大小和方向分别为



（A）$\pi R^2 IB/4$，沿图面竖直向上

（B）$\pi R^2 IB/4$，沿图面竖直向下

（C）$\sqrt{3}\pi R^2 IB/4$，沿图面竖直向上

（D）$\sqrt{3}\pi R^2 IB/4$，沿图面竖直向下 [ ]

填空题

（2021题）： 在磁感强度B =0.02 T的匀强磁场中，有一半径为10 cm圆线圈，线圈磁矩与磁感线同向平行，回路中通有I =1 A的电流。若圆线圈绕某个直径旋转180°，使其磁矩与磁感线反向平行，且线圈转动过程中电流 I 保持不变，则外力的功A =________________。

内容提要

任意电流元在磁场中受安培力

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

载流线圈在均匀磁场中的力矩

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}} \qquad \boxed{\vec{P}_m = IS\hat{e}_n}$$

在磁场中电荷受洛伦兹力

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$