

# **第 13 章 电磁感应(变化的电磁场)**

## **§1 法拉第电磁感应定律**

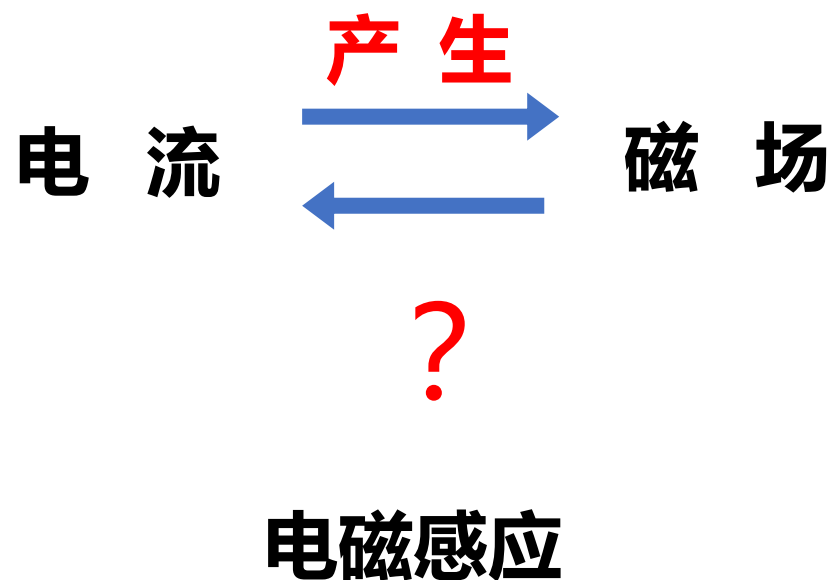
## **§2 动生电动势**

## **§3 感生电动势 感生电场**

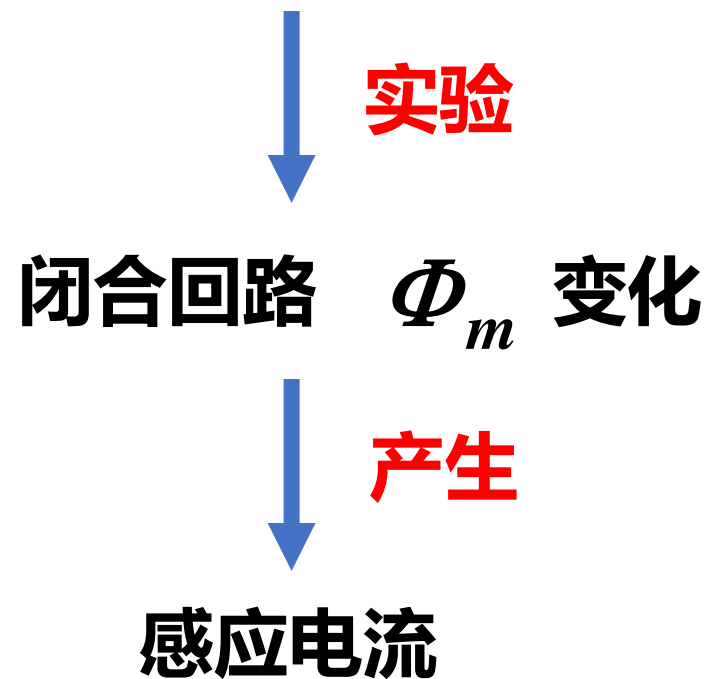
## **§4 自感 互感现象**

## **§5 磁场能量**

## 问题的提出

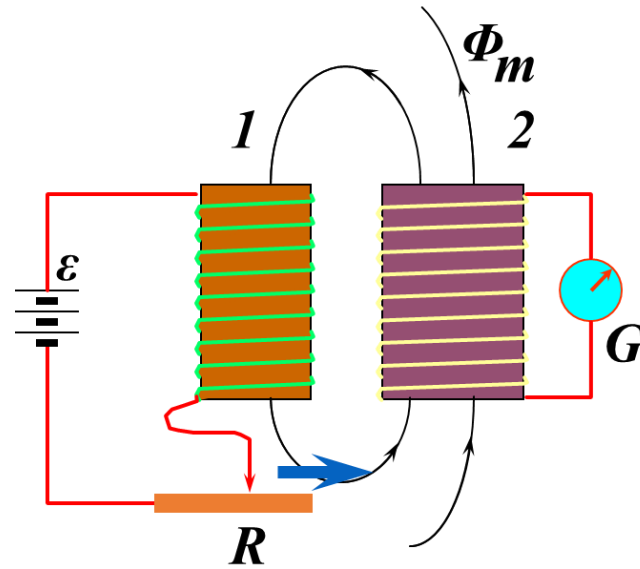
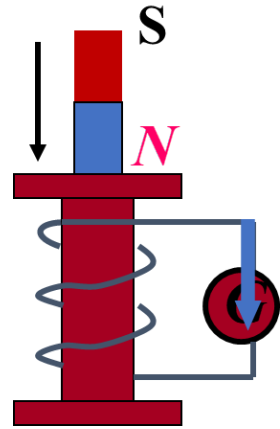


1831年法拉第

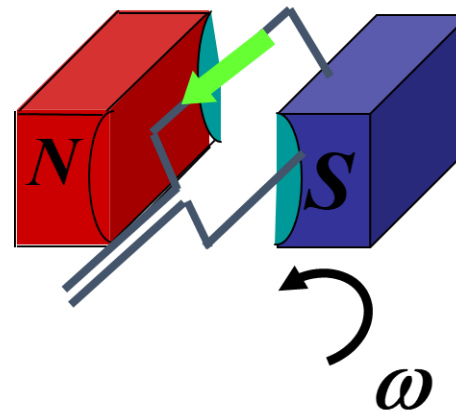
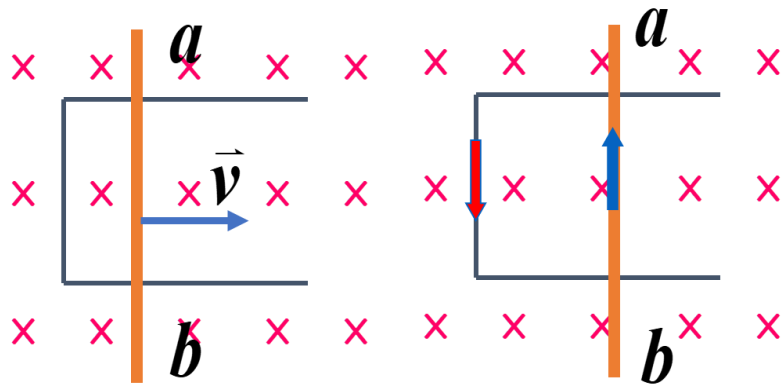


## 13-1 电磁感应定律

### 一.电磁感应现象



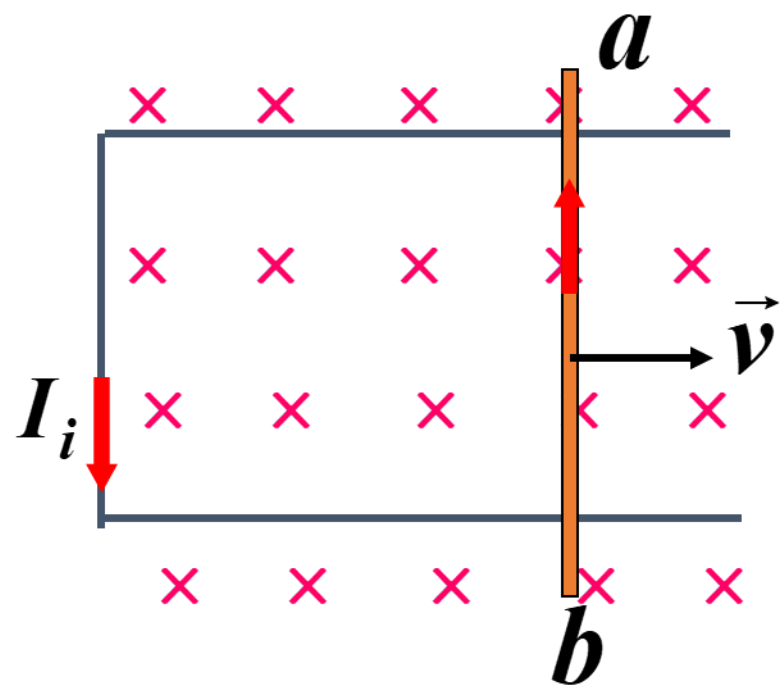
当回路 1 中电流发生变化时，在回路 2 中出现感应电流。



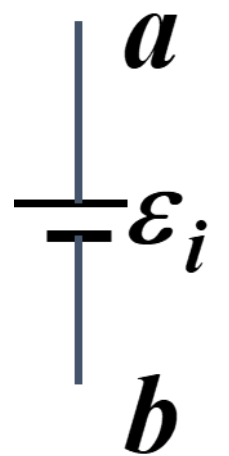
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

总结：当通过闭合导电回路的**磁通量变化**时，回路中就会有电流产生。

## 二、电磁感应定律

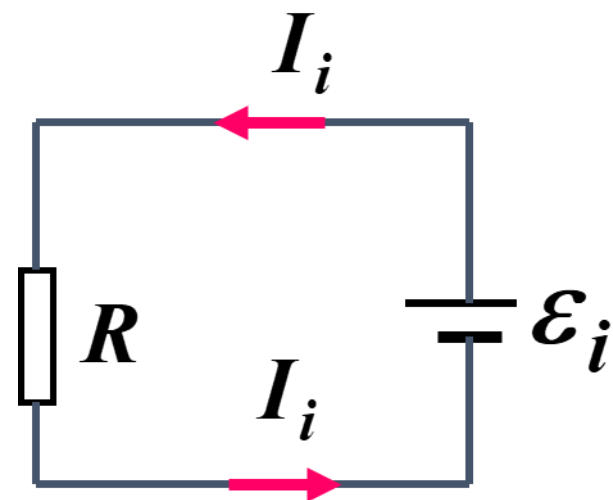


产生  
→



电动势

形成  
→



回路

## 二、电磁感应定律

导体回路中产生的感应电动势的大小，与穿过导体回路的**磁通量**  
**对时间的变化率成正比。**

$$\varepsilon_i = -k \frac{d\Phi_m}{dt} \xrightarrow{\text{K取1}} \boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

感应电动势大小：

$$\varepsilon_i = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right|$$

感应电动势的方向：

楞次定律判断

对 $N$ 匝线圈  $\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(N\Phi_m)}{dt}$

$\Psi = N\Phi_m$  — 磁通链数

感应电流  $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_m}{dt}$

在 $t_1$ 到 $t_2$ 时间间隔内通过导线任一截面的感应电量

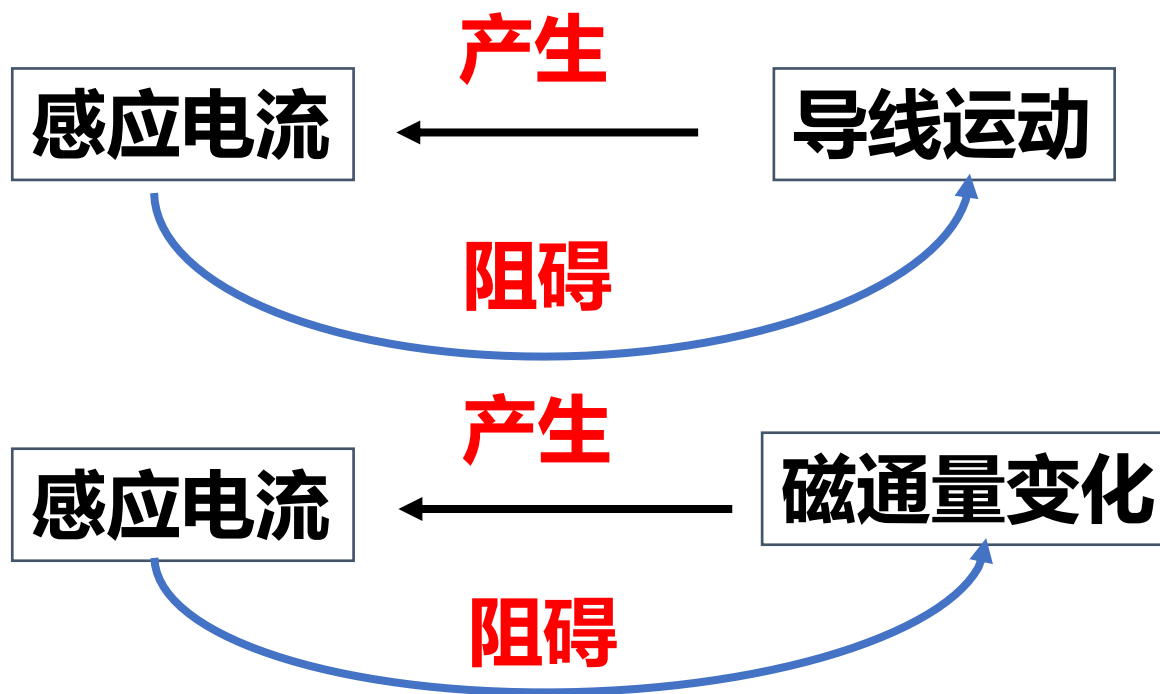
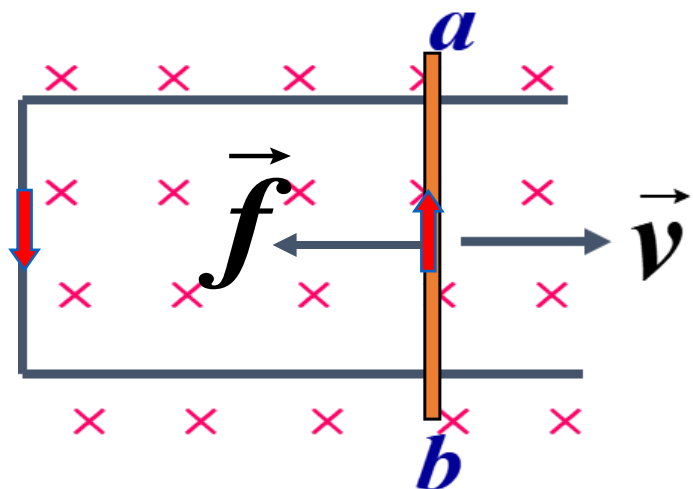
$$(dq = I_i dt)$$

$$\begin{aligned} q &= \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R} \frac{d\Phi_m}{dt} dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} d\Phi_m \\ &= \frac{1}{R} (\Phi_{m1} - \Phi_{m2}) \end{aligned}$$

### 三、楞次定律 (判断感应电流方向)

闭合回路中感应电流的方向，总是使得它所激发的磁场来阻止或补偿引起感应电流的磁通量的变化。

感应电流的**效果**反抗引起感应电流的**原因**

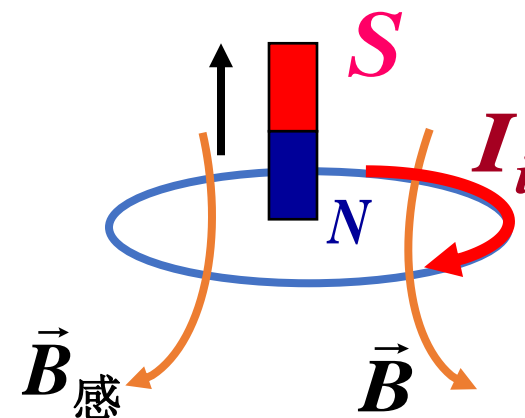
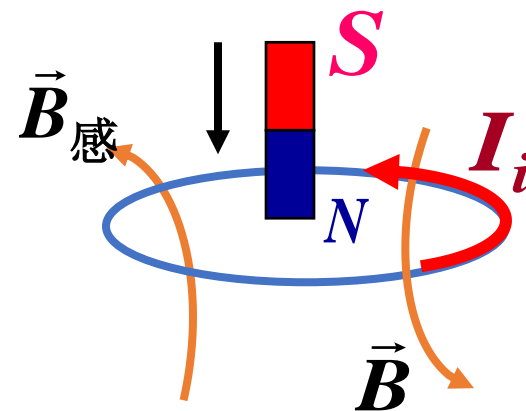


## 判断感应电流的方向:

1. 判明穿过闭合回路内原磁场的方向;
2. 根据原磁通量的变化  $\Delta\Phi_m$  , 按照楞次定律的要求确定感应电流的磁场的方向;
3. 按**右手法则**由感应电流磁场的方向来确定感应电流的方向。

$\Phi_m \uparrow$   $\vec{B}_{\text{感}}$  与  $\vec{B}$  反向

$\Phi_m \downarrow$   $\vec{B}_{\text{感}}$  与  $\vec{B}$  同向





例： 无限长直导线  $i = i_0 \sin \omega t$

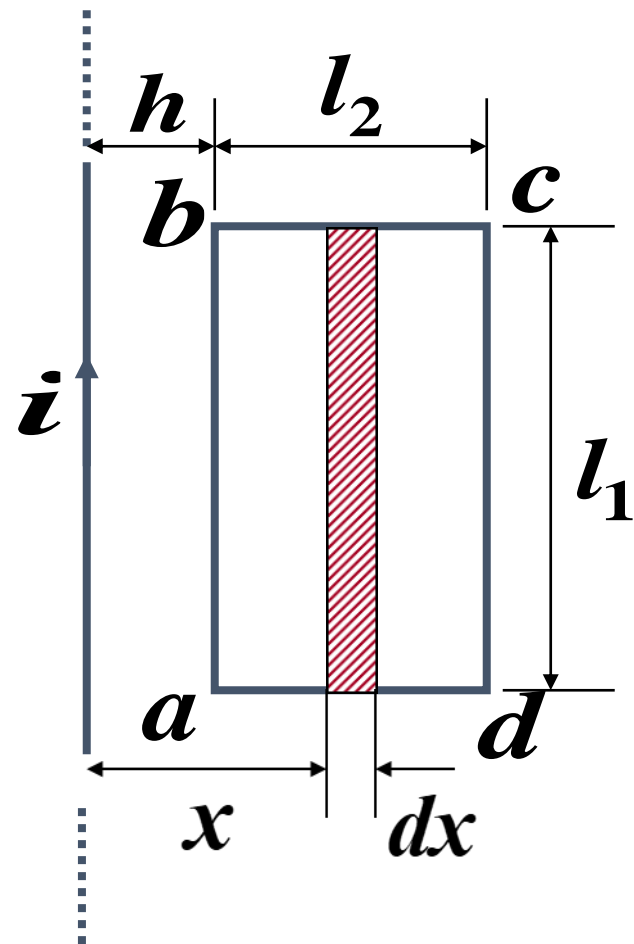
共面矩形线圈  $abcd$

已知：  $l_1$   $l_2$   $h$  求：  $\mathcal{E}_i$

解：

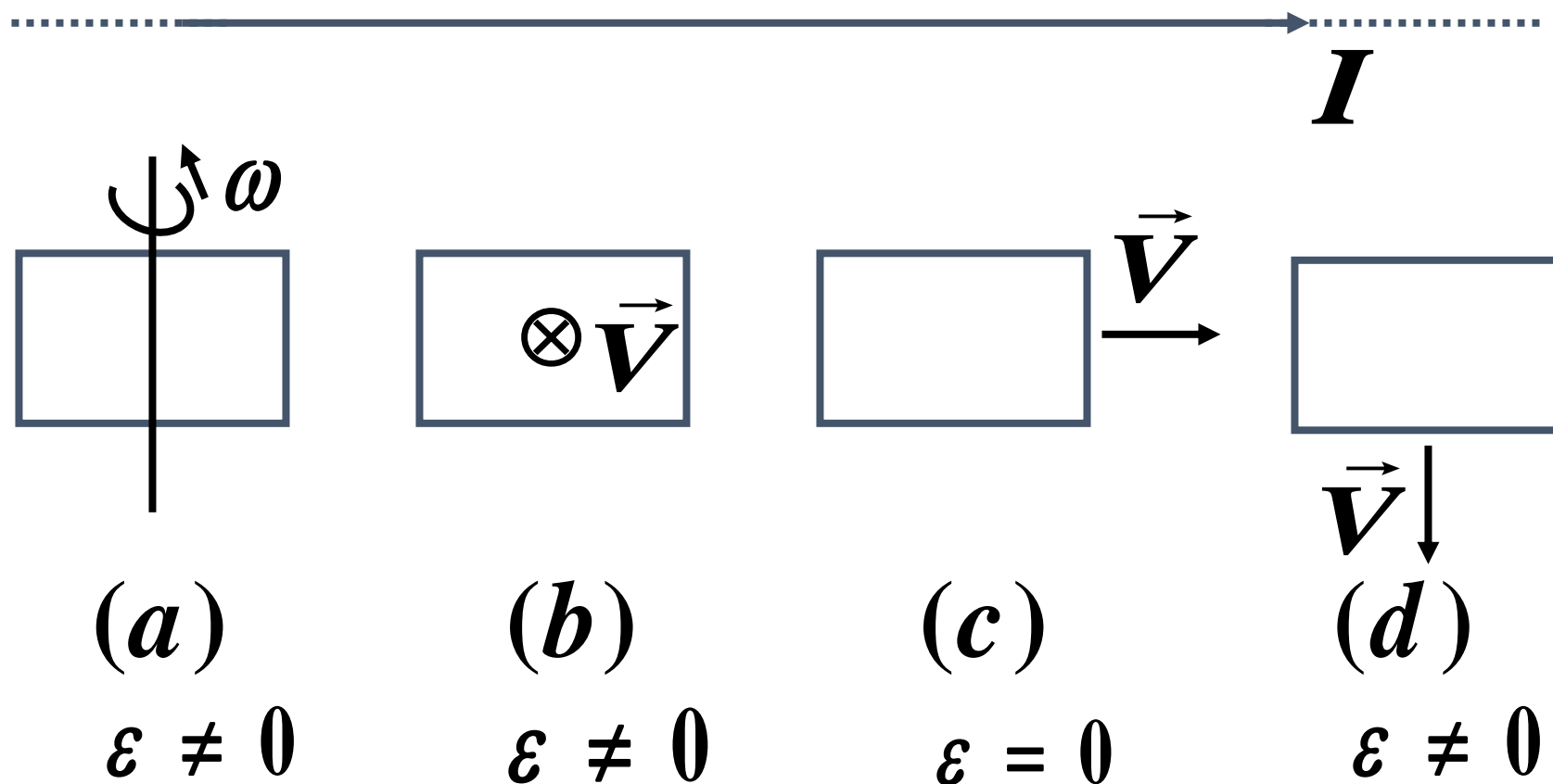
$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_h^{h+l_2} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l_1 dx$$
$$= \frac{\mu_0 i_0 l_1}{2\pi} \ln \frac{h+l_2}{h} \sin \omega t$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 i_0 l_1 \omega}{2\pi} \ln \frac{h+l_2}{h} \cos \omega t$$

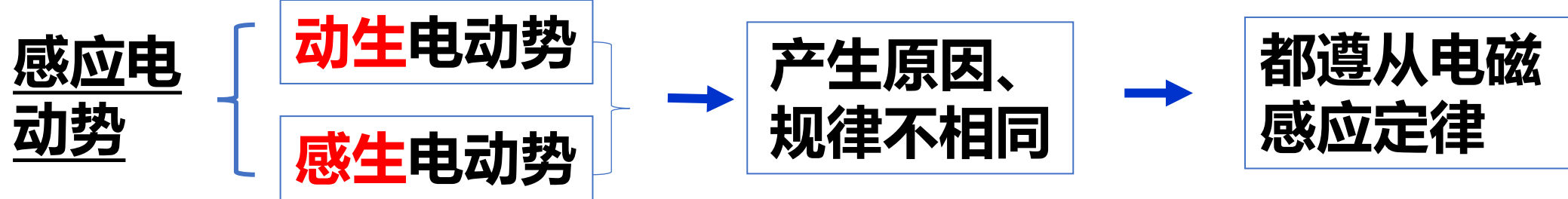


在无限长直载流导线旁有相同大小的四个矩形线圈，分别作如图所示的运动

判断回路中是否有感应电流。



两类实验现象 { 导线或线圈在磁场中运动  
线圈内磁场变化

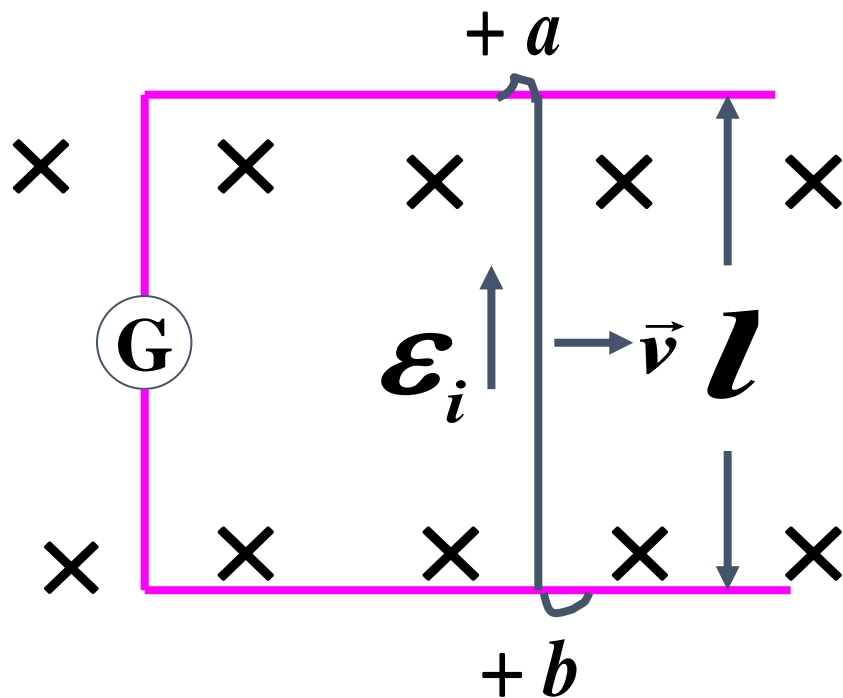


## 13-2 动生电动势和感生电动势

### 一、动生电动势

动生电动势是由于**导体或导体回路在磁场中运动**而产生的电动势。

非静电力  $\xrightarrow{\text{产生}}$  动生电动势



# 动生电动势的成因

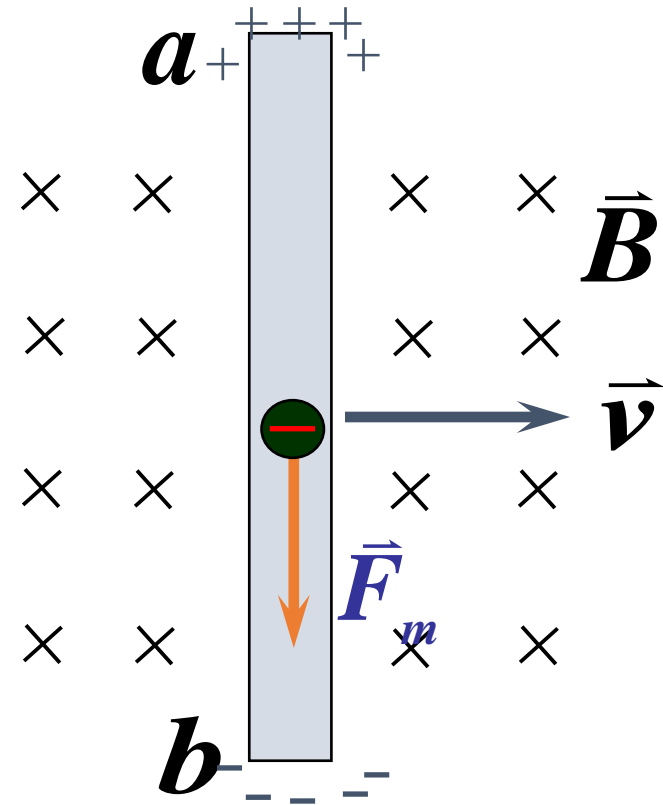
导线内每个自由电子  
受到的洛伦兹力为

$$\vec{F}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

非静电力

它驱使电子沿导线由  $a$  向  $b$  移动。

由于洛伦兹力的作用使  $b$  端出现过剩负电荷， $a$  端出现过剩正电荷。



# 动生电动势的成因

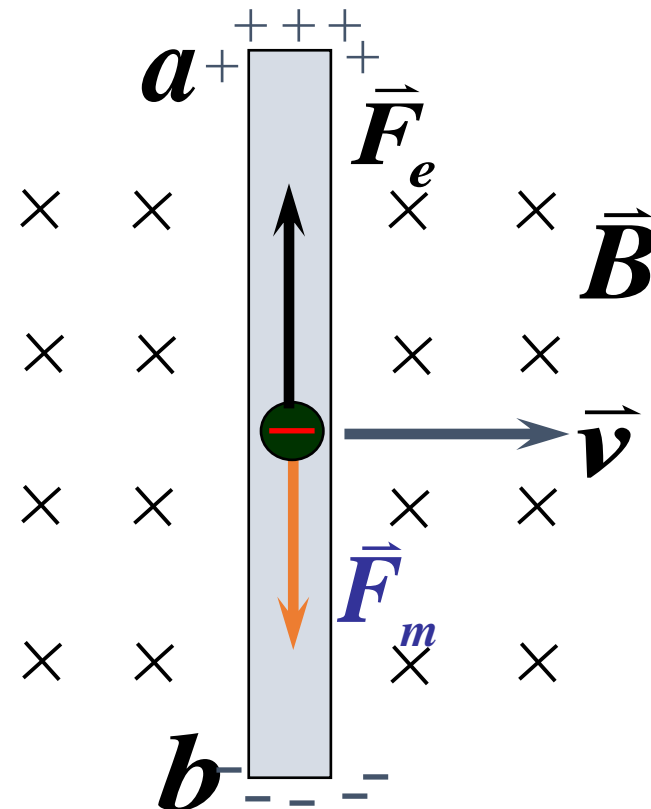
在导线内部产生静电场  $\vec{E}$  方向  $a \rightarrow b$

电子受的静电力

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}$$

平衡时

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m$$



此时电荷积累停止， $ab$ 两端形成稳定的电势差。

**洛伦兹力是产生动生电动势的根本原因。**

# 动生电动势的一般公式

非静电力  $\vec{F}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$

定义  $\vec{E}_k$  为 **非静电场强**  $\vec{E}_k = (\vec{v} \times \vec{B})$  **场强:**  $\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q}$

由电源内部电动势定义

$$\mathcal{E}_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

运动导线 $ab$ 产生的动生电动势为

$$\mathcal{E}_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

# 一般情况

导线是**曲线**，磁场为**非均匀场**。

导线上各长度元  $dl$  上的速度  $\vec{v}$ 、 $\vec{B}$  各不相同

$dl$  上的动生电动势

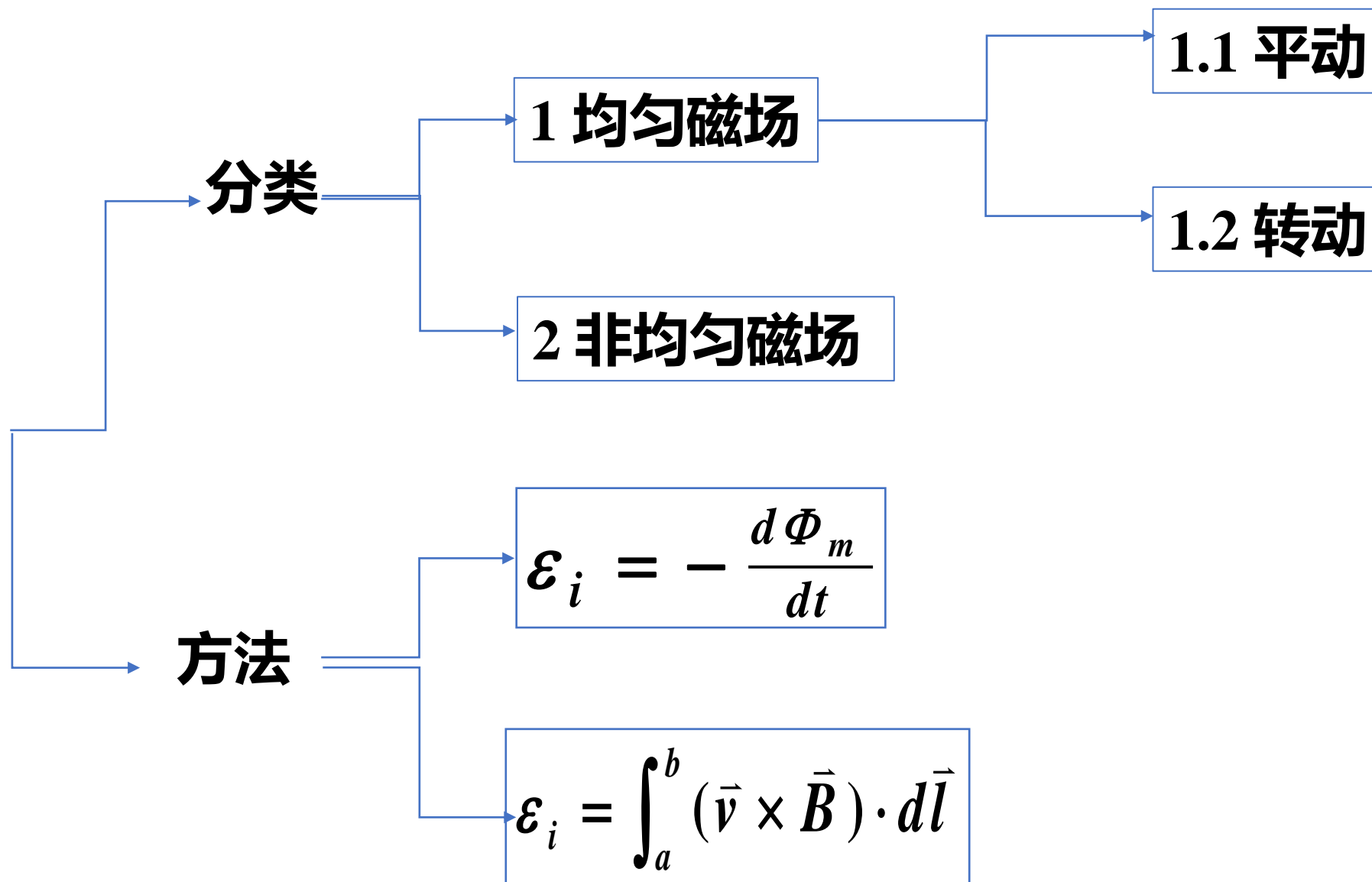
$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

整个导线  $L$  上的动生电动势

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



# 计算动生电动势



## 1.1 均匀磁场 平动

例 已知:  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\alpha$ ,  $L$  求:  $\mathcal{E}$

解:

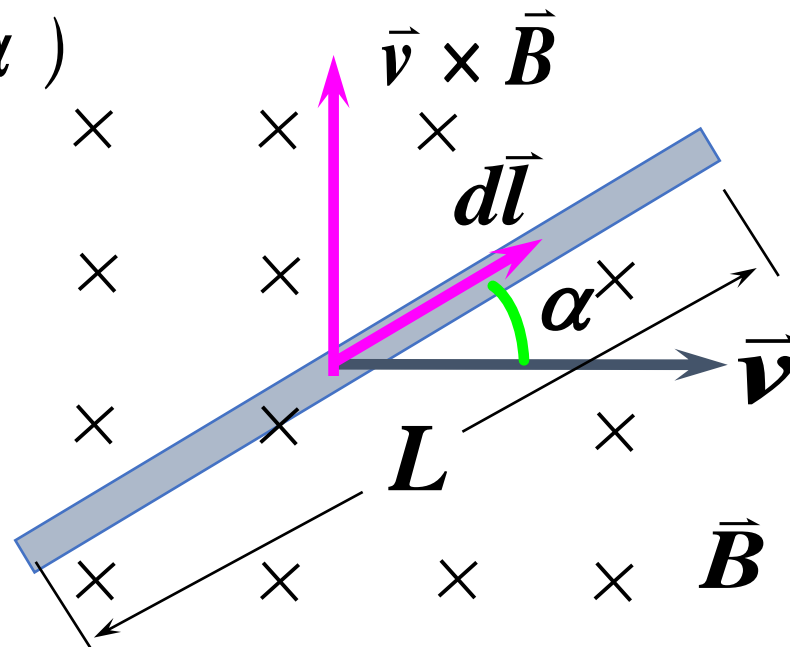
$$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= vB \sin 90^\circ dl \cos(90^\circ - \alpha)$$

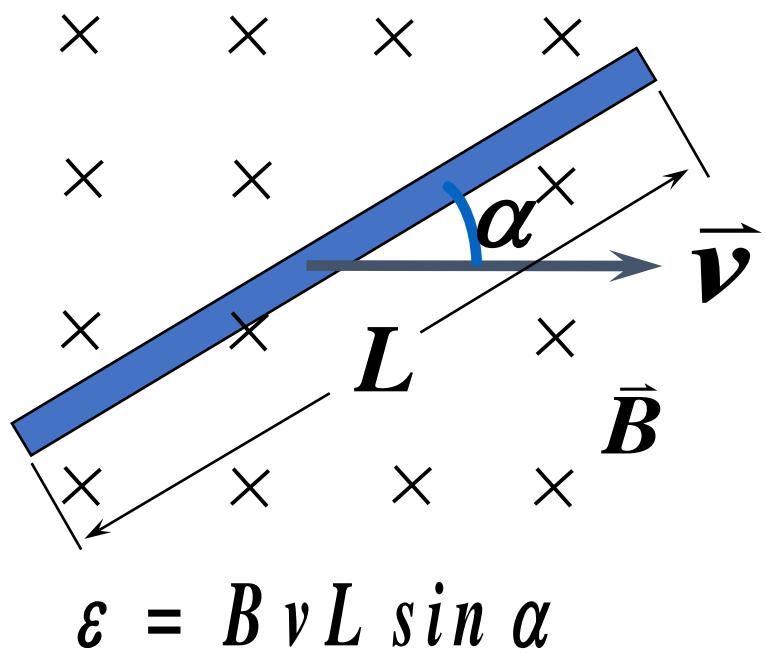
$$= Bv \sin \alpha dl$$

$$\mathcal{E} = \int Bv \sin \alpha dl$$

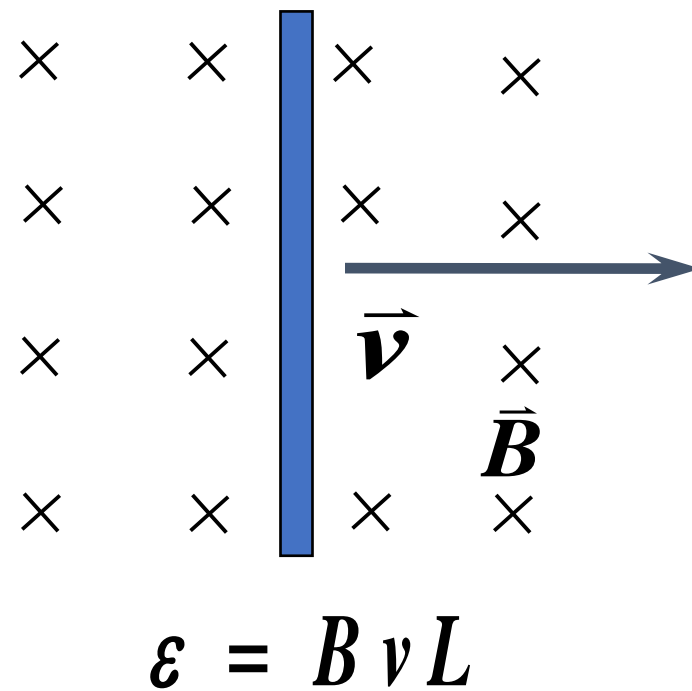
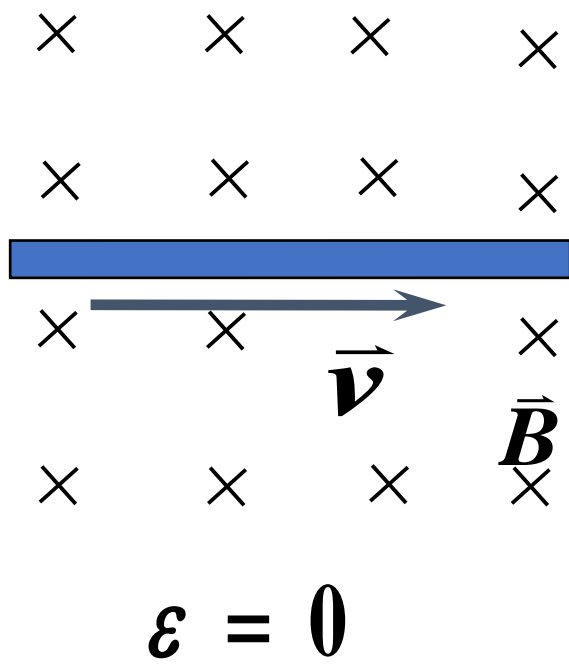
$$= BvL \sin \alpha$$



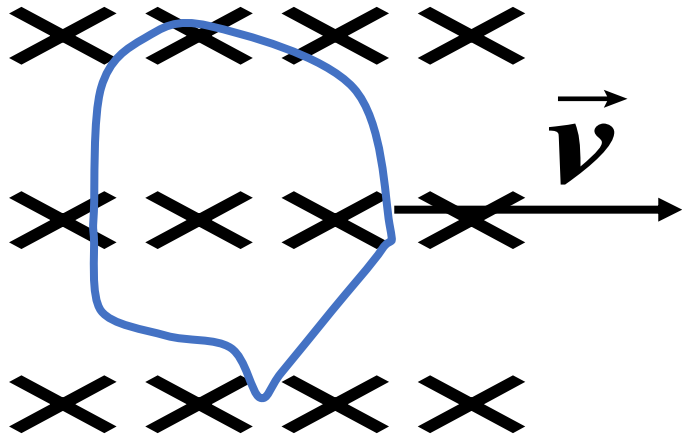
## 典型结论



## 特例



## 1.1 均匀磁场 闭合线圈平动



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$$

**例 1 有一半圆形金属导线在匀强磁场中作切割磁力线运动。**

**已知：**  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$ ,  $R$ .

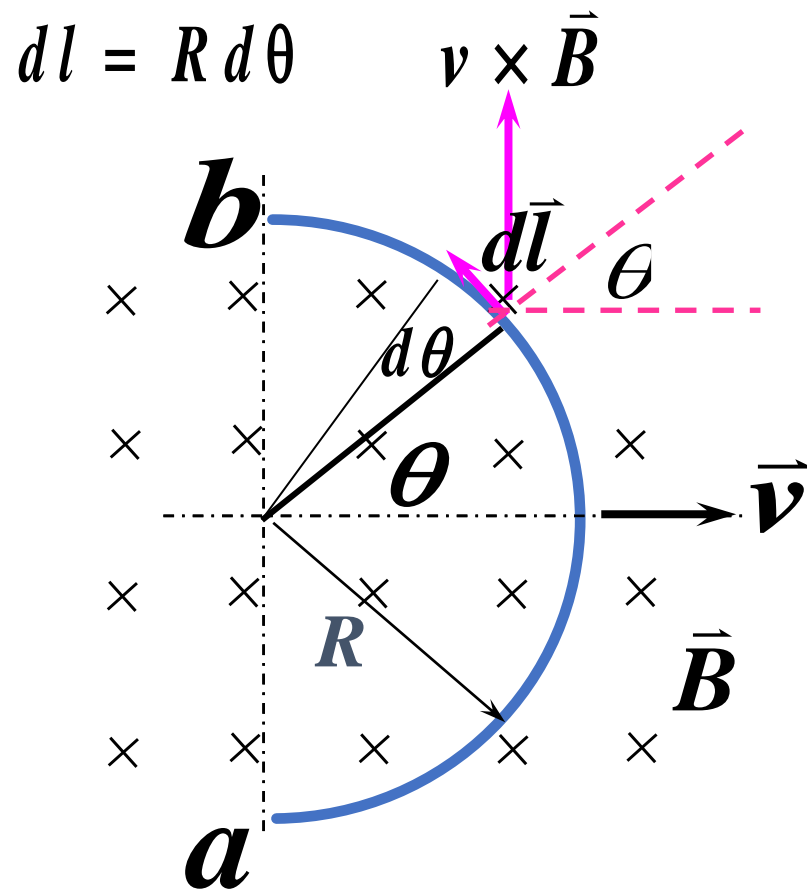
**求：** 动生电动势。

**解：** **方法一 定义法**

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= vB \sin 90^\circ dl \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= vBR \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta \\ &= vB 2R \end{aligned}$$

**方向：**  $a \rightarrow b$



**例1 有一半圆形金属导线在匀强磁场中作切割磁力线运动。**

**已知：**  $\vec{v}, \vec{B}, R$ .

**求：动生电动势。**

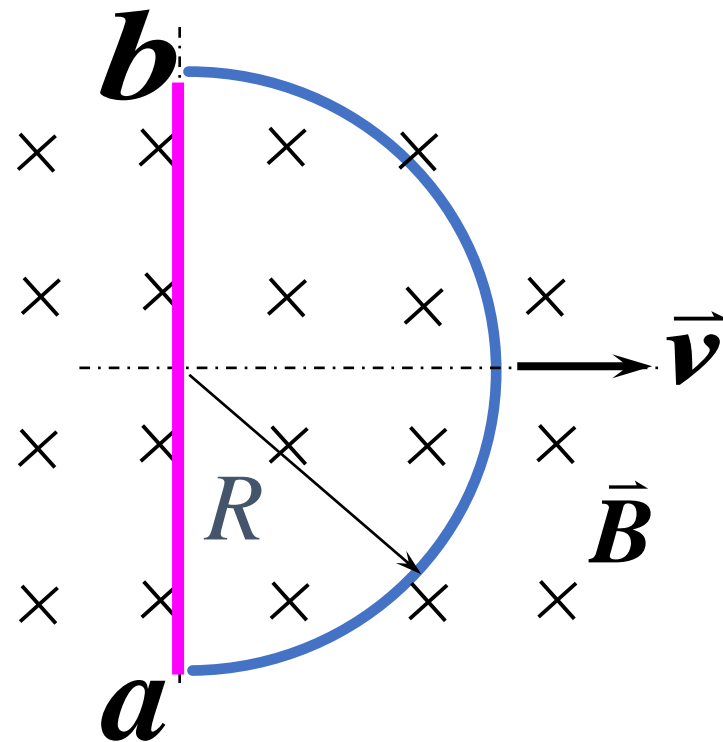
**解：方法二**

**作辅助线，形成闭合回路**

$$\varepsilon_i = 0$$

$$\varepsilon_{\text{半圆}} = \varepsilon_{\overline{ab}} = 2RBv$$

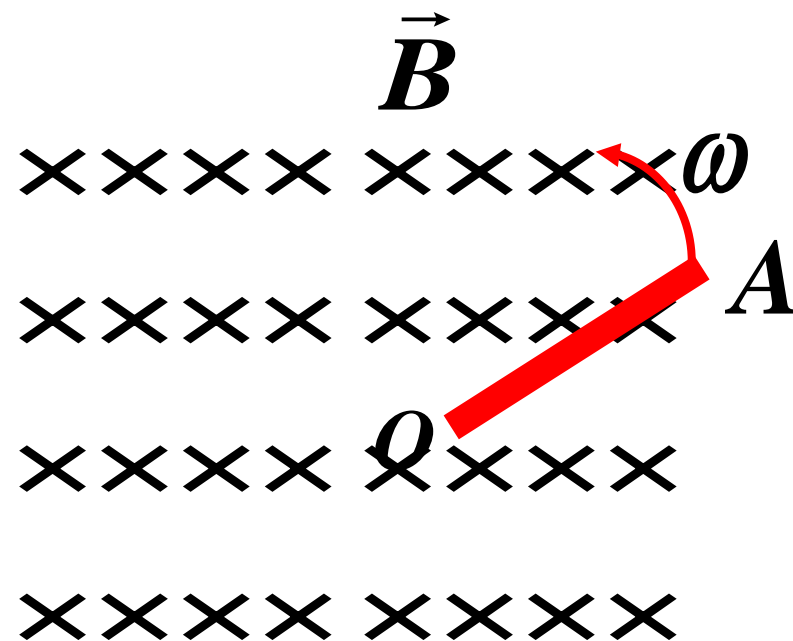
**方向：**  $a \rightarrow b$



## 1.2 均匀磁场 转动

例 如图，长为 $L$ 的铜棒在磁感应强度为  $\vec{B}$  的均匀磁场中，以角速度  $\omega$  绕  $O$  轴转动。

求：棒中感应电动势的大小和方向。

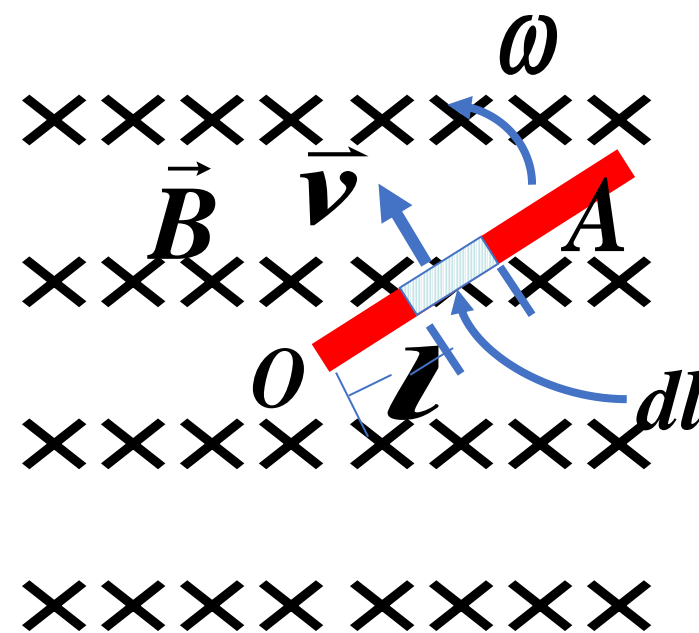


解：方法一 定义法

取微元  $d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

$$= -Bvdl = -Bl\omega dl$$
$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = \int_0^L Bl\omega dl$$
$$= -\frac{1}{2}B\omega L^2$$

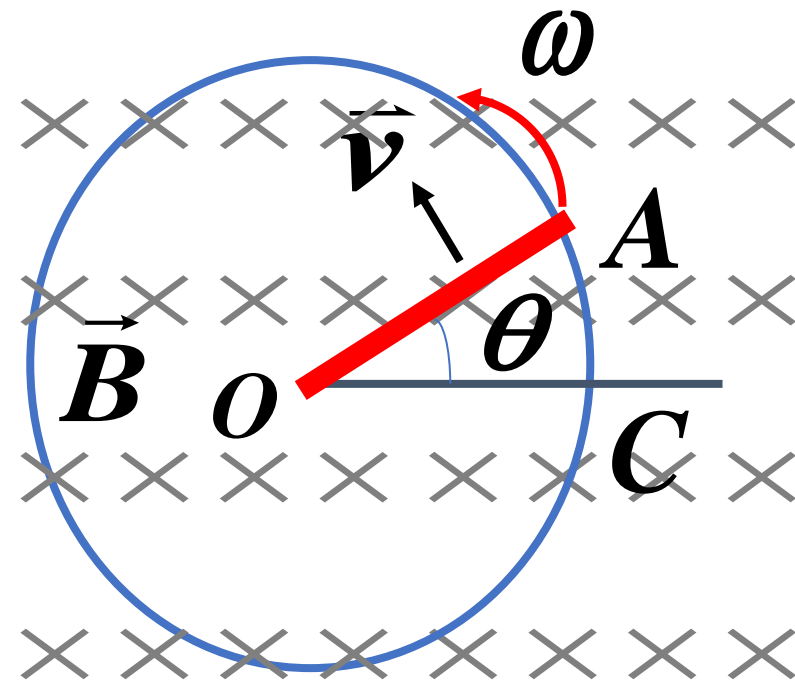
方向  $A \rightarrow O$





## 方法二 作辅助线，形成闭合回路 $OACO$

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \\ &= B S_{OACO} = \frac{1}{2} B \theta L^2 \\ \varepsilon_i &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2} B L^2 \frac{d\theta}{dt} \\ &= -\frac{1}{2} B \omega L^2\end{aligned}$$



符号表示方向沿 **$AOCA$**   $OC$ 、 $CA$ 段没有动生电动势

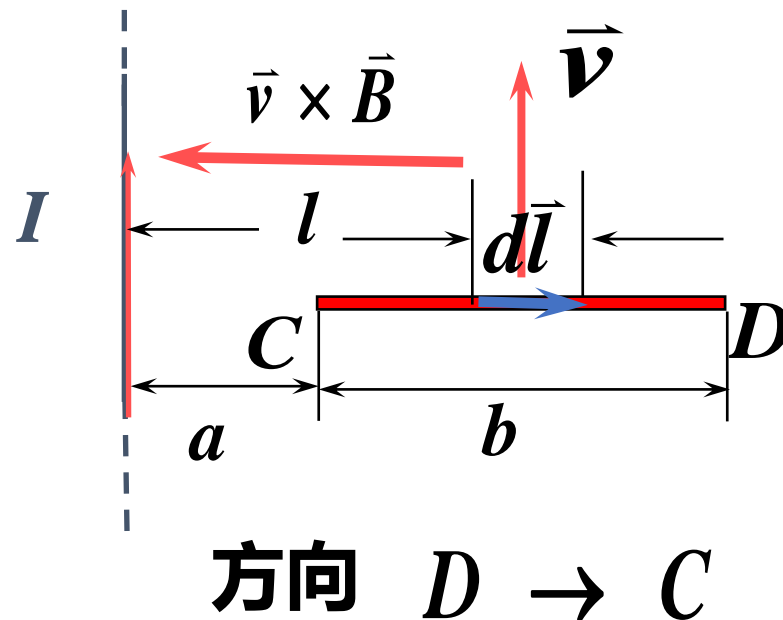
## 2. 非均匀磁场

例 一直导线 $CD$ 在一无限长直电流磁场中作切割磁力线运动。  
求：动生电动势。

解：方法一 定义法

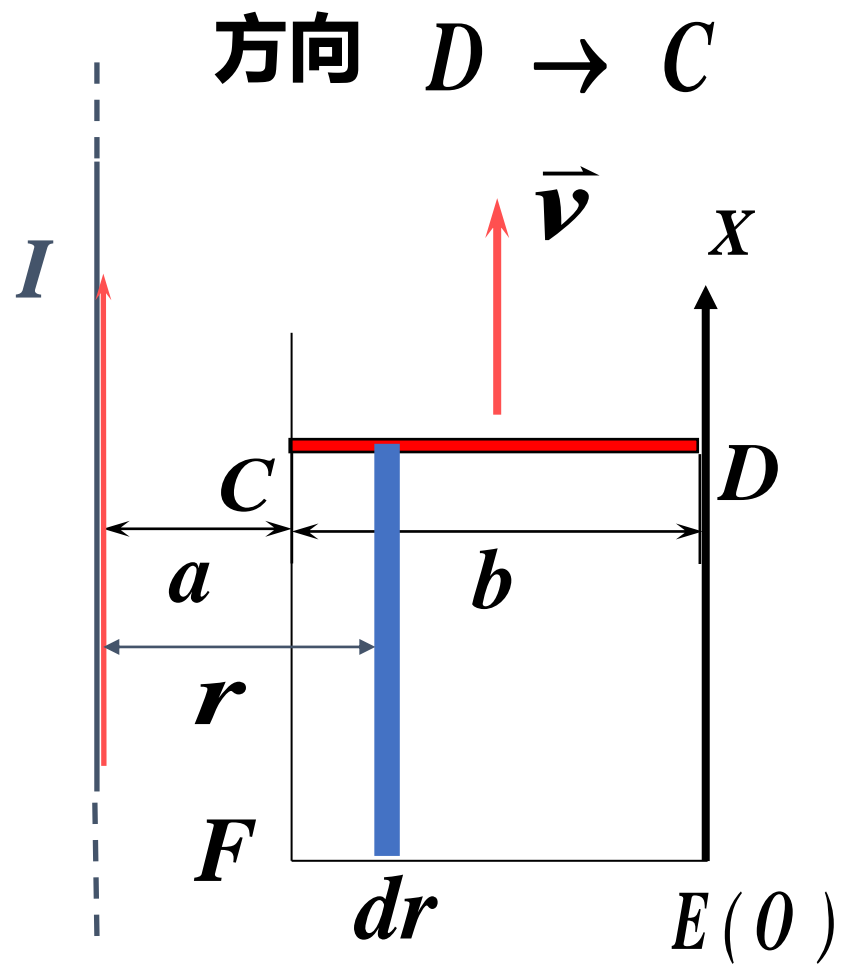
$$\begin{aligned}d\varepsilon &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\&= v \frac{\mu_0 I}{2\pi l} \sin 90^\circ dl \cos 180^\circ \\&= -\frac{\mu_0 v I}{2\pi l} dl\end{aligned}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 v I}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{dl}{l} = -\frac{\mu_0 v I}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$



### 方法二 作辅助线，形成闭合回路 $CDEF$

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_S \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} x dr \\ &= \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \\ \mathcal{E}_i &= - \frac{d\Phi}{dt} \\ &= - \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \right) \frac{dx}{dt} \\ &= - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}\end{aligned}$$

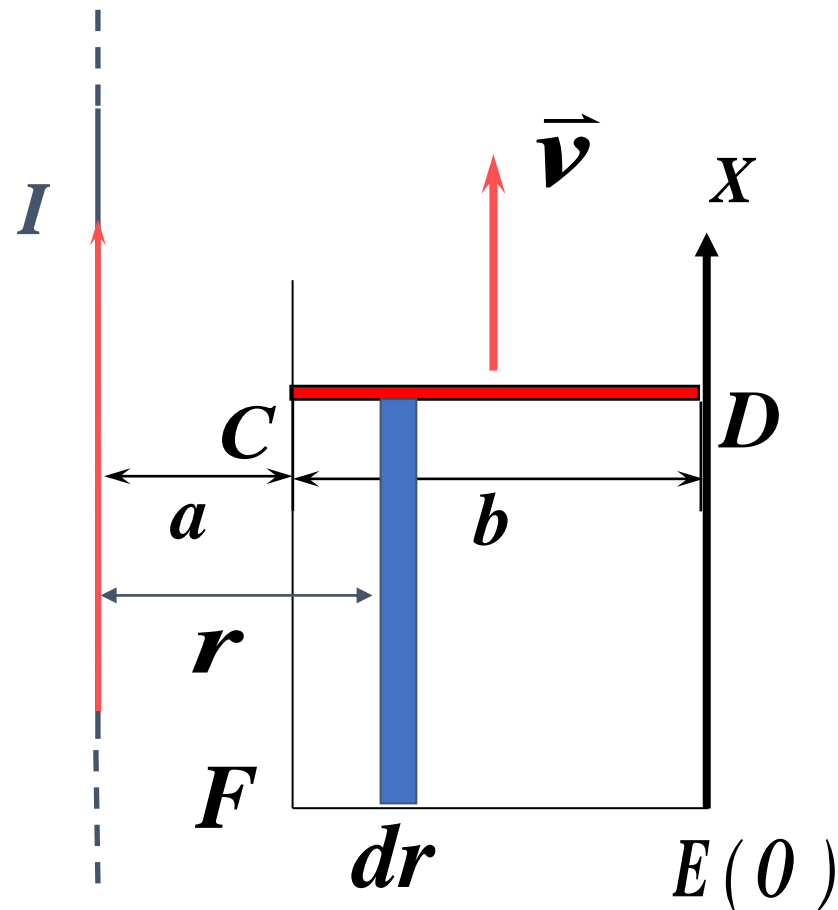


思考：

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$d\Phi = \vec{B} \bullet d\vec{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} x dr$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2\pi r} x dr}{dt}$$

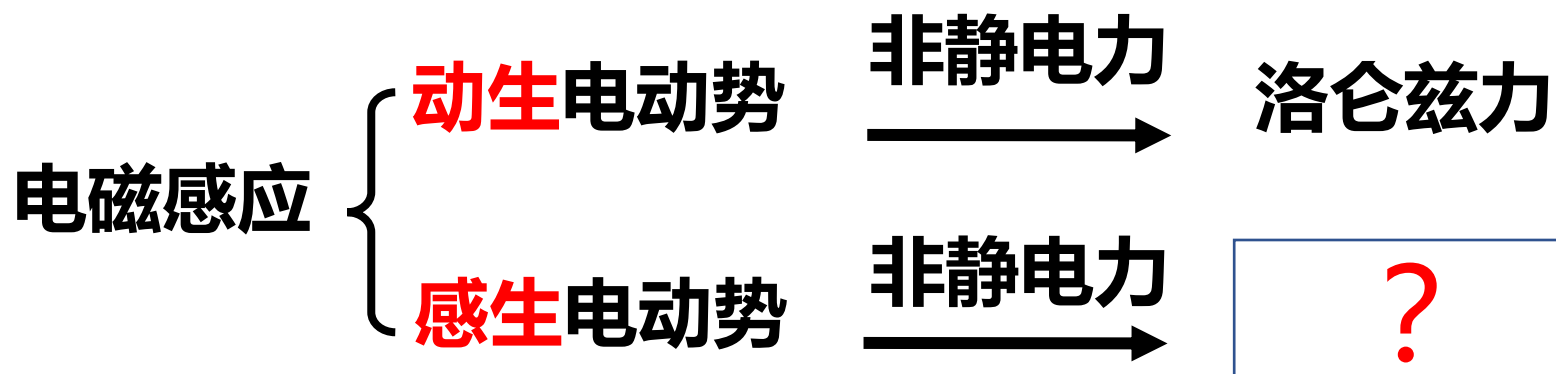
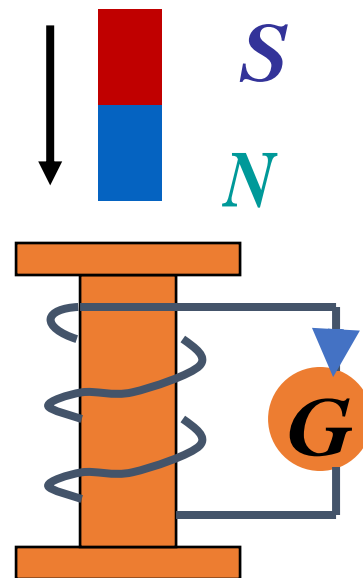


做法对吗？

## 二、感生电动势和感生电场

### 1、感生电场

感生电动势：由于**磁场发生变化**  
而激发的电动势



## 麦克斯韦假设：

变化的磁场在其周围空间会激发一种涡旋状的电场，  
称为涡旋电场或感生电场。记作  $\vec{E}_{\text{涡}}$  或  $\vec{E}_{\text{感}}$

感生电动势  $\xrightarrow{\text{非静电力}}$  感生电场力

由电动势的定义

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l}$$

由法拉第电磁感应定律

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

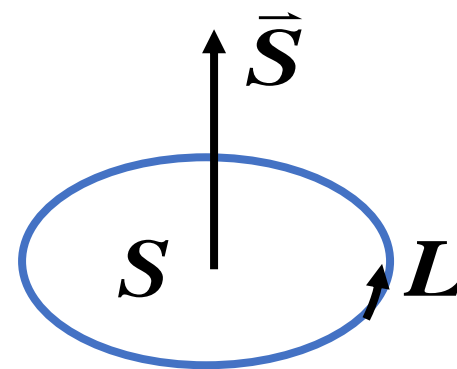
## 讨论

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

1) 此式反映**变化磁场**和**感生电场**的相互关系，  
即**感生电场是由变化的磁场产生的**。

2)  $S$  是以  $L$  为边界的任一曲面。

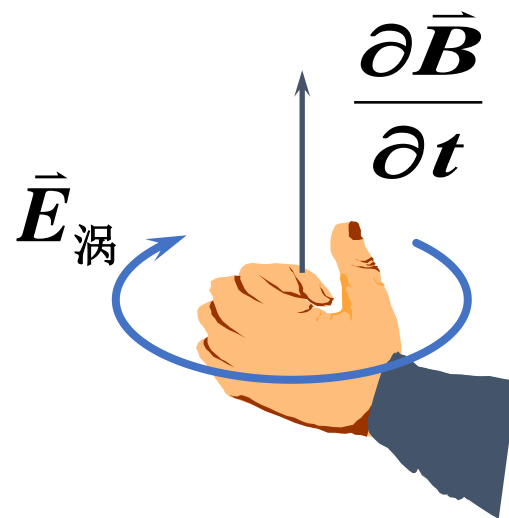
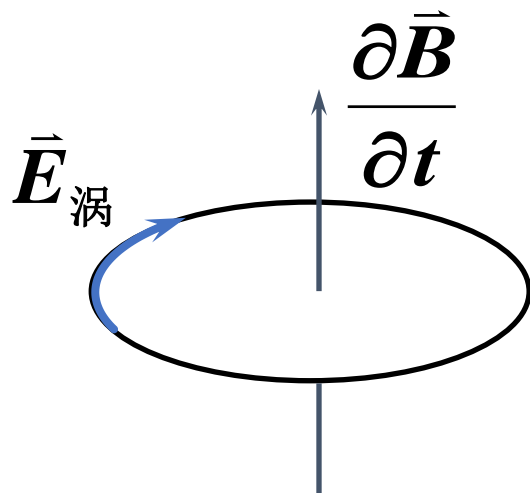
$\vec{S}$ 的法线方向应选得与曲线  $L$   
的积分方向成**右手螺旋**关系



$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  是**曲面上的任一面元**上磁感应强度的变化率  
不是**积分回路线元**上的磁感应强度的变化率

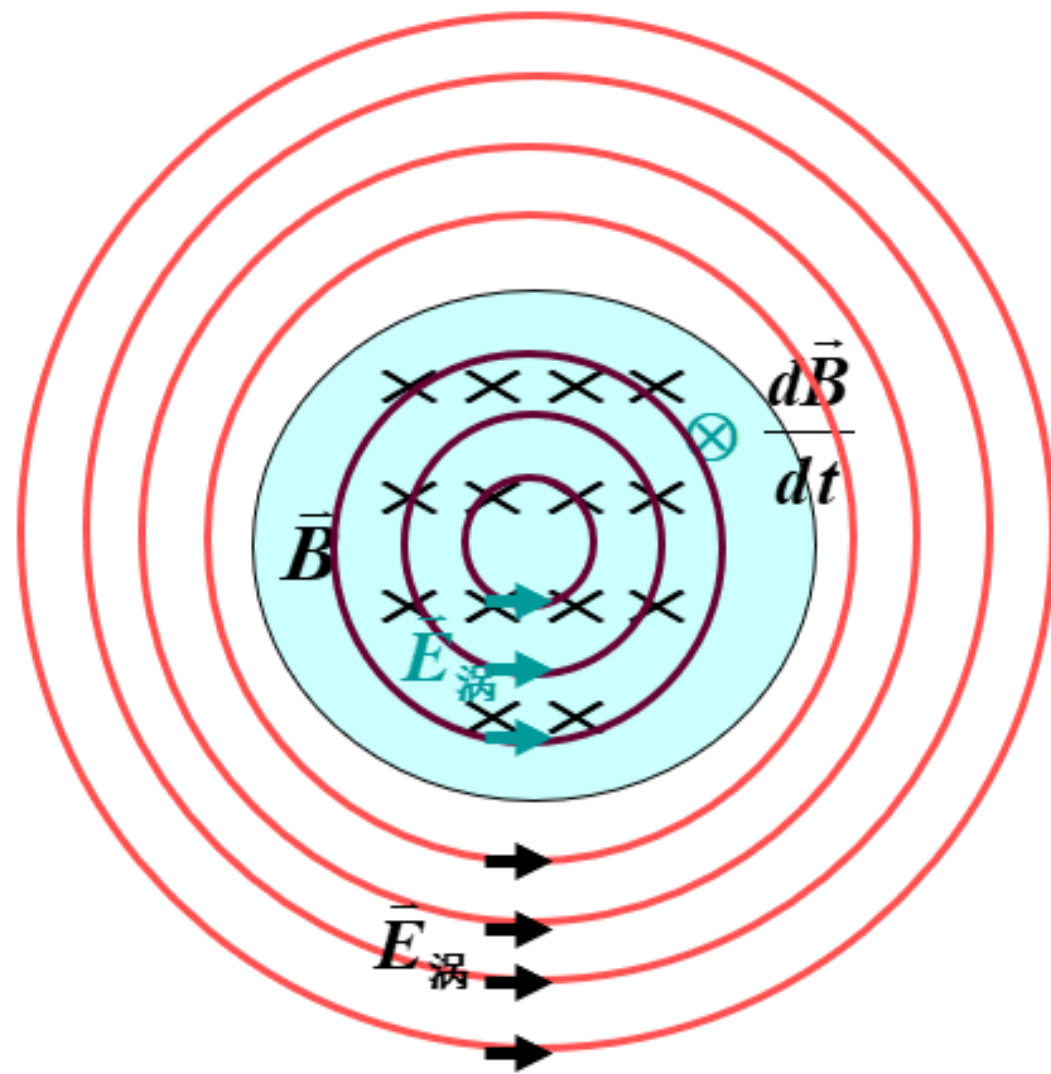
$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

3)  $\vec{E}_{\text{涡}}$  与  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  构成左旋关系。





# 感生电场电场线



## 一. 感生电场的性质

麦克斯韦假设感生电场的性质方程为：

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{S} = 0$$

## 讨论

### 1) 感生电场的环流

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

这就是法拉第电磁感应定律

说明感生电场是非保守场

### 2) 感生电场的通量

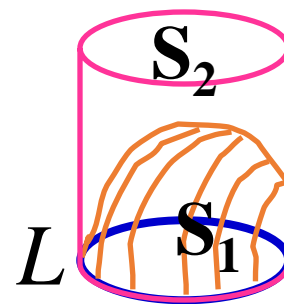
$$\oint_S \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{S} = 0$$

说明感生电场是无源场

### 3) S 与 L 的关系

S 是以 L 为边界的任意面积 如图

以 L 为边界的面积可以是  $S_1$  也可以是  $S_2$



## 静电场（库仑场）

## 感生电场（涡旋电场）

具有电能、对电荷有作用力  
由**静止电荷**产生

具有电能、对电荷有作用力  
由**变化磁场**产生

$\vec{E}_{\text{库}}$  线是“有头有尾”的，  
起于正电荷而终于负电荷

$\vec{E}_{\text{感}}$  线是“无头无尾”的  
是一组闭合曲线

$$\oint_S \vec{E}_{\text{库}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint_S \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{库}} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

	动生电动势	感生电动势
特点	$\varepsilon_i = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$	$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
原因	磁场不变，闭合电路的整体或局部在磁场中 <b>运动</b> 导致回路中 <b>磁通量的变化</b>	闭合回路的任何部分都不动，空间 <b>磁场发生变化</b> 导致回路中 <b>磁通量变化</b>
	由于 <b>S</b> 的变化引起回路中 $\Phi_m$ 变化	由于 <b><math>\vec{B}</math></b> 的变化引起回路中 $\Phi_m$ 变化
非静电力来源	洛伦兹力	感生电场力

## 感生电场的计算

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

**例1** 局限于半径  $R$  的圆柱形空间内分布有均匀磁场，方向如图。磁场的变化率  $\partial B / \partial t > 0$

**求：** 圆柱内、外的  $\vec{E}_{\text{涡}}$  分布。

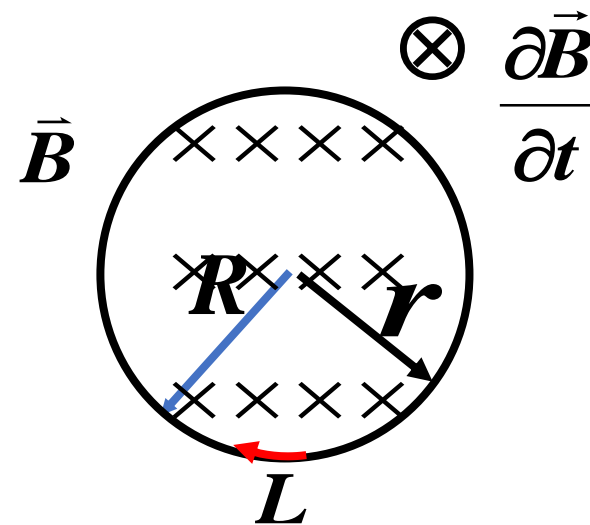
**解：**  $r < R$

$$\oint_l \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \oint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l E_{\text{涡}} dl \cos 0^\circ = - \oint_s \frac{\partial B}{\partial t} dS \cos 0^\circ$$

$$E_{\text{涡}} 2\pi r = - \frac{dB}{dt} \pi r^2 \quad E_{\text{涡}} = - \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

**方向：**  
**逆时针方向**



$$r > R$$

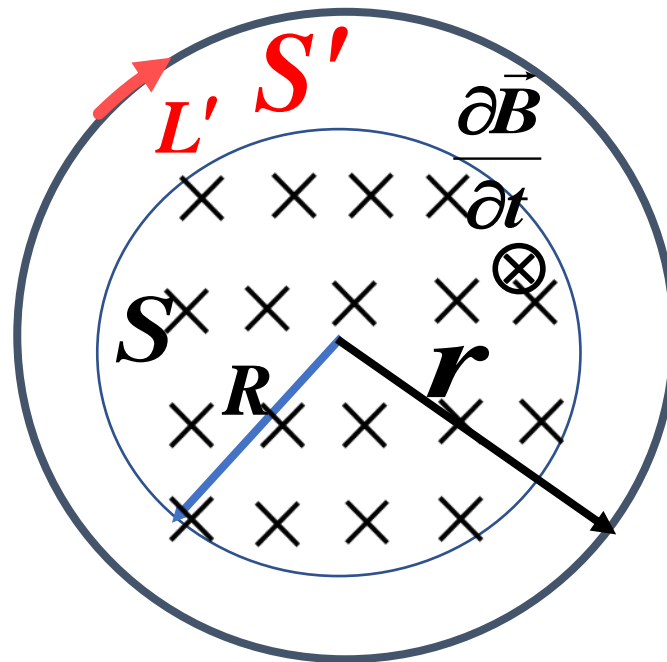
$$\oint_{L'} \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \oint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

在圆柱体外，由于  $B=0$

故  $L'$  上  $\partial \vec{B} / \partial t = 0$

$$\therefore \oint_{L'} \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = 0 \quad ?$$

于是  $L'$  上  $\vec{E}_{\text{感}} = 0$



虽然  $\partial B / \partial t$  在  $L'$  上每点为0，但在  $S'$  上则并非如此。

由图可知，这个圆面积包括柱体内部分的面积，

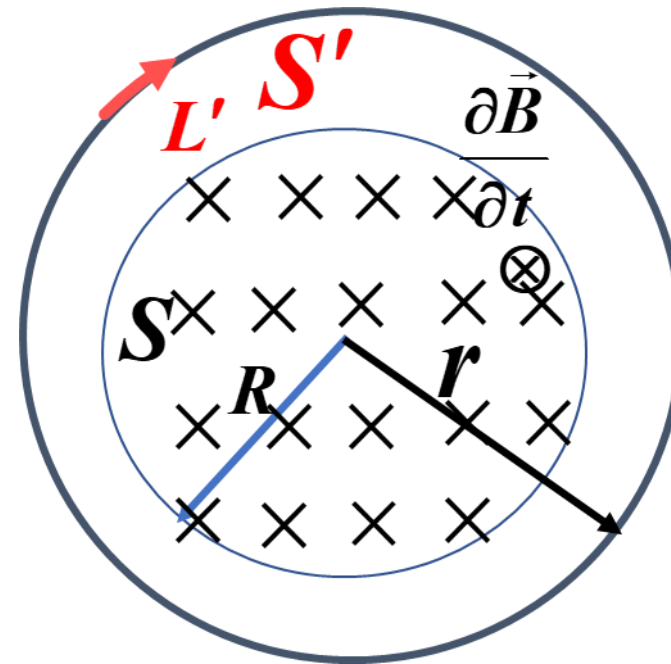
而柱体内  $\partial \vec{B} / \partial t \neq 0$

$$\therefore \oint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \frac{dB}{dt} \pi R^2$$

$$\oint_{L'} \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = -\frac{dB}{dt} \pi R^2$$

$$E_{\text{涡}} 2\pi r = -\frac{dB}{dt} \pi R^2$$

$$E_{\text{涡}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$



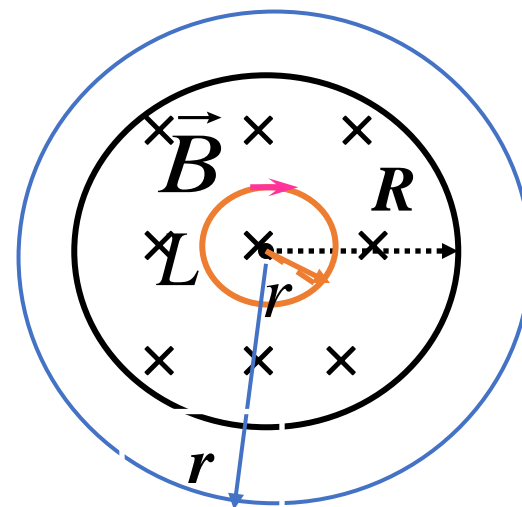
**方向：逆时针方向**



# 由法拉第电磁感应定律

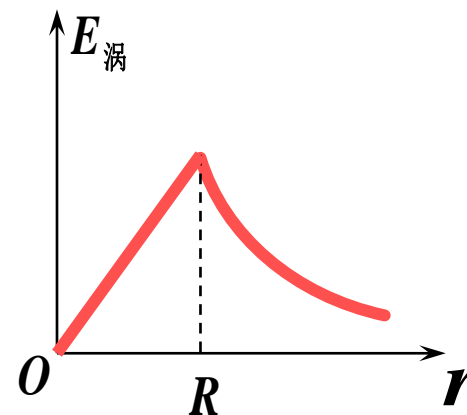
$$E_{\text{感}} 2\pi r = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$E_{\text{感生}} = -\frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$



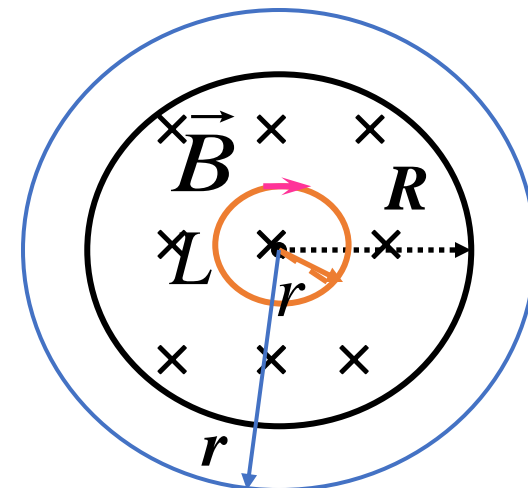
$$r < R \quad \Phi = B\pi r^2 \quad E_{\text{感生}} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$r > R \quad \Phi = B\pi R^2 \quad E_{\text{感生}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$



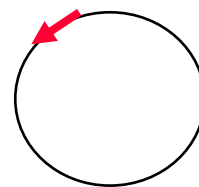
$$r < R \quad E_{\text{感生}} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$r > R \quad E_{\text{感生}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$



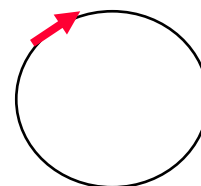
若  $\frac{dB}{dt} > 0$  则  $\varepsilon_i < 0$

电动势方向如图



若  $\frac{dB}{dt} < 0$  则  $\varepsilon_i > 0$

电动势方向如图



## 讨论

1)

$$E_{\text{感生}} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$E_{\text{感生}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

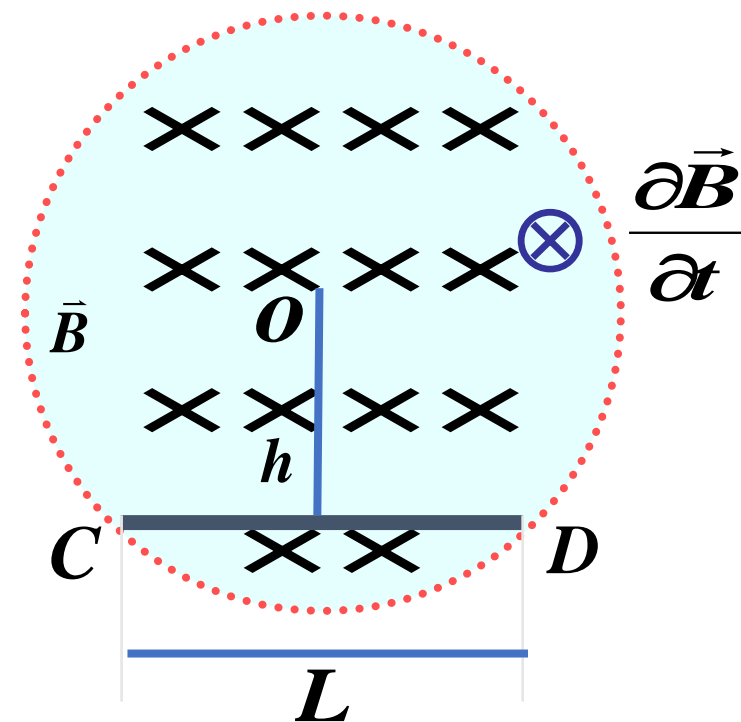
**电子感应加速器的基本原理 1947年世界第一台 能量为70MeV**

**2) 感生电场源于法拉第电磁感应定律，又高于法拉第电磁感应定律。只要以L为边界的曲面内有磁通的变化就存在感生电场**

例2 有一匀强磁场分布在一圆柱形区域内，

已知：  $h$ 、  $L$ 、  $\partial \vec{B} / \partial t > 0$  方向如图。

求：  $\mathcal{E}_{CD}$



解:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l}$$

$$|\vec{E}_{\text{涡}}| = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

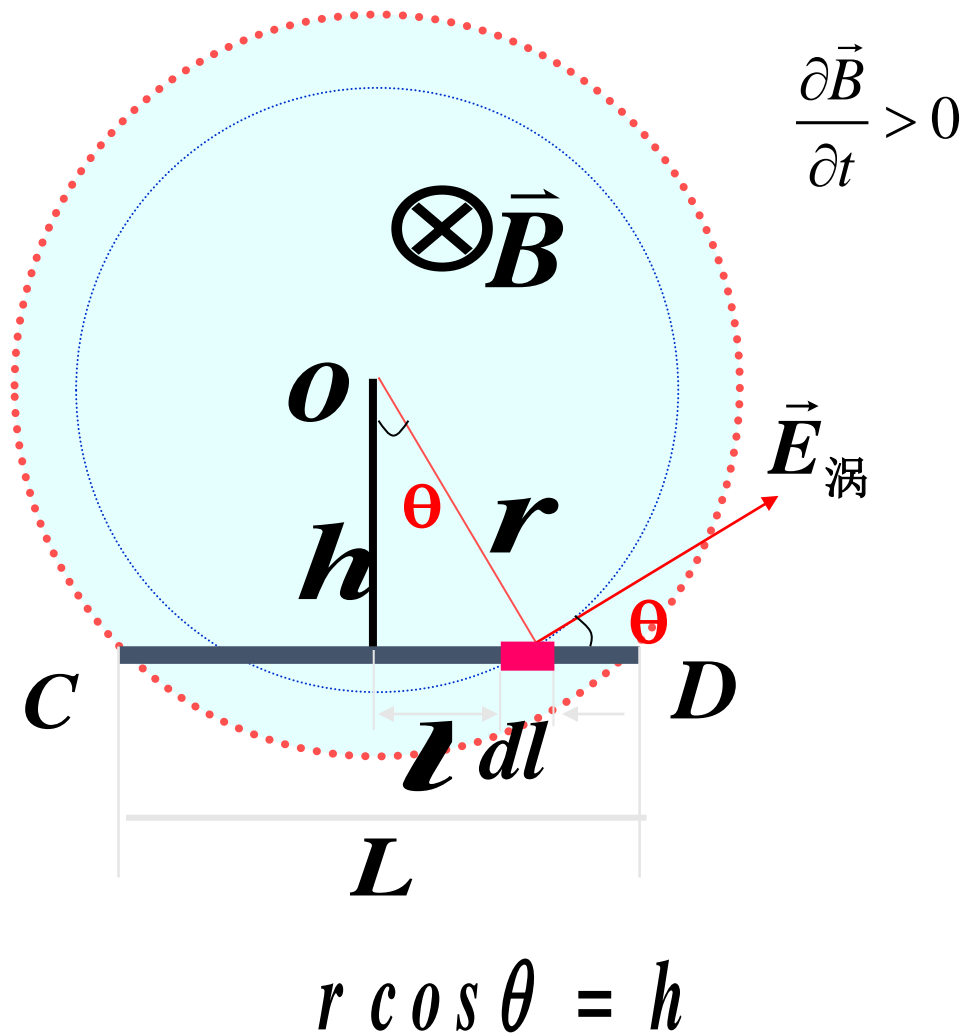
$$d\varepsilon = \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l}$$

$$= \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta$$

$$= \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} dl$$

$$\varepsilon_{CD} = \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} \int_L dl = \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt}$$

电动势的方向由C指向D



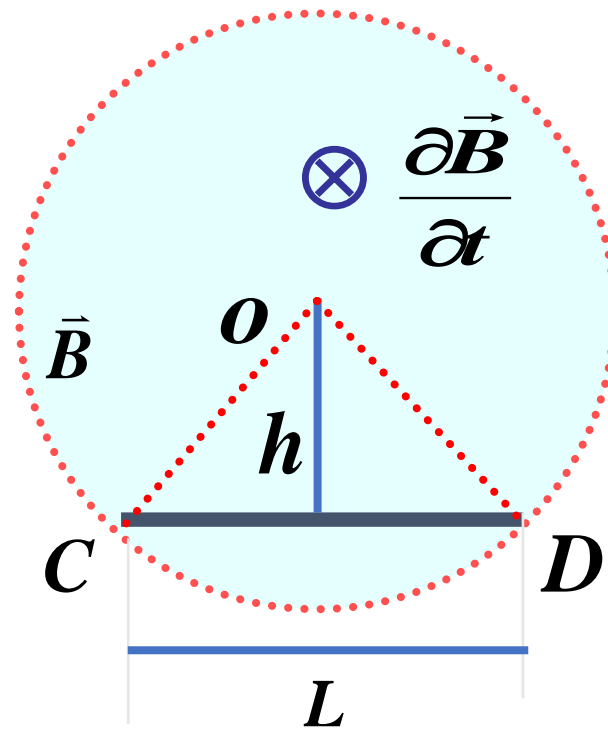
# 用法拉第电磁感应定律求解

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \oint_{OCD O} \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = \int_O^C \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} + \int_D^O \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} \\ &= \underline{0} + \varepsilon_{CD} + \underline{0} \\ &\quad ? \quad ?\end{aligned}$$

$CODC$  所围面积为:  $S = \frac{1}{2}hL$

磁通量  $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}hLB$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{1}{2}hL \frac{dB}{dt}$$



# 讨论

$CD$ 导体存在时，电动势的方向由 $C$ 指向 $D$   
加圆弧连成闭合回路 $\mathcal{E}_2$ ？

由楞次定律知：感生电流的方向是**逆时针方向**.....

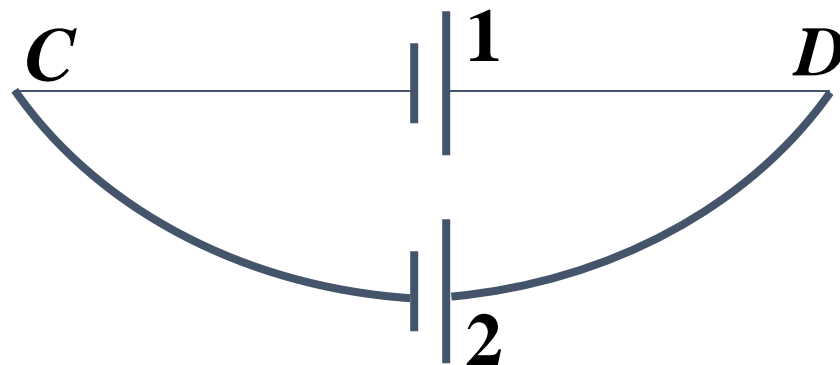
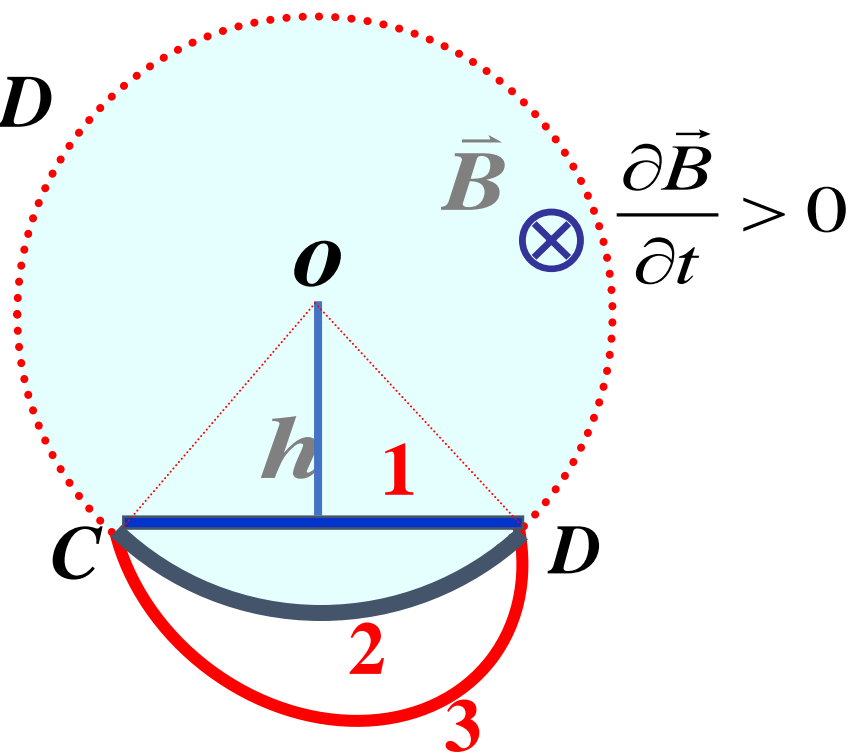
$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt}$$

$$= S_{\Delta OCD} \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = S_{\text{扇} OCD} \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$$

$$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_2$$



# 讨论

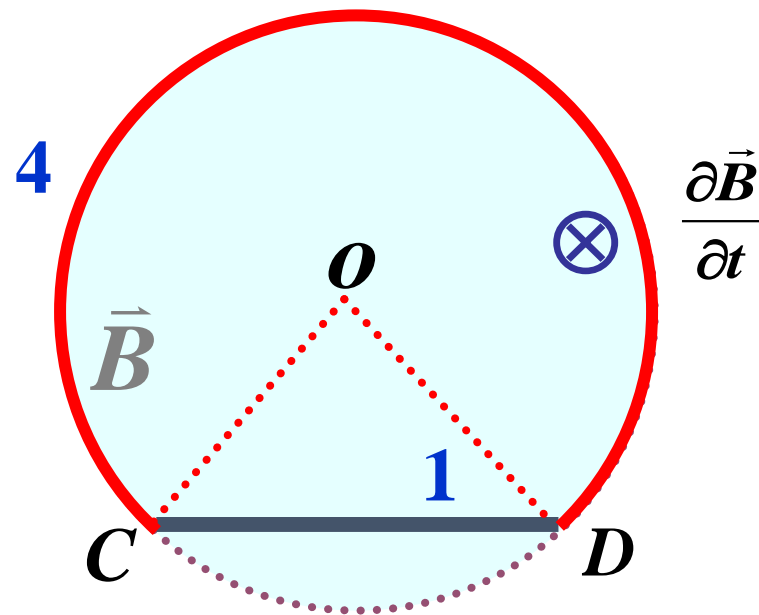
$$\mathcal{E}_1 = S_{\triangle OCD} \frac{dB}{dt}$$

$\mathcal{E}_4$  的方向逆时针  $D \rightarrow 4 \rightarrow C$

$$\mathcal{E}_4 = S_{\text{扇} O D 4 C} \frac{dB}{dt}$$

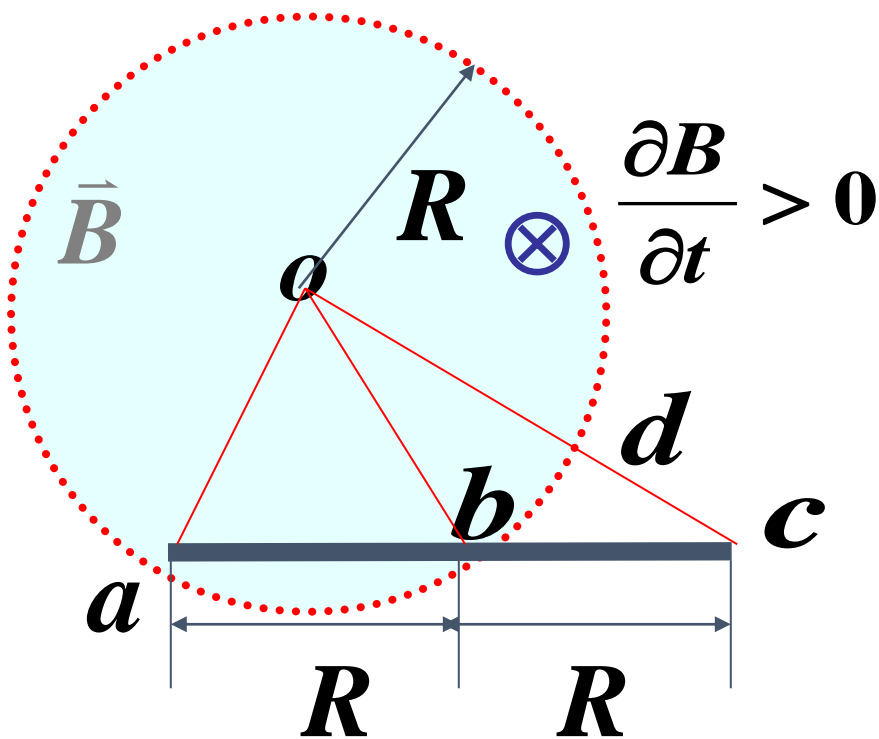
$$\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_4$$

$\mathcal{E}_1$  和  $\mathcal{E}_4$  的大小不同，说明感生电场不是位场，  
其做功与路径有关





## 练习 求杆两端的感应电动势的大小和方向



$$|\varepsilon| = S_{oabdo} \frac{dB}{dt}$$

$$S_{oabdo} = S_{oab} + S_{obd}$$

$$= \frac{1}{2} R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R + \frac{1}{2} R^2 \frac{\pi}{6}$$

$$|\varepsilon| = \left( \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 + \frac{\pi}{12} R^2 \right) \frac{dB}{dt}$$

方向  $a \rightarrow c$

## 二. 感生电场的计算

1. 计算公式:

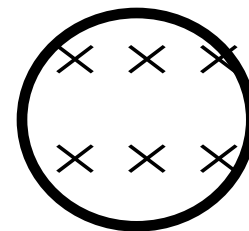
$$\oint_L \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

只有  $\vec{E}_{\text{感生}}$  具有**某种对称性**才有可能计算出来

2. 具有**柱对称性**的感生电场存在的条件: 空间均匀的磁场被限制在圆柱体内, 磁感强度方向平行柱轴, 如长直螺线管内部的场

3. 磁场随时间变化 则这时的**感生电场具有柱对称分布**

$\vec{B}(t)$



## 二、电子感应加速器

利用涡旋电场对电子进行加速

$$evB_R = m \frac{v^2}{R}$$

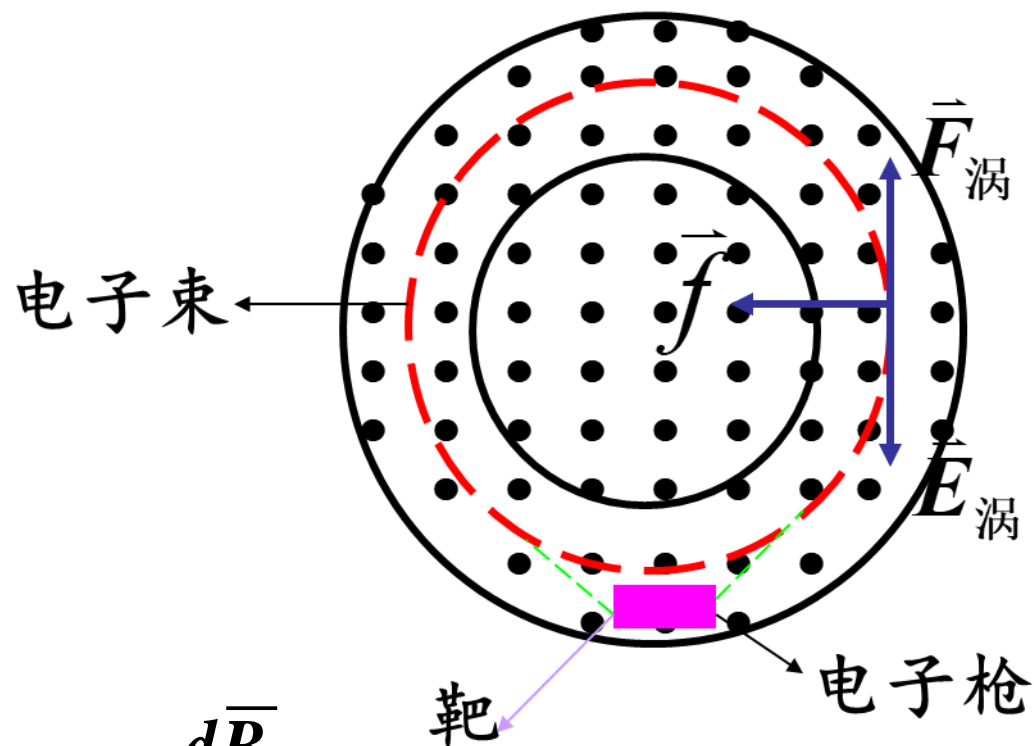
电子轨道处的磁感应强度

$$\Rightarrow B_R = \frac{mv}{eR}$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \vec{E}_{\text{涡}} 2\pi R = \pi R^2 \frac{d\vec{B}}{dt}$$

环形轨道内的平均磁感应强度与涡旋电场关系

$$\Rightarrow \vec{E}_{\text{涡}} = \frac{R}{2} \frac{d\vec{B}}{dt}$$



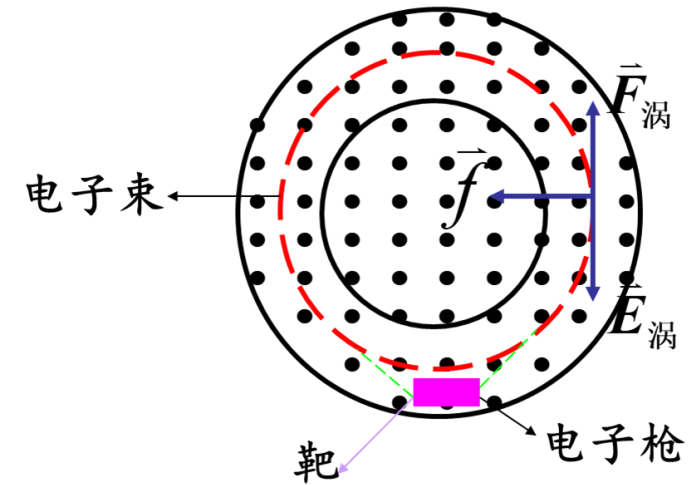
$$\vec{E}_{\text{涡}} = \frac{R}{2} \frac{d\bar{B}}{dt}$$

$$B_R = \frac{mv}{eR}$$

$$F = e\vec{E}_{\text{涡}} = \frac{d(mv)}{dt} \quad \frac{d(mv)}{dt} = \frac{d(B_R eR)}{dt}$$

$$\Rightarrow F = e\vec{E} = e \frac{R}{2} \frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = eR \frac{dB_R}{dt}$$

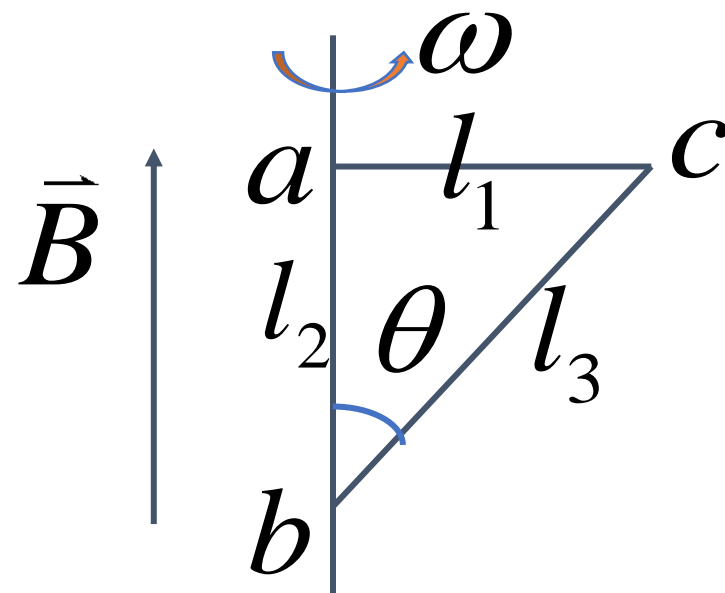
➡ 即  $\frac{dB_R}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\bar{B}}{dt}$  两边积分得  $B_R = \frac{1}{2} \bar{B}$



**磁场的径向分布必须满足的条件**

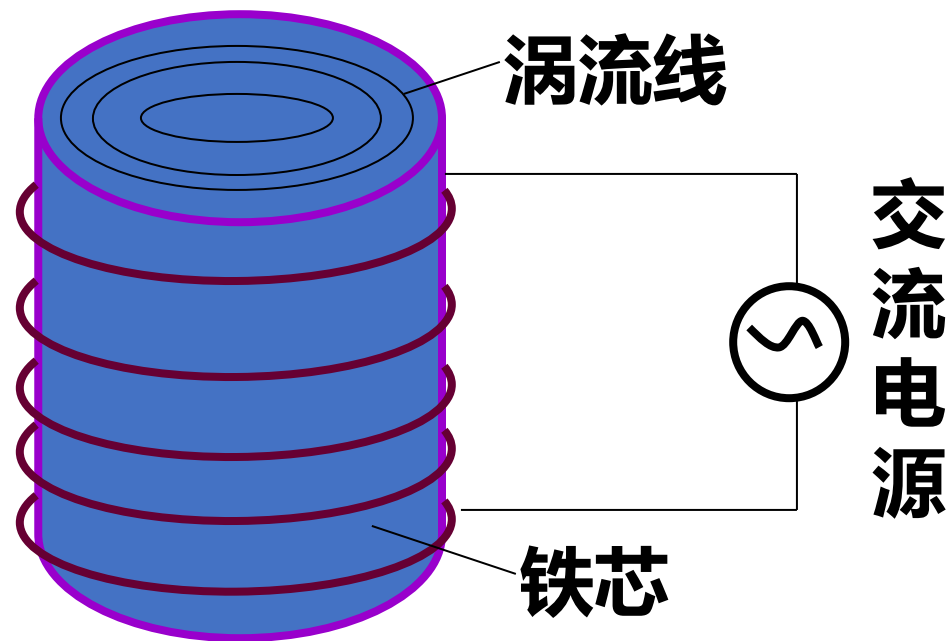
## 练习题

如图所示，直角三角形导线框abc置于磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 $\omega$ 绕ab边为轴转动，ab边平行于 $\vec{B}$ ，求各边的动生电动势及回路abc中总感应电动势。



### \* 三、涡电流（涡流） 趋肤效应

大块的金属在磁场中运动，或处在变化的磁场中，金属内部也要产生感应电流，这种电流在金属内部自成闭合回路，称为**涡电流或涡流**。



**趋肤效应**——涡电流或涡流这种交变电流集中于导体表面的效应。

# 涡电流的热效应

## 利用涡电流进行加热

利

- 1、冶炼难熔金属及特种合金
- 2、家用 如：电磁灶
- 3、电磁阻尼

弊

热效应过强、温度过高，  
易破坏绝缘，损耗电能，还可能造成事故

减少涡流：1、选择高阻值材料  
2、多片铁芯组合

