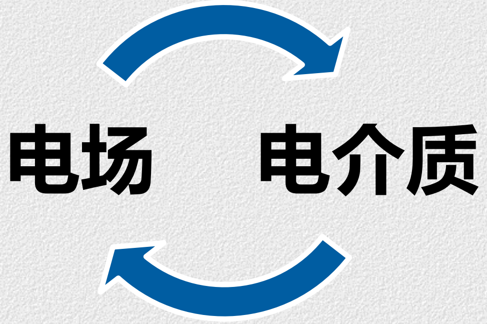
10-3 静电场中的电介质

电介质：绝缘体

理想的电介质：无自由移动电荷，不能导电



思路：

电介质在电场中的电性质；寻找电介质存在时的电荷分布；利用叠加原理求场量

10—3. 静电场中的电介质

§1 静电场中的电介质及其极化

§2 电位移矢量

§3 介质中的高斯定理

§4 静电场的能量

静电场中的电介质

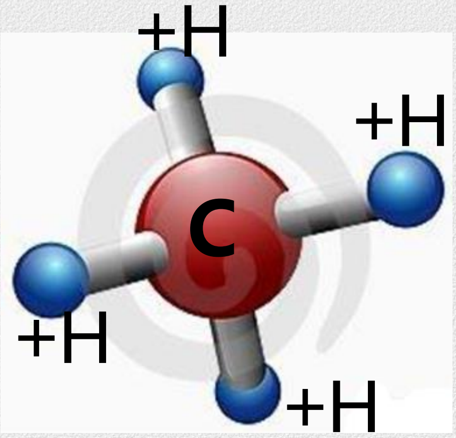
一、电介质的极化 The Polarization of Dielectric

电介质

无极分子：分子正负电荷中心重合；

有极分子：分子正负电荷中心不重合。

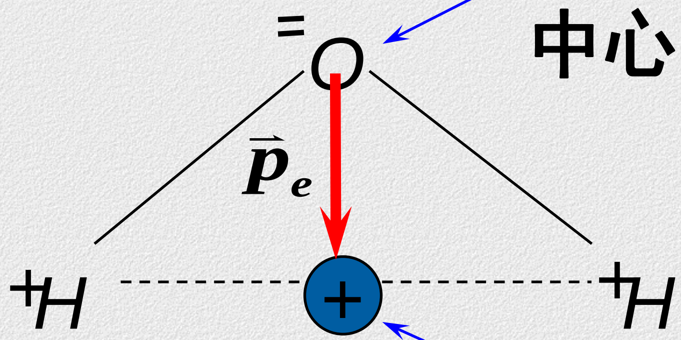
甲烷分子 CH_4



正负电荷中心重合

$\vec{p}_e = 0$

水分子 H_2O



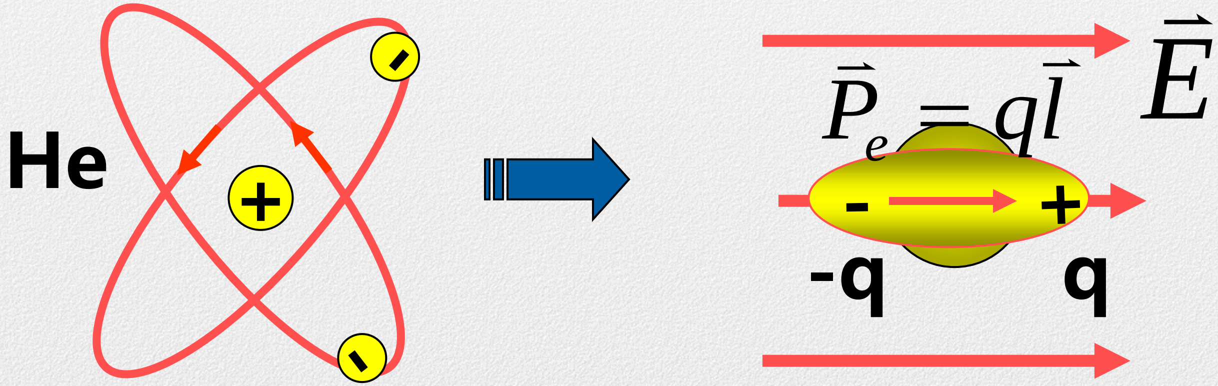
负电荷中心

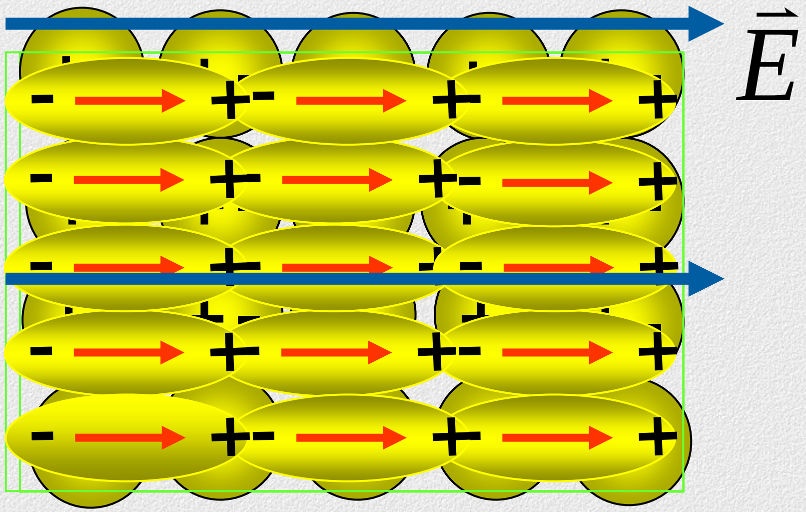
正电荷中心

$\vec{p}_e$ ——分子电偶极矩

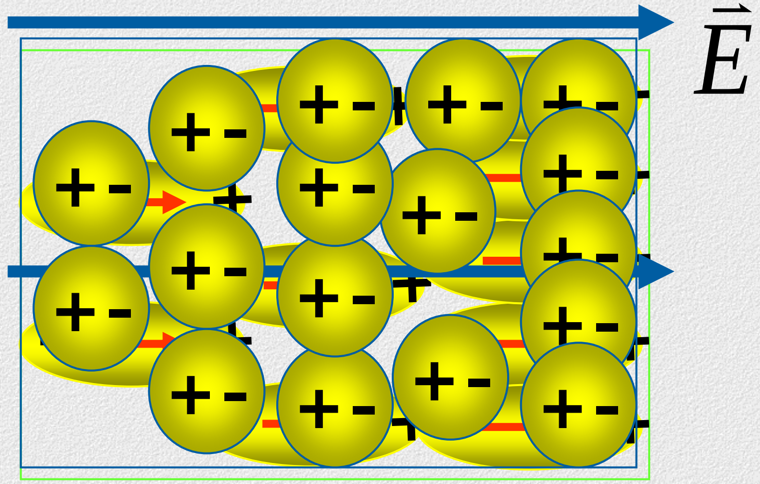
一、电介质的极化

无极分子的位移极化



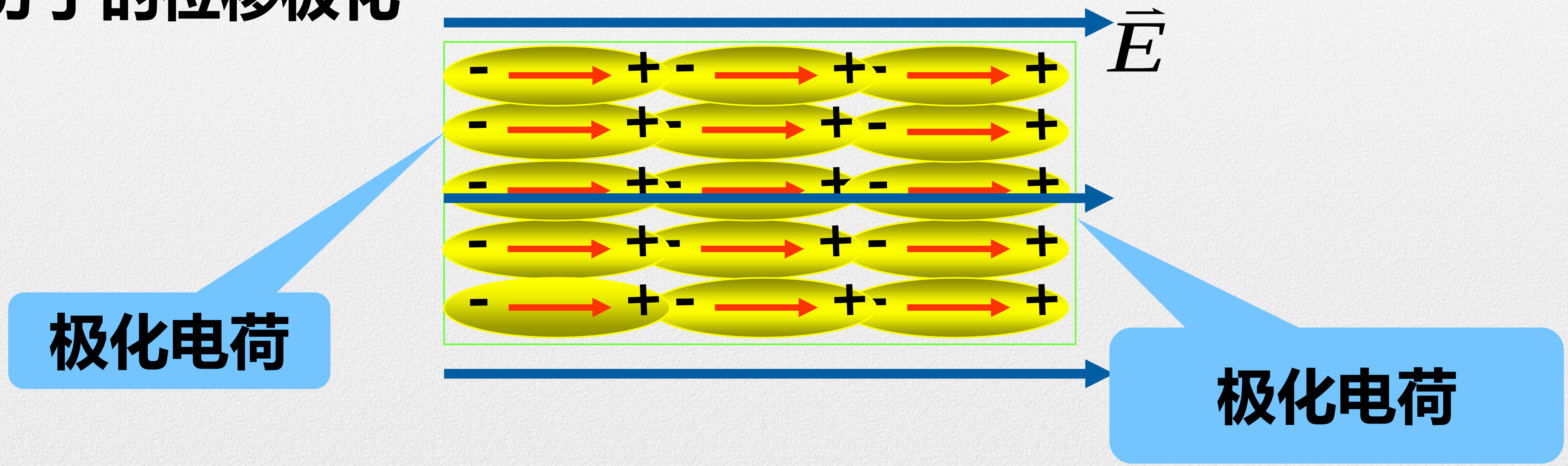


均匀介质



非均匀介质

无极分子的位移极化

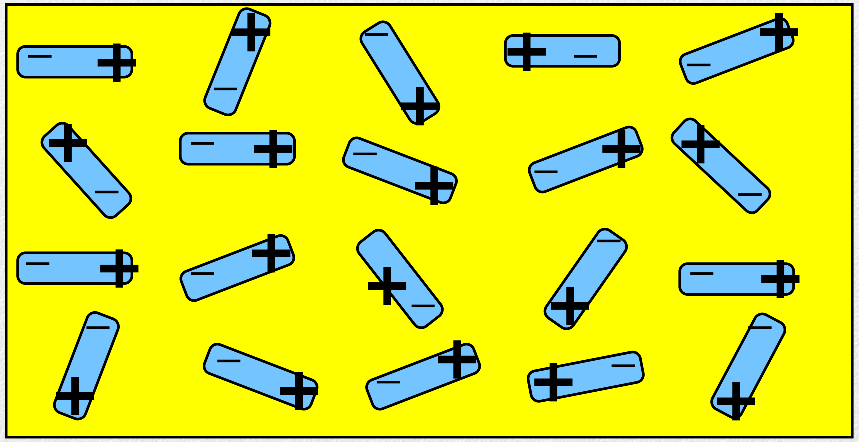


结 论：

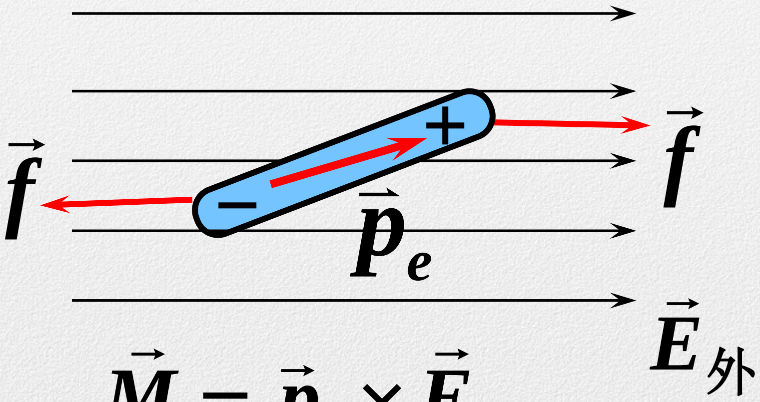
1）位移极化是分子的**等效正负电荷作用中心**在**电场作用下发生位移**的现象。

2）均匀介质极化时在**介质表面出现极化电荷**， 而非均匀介质极化时，介质的表面及内部均可出现极化电荷。

有极分子取向极化

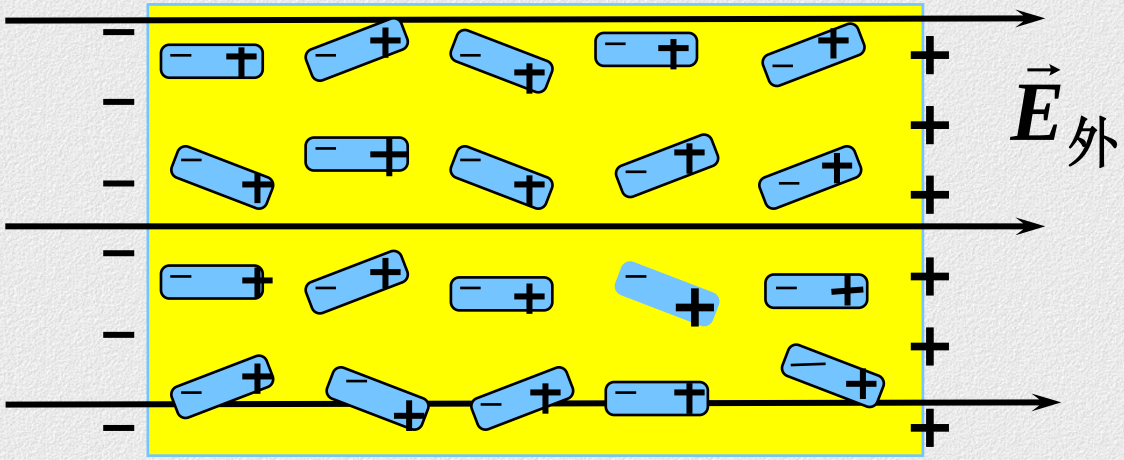


无外电场时 电矩取向不同



$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}_{外}$$

加上外场



$\vec{p}_e$ 转向外电场

两端面出现

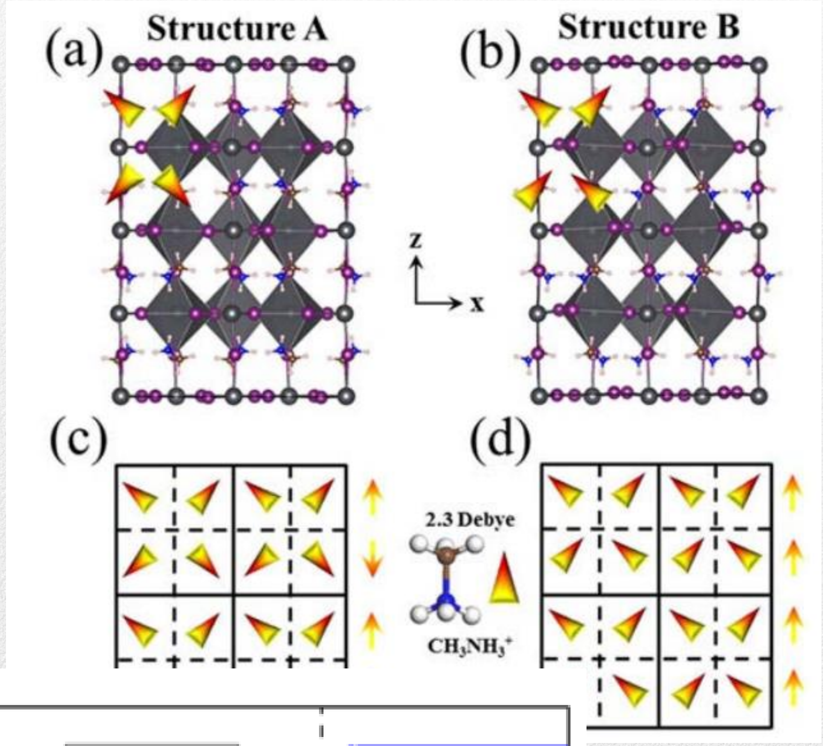
极化电荷层

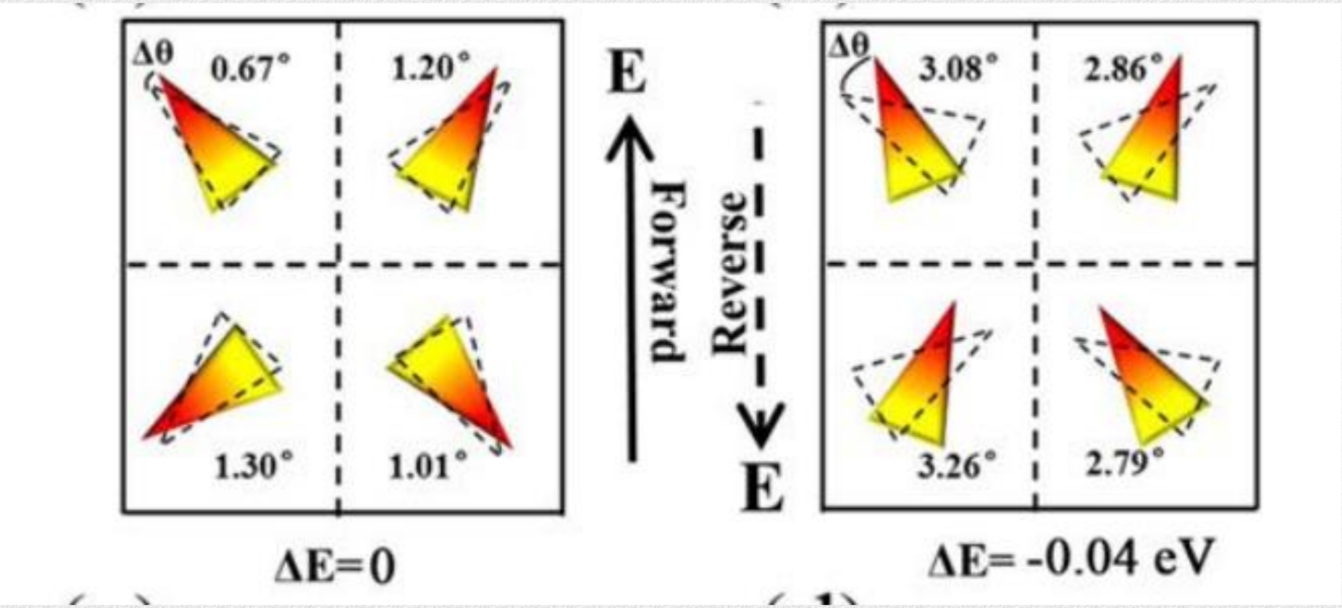
科研实例：有极分子取向极化

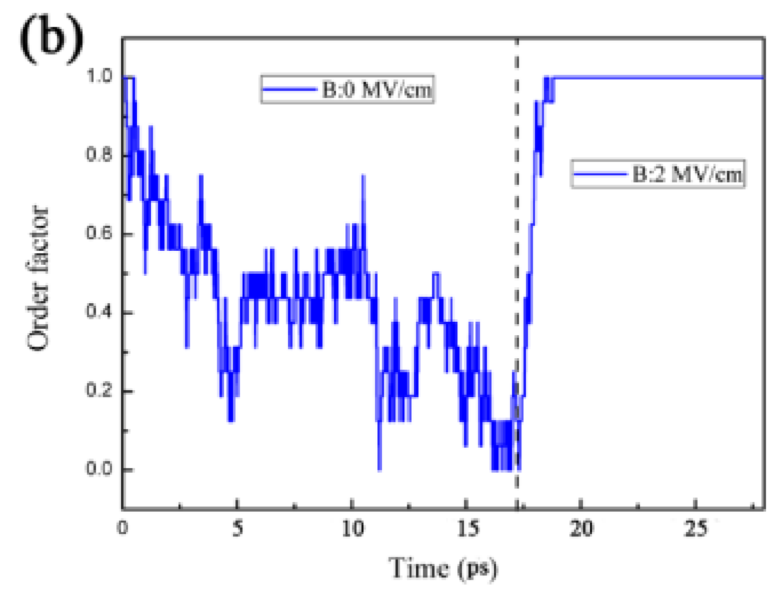
ACS Energy LETTERS
http://pubs.acs.org/journal/aelccp

Role of Methylammonium Orientation in Ion Diffusion and Current–Voltage Hysteresis in the $CH_3NH_3PbI_3$ Perovskite

Chuan-Jia Tong,[†,‡] Wei Geng,[†] Oleg V. Prezhdo,[*,‡] and Li-Min Liu[*,†]



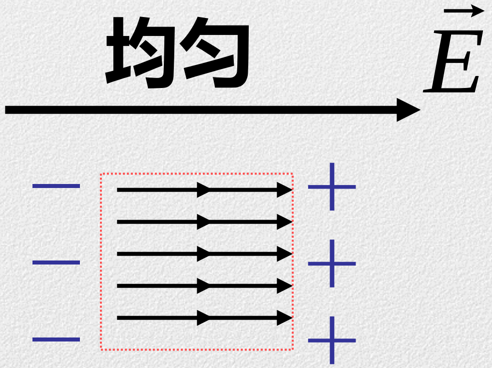




2. 有电场时　电介质分子的极化

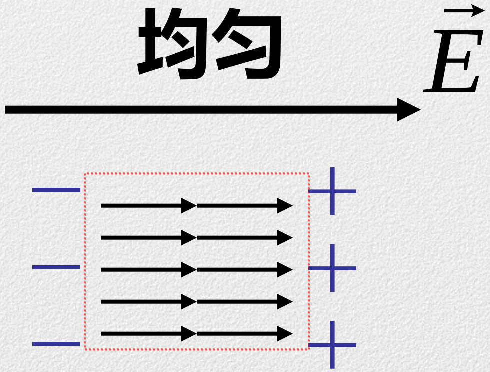
有极分子介质

取向极化



无极分子介质

位移极化



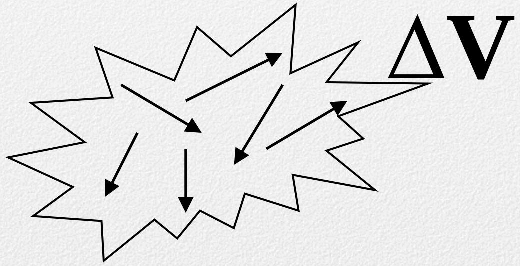
结论：极化的总效果是介质边缘出现电荷分布

称呼：由于这些电荷仍束缚在每个分子中，所以称之为**束缚电荷**或**极化电荷**

3. 描述极化强弱的物理量--极化强度

电偶极子排列的有序程度反映了介质被极化的程度

排列愈有序说明极化愈强烈



宏观上无限小
微观上无限大
的体积元 ΔV

定义 $$\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

$\vec{p}_i$ 每个分子的电偶极矩

SI 单位 C/m^2 量纲 $[\vec{P}] = [\sigma]$

三.极化强度与极化电荷的关系

大量实验证明：对于各向同性的电介质，极化强度 $\vec{P}$ 与电场 $\vec{E}$ 有如下关系：

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ_e ---电极化率（由介质本身性质决定的常数，是反映介质本身性质的物理量。

均匀介质极化时，其表面上某点的极化电荷面密度，等于该处电极化强度在外法线上的分量。

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n$$

介质外法线方向 $\hat{n}$

三. 电介质的极化规律

1.各向同性线性电介质 isotropy linearity

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}} \quad \boxed{\chi_e = \varepsilon_r - 1}$$ 介质的电极化率

χ_e 无量纲的纯数 与 $\vec{E}$ 无关

均匀介质极化时，其表面上某点的**极化电荷面密度**，等于该处**电极化强度**在**外法线上的分量。**

$$\boxed{\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n}$$

2.各向异性线性电介质 anisotropy

χ_e 与 $\vec{E}$ 与晶轴的方位有关 张量描述

四. 电位移 电介质中的高斯定理

真空中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_0$$

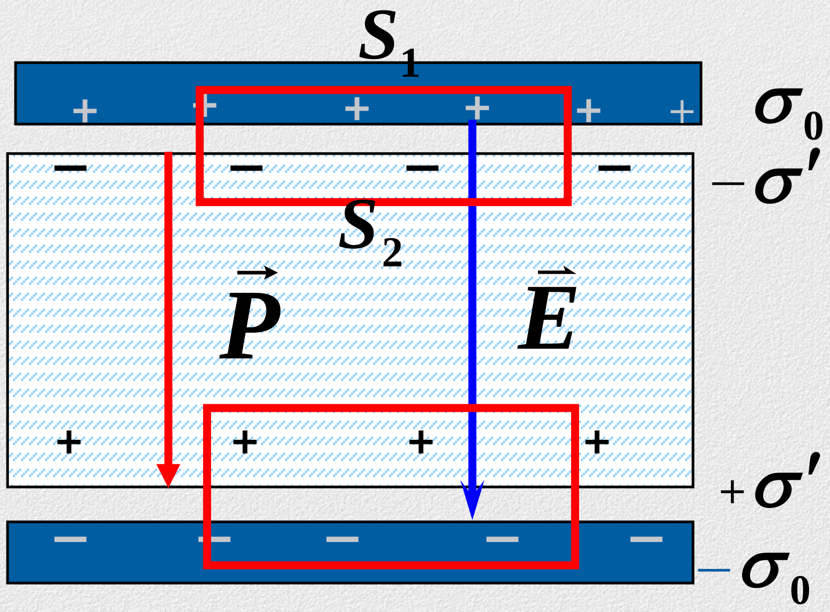
电介质中的高斯定理

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_0 + \sum q'\right)}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma_0 S_1 - \sigma' S_2)$$

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \oint_{S_2} \vec{P} \cdot d\vec{S} = PS_2 = \sigma' S_2$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma_0 S_1 - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$



介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_0 - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = q_0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

自由电荷

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_0}$$

通过任意闭合曲面的电位移通量，等于该闭合曲面所包围的自由电荷的代数和

介电常数

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

$$= \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \quad = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

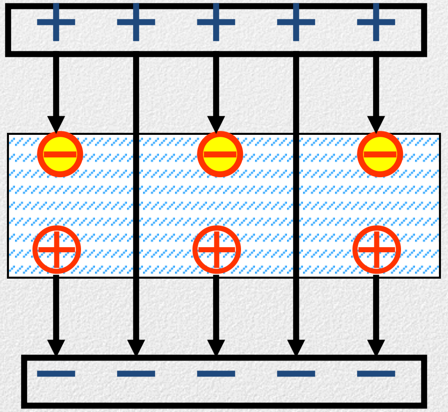
介质的相对介电常数 $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$

介质的介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

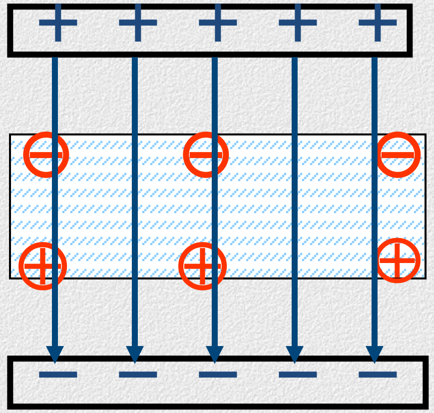
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{D} = \begin{cases} \varepsilon_0 \vec{E} & \text{真空中} \\ \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} & \text{介质中} \end{cases}$$

介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_0 + \sum q'\right)$$



$\vec{E}$ 线

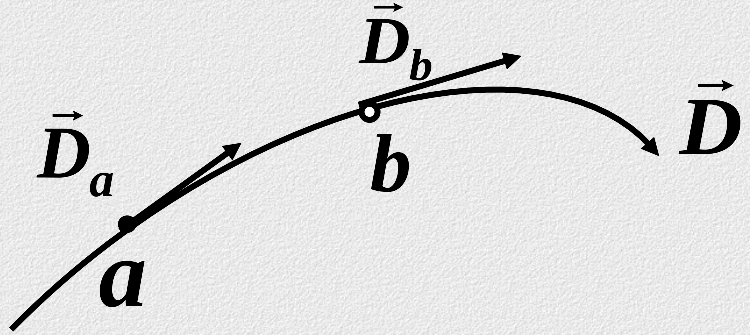


$\vec{D}$ 线

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_0$$

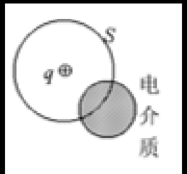
电位移线

$\vec{D}\begin{cases}\text{方向: 切线} \\ \text{大小: } \dfrac{\text{电位移线条数}}{S_\perp}\end{cases}$



电位移通量，只与该闭合曲面所包围的自由电荷有关。
但电位移矢量本身通常与自由电荷和极化电荷都有关。

$$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S} = \sum q_0 \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$



自由电荷是D线的源（决定了D线总量），
空间不均匀分布的介质（极化电荷）会影响D线的分布。
只有在特定条件下，D才与极化电荷无关，仅由自由电荷决定。

3．根据高斯定理，下列推论正确的是

（A）若电位移矢量沿任意一个闭合曲面的积分等于零，曲面内一定没有自由电荷

（B）若电位移矢量沿任意一个闭合曲面的积分等于零，曲面内电荷的代数和一定等于零

（C）介质中的电位移矢量与自由电荷和极化电荷的分布有关

（D）介质中的高斯定律表明电位移矢量仅仅与自由电荷的分布有关

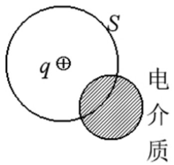
【　　　】

2019年大物B（二）期末原题

得　分	
评卷人	

一、选择题（共 30 分，每小题 3 分）

1 .在一点电荷 q 产生的静电场中，一块电介质如图放置，以点电荷所在处为球心作一球形闭合面 S，则对此球形闭合面



(A) $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\varepsilon_0$ 成立，且可用它求出闭合面 S 上各点的场强

(B) $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\varepsilon_0$ 成立，但不能用它求出闭合面 S 上各点的场强

(C) $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\varepsilon_0$ 不成立，但通过闭合面 S 的电位移通量与电介质无关

(D) 闭合面 S 上各点的电位移矢量与电介质无关，其大小仍等于 $\frac{q}{4\pi r^2}$，但场强与电介质有关

【　　】

2020年大物B（二）期末原题

电介质对电场的影响的实验

插入电介质， 静电计偏转减少

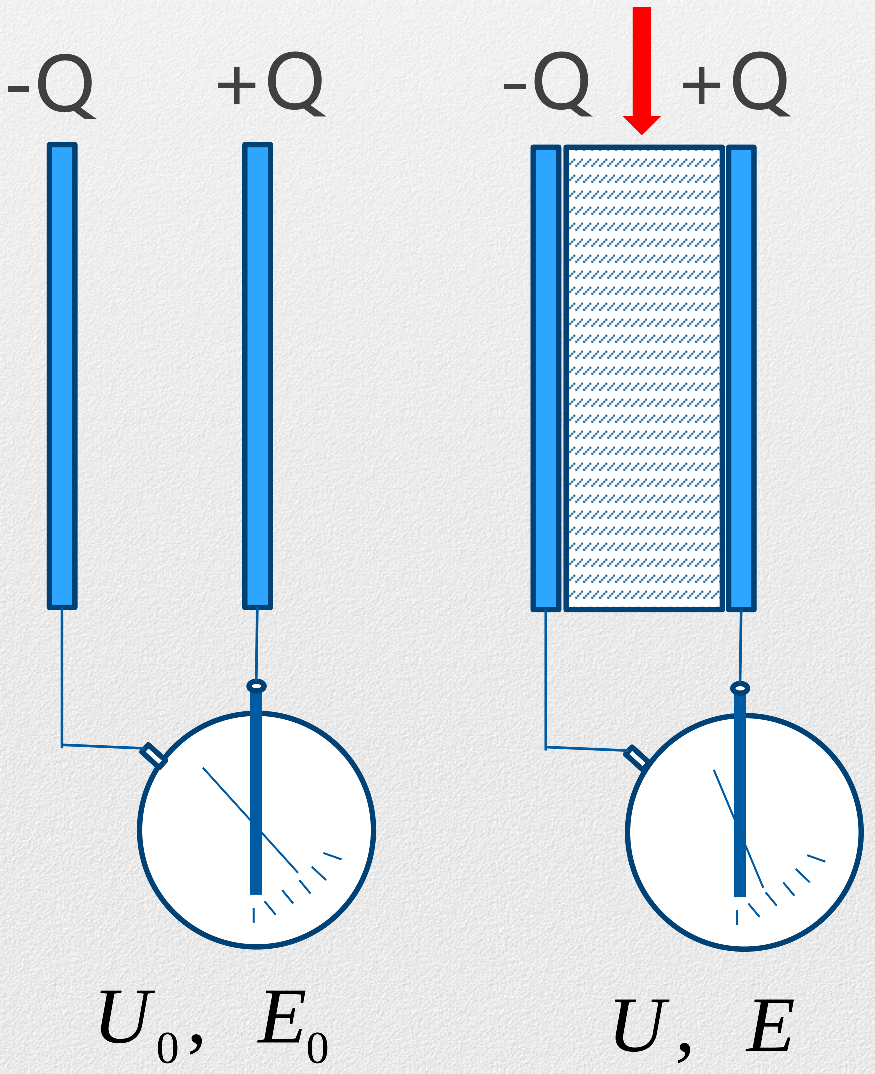
两板距离不变，电量不变，则电压

$$U = U_0 / \varepsilon_r$$

相对介电常数 ε_r

电场强度减少到：

$$E = E_0 / \varepsilon_r$$



几种电介质的相对介电常数 ε_r

$$\varepsilon_r > 1$$

大小随电介质的种类和状态(温度)的不同而不同，是电介质的特性常数，也叫相对电容率

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

电介质	相对介电常数
真空	1
氦（20° C，1atm)	1.000064
空气（20° C，1atm)	1.00055
石蜡	2
变压器油（20° C)	2.24
聚乙烯	2.3
尼龙	3.5
云母	4~7
纸	约为5
瓷	6~8
玻璃	5~10
水（20° C，1atm)	80
钛酸钡	10^3~10^4

真空电容器充满某种电介质

$$C = \boxed{\varepsilon_r} C_0$$

电介质的相对电容率（相对介电常数）

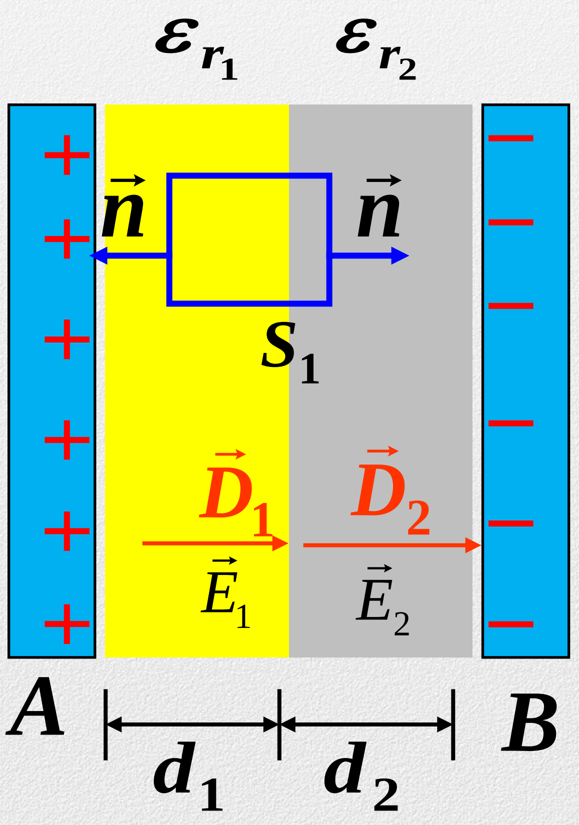
$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$ 电介质的电容率（介电常数）

平行板电容器	$C = \dfrac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d} = \dfrac{\varepsilon S}{d}$
同心球型电容器	$C = \dfrac{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{R_A - R_B} \quad (R_A > R_B)$
同轴圆柱型电容器	$C = \dfrac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 l}{\ln({R_A}/{R_B})} \quad (R_A > R_B)$

例1. 已知:导体板 S $\pm\sigma$ 介质

ε_{r_1} ε_{r_2} d_1 d_2

求:各介质内的 $\vec{D}$ $\vec{E}$



解: 设两介质中的 $\vec{D}$ $\vec{E}$ 分别为

$\vec{D}_1$ $\vec{E}_1$ $\vec{D}_2$ $\vec{E}_2$

由高斯定理

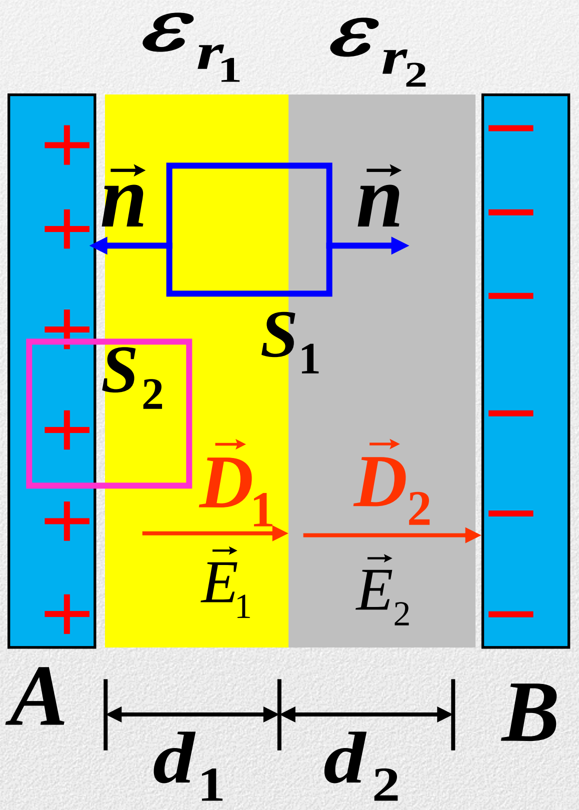
$$\oint_{S_1} \vec{D}\cdot d\vec{S} = -D_1\Delta S + D_2\Delta S = 0$$

$$\therefore D_1 = D_2$$

例1. 已知:导体板 S $\pm\sigma$ 介质

ε_{r_1} ε_{r_2} d_1 d_2

求:各介质内的 $\vec{D}$ $\vec{E}$



$$\oint_{S_2}\vec{D}\cdot d\vec{S}=D_1\Delta S+0=\sigma\Delta S$$

$$\therefore D_1=\sigma \qquad D=\sigma$$

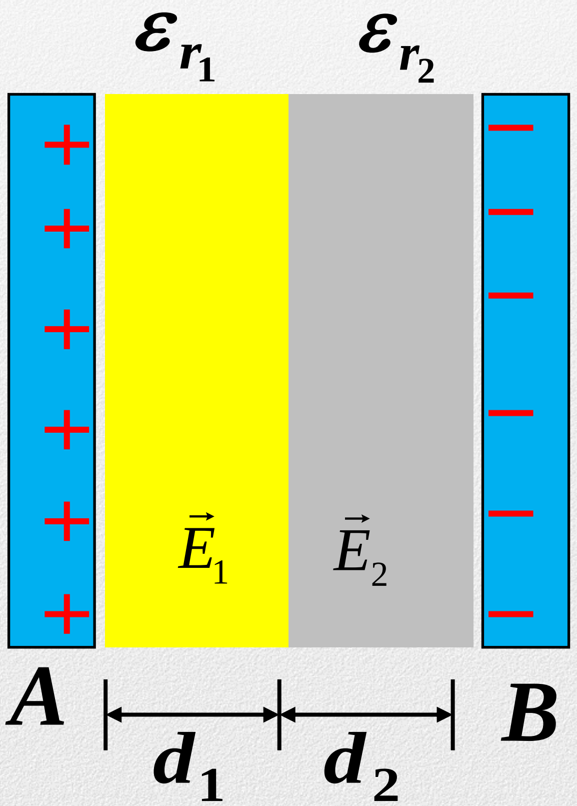
由 $D_1=\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}E_1$ 得

$$E_1=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} \qquad E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_{r_2}}$$

例 2. 平行板电容器。

已知d_1、ε_{r1}、d_2、ε_{r2}、S

求:电容C



解: **设两板带电面密度为$\pm\sigma$**

场强分布 $E_1 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1}}$ $E_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_2}}$

两板电势差

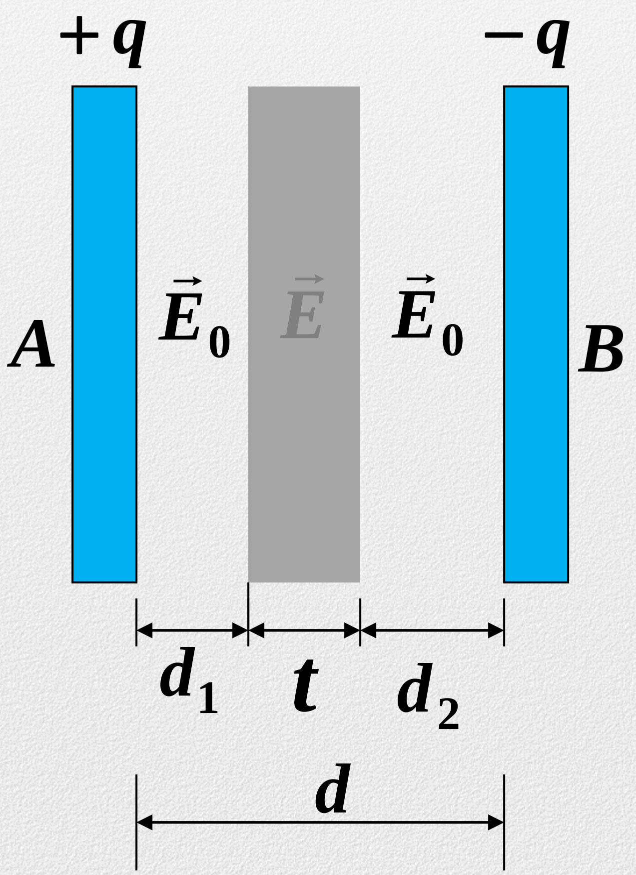
$$U_A - U_B = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r_1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r_2}}\right)$$

电容 $$C = \frac{q}{U_A - U_B} = \frac{\sigma S}{\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{d_1}{\varepsilon_{r_1}} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_{r_2}}\right)} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_2} S}{d_1 \varepsilon_{r_2} + d_2 \varepsilon_{r_1}}$$

例3.平行板电容器

已知 :S、d插入厚为t的铜板

求： 电容



解: 设$\pm q$

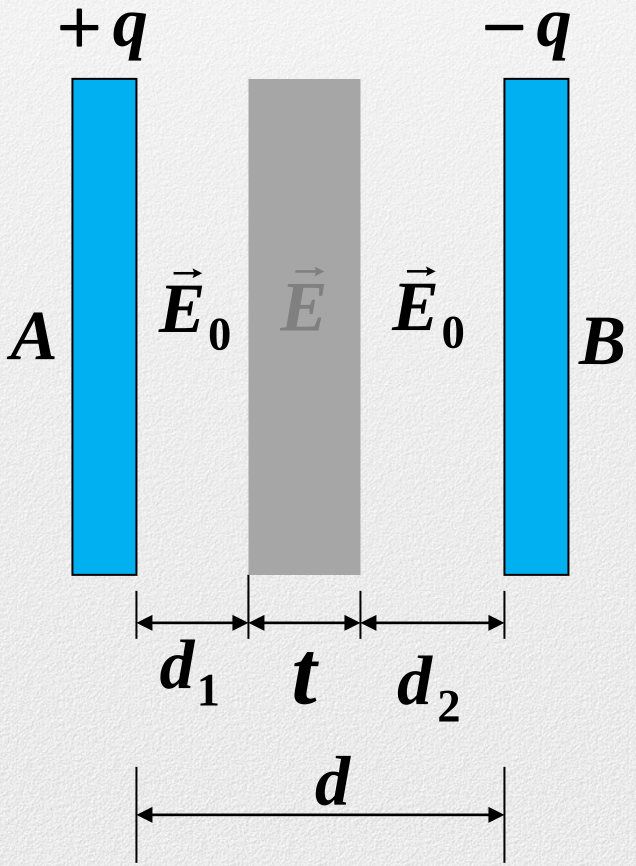
场强分布

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$$

$$E = 0$$

例3.平行板电容器

已知 :S、d插入厚为t的铜板



电势差

$$U_A - U_B = E_0 d_1 + Et + E_0 d_2$$

$$= E_0 (d_1 + d_2)$$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0 S}(d_1 + d_2)$$

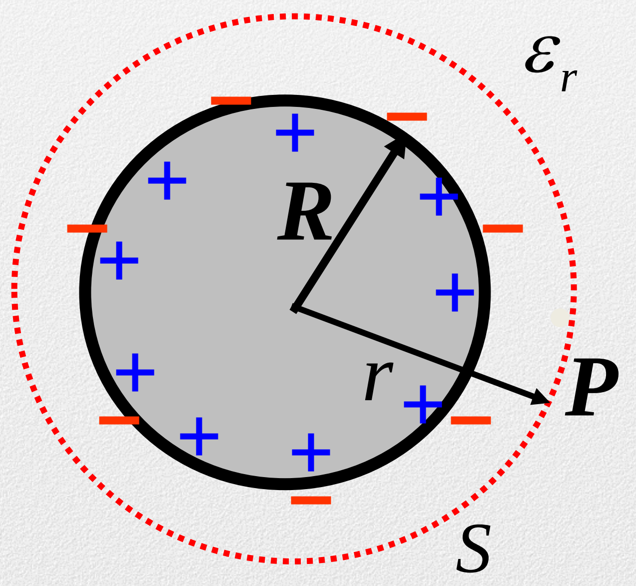
电 容

$$C = \frac{q}{U_A - U_B} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d - t}$$

例4 . 已知:导体球 R Q 介质 ε_r

求:1. 球外任一点的 $\vec{E}$

2. 导体球的电势 U



解: 过*P*点作高斯面得

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q$$

$$D\cdot 4\pi r^2 = Q$$

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\therefore E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

电势

$$U = \int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}dr$$

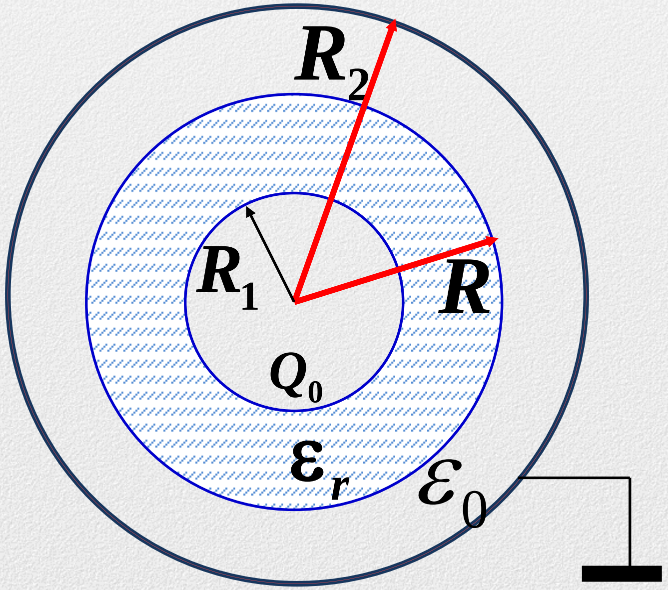
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$$

例5： 两个同心导体球组成的导体组，内球半径R_1，带电量Q_0, 外球半径R_2，外球接地，内外球壳中间大于R_1小于R部分充满相对介电常数为ε_r的电介质

求： （1）两球壳间的电场分布

（2）两球壳间的电势差

（3）两球壳构成的电容器的电容值。



(1) $$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q$$

$$R_1 < r < R$$

$$D_1 \cdot 4\pi r^2 = Q_0$$

$$D_1 = \frac{Q_0}{4\pi r^2} \qquad E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

$$R < r < R_2$$

$$D_2 = \frac{Q_0}{4\pi r^2} \qquad E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

（2） $$U_1 - U_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{R}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}$$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R}\right) + \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}\right)$$

对比：静电场中的金属导体和电介质

	金属导体	电介质（绝缘体）
特征	有大量的自由电子	基本无自由电子，电荷只能在分子范围内相对运动
模型	“电子气”	电偶极子
与电场的相互作用	静电感应	无极分子电介质：位移极化 有极分子电介质：取向极化
宏观效果	静电平衡 导体内 $\vec{E}=0, \rho=0$ 导体表面 $\vec{E}\perp$表面 感应电荷 $\sigma=\varepsilon_0 E$	内部：分子偶极矩矢量和不为零 $\sum_i \vec{p}_i \neq 0$ 出现束缚电荷（极化电荷）

内 容 提 要

1.电介质分子的**电矩**：极性分子有固有电矩，非极性分子在外电场中产生感生电矩。

2.电介质的**极化**：在外电场中固有电矩的取向或感生电矩的产生使电介质的表面出现束缚电荷。

电极化强度：对各向同性的电介质，在电场不太强的情况下

$$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$$

束缚电荷面密度： $\sigma'=\vec{P}\cdot\hat{n}$

电位移： $\boldsymbol{D}=\boldsymbol{\varepsilon_0 E}+\boldsymbol{P}$ **各向同性**电介质：$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$

$\vec{D}$ 的高斯定律： $\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{0\mathrm{int}}$

选择题（多选）

一平行板真空电容器，充电到一定电压后与电源切断，把相对介电常数为ε_r的均匀电介质充满电容器，下列说法不正确的是：【 CD 】

A 介质中的场强为真空中场强的$1/\varepsilon_r$倍

B 介质中的场强为自由电荷单独产生的场强的$1/\varepsilon_r$倍

C 介质中的场强为真空中场强的ε_r倍

D 介质中的场强等于真空中场强。

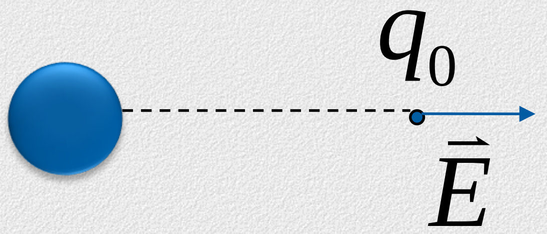
10-4 静电场的能量

能量：能量**属于谁**或**存于何处**?

超距作用观点：一组电荷系的静电能只能是属于系统内那些电荷本身，静电能**属于这个电荷系整体**

场的观点：静电能就储存在**电场中**

电荷在外电场中的**静电势能**



$$W = q_0 \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 U$$

是一种相互作用能

10-4 静电场的能量

一. 带电体系的静电能

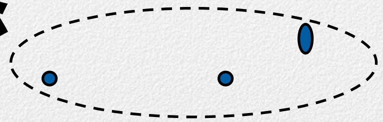
二. 点电荷之间的相互作用能

三. 电容器的储能（静电能）

四. 静电场的能量，场能密度

静电场的能量

带电体系处于状a
态



一.带电体系的静电能

状态a时的静电能是什么?

定义：把系统从状态 a 无限分裂到彼此相距无限远的状态中**静电场力作的功** 叫作系统在**状态a时的静电势能 简称静电能**

或：

把这些带电体从无限远离的状态聚合到状态a的过程中 **外力克服静电力作的功**

二. 点电荷之间的相互作用能

状态a

$q_1 \quad r \quad q_2$

以两个点电荷系统为例

想象q_1 q_2 初始时相距无限远

第一步 先把q_1摆在某处　　外力不做功

第二步 再把q_2从无限远移过来

使系统处于状态a　　q_2所受的电场力做的功

$$W = \quad W = \int_r^{\infty} q_2 \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = q_2 \int_r^{\infty} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_2 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} = q_2 U_{21}$$

--- q_1在q_2 所在处的电势

二. 点电荷之间的相互作用能

$$W = q_2 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} = q_2 U_{21}$$ --- q_1在q_2 所在处的电势

也可以先把 q_2 摆在某处，再把q_1从无限远移过来

$$W = q_1 \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = q_1 U_{12}$$ ---q_2在q_1所在处的电势

作功与路径无关 所以

$$\boxed{q_1 U_{12} = q_2 U_{21}}$$

为了便于推广 写为 $$\boxed{W = \frac{1}{2} q_1 U_1 + \frac{1}{2} q_2 U_2}$$

二. 点电荷之间的相互作用能

为了便于推广 写为

$$\boxed{W=\frac{1}{2}q_1U_1+\frac{1}{2}q_2U_2}$$

U_i —除 q_i

以外的电荷在 q_i

处的电势

$$\boxed{W=\frac{1}{2}\sum_i q_iU_i}$$

点电荷系

三. 电容器的储能（静电能）

两导体能量之和

$$W=\frac{1}{2}\int_{(Q_A)} dq_A U_A+\frac{1}{2}\int_{(Q_B)} dq_B U_B$$

因为各导体等势

$$=\frac{1}{2}Q_A U_A+\frac{1}{2}Q_B U_B$$

又 $\because Q_A=-Q_B$

$$=\frac{1}{2}Q_A U_A-\frac{1}{2}Q_A U_B$$

$$\therefore W=\frac{1}{2}QU$$

或通过电容的定义写成

$$W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

电容器的能量

$$u_A - u_B = u = \frac{q}{C}$$

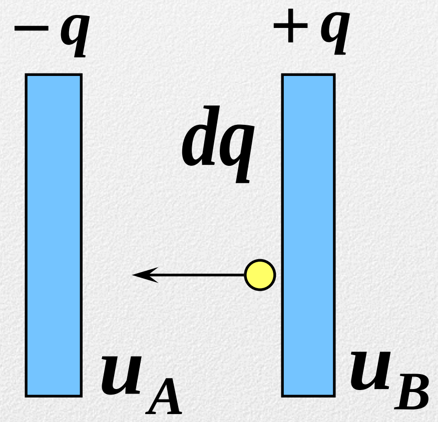
$$B \xrightarrow{dq} A$$

充电过程中，外力做功

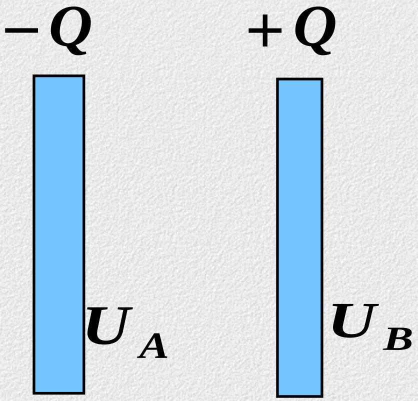
$$dA = dW_e = udq = \frac{q}{C}dq$$

$$A = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C}$$ = 电容器的电能

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU_{AB} = \frac{1}{2}CU_{AB}^2$$



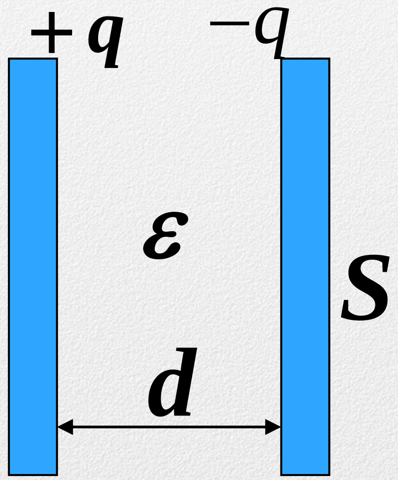
任一时刻



终了时刻

静电场的能量，场能密度

1、对平行板电容器



$$W_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon S}{d}\right)(Ed)^2$$

$$=\frac{1}{2}\varepsilon E^2(Sd)=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V$$

电场存在的空间体积

电场能量体密度

$$w_e=\frac{W_e}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

描述电场中能量分布状况

能量体密度

对任一电场，电场强度非均匀

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

$$dW_e = w_e dV \qquad w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$$

电场中某点处单位体积内的电场能量

$$W_e = \int_V dW_e = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV = \int_V \frac{1}{2} DEdV$$

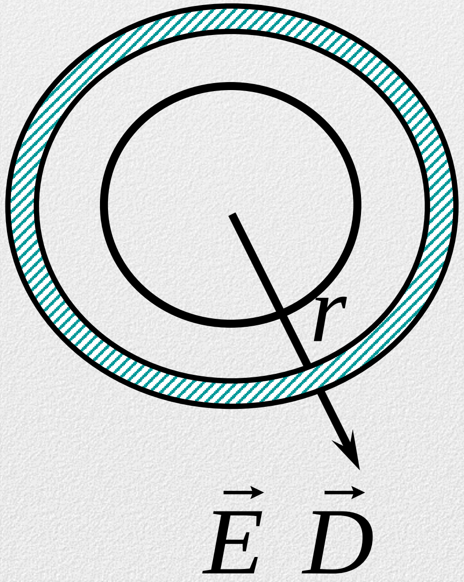
例　求导体球的电场能

$$w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} \qquad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$W_e = \int\limits_{\left(\substack{\text{allspace}\\ \text{of field}}\right)} w_e \mathrm{d}V$$

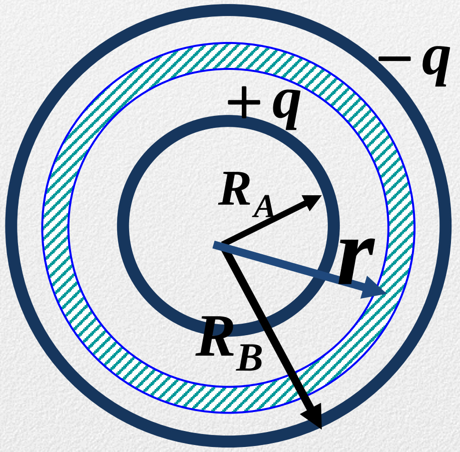
$$= \int_R^{\infty} \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

$$W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$



例： 计算球形电容器的能量， 已知R_A、R_B、$\pm q$

解： 场强分布 $E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$



取体积元 $dV=4\pi r^2 dr$

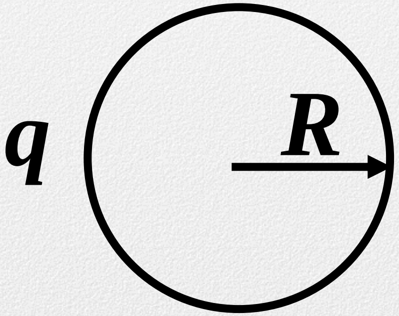
$$dW=wdV=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dV=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr$$

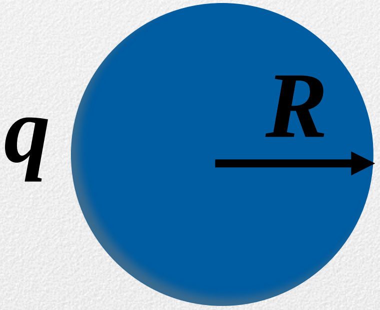
能量 $$W=\int_V dW=\int_{R_A}^{R_B}\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\dfrac{R_A R_B}{R_B-R_A}}=\frac{1}{2C}q^2$$

讨论

比较均匀带电球面和均匀带电球体所储存的能量





$$E=\begin{cases} 0 & r<R \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$$

$$E=\begin{cases} \dfrac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & r<R \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$$

$$W_{球面}=\int_R^{\infty}\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot 4\pi r^2 dr$$

$$W_{球体}=\int_0^{R}\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot 4\pi r^2 dr+\int_R^{\infty}\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot 4\pi r^2 dr$$

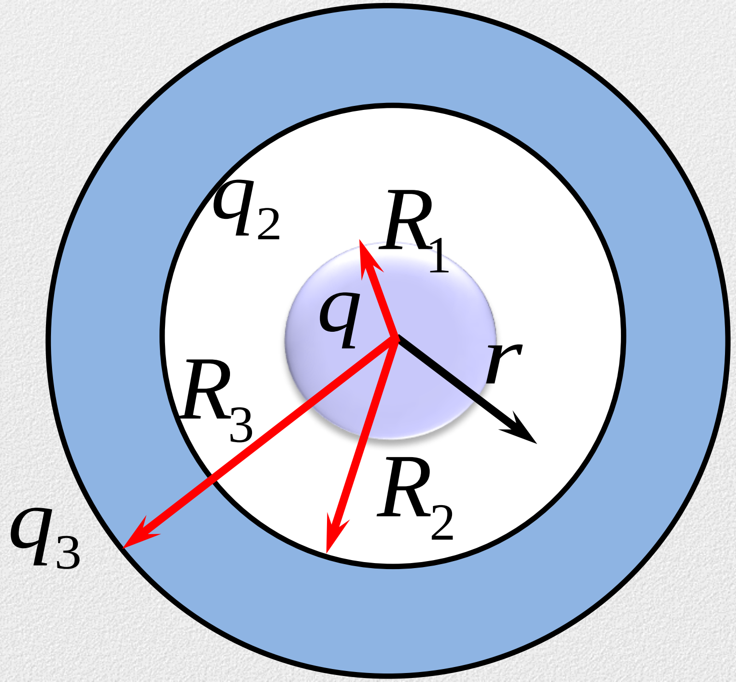
$$W_{球面}<W_{球体}$$

练习. 在带电量为q 、半径为R_1的导体球外，同心放置一个内外半径为R_2、R_3的金属球壳。

1、求外球壳上电荷及电势分布；

2、把外球接地后再绝缘，求外球上的电荷分布及球壳内外的电势分布；

3、再把内球接地，求内球上的电荷分布.



解: 作高斯面可知:

$$q_2 = -q$$

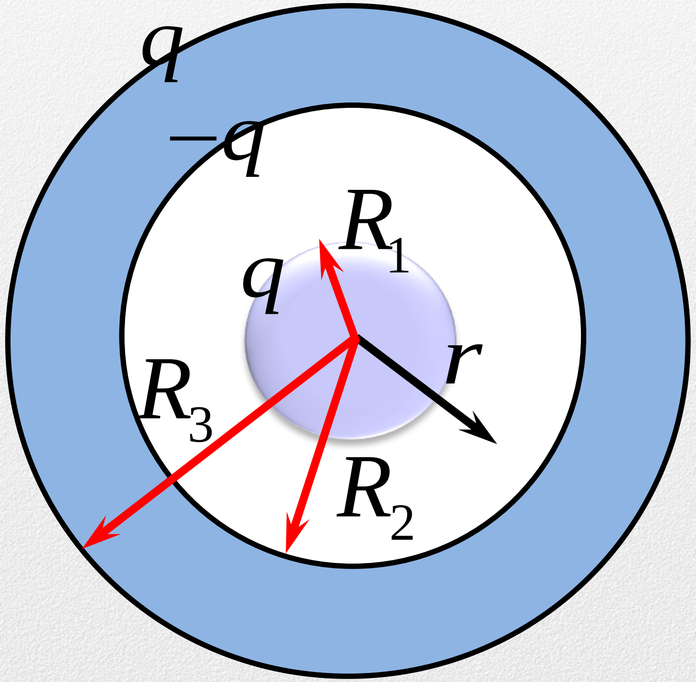
由电荷守恒定律:

$$q_2 + q_3 = 0$$

$$q_3 = -q_2 = q$$

1、求电势分布（用叠加原理）

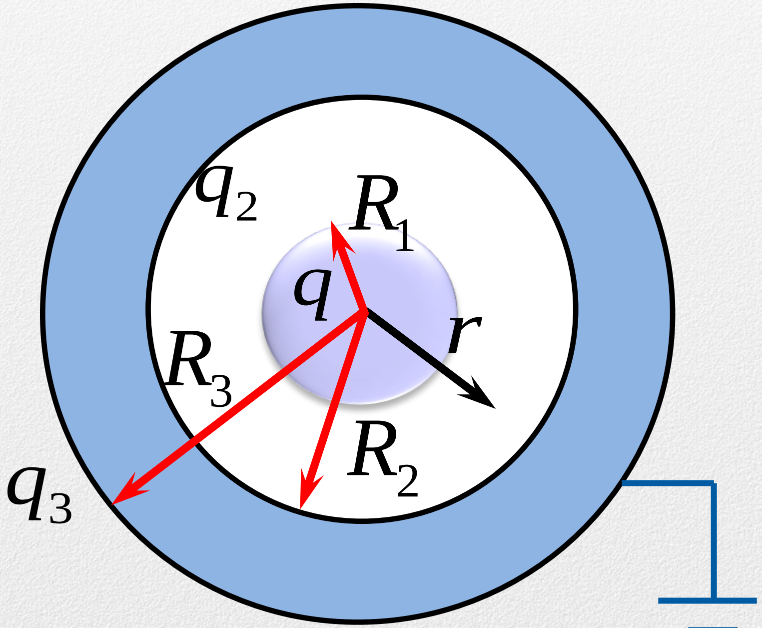
空间位置	电势分布
$(r<R_1)$	$U_1=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$
$(R_1\le r\le R_2)$	$U_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3})$
$(R_2\le r\le R_3)$	$U_3=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$
$(r>R_3)$	$U_4=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$



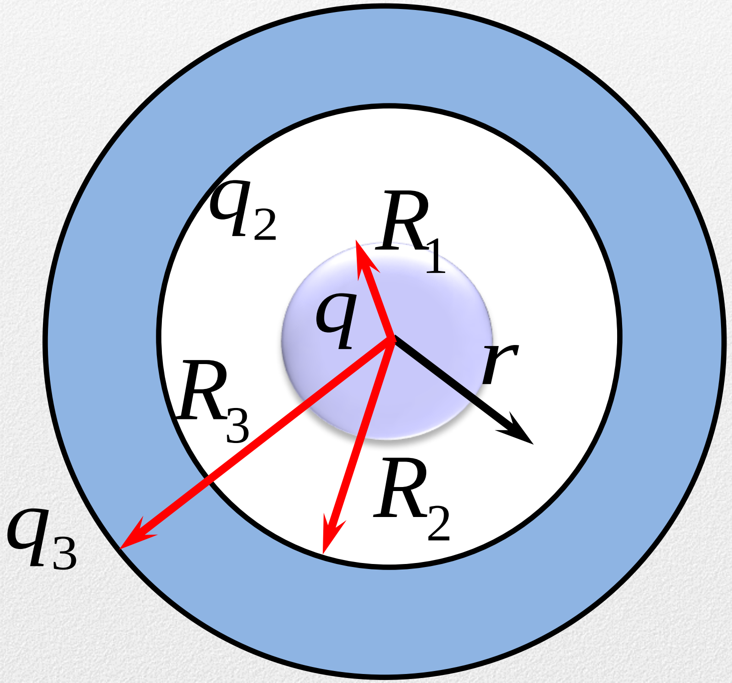
2、外球接地后再绝缘：

$$q_3 = 0 \qquad q_2 = -q$$

空间位置	电势分布
$(r < R_1)$	$U_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$
$(R_1 \le r \le R_2)$	$U_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R_2})$
$(R_2 \le r \le R_3)$	?
$(r > R_3)$	$U_4 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0$



3、再把内球接地：



电荷重新分布：

由高斯定律： $q'_2 = -q_1'$

由电荷守恒定律： $q_2' + q'_3 = -q$

又因内球接地，电势为零

$$\boxed{\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_3'}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0}$$

三式解得：

$$q_1' = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_2 + R_2 R_3 - R_1 R_3} \qquad q_2' = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2}$$

练习：已知导体球的q和R_1，导体球壳的R_2, R_3, Q

求：（1）电场的分布

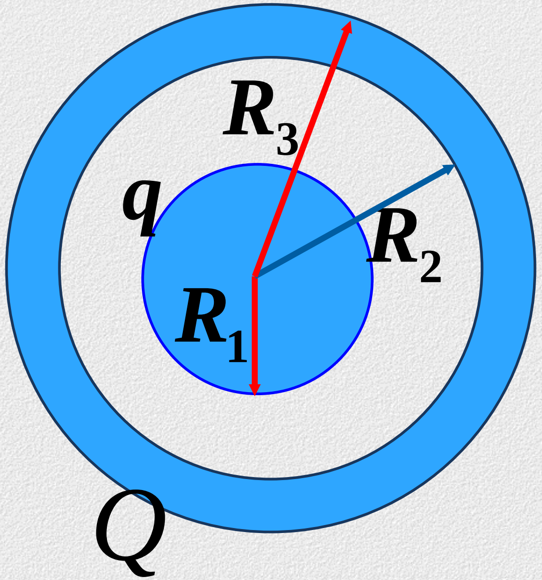
（2）球和球壳的电势 U_1和U_2

以及它们的电势差

（3）如球壳接地，球和球壳的电势以及它们的电势差如何?

（4）用导线连接球和壳后，

U_1和U_2 又如何?



内 容 提 要

电荷在外电场中的电势能： $W=qU$

移动电荷时电场力做的功： $A_{12}=q(U_1-U_2)=W_1-W_2$

电偶极子在外电场中的势能： $W=-\vec{p}_e\cdot\vec{E}$

电荷系的静电能： $W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iU_i$ 或 $W=\frac{1}{2}\int_q Udq$

静电场的能量：静电能储存在电场中，带电系统总电场能量为：

$$W=\frac{1}{2}\int_V \omega_e dV$$

其中，电场能量体密度，在真空中， $\omega_e=\frac{\varepsilon_0E^2}{2}$

选 择 题

关于电场能量说法正确的是（　　）

A、电场能量的携带者一定是电荷

B、有电场则一定具有能量

C、带电电容器的静电能为QU

D、电场的能量密度为DE

将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近，导体的电势（ C ）

A 增大， B，不变， C 减小

如果电容器两极间的电势差保持不变,这个电容器在电介质存在时所储存的自由电荷与没有电介质(即真空)时所储存的电荷相比 (　A　)

(A)增多　　(B)减少　　(C)相同　　(D)不能比较

思考题

把平行板电容器两极板从距离d拉开到2d，外力做的功是多少?

电势定义是单位电荷具有的电势能。为什么带电电容器的电势能是QU/2, 而不是QU?