第12章　恒定磁场

稳恒电流

§1 电流和电流密度

§2 欧姆定律的微分形式

§3 电动势

运动电荷在空间既产生电场又产生磁场

§1 电流和电流密度

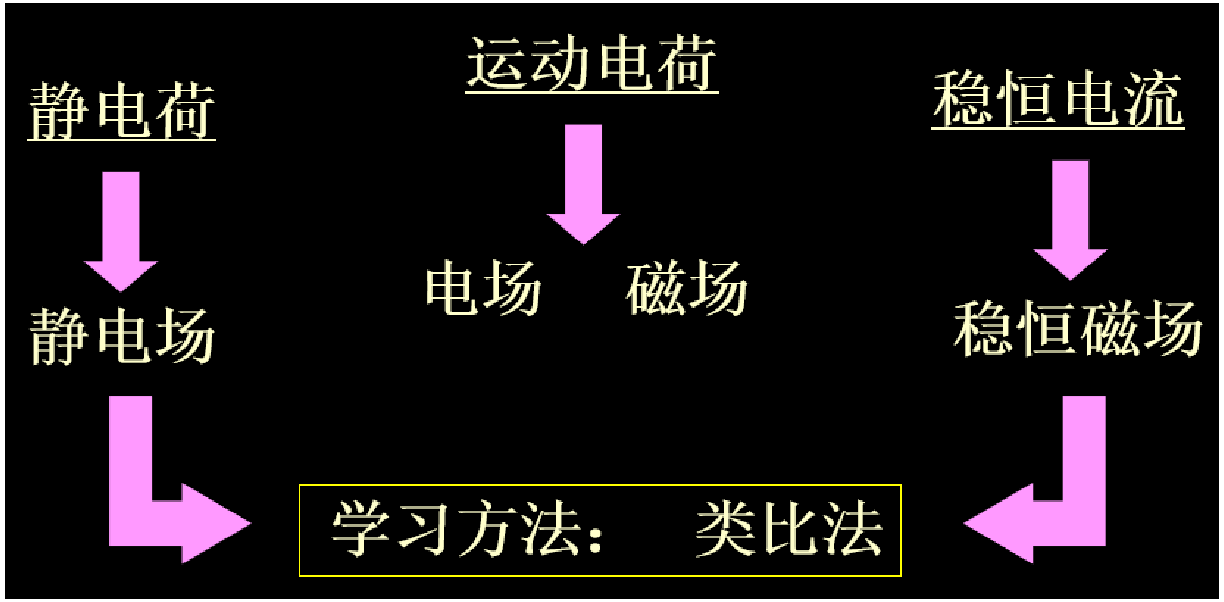
本节将从“场”的角度来认识

电路中涉及的基本物理量及基本规律

一.电流密度

通过建立**电流密度**的概念

进一步描述**电流强度的分布**



一、 电流强度与电流密度

电荷的定向运动形成电流，携带电荷的粒子如电子、空穴、正负离子，称为载流子。

传导电流:导体中大量自由电子在电场作用下有规则的移动，如金属中电子在电场作用下的运动。

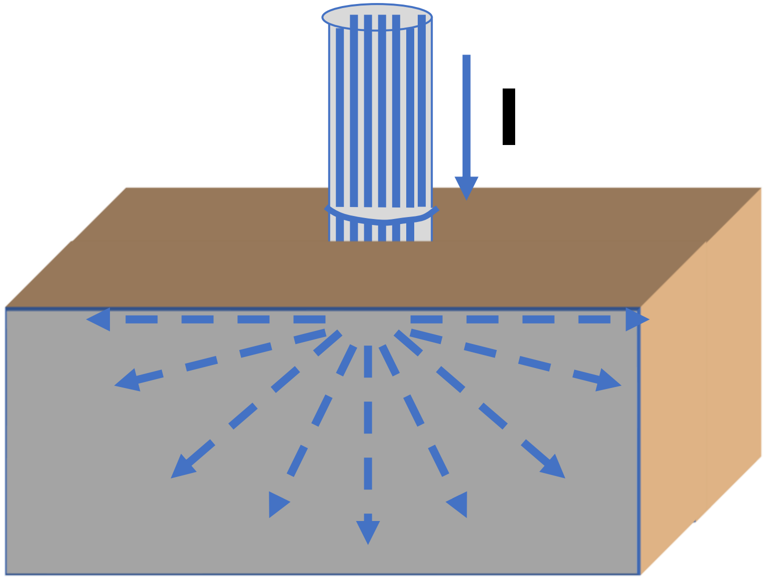
运流电流: 宏观带电物体在空间作机械运动,形成的电流。

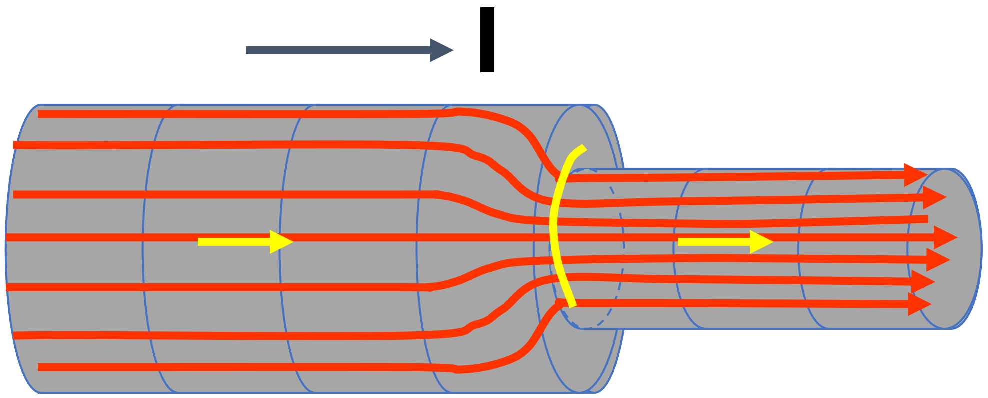
电流强度—— 单位时间内通过某截面的电量。

大小: $I=\dfrac{dq}{dt}$ 单位（SI）: 安培（A）

方向: 规定为正电荷运动方向。

用电流强度还不能细致地描述电流的分布。





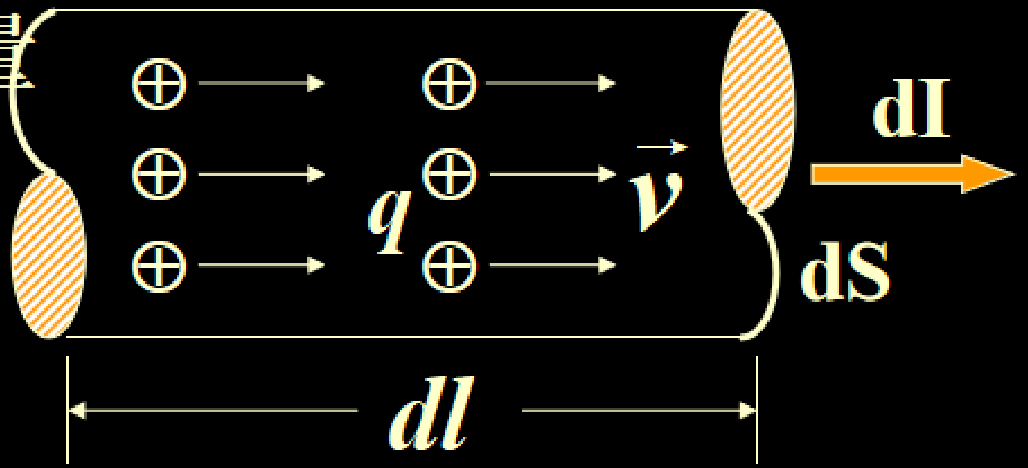
电流相同，但电流分布不同

即在导体的不同地方单位面积中通过的电流不同。

电流密度

当通过任一截面的电量不均匀时，用电流强度来描述就不够用了，有必要引入一个描述空间不同点的电流的大小的物理量。电流密度 $\vec{J}$

单位时间内通过dS的电量



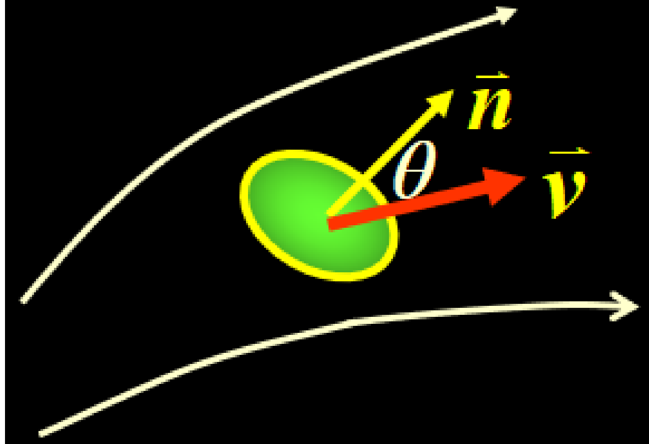
$$dQ = qnvdS$$

$$J = \frac{dQ}{dS} = qnv$$

$$\vec{J} = qn\vec{v}$$

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^{n} qn_i\vec{v}_i$$

导体中任一面积元 dS



单位时间内通过dS的电量

即电流强度

$$dQ = dI = qnv\cos\theta\, dS$$

$$= qn\vec{v} \bullet d\vec{S} = \vec{J} \bullet d\vec{S}$$

$$dI = \vec{J} \bullet d\vec{S}$$

穿过任一曲面的电流强度： $I = \int_S \vec{J} \bullet d\vec{S}$

电流强度是电流密度的通量。

<u>电流密度</u> $J = \dfrac{dI}{dS_\perp}$

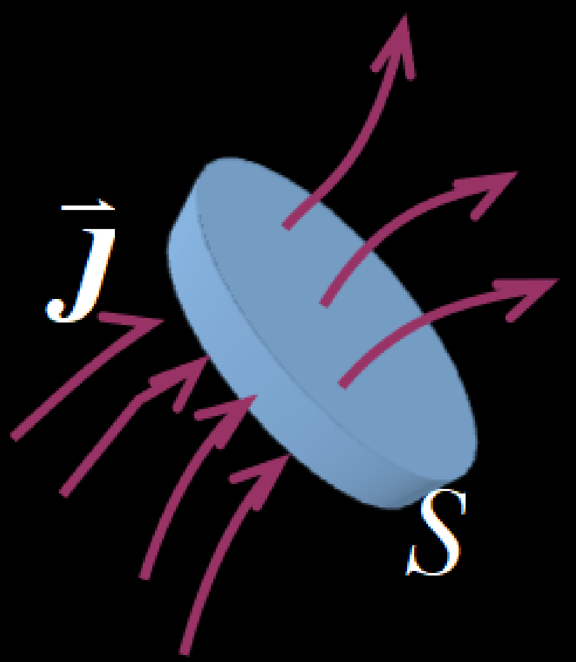
方向：该点场强的方向。

二　电流连续性方程及稳恒条件 $I=\int_S \vec{J}\bullet d\vec{S}$

1. 电流连续性方程

☼ 根据电荷守恒，在有电流分布的空间做一闭合曲面，单位时间内穿入、穿出该曲面的电量等于曲面内电量变化率的负值。

$$\oint_S \vec{J}\bullet d\vec{S}=-\frac{dq}{dt}$$



电流密度矢量的通量等于该面内电荷减少率.

- 电流稳恒条件

稳恒电流　各点电流密度不随时间变化的电流

$$\frac{dq}{dt} = 0$$ （电荷分布不随时间变化）

$$\oint_S \vec{J} \bullet d\vec{S} = 0$$ 电流稳恒条件

稳恒电场–由稳定的电荷分布所产生的电场。

指出两点： 1）稳恒电场与静电场类似，
满足高斯定理与环路定理。

$$\oiint_S \vec{E}_{稳} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S q_i \qquad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

推论：静电场中的电势、电压等概念都可应用于稳恒电场。

2）稳恒电场又不同于静电场：

A）这种电场不是静止的电荷产生的，而是处于动态平衡状态下的稳定电荷产生的。

B）维持这种电场需要能量 。（这种提供能量的装置称为电源）。

§2 欧姆定律的积分形式

欧姆定律（积分形式） $I=\dfrac{U}{R}$

电阻率和电导率 $R=\rho\dfrac{l}{S}=\dfrac{l}{\sigma S}$

电阻率

电导率

$$\rho=\rho_0(1+\alpha t)$$

温度为 t^0C 电阻率

温度为 0^0C 电阻率

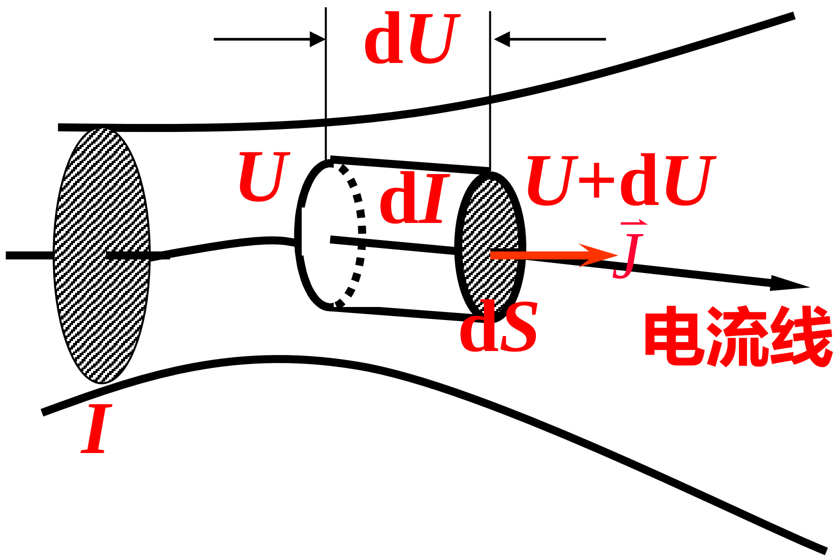
二.欧姆定律的微分形式

将欧姆定律用于大块导体中的一小段，有：

$$U_{ab} = U_a - U_b = U - (U + dU) = -dU$$

$$-dU = J\mathrm{d}S \cdot \rho \cdot \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}$$

$$J = -\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l} = \sigma \cdot E$$



又 $\vec{J} \mathbin{/\!/} \vec{E}$

得 $\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$ —— **欧姆定律微分形式**

上式对非均匀导体 非稳恒电流也成立

三. 稳恒电场

1.稳恒电场

1）稳恒电路 导体内存在的电场与稳恒电流密度关系：

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

2）稳恒电场 由不随时间改变的电荷分布产生

由稳恒条件决定：

$$\boxed{\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$

§3 电动势

一. 电动势 electromotive force (emf)

1.电源及电源的作用

为了维持稳恒电流 在电路中必然存在电源

电源：提供非静电力的装置

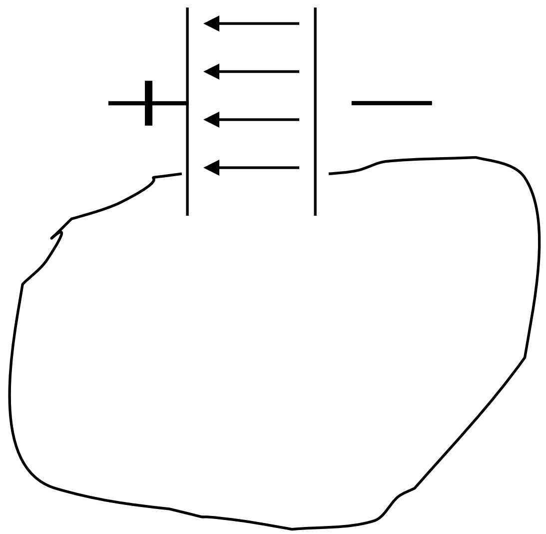
非静电力场强：

$$\boxed{\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_K}{q}}$$

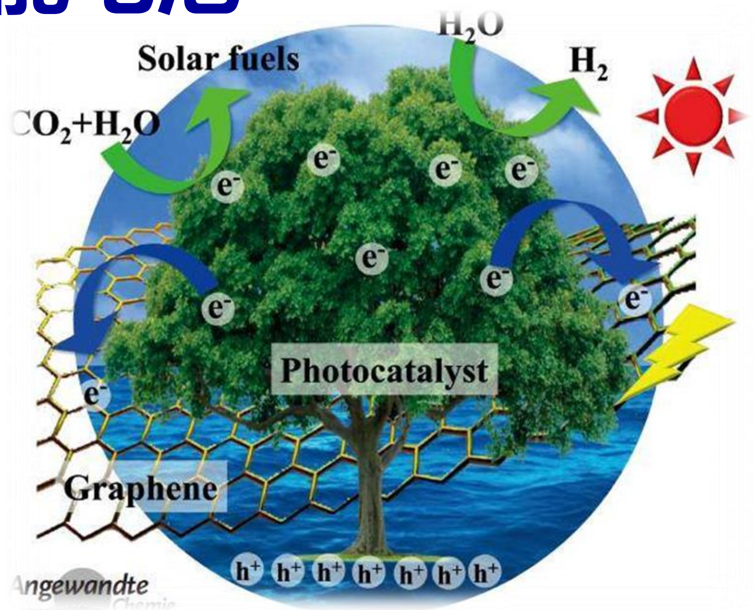
描述电源性能的物理量是电动势

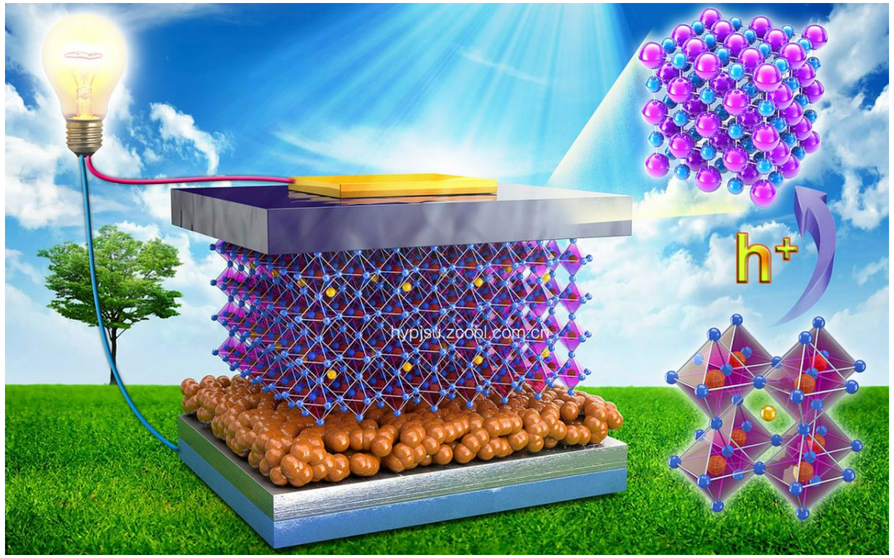
化学电池中的非静电力是一种化学作用，把化学能转化为电能。发电机中的非静电力是一种电磁作用，把机械能转化为电能。太阳能电池中非静电力是光伏效应。

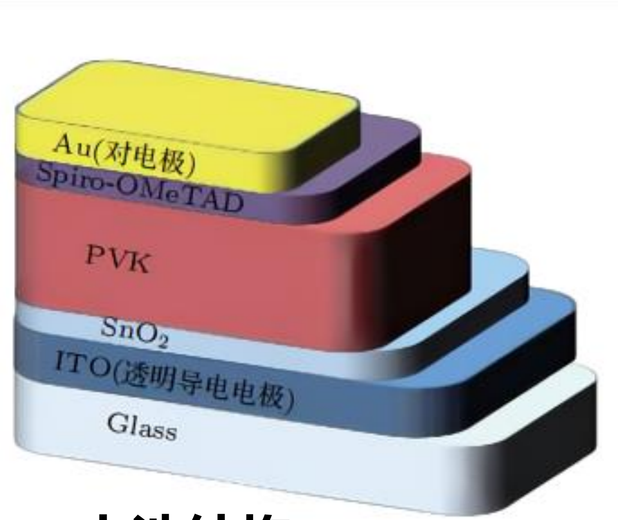
做功本领不同，所以引入电动势，定量的描述电源转化能量本领的大小。



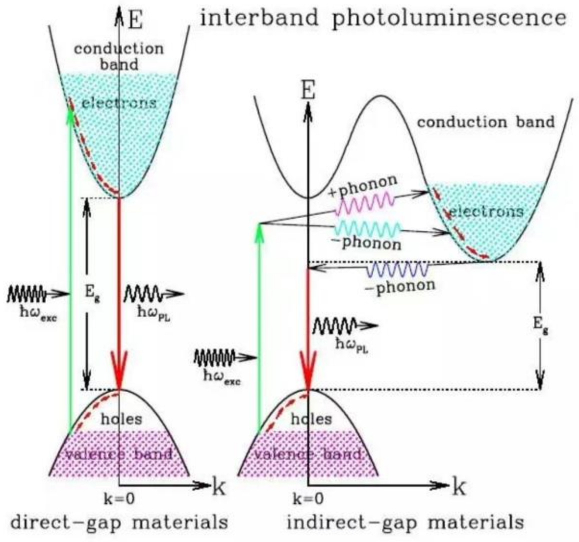
科研介绍：太阳能电池







电池结构

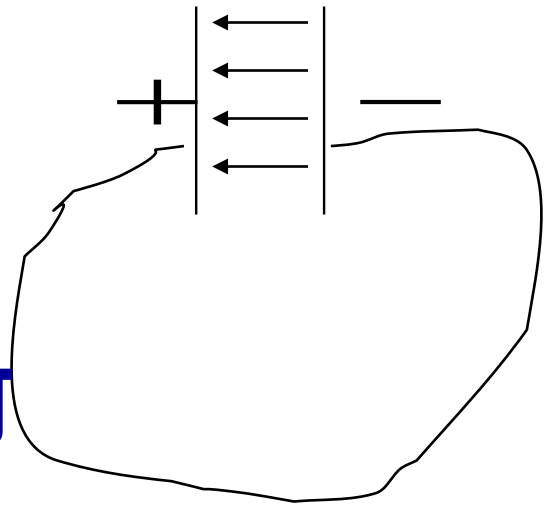


能带结构与光电
转换原理示意图

2.电动势

把单位正电荷经电源内部由负极移向正极过程中非静电力所作的功

$$\varepsilon = \int_{(-)\,\text{内部}}^{(+)} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



由于非静电力只存在于电源中， 所以电动势还可写为

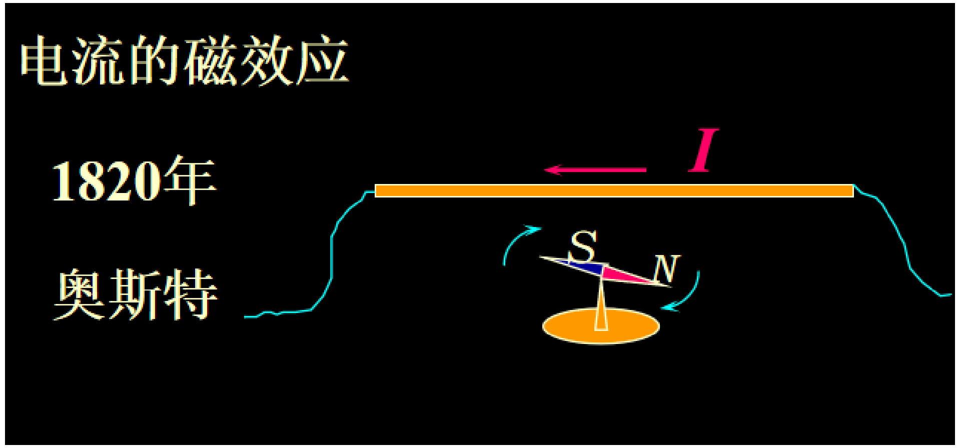
$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

***L*应是包括电源的任意回路**

§1 基本磁现象

小故事：1820年 奥斯特 磁针的一跳

说明电流具有磁效应



法国物理学家迅速行动 代表人物：

阿拉果 安培 毕奥 萨伐尔 拉普拉斯

从奥斯特磁针的一跳到对磁现象的系统认识

只用半年时间

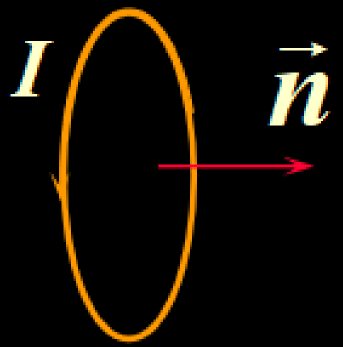
说明科学家的锲而不舍的精神

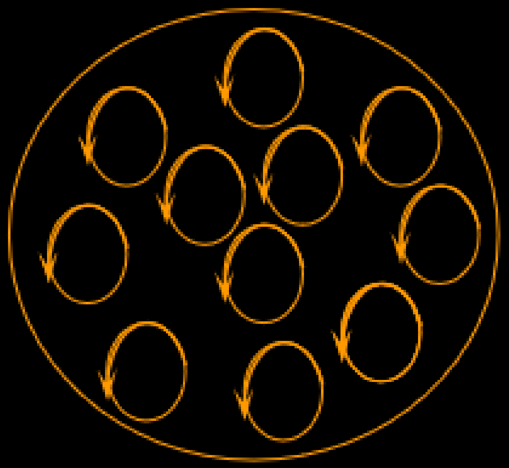
奥斯特

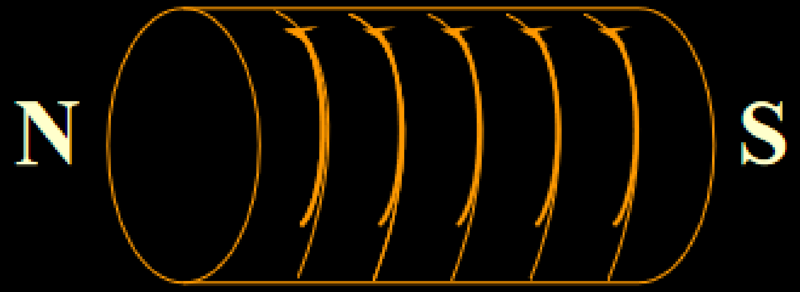
安培指出：

天然磁性的产生也是由于磁体内部有电流流动。

分子电流







电荷的运动是一切磁现象的根源。

二、磁场　磁感应强度

运动电荷 $\longrightarrow$ 磁场

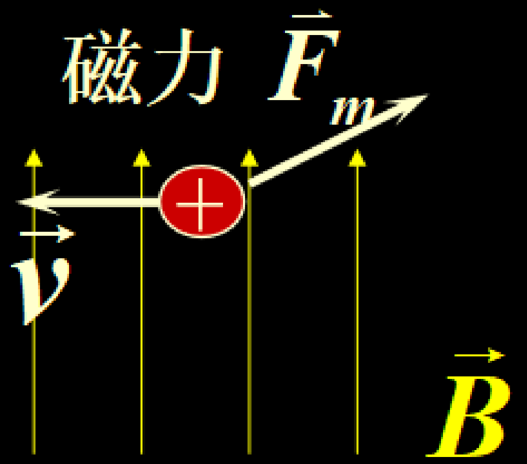
磁　场 $\longrightarrow$ 对运动电荷有磁力作用

大小：$B = F_{max} / q_0 v$

方向：　小磁针在该点的N 极指向

单位：　T(特斯拉)

$1T = 10^4 G$（高斯）



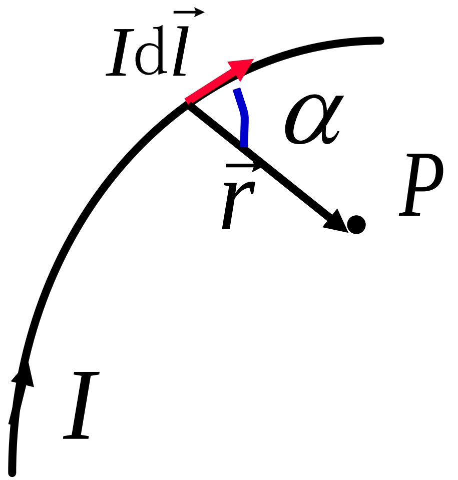
毕奥－萨伐尔－拉普拉斯定律

已知任一电流分布 其磁感强度的计算

方法：将电流分割成许多电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

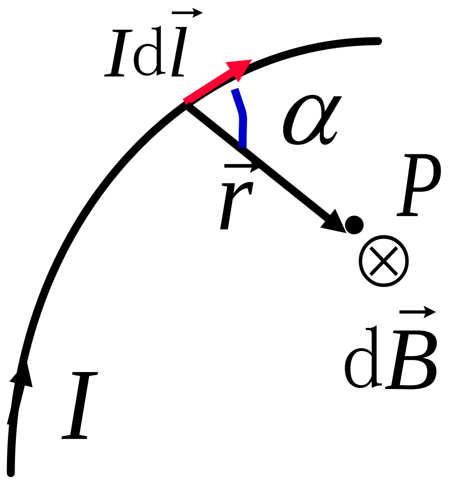
毕－萨－拉定律：每个电流元在场点的磁感强度为：

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$



毕奥 - 萨伐尔 - 拉普拉斯定律

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$



大小： $\left|\mathrm{d}\vec{B}\right|=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin\alpha}{4\pi r^2}$

方向： $I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}$ **如图所示 右手定则**

既垂直电流元 又垂直矢径

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ **H/m**

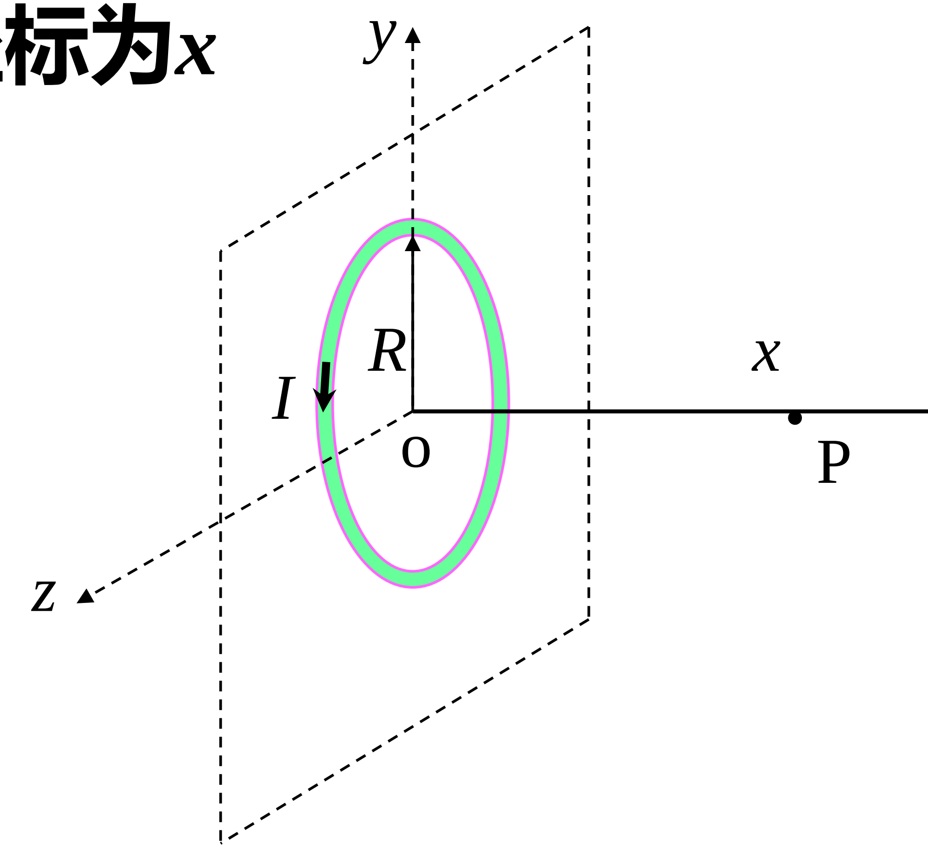
真空中的磁导率

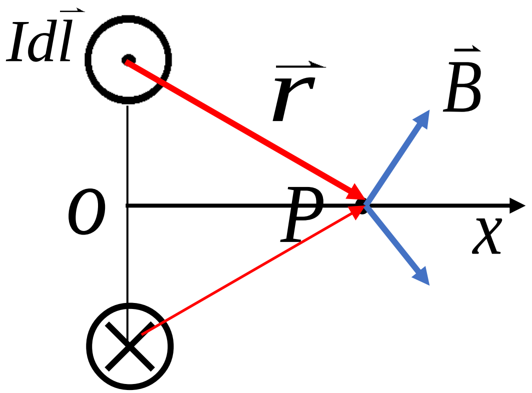
例1　圆电流轴线上任一点的磁场

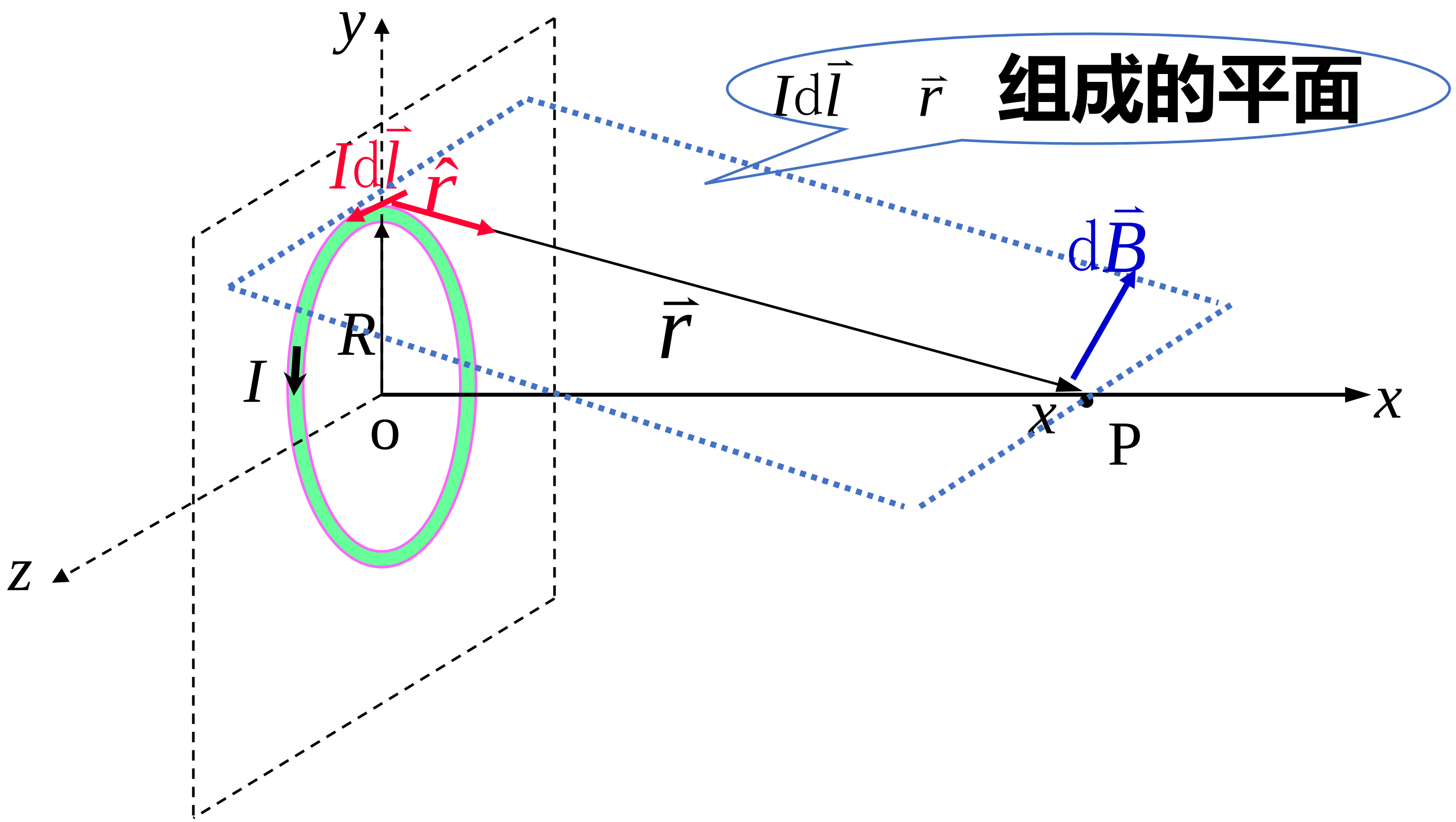
圆电流的电流强度为I　半径为R

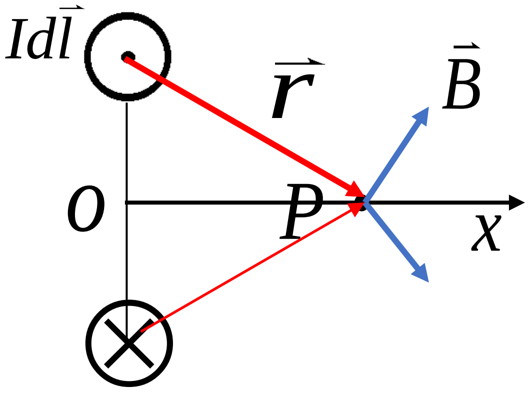
建如图所示的坐标系　设圆电流在yz平面内

场点P坐标为x







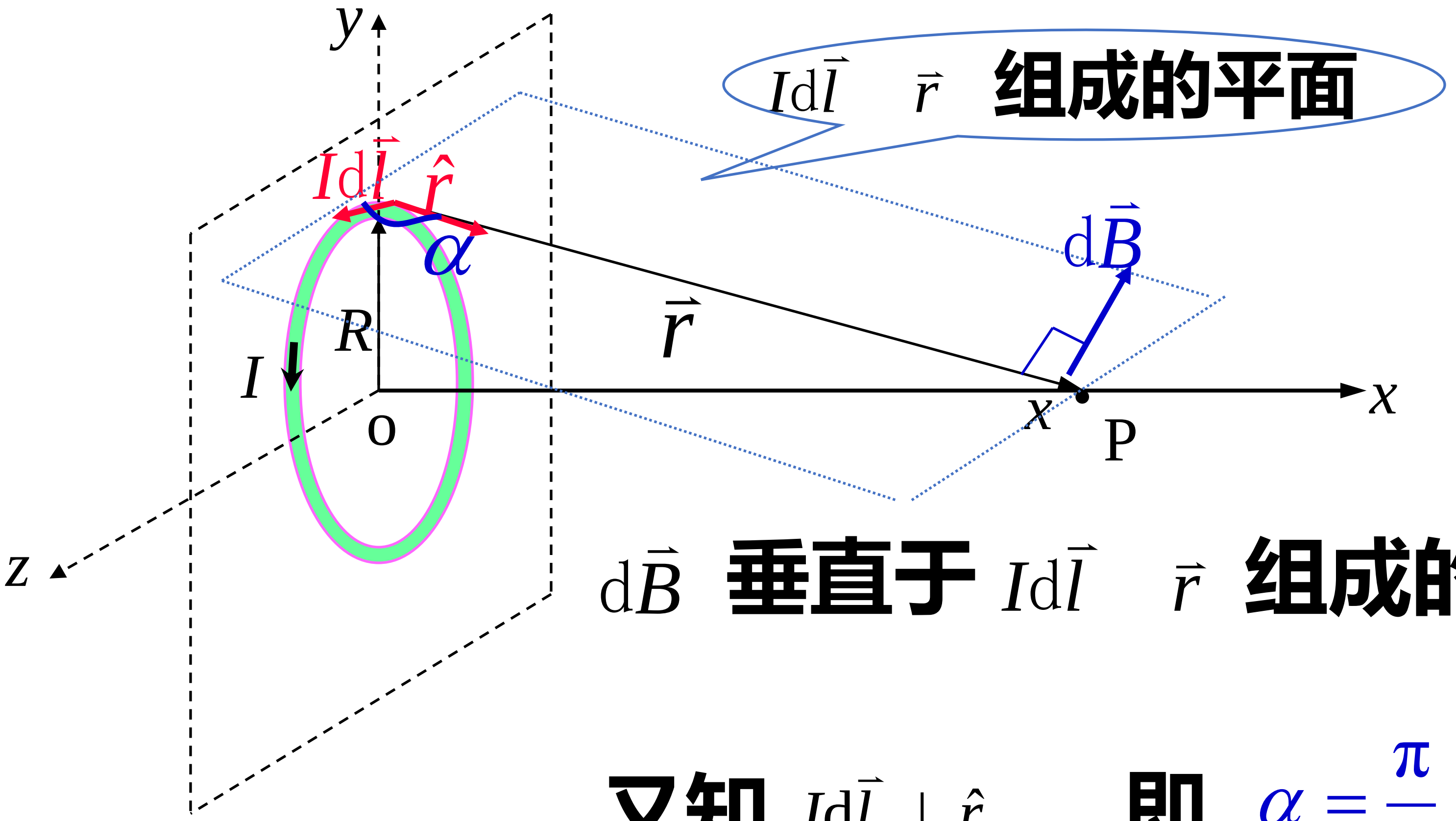


解：第一步：在圆电流上任取一电流元 $Id\vec{l}$

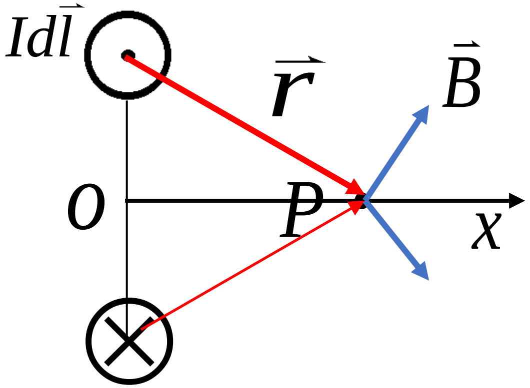
由毕 - 萨定律 知其在场点P产生的磁感强度

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

第二步：分析各量关系　明确 $\mathrm{d}\vec{B}$ 的方向和大小



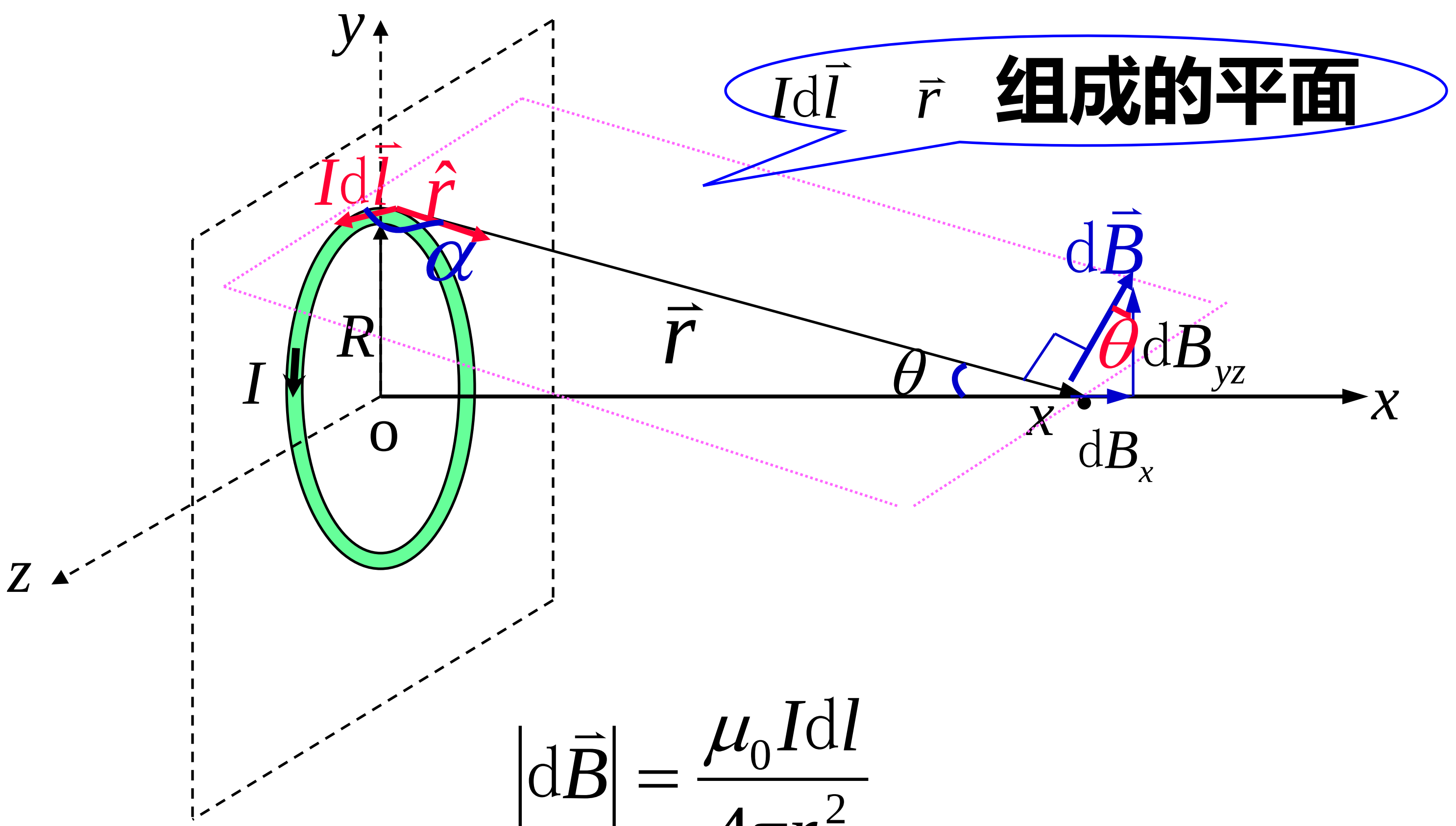
$\mathrm{d}\vec{B}$ **垂直于** $I\mathrm{d}\vec{l}$　$\vec{r}$ **组成的平面**



又知 $I\mathrm{d}\vec{l} \perp \hat{r}$　　**即** $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$

$$\therefore \left|\mathrm{d}\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}l}{4\pi r^2}$$

第三步：根据坐标　写分量式

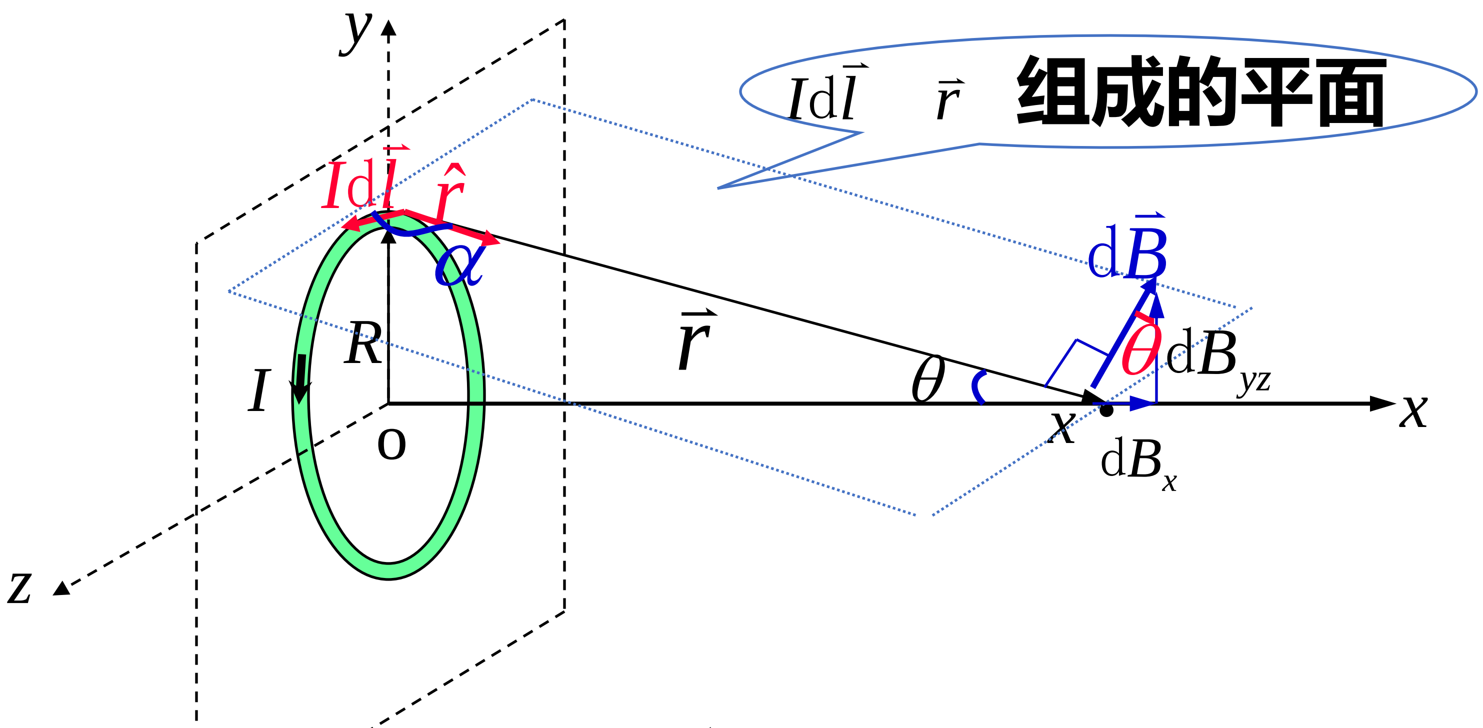


$$\left|d\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$$

$$dB_x = dB\sin\theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}\cdot\frac{R}{r}$$

$$dB_{yz} = dB\cos\theta$$

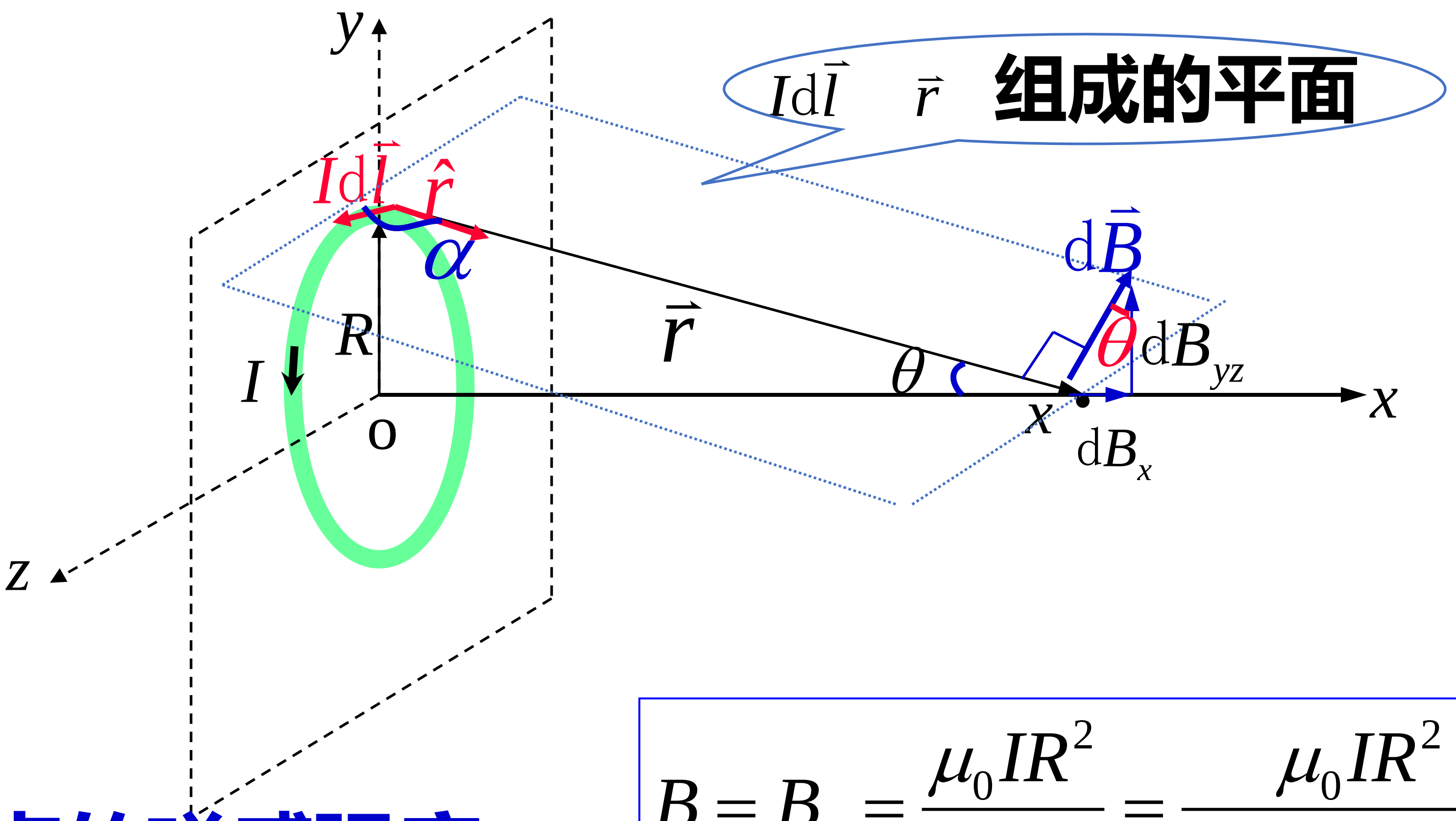
第四步：考虑所有电流元在P点的贡献



$$B_x = \int_{(I)} dB\sin\theta = \int_{(I)} \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_{(I)} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$$

由对称性可知　每一对对称的电流元在P点的磁场垂直分量相互抵消

$$B_{yz} = \int_{(I)} dB\cos\theta = 0$$



$$B = B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

结论：在P点的磁感强度

方向：沿轴向与电流成右手螺旋关系

例1　圆电流轴线上任一点的磁场

$$\boxed{B = B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}}$$

讨论

1）圆电流中心的场　$x = 0 \quad B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

2）若 $x >> R$

即场点离圆电流很远

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

例2 直电流磁场的特点

已知：真空中I、α_1、 α_2、a

建立坐标系OXY

任取电流元 $I d\vec{l}$

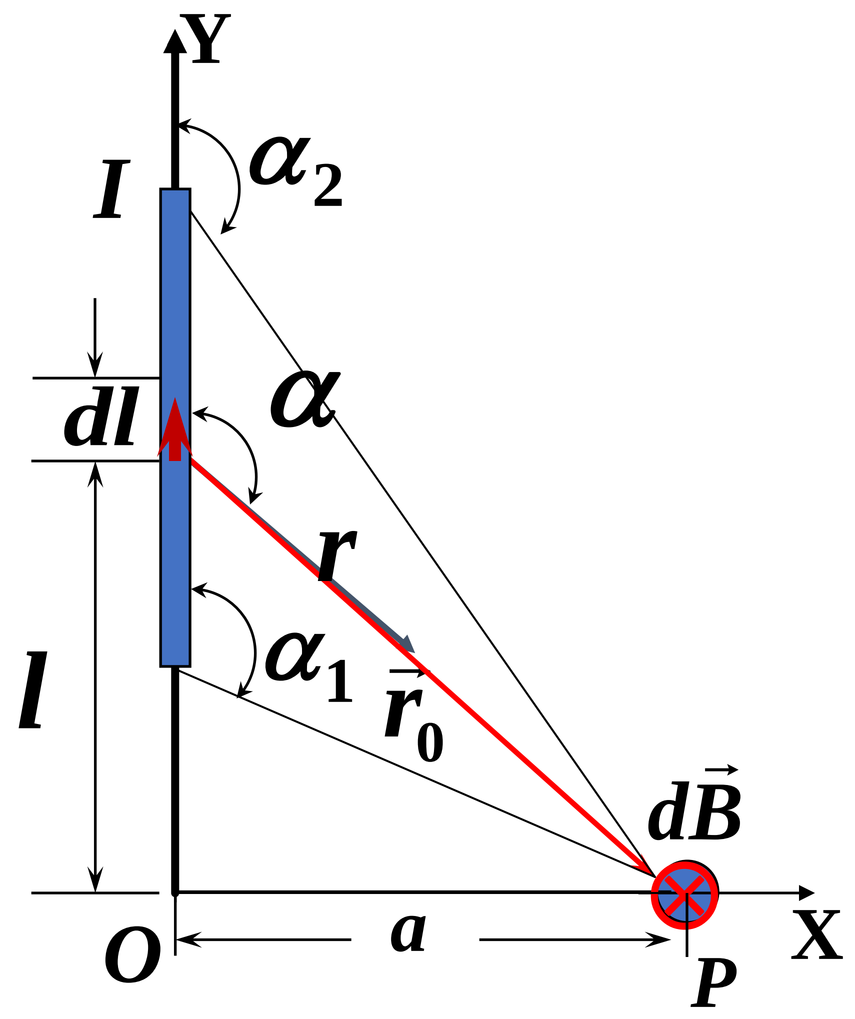
大小 $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

方向 $I d\vec{l} \times \vec{r}_0$

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

统一积分变量

$$l = actg(\pi - \alpha) = -actg\alpha$$



$$dl = a\csc^2\alpha d\alpha$$

$$r = a/\sin\alpha$$

例3 直电流磁场的特点

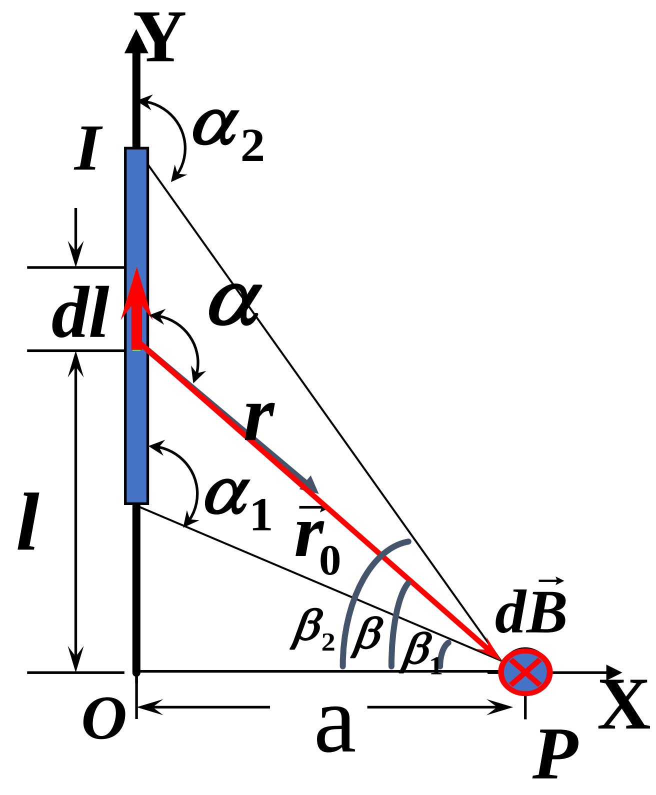
$$B=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha dl}{r^2}$$

$$=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sin^2\alpha}{a^2}I\sin\alpha\frac{ad\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$=\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0}{4\pi a}I\sin\alpha d\alpha$$

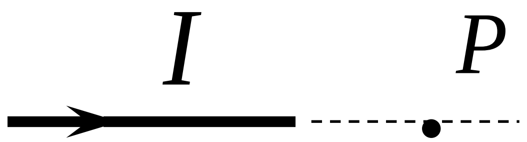
$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)}$$



例3 直电流磁场的特点

1)场点在直电流延长线上

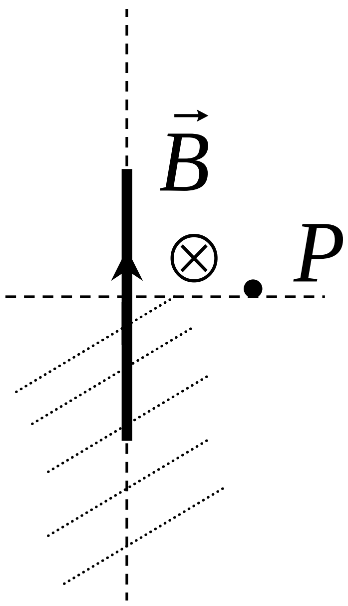


$$\left| I\mathrm{d}\vec{l} \times \hat{r} \right| = 0$$

$$\boxed{B = 0}$$

2)长直载流导线中垂线上一点

$$l \to \infty$$

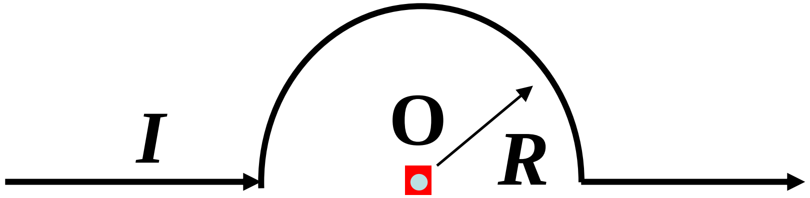


- 各**电流元**产生的磁感强度**方向**相同
- 中垂线上半部分电流与中垂线下半部分电流各提供1/2的磁感强度
- 无限长和半无限长载流导线

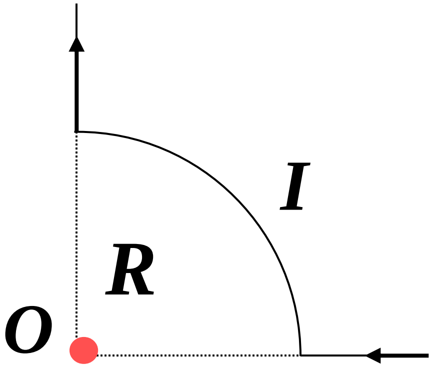
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

必然结果
$$B_{\text{半无限}} = \frac{1}{2} B_{\text{无限}}$$

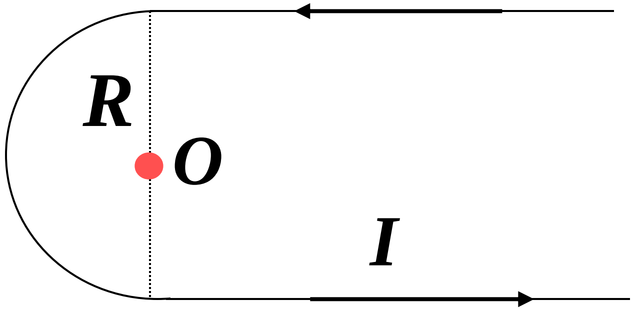
练习 如图，求圆心O点的 $\vec{B}$



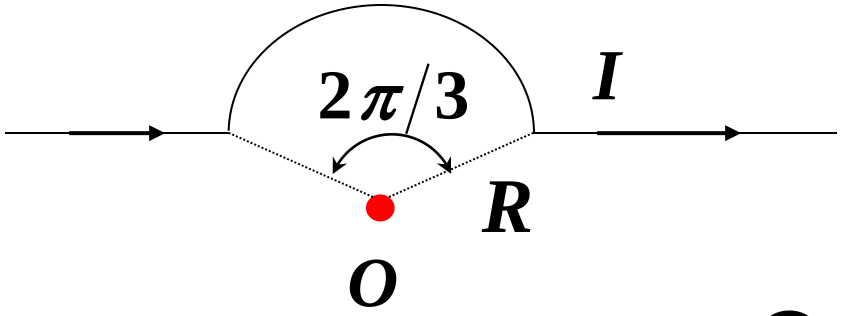
$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} \quad \otimes$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{8R} \quad \odot$$



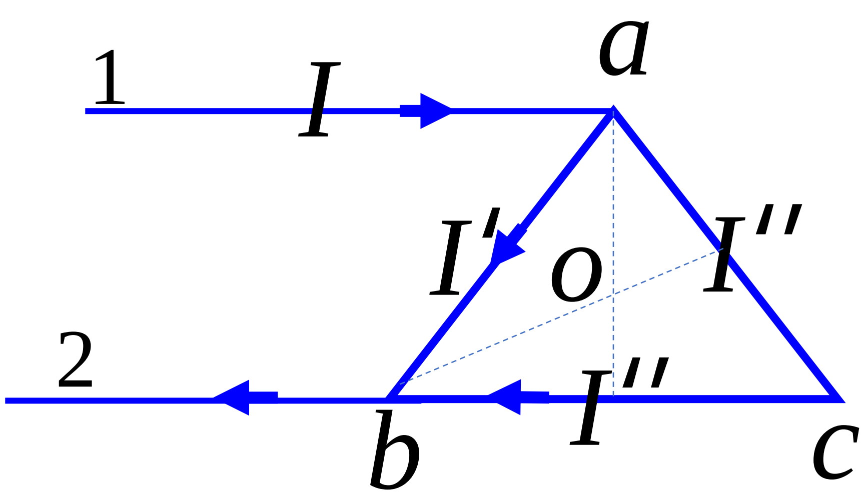
$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \odot$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{6R} + \frac{\mu_0 I}{\pi R}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \otimes$$

练 习

2020期中计算题：电流由长直导线I沿平行bc边方向经过a点流入一电阻均匀分布的正三角形线框，再由b点沿cb方向流出，经长直导线2返回电源，如图所示，已知到线上的电流为I,三角框的每一边长为L,求三角框中心O点的磁感应强度的大小。



α_2为截止
流元与r的

$$R_{ab} = R_{ac} = R_{bc}$$

$$R_{ac} + R_{bc} = 2R_{ab} \qquad \therefore I'' = \frac{1}{2}I' \qquad \overline{ab} = \frac{1}{2}(\overline{ac} + \overline{bc})$$

$\therefore$ B_{ab}和$B_{(ac+bc)}$在O点磁场抵消

$\therefore$ 只要求 $\overline{1a}$ 和 $\overline{b2}$ 在O点磁场.

1) $\overline{1a}$在O点磁场: O到$\overline{1a}$的距离为 $\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}L = \frac{\sqrt{3}}{3}L$ $\quad \alpha_1 = 0^\circ \quad \alpha_2 = 90^\circ$

$$B_{1a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(\frac{\sqrt{3}}{3}L)}(1-0) = \frac{\mu_0 I\sqrt{3}}{4\pi L} \qquad \otimes$$

2) $\overline{2b}$在O点的磁场 O到$\overline{2b}$距离为 $\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}L = \frac{\sqrt{3}}{6}L$, $\quad \alpha_1 = 150^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$

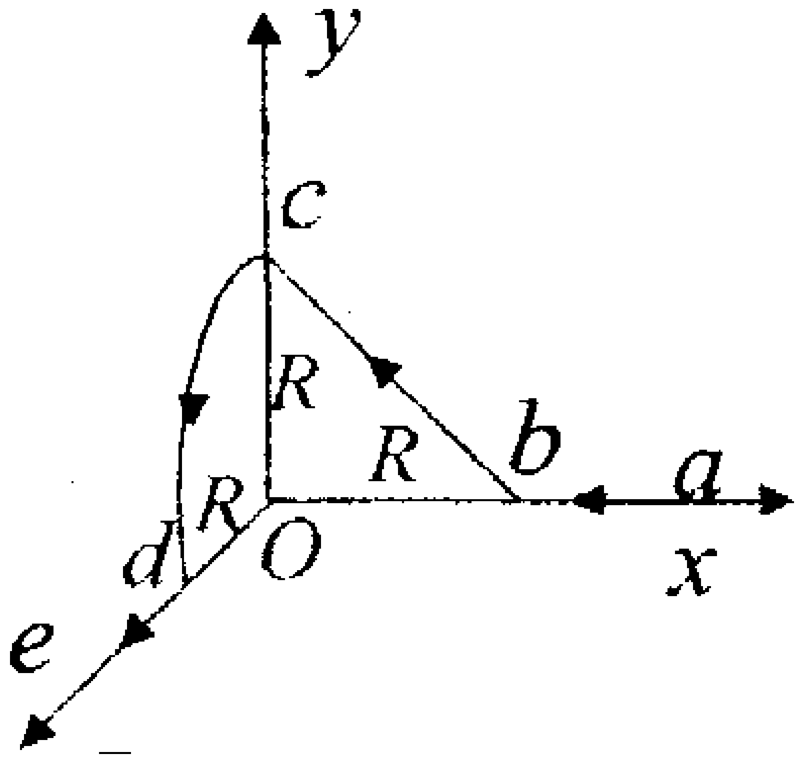
$$B_{2b} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(\frac{\sqrt{3}}{6}L)}(\cos 150^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}L}\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - (-1)\right]$$

$$= \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{2\pi L}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \qquad \otimes$$

$$\therefore \vec{B}_0 = \vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2b} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi L} + \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{2\pi L}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3\mu_0 I}{4\pi L}(\sqrt{3} - 1) \qquad \otimes$$

练习题： 真空中，一无限长直导线abcde弯成如图所示的形状，并通有电流I，bc直线在XOY平面内，cd是YOZ平面内半径为R的1/4圆弧，ab、de分别在X轴和Y轴上。ob=oc=od=R。 则O点处的磁感应强度=___________。

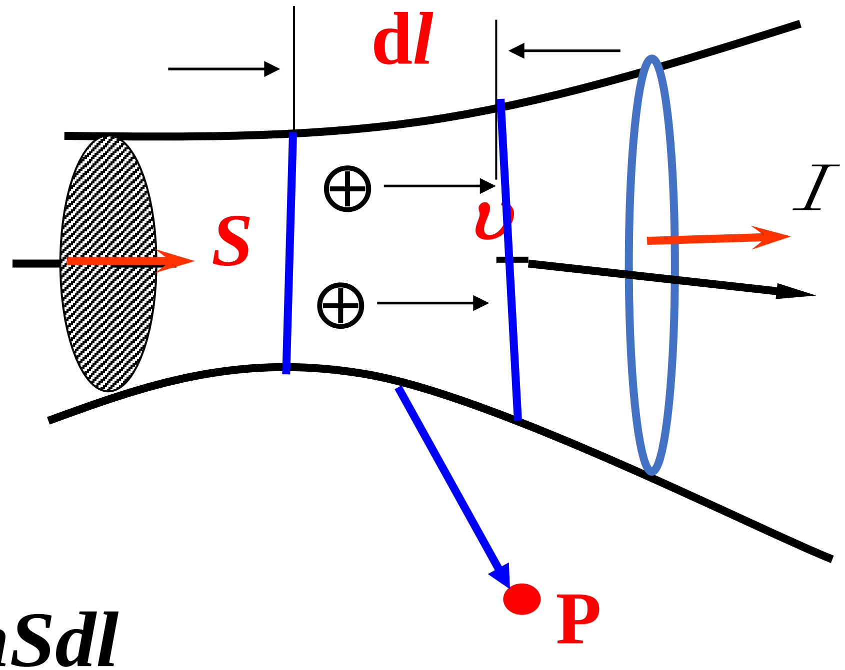


* 运动电荷的磁场

电流 ⟷ **电荷定向运动**

电流元 $Id\vec{l}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$



其中 $I = qnvS$ **载流子总数** $dN = nSdl$

$$B = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin(\vec{v},\hat{r})}{r^2}$$

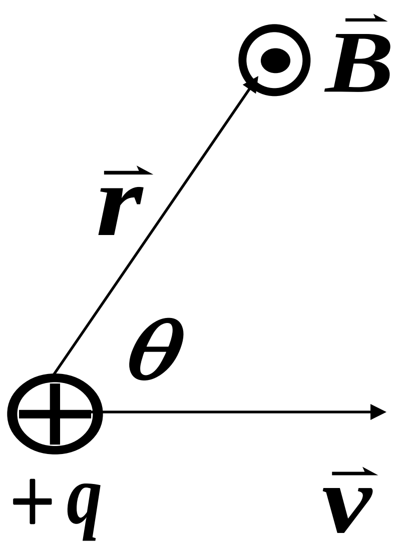
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

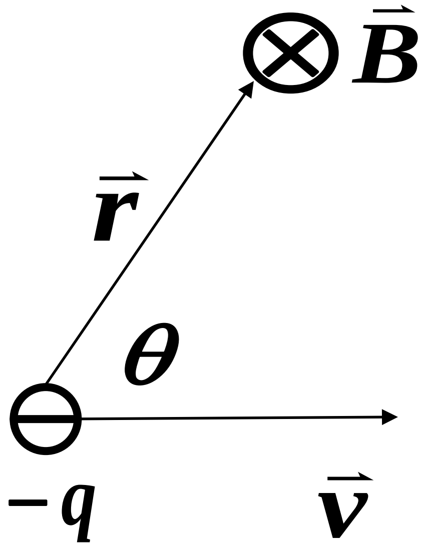
运动电荷产生的磁场

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

若$q>0, \vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$同向

若$q<0, \vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$反向

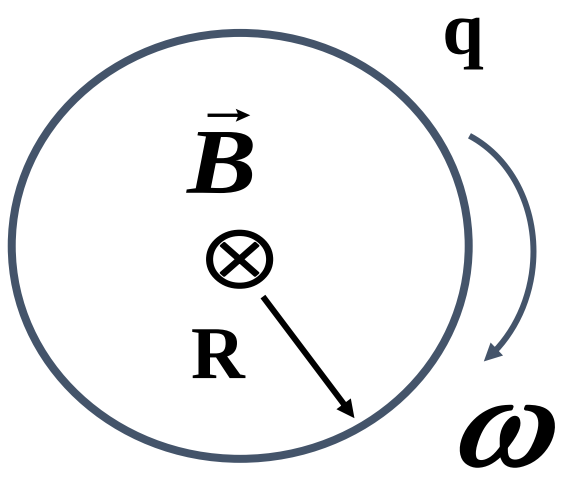




例1：均匀带电圆环

已知：q、R、ω 圆环绕轴线匀速旋转。

求圆心处的 $\vec{B}$



解： 带电体转动，形成运流电流

$$I=\frac{q}{T}=\frac{q}{2\pi/\omega}=\frac{q\omega}{2\pi}$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{\mu_0 q\omega}{4\pi R}$$

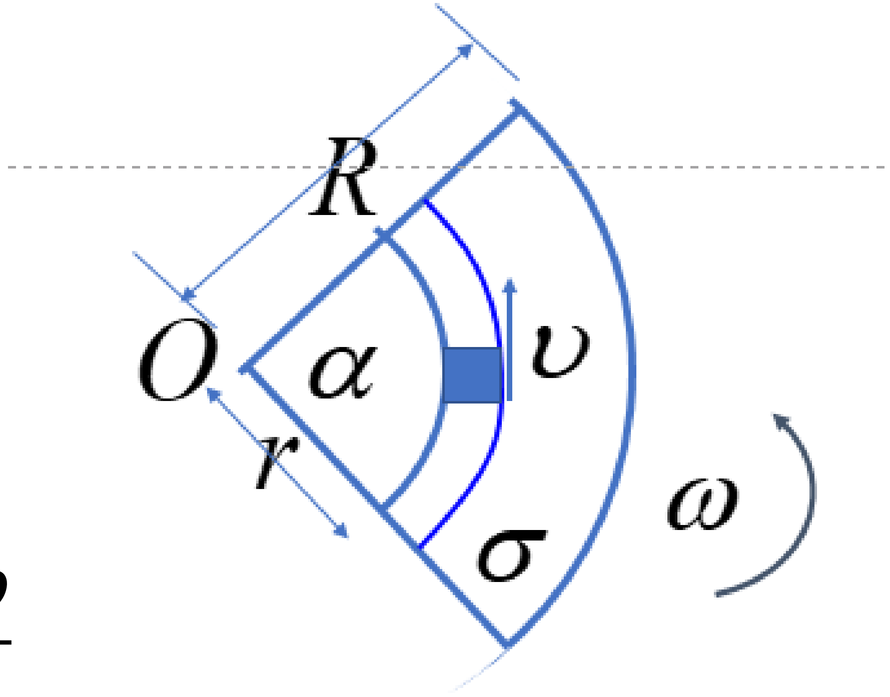
例2：扇形带电薄片已知：$\alpha=\pi/4$、R、ω
绕轴线匀速旋转。求圆心处的 $\vec{B}$

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

解法一： 运动电荷产生的磁场

$$\mathrm{d}q=\sigma r d\alpha dr$$

$$dB'=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sigma r d\alpha dr \upsilon \sin\theta}{r^2}$$



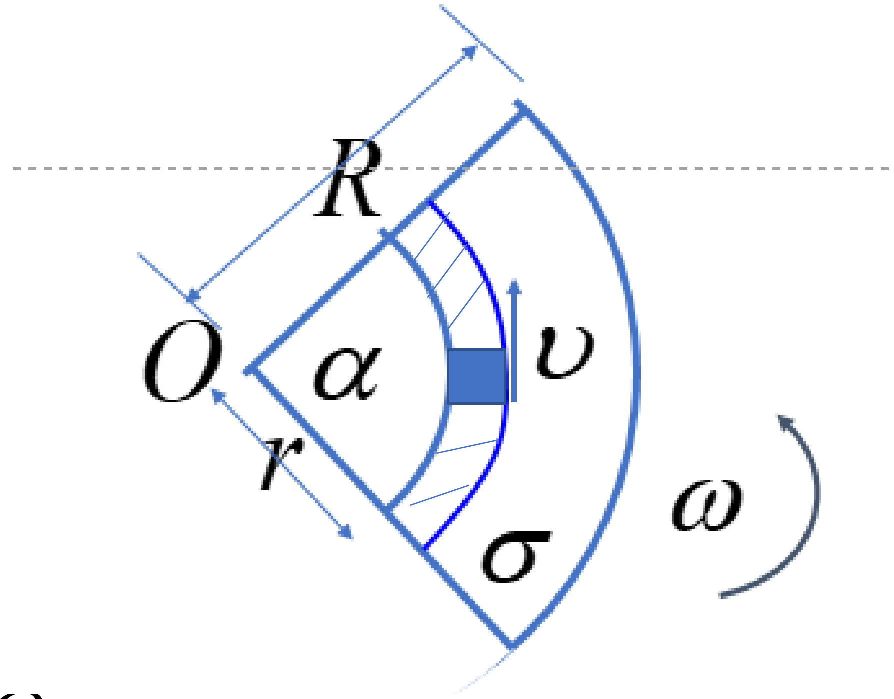
r处扇形环在O点产生的磁场为对变量dα积分：

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sigma r \alpha dr r \omega}{r^2}$$

扇形薄片在O点产生的磁场为对变量dr积分：

$$B=\int_0^R\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sigma r\alpha\omega dr}{r^2}=\frac{\mu_0\sigma\alpha\omega R}{4\pi}$$

例：扇形带电薄片 已知：$\alpha=\pi/4$、R、ω 绕轴线匀速旋转。求圆心处的 $\vec{B}$



解法二： 运流电流产生的磁场

圆弧上电荷量

$$dq=\sigma\bullet 2\pi r dr\times\frac{\alpha}{2\pi}\qquad \omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$dq=\sigma r\alpha dr\qquad dI=\frac{dq}{T}=\sigma r\alpha\frac{\omega}{2\pi}dr$$

$$dB=\frac{\mu_0 dI}{2r}=\frac{\mu_0}{2r}\frac{\sigma r\alpha\omega dr}{2\pi}$$

扇形薄片在o点磁场为对变量dr积分：$B=\int_0^R\frac{\mu_0}{4\pi}\sigma\alpha\omega dr=\frac{\mu_0\sigma\alpha\omega R}{4\pi}$

§2 磁场　磁感强度

一. 磁场

电流或运动电荷周围既有电场又有磁场

磁场的宏观性质：

1）对运动电荷(或电流)有力的作用

2）磁场有能量

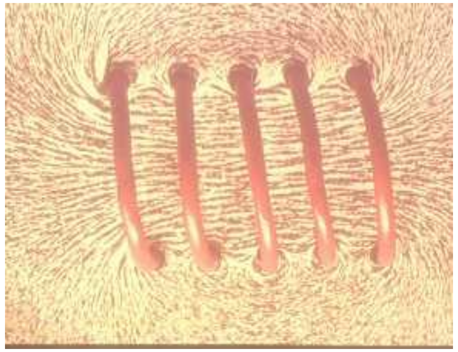
二. 磁感强度

运动电荷在电磁场中受力：

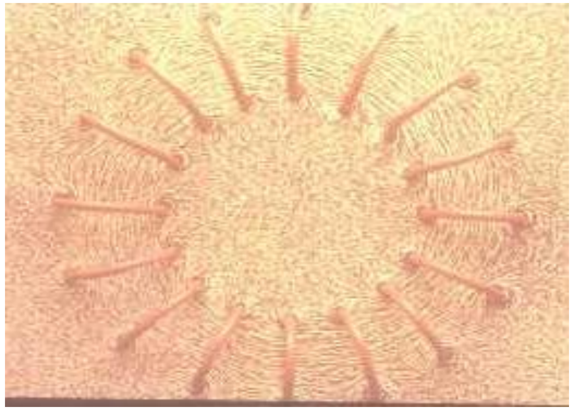
$$\boxed{\vec{f} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

洛伦兹力公式

各种典型的磁感应线的分布：

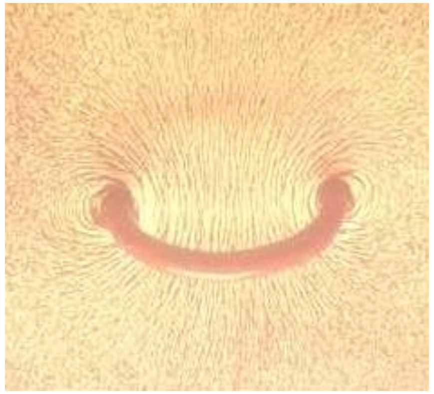


直螺线管电流的磁感线

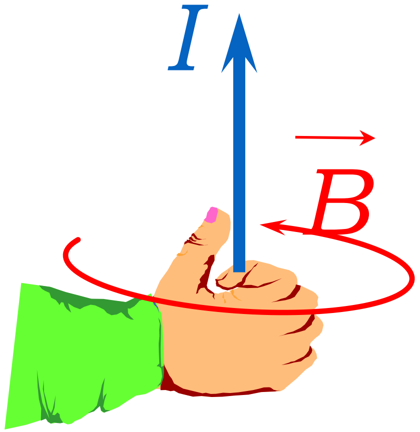


环形螺线管电流的磁感线

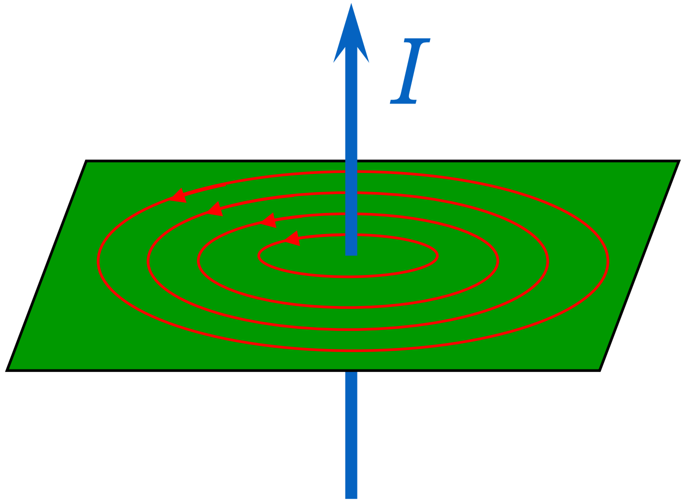
直线电流的磁感线



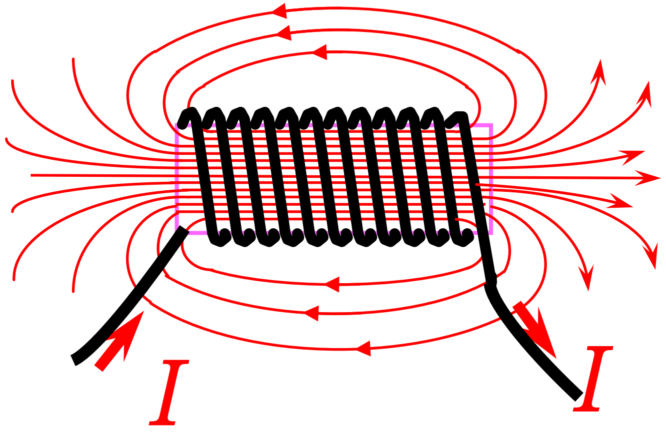
圆形电流的磁感线



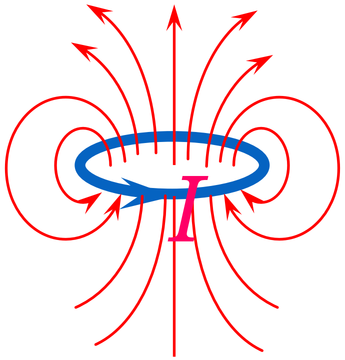
各种典型的磁感应线的分布：



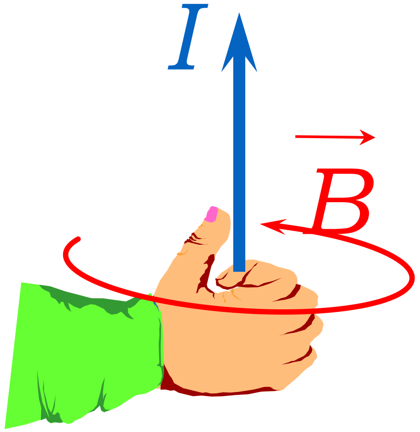
直线电流的磁感应线



通电螺线管的磁感应线



圆电流的磁感应线



磁力线的特征

1、每一条磁感应线都是环绕电流的闭合曲线，因此磁场是涡旋场。磁感应线是无头无尾的闭合回线。

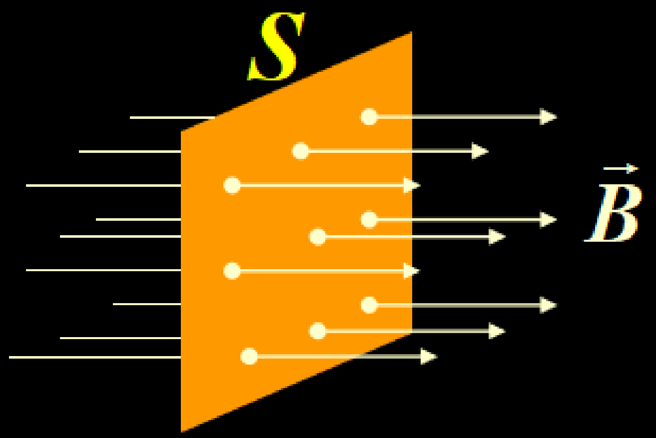
2、任意两条磁感应线在空间不相交。

3、磁感应线的环绕方向与电流方向之间可以分别用右手定则表示。

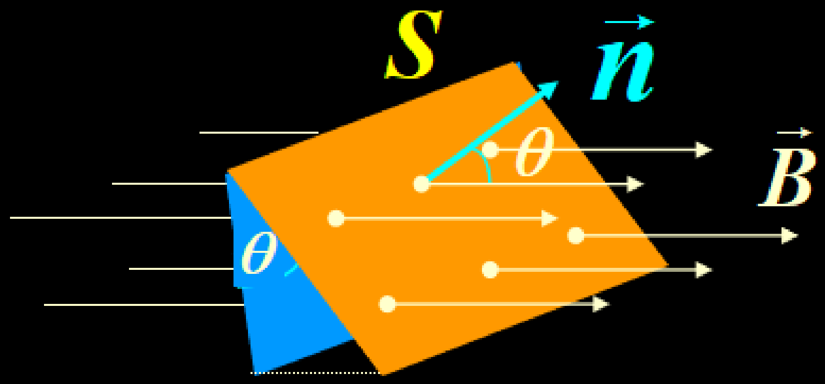
磁通量 ——穿过磁场中任一曲面的磁感应线的条数

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

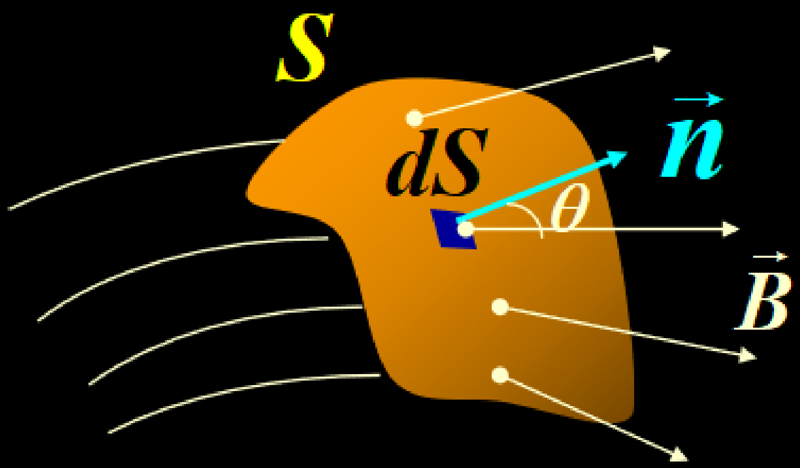
单位：韦伯(Wb)



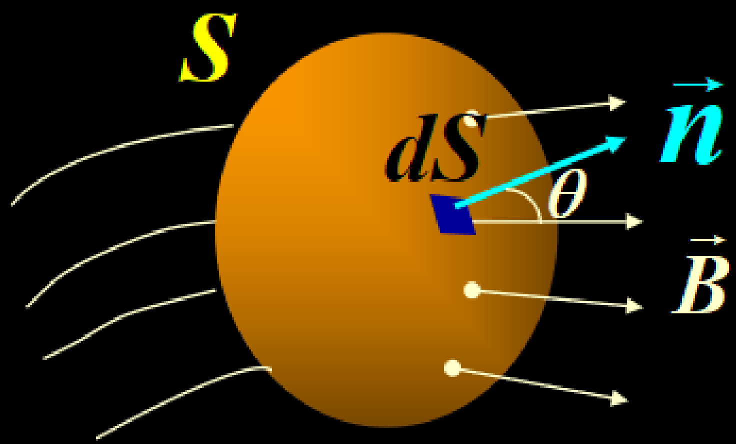
$$\Phi_m = BS$$



$$\Phi_m = \vec{B} \bullet \vec{S} = BS\cos\theta$$



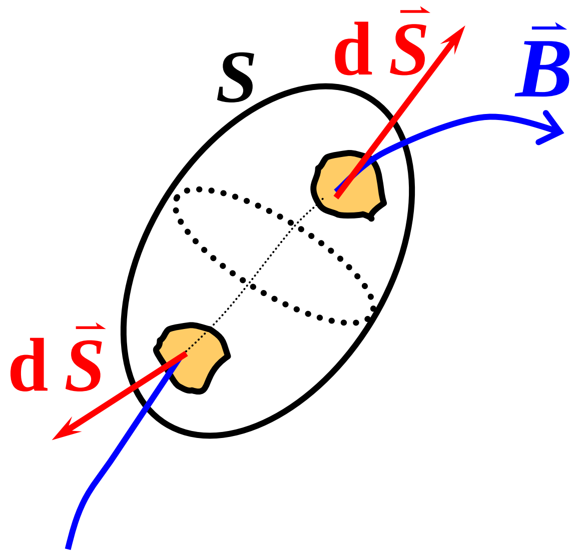
$$\Phi_m = \int \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int B\cos\theta dS$$



$$\Phi_m = \oint \vec{B} \bullet d\vec{S} = \oint B\cos\theta dS$$

二. 磁通连续原理（磁场的高斯定理）

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0}$$



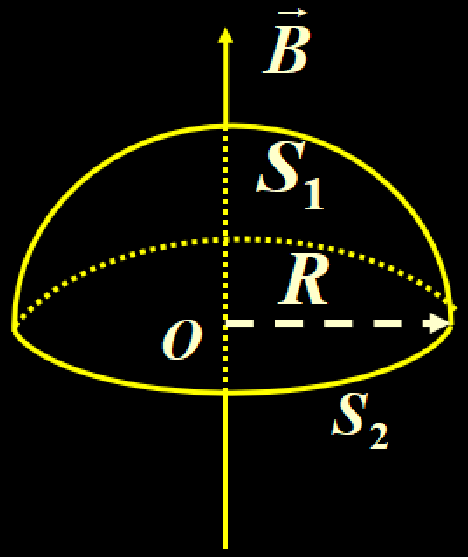
微分形式

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

磁场是不发散的（磁场是无源场）

课堂练习

1. 求均匀磁场中半球面的磁通量



$$\Phi_{S_1} + \Phi_{S_2} = 0$$

$$\Phi_{S_1} + (-B\pi R^2) = 0$$

$$\Phi_{S_1} = B\pi R^2$$

§5 安培环路定理及应用

一.定理表述

在磁感强应度为 $\vec{B}$ 的稳恒磁场中

磁感应强度沿任一闭合环路的线积分 等于穿

过该环路的所有电流的代数和的μ_0倍

表达式为：

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}}$$

讨论

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}$$

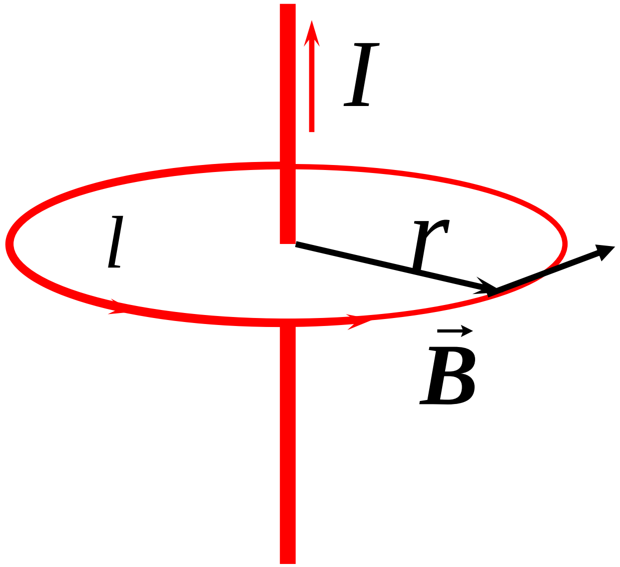
1）安培环路定理是稳恒电流磁场的性质方程

（稳恒电流的回路必须闭合或伸展到∞）

2）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$ 说明磁场为非保守场（涡旋场）

3）证明

一、安培环路定理



静电场 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$

磁　场 $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\ ?$

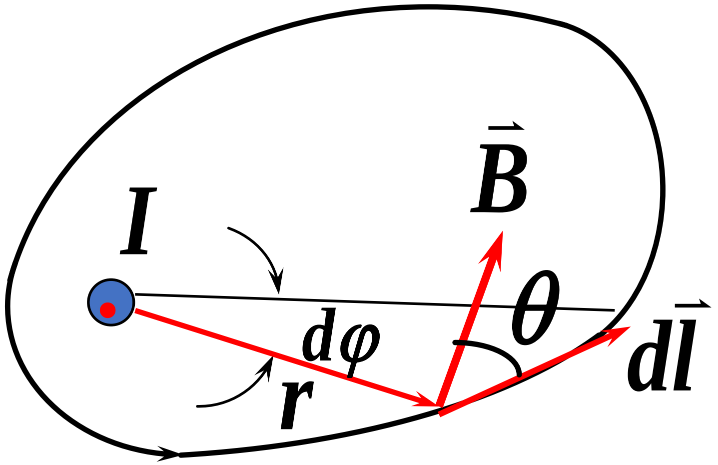
1、圆形积分回路

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r}dl=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint dl=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot 2\pi r$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$$

改变电流方向 $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=-\mu_0 I$

2、任意积分回路



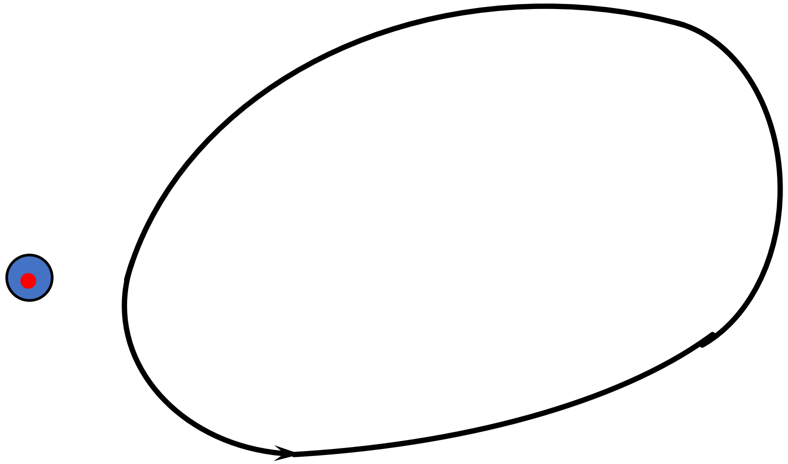
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B\cos\theta dl$$

$$= \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\theta dl$$

$$= \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2\pi$$

$$\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$

3、回路不环绕电流



$$\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = 0$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}$$

4）正确理解定理中各量的含义

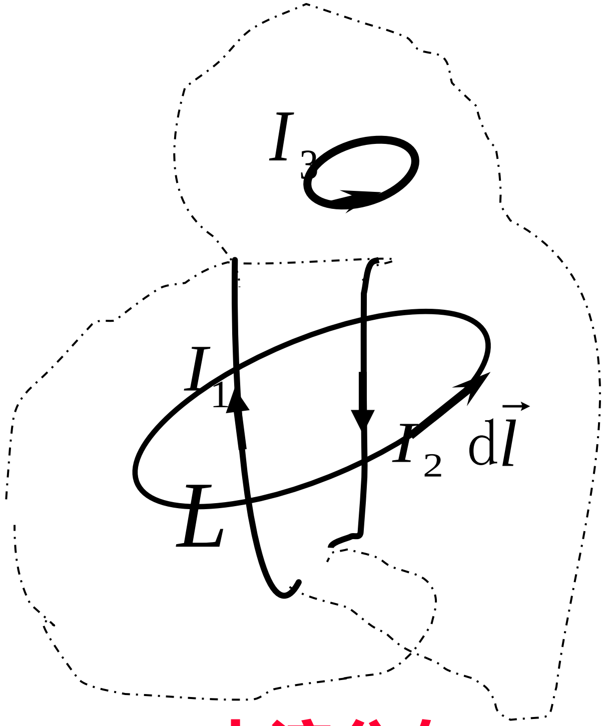
$\vec{B}$ … 空间所有电流共同产生

L … 在场中任取的一闭合线

$d\vec{l}$ … L绕行方向上的任一线元

$I_内$ … 与L 套连的电流

如图示的 I_1 I_2



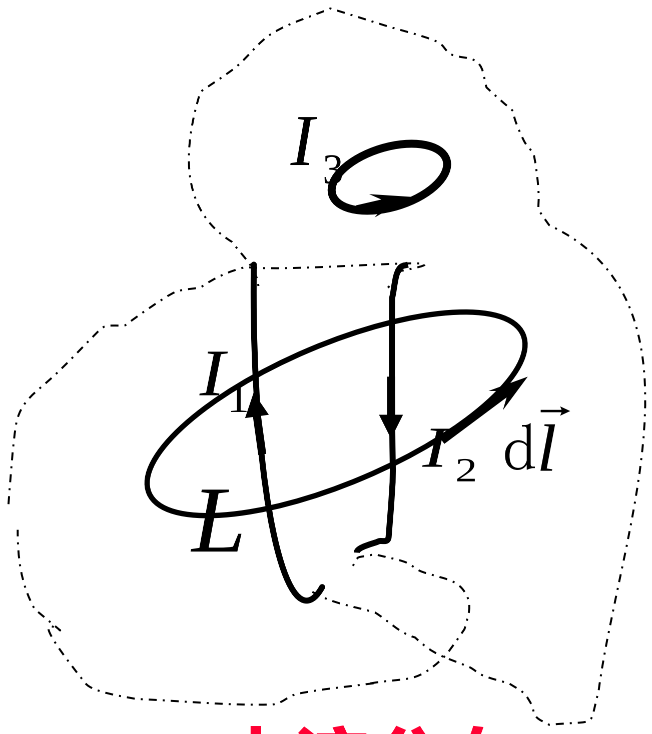
电流分布

安培环路定理

$I_{内}\cdots$ 与L套连的电流

如图示的 I_1 I_2

$\sum_i I_{i内}\cdots$ 电流代数和



电流分布

电流正负的规定：

与L绕行方向成右螺的电流取正

如图示的电流 I_1取正

电流I_2取负

I 值采样的面积：

以L为边界的任意面积的电流强度值

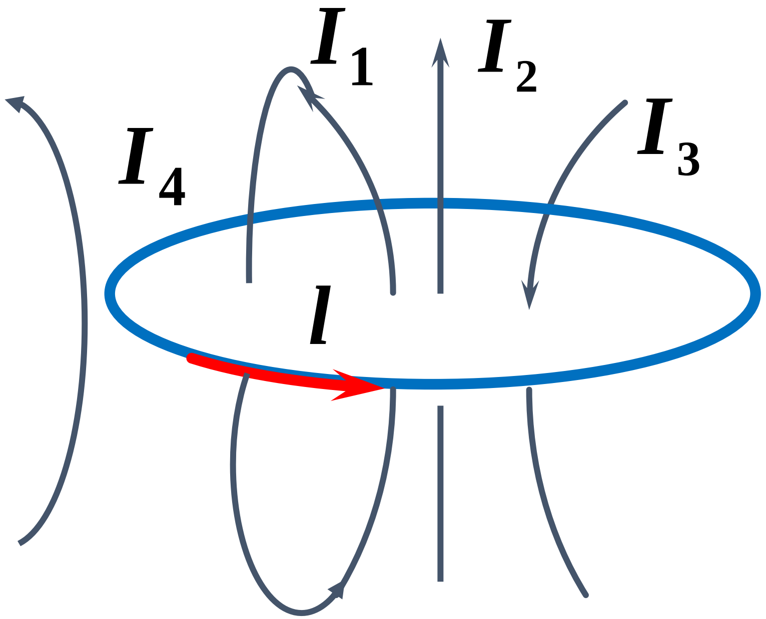
安培环路定理

环流由环路内电流决定

环路所环绕的电流

$$\boxed{\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i}$$

B 由环路内、外电流产生



电流与环路成右旋关系时取正，反之取负

如图 $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$

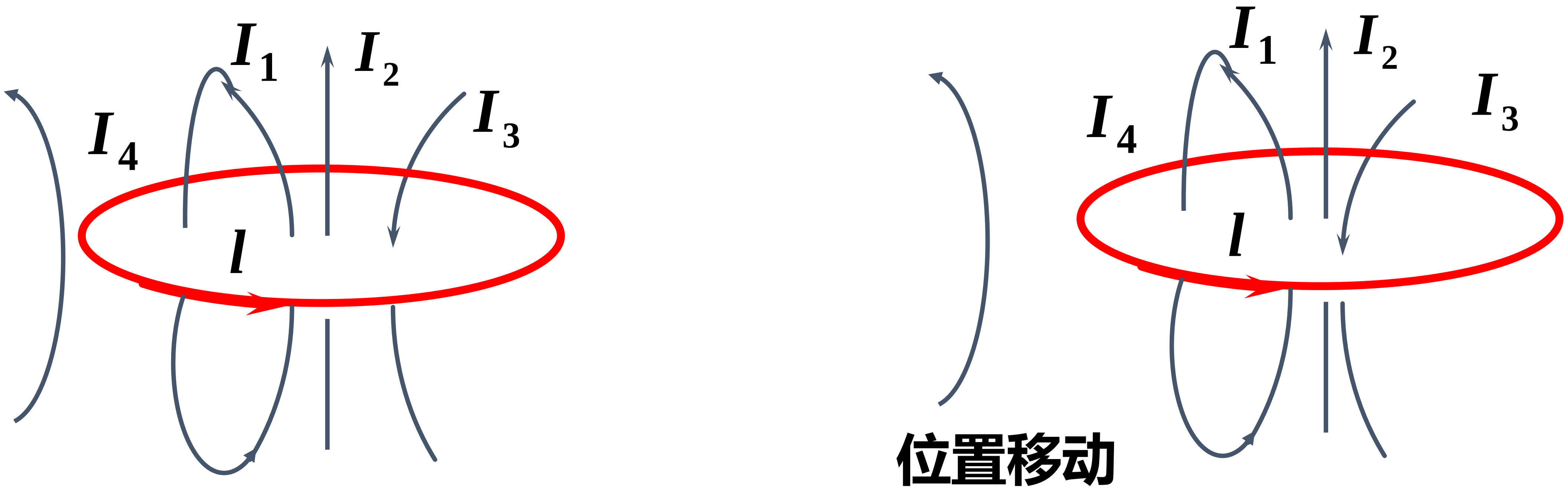
$$= \mu_0 (I_2 - I_3)$$

安培环路定理

不变

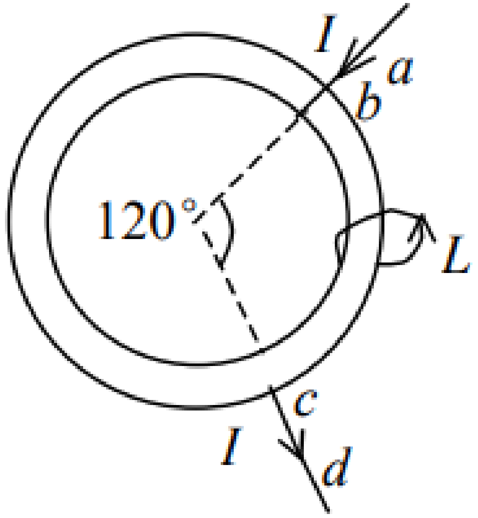
? $\boxed{\oint \underline{\vec{B}} \bullet d\vec{l}} = \mu_0 \sum I_i = \boxed{\mu_0 (I_2 - I_3)}$?

? 改变　　　　　　　　　　　　不变



选择题

6．如图所示，两根直导线 ab 和 cd 沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流 I 从 a 端流入而从 d 端流出，则磁感强度 $\vec{B}$ 沿图中闭合路径 L 的积分 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$ 等于



(A) $\mu_0 I$ (B) $\mu_0 I/3$

(C) $\mu_0 I/4$ (D) $2\mu_0 I/3$

二. 安培环路定理在解场方面的应用

对于一些对称分布的电流，可以通过取合适的环路L

利用磁场的环路定理比较方便地求解场量

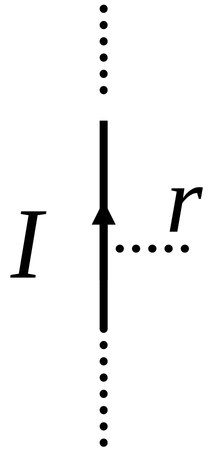
(类似于电场强度的高斯定理的解题)

以例题说明解题过程

由安培环路定理可解一些典型的场

无限长载流直导线

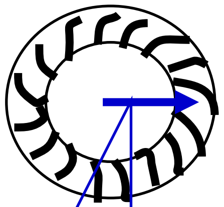
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$



密绕螺绕环

匝数

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

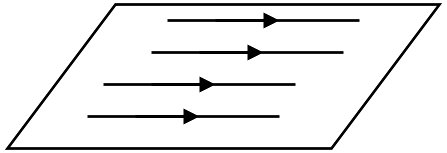


场点距中心的距离

无限大均匀载流平面

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 i}{2}}$$

电流密度



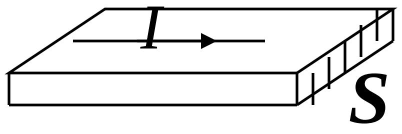
课本上无限长圆柱载流导线

电流密度

- （体）电流 (面)密度

如图 电流强度为 I 的电流通过截面S

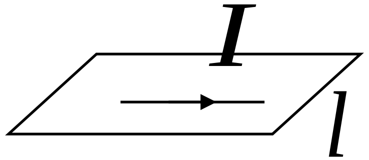
若均匀通过 电流密度为 $\boxed{J = \dfrac{I}{S}}$



- (面) 电流 (线)密度

如图 电流强度为 I 的电流通过截线 l

若均匀通过 电流密度为 $\boxed{i = \dfrac{I}{l}}$



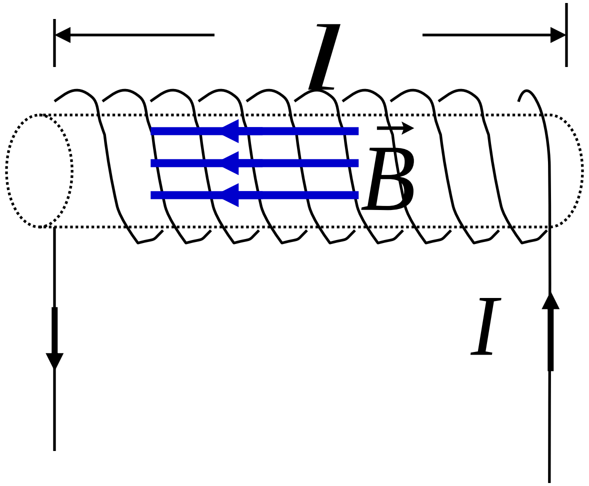
例1 求密绕长直螺线管内部的磁感强度

总匝数为N 总长为l （ $n=\frac{N}{l}$ ）单位长度上匝数

通过稳恒电流 电流强度为I

解：分析对称性 知内部场沿轴向

方向与电流成右手螺旋关系



由磁通连续原理可得

$$B_{内}>>B_{外}$$

取过场点的每个边都相当小的矩形环路abcda

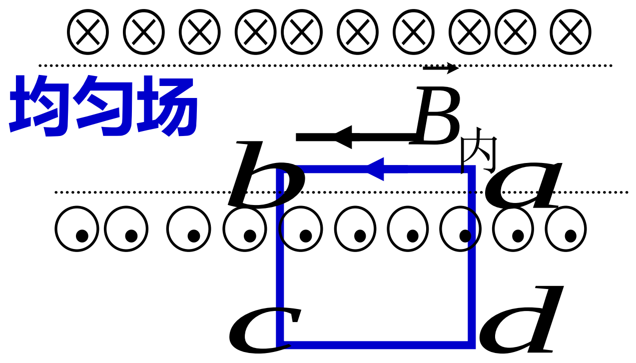
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ab} \vec{B}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \underbrace{\int_{bc} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{cd} \vec{B}_{外}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{da} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}_{每项均为零}$$

$$= B_{内}\overline{ab}$$

由安培环路定理有

$$B\overline{ab} = \mu_0 \frac{N}{l}\overline{ab}I$$

$$\boxed{B = \mu_0 nI} \qquad n = \frac{N}{l}$$



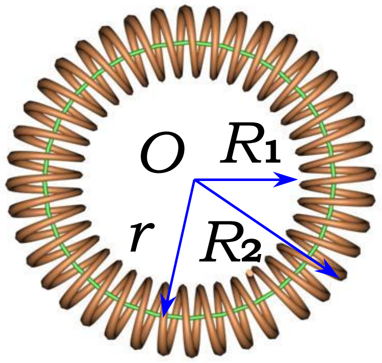
例2　密绕细螺绕环，N　I

求：磁感强度 $\vec{B}$

解：　取回路如图

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\mathrm{d}l = B2\pi r = \mu_0 NI$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$



若是细螺绕环

$R_1 = R_2 = r$　　$\boxed{B = \mu_0 nI}$

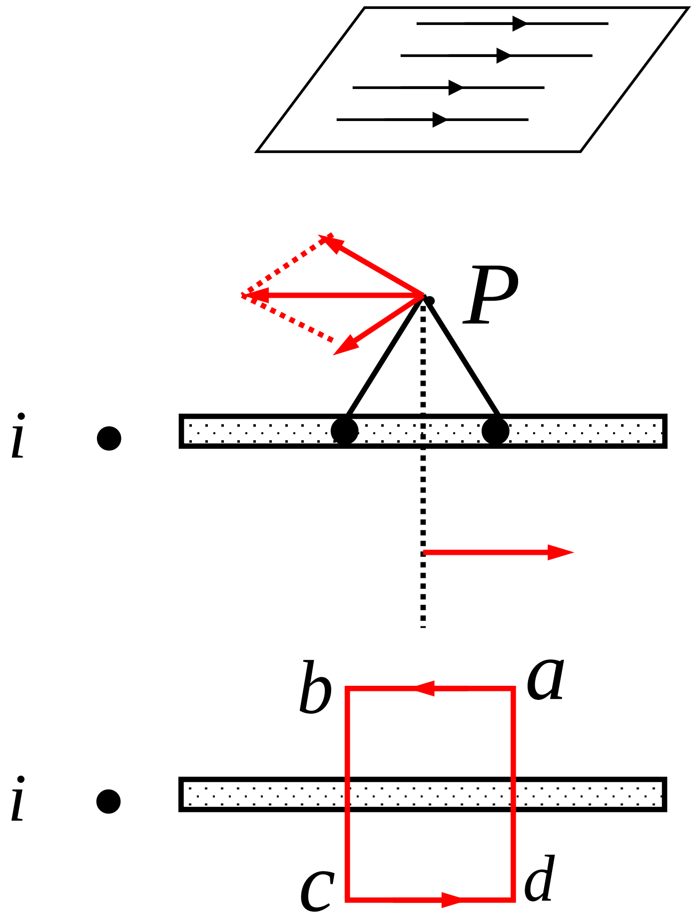
例3 求无限大载流平面的场

电流(线）密度为*i*

解：分析对称性

取矩形环路*abcda*

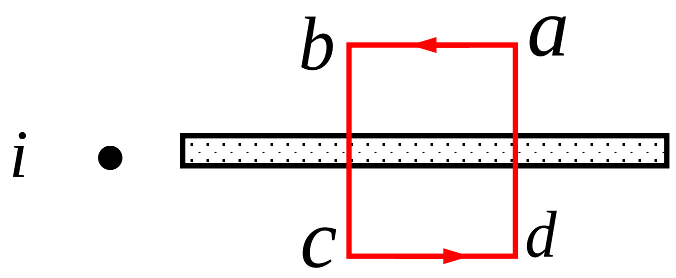
计算环流



$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ab} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{bc} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{cd} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{da} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

$$\int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad \int_{da} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$



$$\int_{ab} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab} B dl = B\overline{ab} \qquad \int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{bc} B dl = B\overline{bc} \times$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2B\overline{ab}$$ **由安环定理** $$= \mu_0 i \overline{ab}$$

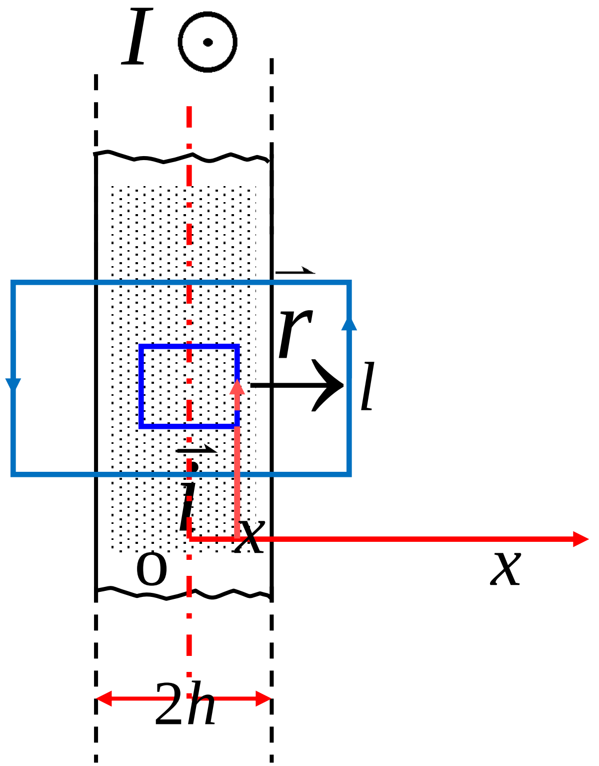
$$\therefore \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2}}$$

方向：与电流右手螺旋关系

例4 无限大载流平板，厚度为$2h$，电流均匀，密度为i，求空间磁感强度分布。

解：面对称分布

建坐标如图，中心为坐标原点。



过场点取矩形回路

$|x| \leq h \qquad 2Bl = \mu_0 i 2xl \qquad \boxed{B = \mu_0 ix}$

$|x| \geq h \qquad 2Bl = \mu_0 i 2hl \qquad \boxed{B = \mu_0 ih}$

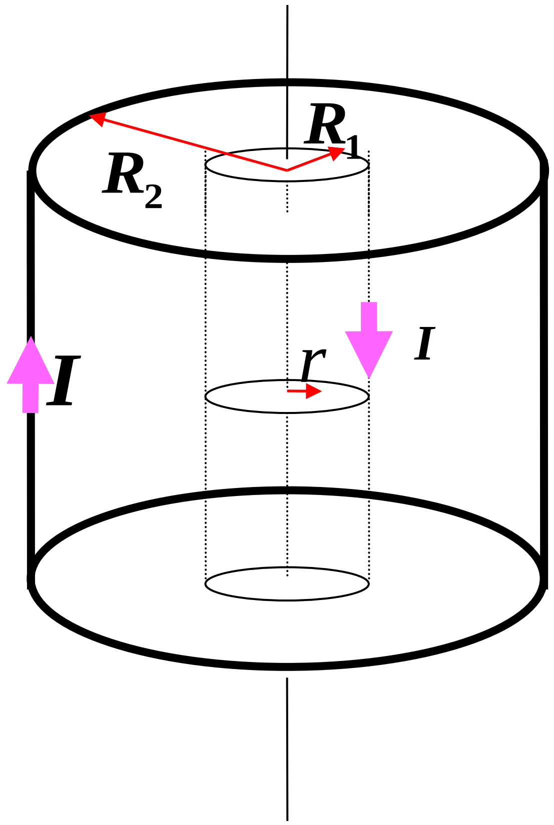
<u>练习</u>：同轴的两筒状导线通有等值反向的电流*I*，

求 $\vec{B}$ 的分布。

$$(1)\ r > R_2$$

$$(2)\ R_1 < r < R_2$$

$$(3)\ r < R_1$$

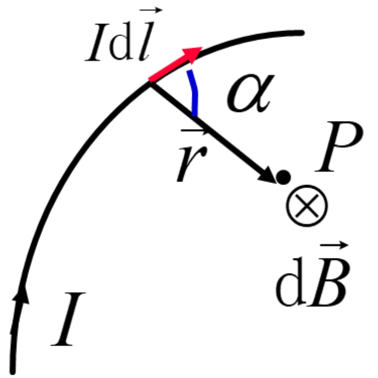


稳恒磁场总结

磁感应强度的计算:

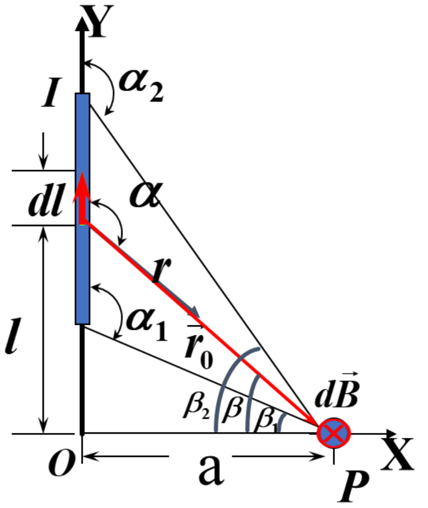
毕 - 萨 - 拉定律

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$



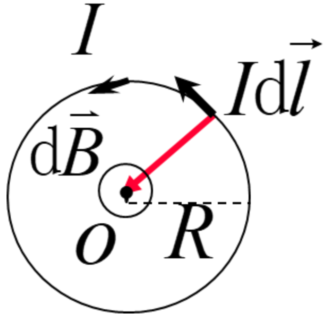
直电流周围场点磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



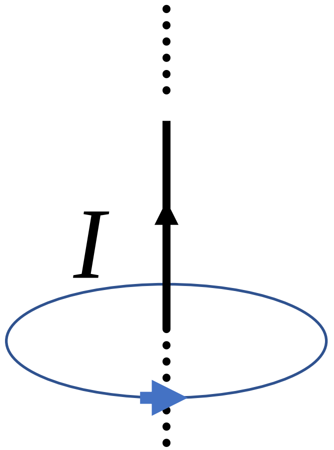
圆电流中心点磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



对称性的电流周围场安培环路定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

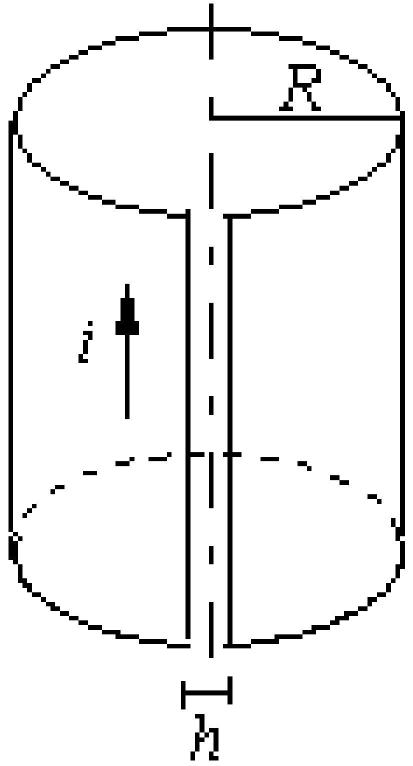


总 结

静电场	稳恒磁场
$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$	$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i$
电场有保守性，它是保守场，或有势场	磁场没有保守性，它是非保守场，或无势场
$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
电力线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁力线闭合、无自由磁荷,磁场是无源场

填空题

将半径为R的无限长导体薄壁管（厚度忽略）沿轴向割去一宽度为h ($h<<R$)的无限长狭缝后，再沿轴向均匀地流有电流，其面电流密度为i（如图示），则管轴线上磁感应强度的大小为____________。



计算题（2020期中）：有一个半径为R的“无限大”半圆柱型金属薄片中，有电流I=5A自下而上通过，如图所示。试求圆柱轴线上一点P的磁感应强度。