

欢迎 大学物理 C 课程

课程名称：大学物理 C 下册（3 学分）

课程内容：电 磁 学 & 量子力学初步

主 讲：童 传 佳

邮箱：chuanjia.tong@csu.edu.cn

办公室：新校区物理楼 625

教师简介

https://faculty.csu.edu.cn/tongchuanjia/zh_CN/



童传佳

👍 327

特聘副教授 硕士生导师

入职时间: 2021-04-20

所在单位: 物理学院

学历: 博士研究生毕业

办公地点: 新校区物理与电子学院625

性别: 男

联系方式: chuanjia.tong@csu.edu.cn

学位: 博士学位

在职信息: 在职

毕业院校: 中国工程物理研究院

学科: 物理学

曾获荣誉:

2018中国工程物理研究院优秀毕业生

2018北京市优秀毕业生

个人简介

宇宙很大，生活更大，欢迎访问我们“亭台楼阁”课题组主页: <http://www.tongchuanjia.cn/>，了解我们的宇宙和生活！

童传佳，男，皖池州人，辛未（公元1991年）季夏生。壬辰（2012）七月于同济大学应用物理学专业获学士学位，俄而推免至中国工程物理研究院北京计算科学研究中心硕博连读，修凝聚态物理，戊戌（2018）二月获博士学位。三月幸得英伦EPSRC基金资助，赴约克大学从事博士后研究。盖吾尝闻昔日留学生临别之词“此去西洋，深知中国自强之计，舍此无所他求。背负国家之未来，取尽洋人之科学。赴七万里长途，别祖国父母之邦，奋然无悔。”每读此言，辄热泪盈眶。曩者，国家羸弱社稷倾危，麒麟之才皆舍身报国。今中华强盛，似吾等寒鸦之辈竟蒙殊遇，得访番邦，诚欲追先贤之项背，而报之以当世也。辛丑（2021）四月，中南大学不以吾卑鄙，特聘余以副教授一职，由是感激，许以驱驰，时酱油宋词一首：

《清平乐•记辛丑入职中南》

岳麓山下，湘江飞龙帕。好个中南秀如画，谁忍不与之嫁。

萤窗磨砺经年，尝恨此志难全。今日倚天在手，看咱血荐轩辕。

受聘以来，夙夜忧叹，恐有负所托。幸闻横渠四言，度成其四一，“为往圣继绝学”，亦不失为书生尔。故欲于此募同道书生，共继绝学。岳麓山下，格物穷理，爱晚亭上，吟诗作赋，挥道人生，岂不快哉？盼有志青年（本科生、研究生）加入团队，中南有路请长缨，愿与诸君破楼兰！

余善光电催化材料第一性原理计算研究 迄今于J. Am. Chem. Soc., ACS Energy Lett., Adv. Energy Mater.等SCI期刊发表拙作二十余篇，颇得同侪认可，学术引用2000余次。

关于招生：欢迎各位同学随时邮件(chuanjia.tong@csu.edu.cn)咨询报名。我们是一个年轻的课题组，组内师生关系融洽，秉承着“学术要严谨，关系不拘谨”的宗旨。主要研究能源材料物理，基于含时密度泛函理论（TDDFT），采用非绝热分子动力学（NAMD）模拟材料激发态电子特性，通过理论计算与实验相结合探索能源材料设计中的基本物理化学问题。坚持一线指导每一位学生的科研工作，关心和共筑每一位学生的学术生涯。另外与美国南加州大学、英国约克大学、利物浦大学长期保持合作交流，给每一位有意出国深造的同学提供平台，期待有志青年的加入！

教学日历

中南大学大学物理 C（下）·教学日历（下）

总学时 104 学时.....下学期学时数：48 学时

周次	教 学 内 容	时数	教学方式
1	第十章·静电场	3	讲授
	10-1·电荷·库仑定律·10-2·电场强度 10-3·静电场中的高斯定理	2	
2	10-4·静电场中的环路定理·电势·10-5·电场强度与电势梯度的关系 第十一章·静电场中的导体和电介质	3	讲授
	11-1·静电场中的导体·11-2·电容·电容器	2	
3	11-3·静电场中的电介质·11-4·静电场的能量 第十、十一章·习题与讨论课	2	讲授
		2	讨论
4	第十二章·恒定磁场	1	讲授
	12-1·恒定电流和电动势·12-2·磁场·磁感应强度 12-3·毕奥-萨伐尔定律	2	
5	12-4·磁场的高斯定理和安培环路定理 12-5·带电粒子在电场和磁场中的运动·12-6·磁场对载流导线和载流线圈的作用	2	讲授
		2	
6	第十三章·磁场中的磁介质 13-1·磁介质·磁化强度·13-2·介质中的磁场·磁场强度·13-3·铁磁质	2	讲授
7	第十二、十三章·习题与讨论课 第十四章·变化的电磁场	2	讨论
	14-1·电磁感应定律	1	讲授
8	14-2·动生电动势和感生电动势 14-3·自感和互感·14-4·磁场的能量	2	讲授
		2	
9	14-5·麦克斯韦电磁场理论·14-6·电磁波波动方程 14-7·电磁波的能量和动量·14-8·电磁波的辐射	2	讲授
		2	

	期中考试	3	讲授
	第十五章·量子力学基础 15-1·早期量子论		
11	15-2·德布罗意波·实物粒子的波粒二象性·15-3·不确定关系	2	讲授
	15-4·薛定谔方程	2	讲授
12	15-5·氢原子的量子理论	2	讲授
	15-6·多电子原子中的电子分布	1	
	机动	2	讨论

注：1) 任课教师可根据具体情况适当调整

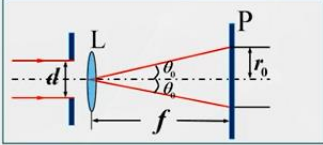
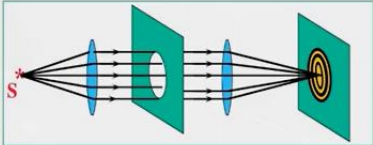
2) 在第十周会安排期中考试，内容涉及第十、十一、十二、十三章

学习资源

1. 超星学术视频
2. B站（科普视频）
3. mooc免费公开课——（中南大学大学物理慕课）**中国大学慕课** app
慕课（例如：宇宙简史，现代光学，科学计算与Matlab语言等）
Coursera, Edx, Futurelearn, Khan Academy kids

大学物理 | 中国大学MOOC

圆孔衍射总结



The diagram on the left shows a light source S emitting light through a circular aperture, which is then focused by a lens onto a screen showing a diffraction pattern. The diagram on the right shows a light source S emitting light through a circular aperture of diameter d, which is then focused by a lens of focal length f onto a screen at distance f. The screen shows a central maximum of radius r_0 and a half-angle width \theta_0.

艾里斑	光学仪器的分辨本领
半角宽度 $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{d}$	最小分辨角 $\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{d}$
半径 $r_0 = 1.22 \frac{\lambda}{d} f$	分辨率 $R = \frac{1}{\theta_R} = \frac{d}{1.22 \lambda}$

学习平台和参考书

- 课程交流与学习

可视化平台(课件, 作业提交)+**学习通** (问卷调查, 测验题)
+**慕课** (教学知识点 视频) +**QQ 群** (交流, 答疑)

- 推荐的教材,参考书:

大学物理学下册(杨兵初, 高等教育出版社);

大学物理(张三慧, 清华大学出版社)



群名称:CSU大学物理C2023

群 号:827431661

- **教学环节:**

讲课; 讨论课; 作业做题;

自学; 期末考试.

- **考核:**

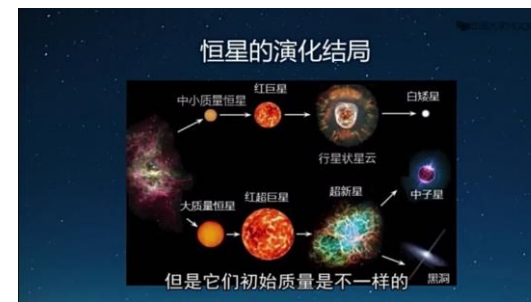
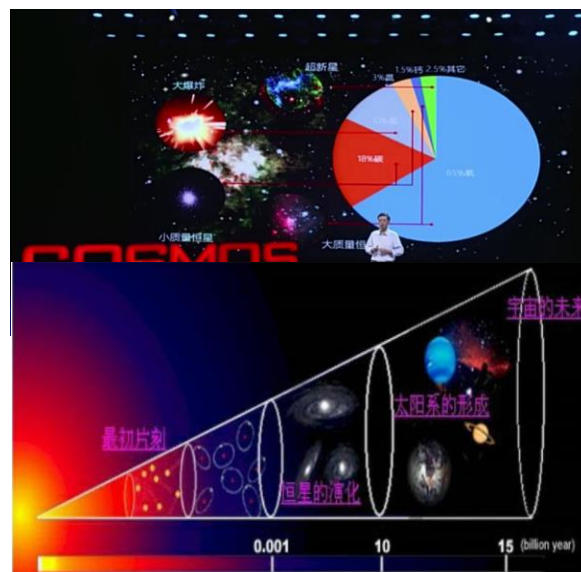
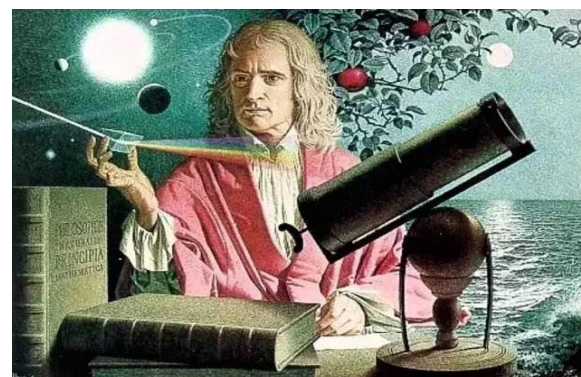
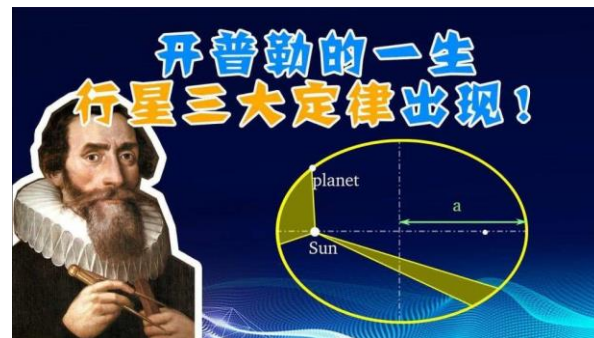
平时成绩 40%(作业 + 上课小测验 + 上课到课);

期末考试 60%

一.物理学改变着人们的世界观

宇宙观

1. 从哥白尼到开普勒
2. 伽利略的功勋
3. 牛顿的万有引力定律
4. 宇宙学原理
5. 宇宙是静态的还是动态的?
6. 大爆炸宇宙模型
7. “热寂说”的终结



认识无止境

关于对光的认识和研究



1666年,
牛顿,
光的色
散



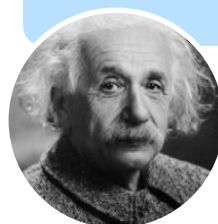
1801年,
托马斯
杨, 光
的波动
理论,
测量波
长



1865年,
麦克斯韦
理论预言
光是电磁
波. 1888
年, 赫兹
实验验证



1905年,
爱恩斯
坦**光子**
假设



1927年,
玻尔**互
补原理**



1927年,
Dirac,
融合光
的二象
性的**数
学理论**



~1940
年, 费
曼, 量
子电动
力学, 量
子场



微粒说 → **波动说** → 电磁波 → **光子** → **波粒二象性** → **量子化场论**

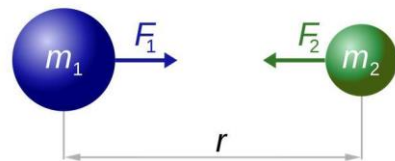
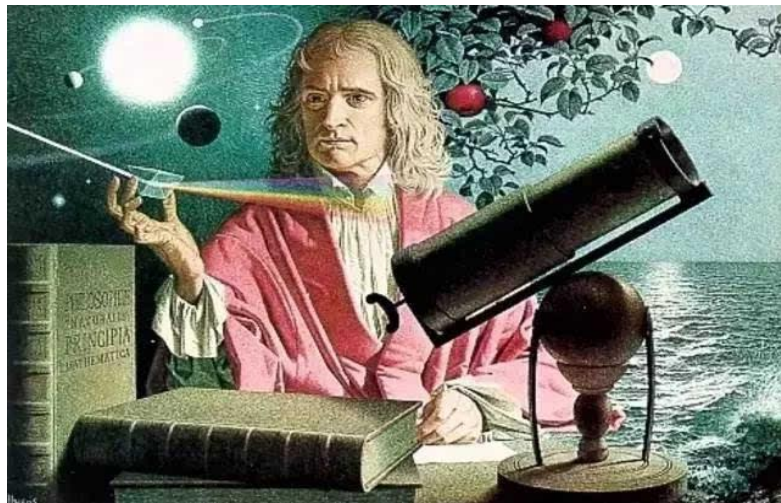
在世界科学史上

牛顿：他一手建立了牛顿力学，与莱布尼兹同时发明了微积分，还在光学和天文学有极大的成就。牛顿万有**引力**把天上和地下统一起来，是人类认识世界的第一次飞跃。

麦克斯韦：他提出了麦克斯韦方程，静止的电荷可以激发电场，运动的电荷激发磁场，电场和磁场本来就是同一种物质，将“**电**”和“**磁**”统一在了一起，并预言了电磁波的存在，光就是电磁波。是人类认识世界的第二次飞跃。

爱因斯坦：**统一了时间和空间**，时间和空间融合在一起的，不同的观察者来看，时间的流淌的快慢和物体的长度都会有变化，广义相对论，有了它，我们才知道宇宙是从哪里来的，会发生什么变化。在物理学上创建出一套科学理论体系，而那些科学理论体系则都推动着整个人类向前迈进。时空统一是人类认识世界的第三次飞跃。

杨振宁，杨-米尔斯理论发展出的**标准模型统一了强力、弱力和电磁力**。杨-米尔斯规范场理论是整个粒子物理标准模型的骨架理论。杨振宁也被认为是继爱因斯坦之后最伟大的科学家之一。科学的发展往往是站在巨人的肩膀上，学习科学史，努力站上巨人的肩膀上！丁肇中在杨振宁70岁生日宴会上曾这样说：提到20世纪的物理学的里程碑，我们首先想到三件事，一是相对论(爱因斯坦)，二是量子力学(玻尔)，三是规范场(杨振宁)。



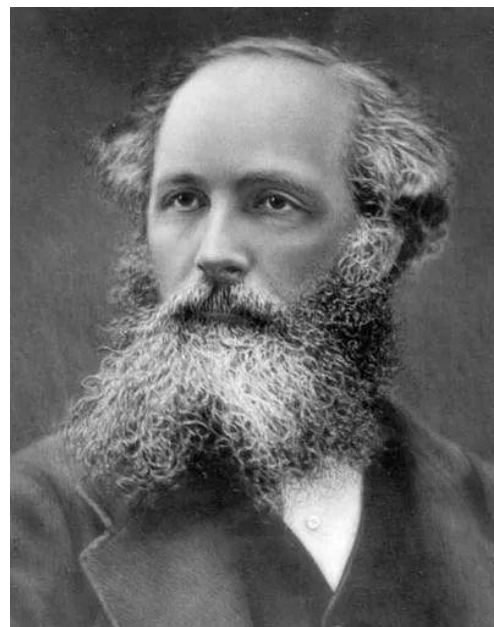
$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\int \vec{M} d\vec{t} \quad \text{角动量定理}$$

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{动能定理}$$

三个守恒定律

对象：质点 → 质点系 → 刚体

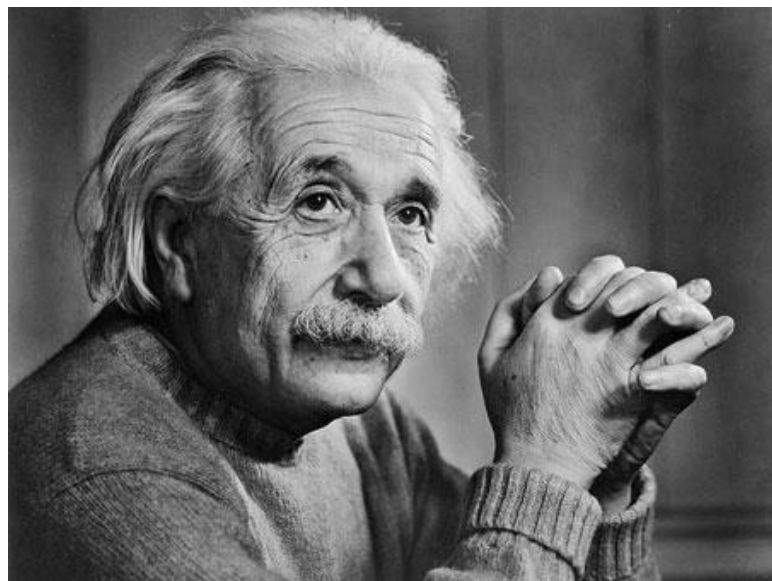


$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$



$$\epsilon = h\nu$$

$$E = mc^2$$

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

(A) 统计力学

A1. 1952 Phase Transition



Yang's 13 great contributions to Physics



规范场论)。论文序号: 54b, 54c。

D2. 1974 Integral Formalism (规范场论的积分形式)。论文序号: 74c。

D3. 1975 Fiber Bundle (规范场论与纤维丛理论的对应)。论文序号: 75c。

二.科学和生产

物理学的发展从根本上说是由**生产的需要**和**发展**决定的，
但**物理学的发展**反过来对生产的发展有巨大的**推动作用**。

物理学的**三次大突破**导致了生产力的大飞跃

二.科学和生产

热学、热力学的研究 (19世纪下半叶) 能量守恒

第一次工业革命

蒸汽机的发明和广泛应用

**电磁感应的研究
电磁学理论的建立 (19世纪中)**

第二次工业革命(工业电气化)

发电机、电动机的发明、无线电通讯的发展

相对论、量子力学的建立(1900-1930年)

第三次技术革命

为近代物理的发展奠定了理论基础，使物理学进入高速、微观的世界

第三次技术革命

核物理的研究和
发展



核能释放和利用

原子分子物理的
研究和发展



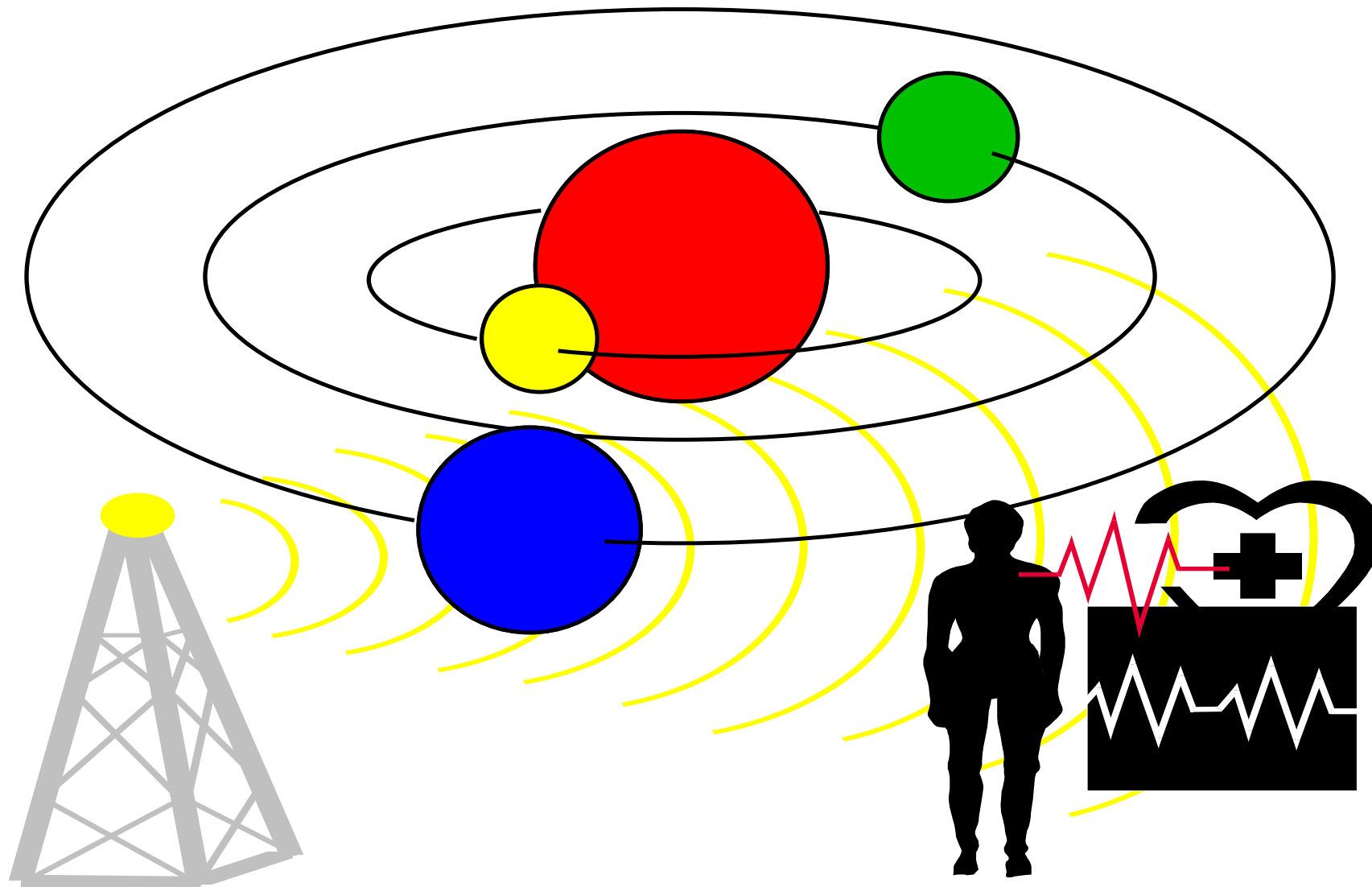
激光的发明和应用

半导体、固体物
理、材料科学的
研究和发展



晶体管、大规模集成
电路、微型计算机的
发明和应用

电磁学



电磁学发展史

1820年，丹麦物理学家**奥斯特**首先发现电流对磁针的作用。

1826年，**欧姆**发现了欧姆定律和电阻定律

法拉第发现，感应电流，电磁感应定律。

公元前
600年

1820年

1821年

1826年

1831年

1865年

古希腊**泰勒斯**
第一次记载电现象

安培，提出用来判定电流磁场方向的**右手螺旋定则**，安培探索了磁现象的本质，提出分子电流假说

麦克斯韦提出
电磁场理论

电磁学内容

电磁学或称**电动力学**或**经典电动力学**。之所以称为经典，是因为它不包括**现代的量子电动力学**的内容。

电动力学：这样一个术语使用并不是非常严格，有时它也用来指电磁学中去除了**静电学**、**静磁学**后剩下的部分，是指**电磁学与力学结合的部分**。这个部分处理**电磁场对带电粒子的力学影响**。通过方程统一电磁学，并且揭示出光作为电磁波的本质。

我们主要是学习：**静电学**，和**静磁学**部分。

科学家——奥斯特



奥斯特，1777年8月-1851年3月，丹麦物理学家，化学家。

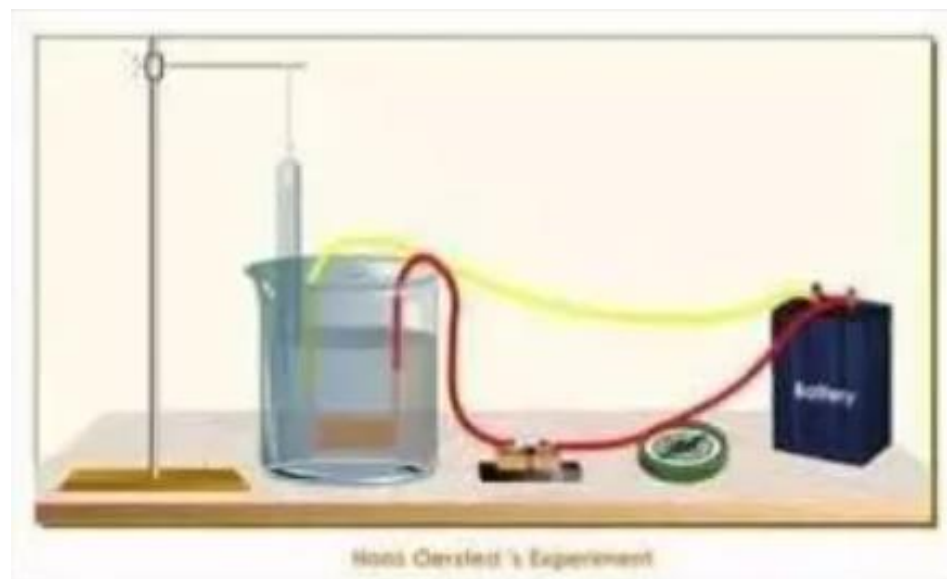


奥斯特在实验室



奥斯的雕像

1820年，奥斯的论文《磁针电抗作用实验》在法国的科学杂志《化学与物理学年鉴》上发表。奥斯的发现把电学和磁学结合起来了。从此，电磁学的研究在欧洲主要国家里蓬勃地开展起来。



科学家——安培



安培，1775年1月-1836年6月，法国数学家，物理学家和化学家，右手螺旋定则，分子电流假说解释磁现象本质，安培环路定律。

安培在重做奥斯特的电流使磁针偏转的实验基础上，提出用来判定电流磁场方向的**右手螺旋定则**。

1821年，安培探索了磁现象的本质。他认为物体中的每个分子都有圆形电流，即**分子电流**，分子电流产生磁场，使每个分子都成为一个磁体。

安培又对电流产生磁力的规律进行了研究，提出了**安培环路定律**，用来计算任意几何形状的通电导线所产生的磁场。

科学家——欧 姆

电流强度、导线材料、电动势之间是什么关系呢？

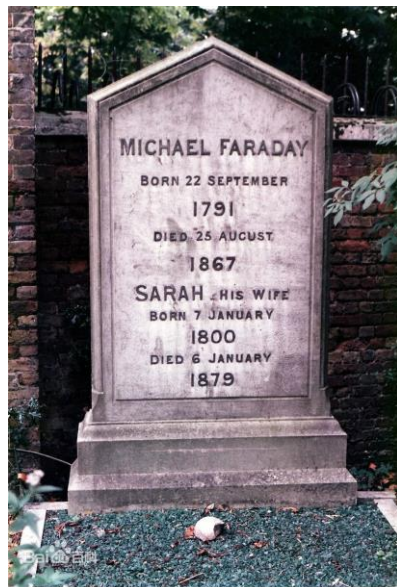


欧姆，1789年3月-1854年7月，德国人，发现了欧姆定律和电阻定律

欧姆在教学过程中自制了许多电学仪器和材料，进行了大量的实验，发现了**欧姆定律**和**电阻定律**。

1826年，欧姆发现了欧姆定律。部分电路的欧姆定律是：导体中的电流强度，跟这段导体两端的电压成正比，跟这段导体的电阻成反比。

科学家——法拉第

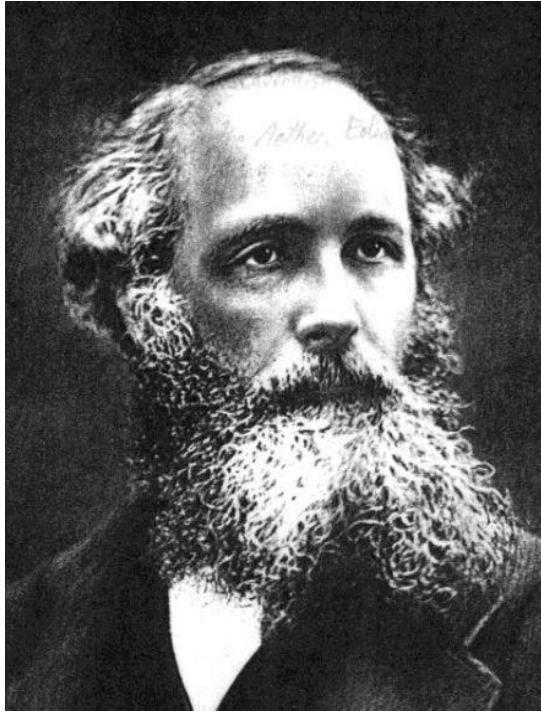


法拉第，1791年9月-1867年8月，英国物理学家，化学家。法拉第电磁感应定律，奠定了电磁学的基础，开创了电磁学研究的新时代。感生电流、电解定律、旋光效应。

感生电流的发现，充分揭示了**磁和电的内在联系**，电不仅能转化为磁，而且磁也能转化为电。同时，为人类利用新能源开辟了前景，预示着**人类将要进入电气时代**。

- 1821年9月，奥斯特的实验成果传到英国后，法拉第就进行电和磁之间现象与本质的研究。
- **既然电流能产生磁力，那么磁力能否产生电流呢？**法拉第按这一设想进行实验。
- 1831年，法拉第成功地做出了磁生电的实验。

科学家——麦克斯韦



麦克斯韦，1831年6月-1879年11月，英国人，主要贡献是建立了**麦克斯韦方程组**，创立了经典电动力学，并且预言了**电磁波**的存在，提出了光的电磁说。

- 运用**数学方法**进一步总结当时的实验电磁学成就，建立经典电磁学理论大厦，电磁学理论创立人。
- 用数学**定量**表述来丰富法拉第的电磁理论。他把电流周围存在磁力线的特征，概括为一个**矢量微分方程**，导出了法拉第的结论。
- 1873年，麦克斯韦出版了他的电磁学专著《电磁学通论》，对电磁学的大综合，成为**电磁学发展的里程碑**。在这部著作里，麦克斯韦以他特有的数学语言，建立了电磁学的**微分方程组**，**揭示了电荷、电流、电场、磁场之间的普遍联系**。这个电磁学方程，就是后来以他的名字著称的“麦克斯韦方程”。

1865年**麦克斯韦**提出
电磁场理论

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dV$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

第 9 章 静电场

§1 库仑定律

§2 电场 电场强度

§3 静电场的高斯定理

一、电荷的量子化

电荷的种类：正电荷、负电荷

电荷的性质：同号相斥、异号相吸

电量：电荷的多少 单位：库仑 符号：C

电荷的量子化效应： $q=ne$

二、电荷守恒定律

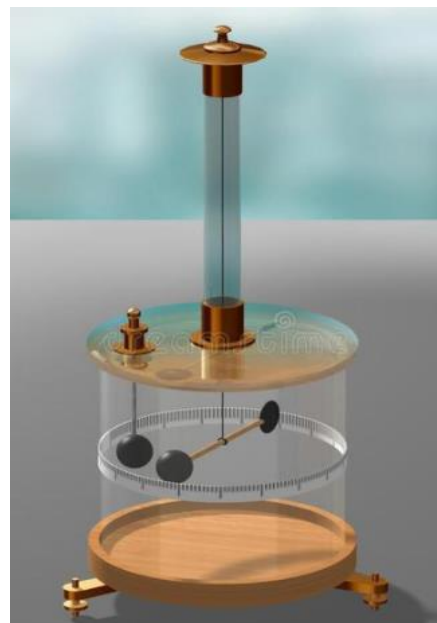
电荷守恒定律：在一个与外界没有电荷交换的系统内（宏观，微观），正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

库仑定律

1785年 库仑通过**扭称实验**得到

1.表述

在**真空中**两个**静止点电荷**之间的相互作用力的大小与它们**电量的乘积成正比**，与它们之间**距离的平方成反比**，作用力的方向沿着它们的连线，同号电荷相斥 异号电荷相吸



库仑（1736—1806），法国工程师、物理学家。主要贡献有**扭秤实验**、**库仑定律**、库伦土压力理论等。同时也被称为“土力学之始祖”


$$\vec{f} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

库仑定律

$$\vec{f} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

令 $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 N}$$
$$K = 9 \times 10^9 m^2 N/C^2$$

$$\vec{f} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$


The diagram illustrates two point charges, q_1 and q_2 , represented by small circles. They are positioned on a horizontal line, with q_1 on the left and q_2 on the right. A horizontal arrow points from q_1 to q_2 , labeled with the distance r below it. At the tip of this arrow, a unit vector \hat{r} is shown, pointing towards q_2 .

从施力电荷指向受力电荷

若两电荷同号

斥力

\hat{r} 方向

若两电荷异号

吸引力

$-\hat{r}$ 方向

注意：只适用两个点电荷之间

例：在氢原子中，电子与质子之间的距离约为 $5.3 \times 10^{-11} \text{m}$ ，求它们之间的库仑力与万有引力，并比较它们的大小。 $(G=6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2, m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{kg}, m_h=1.67 \times 10^{-27} \text{kg})$

解：氢原子核质子与电子可看作点电荷

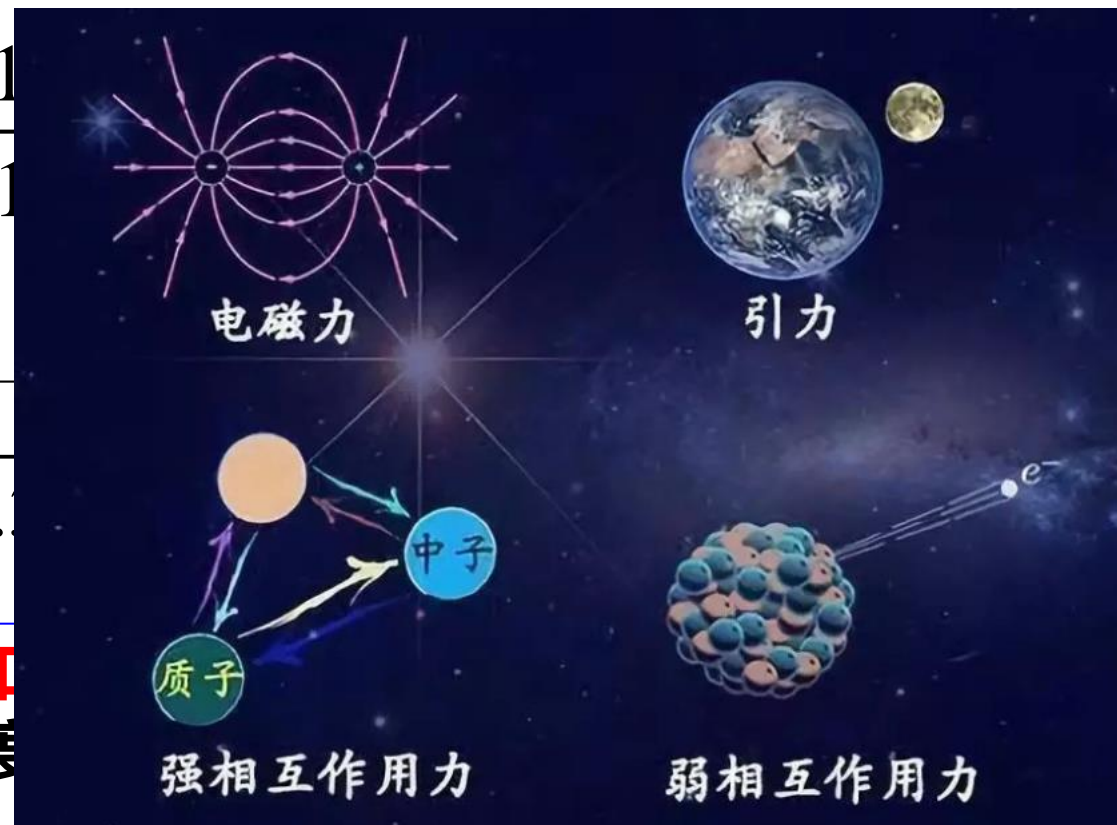
$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2}$$

万有引力为

$$F_g = G \cdot \frac{mM}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2}$$

自然界存在四种力：**强力、弱力、电磁力和引力**。强力的强度规定为1，其它各力的强度与强力相比，引力为 10^{-39} 。

在原子、分子的构成以及固体和液体的凝聚等方面，库仑力都起着主要的作用。



静电力的叠加原理

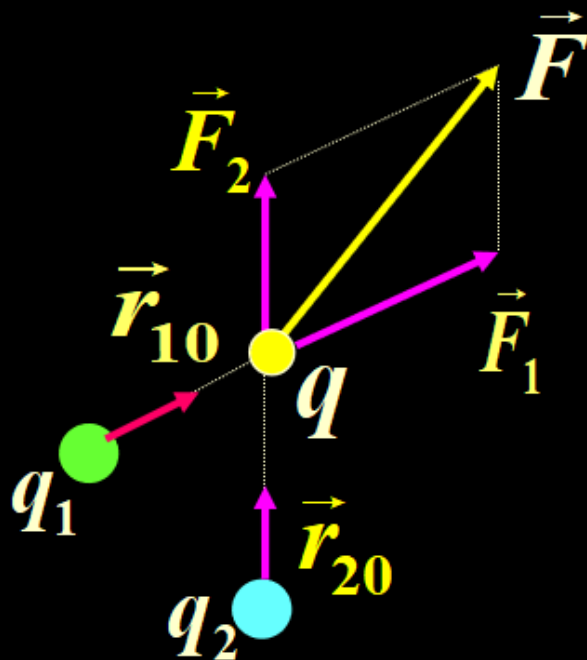
作用于某电荷上的总静电力等于其他点电荷单独存在时作用于该电荷的静电力的矢量和。

数学表达式

离散状态

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_i = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{r}_{i0}$$



连续分布

$$\vec{F} = \int d\vec{F} \quad d\vec{F} = \frac{qdq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0$$

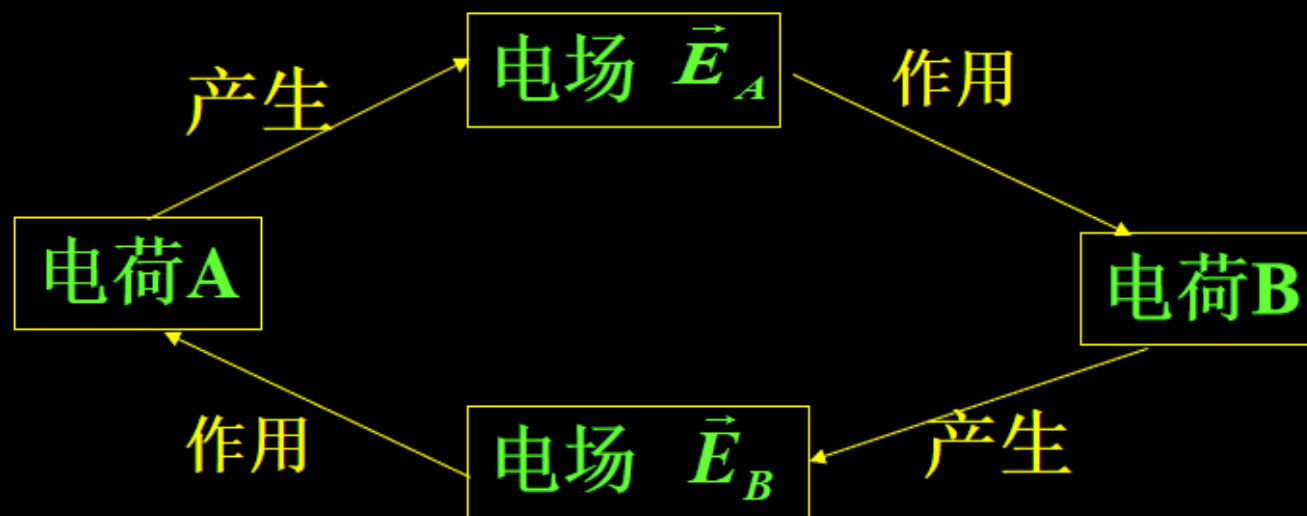
§2 电场 电场强度

早期：电磁理论是超距作用理论； 后来：法拉第提出近距作用

超距作用：力的传递不需要媒介，不需要时间。

电荷 \longleftrightarrow 电荷

近距作用：法拉第指出，电力的媒介是电场，电荷产生电场；电场对其他电荷有力的作用。
“电力”应为“电场力”。



§2 电场 电场强度

当电荷静止不动时，两种观点的结果相同。但当电荷**运动**
或变化时，则出现差异。近代物理学证明“场”的观点正确。



电（磁）场可以脱离电荷和电流独立存在，具有自身的运动规律，具有动量，能量——电（磁）场是物质的一种形态！

所以从此开始，我们先研究电荷产生的场——静电场，再研究这个场对其他电荷的作用。

电场强度

定义方法:

试验电荷放到场点P处,
试验电荷受力为 \vec{f}

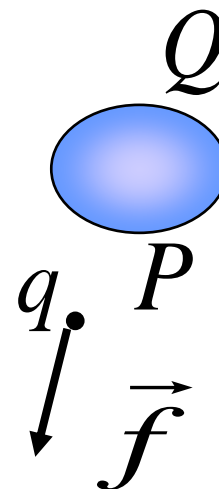
试验表明: 确定场点

比值

$$\frac{\vec{f}}{q} \quad \text{与试验电} \\ \text{荷无关}$$

电场强
度定义

$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q}$$



思考

试验电荷必须
满足两小:

电量充分地小

线度足够地小

为什么?

讨论

1) $\vec{E} = \vec{E}(r) = \vec{E}(x \ y \ z)$

2) 矢量场

3) SI中单位 N/C 或 V/m

4) 电荷在场中受的电场力

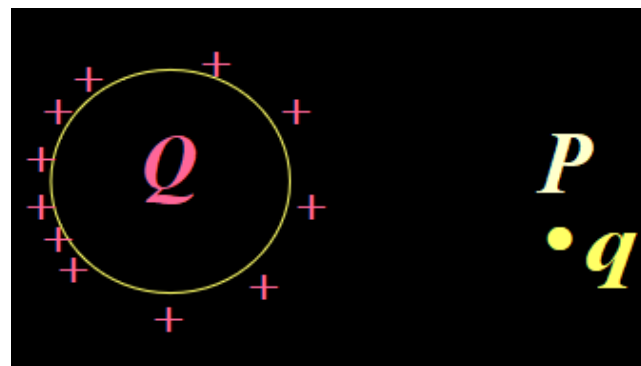
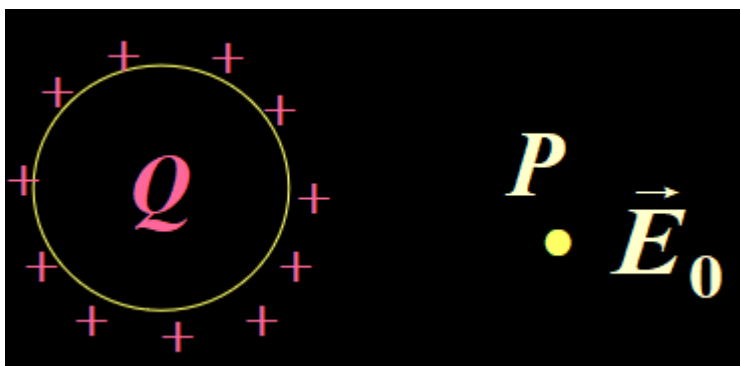
点电荷在外场中受的电场力 $\vec{f} = q\vec{E}$

一般带电体在外场中受力 $\vec{f} = \int_{(q)} d\vec{f} = \int_{(q)} \vec{E} dq$

讨论

a. 由 $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ 是否能说, \vec{E} 与 \vec{F} 成正比, 与 q_0 成反比?

b. 一总电量为 $Q > 0$ 的金属球, 在它附近 P 点产生的场强为 E_0 。将一点电荷 $q > 0$ 引入 P 点, 测得 q 实际受力 F 与 q 之比为 F/q , 是大于、小于、还是等于 P 点的 E_0

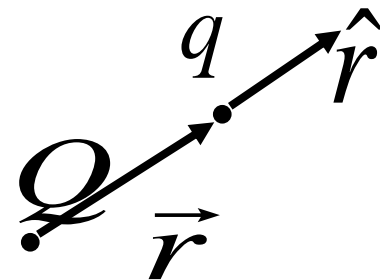


$$\frac{F}{q} < E_0$$

三.电场强度的计算

1.点电荷 Q 的场强公式

解决的问题是



首先 将试验点电荷 q 放置场点 P 处

由库仑定律有

$$\vec{f} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

三. 电场强度的计算

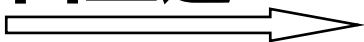
由库仑定律

$$\vec{f} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

由场强定义

$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q}$$

由上述



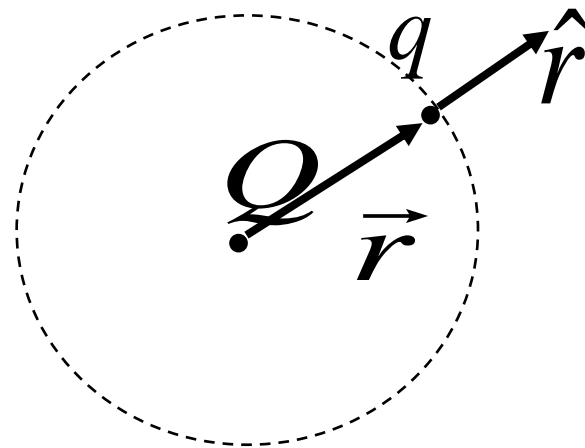
两式得

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

讨论

1) 球对称

2) 场强方向：正电荷受力方向

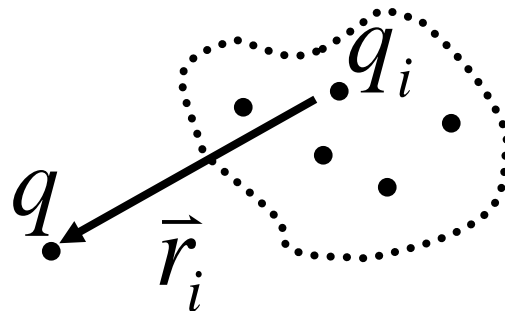


2.场强叠加原理

任意带电体的场强

根据电力叠加原理
和场强定义

1) 如果带电体由 n 个点电荷组成,
如图



由电场力叠
加原理

$$\vec{f} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{f}_i$$

由场强定义

$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \vec{f}_i}{q} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\vec{f}_i}{q}$$

整理后得

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

或

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{r}_i$$

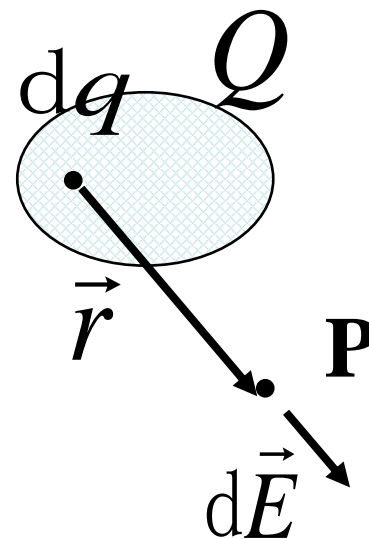
2. 场强叠加原理

2) 如果带电体电荷连续分布 如图

把带电体看作是由许多个电荷元组成

然后利用场强叠加原理求解

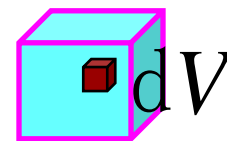
$$\vec{E} = \int_{(Q)} d\vec{E} = \int_{(Q)} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$



电荷密度

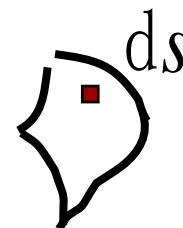
体电荷密度

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$



面电荷密度

$$\sigma = \frac{dq}{ds}$$



线电荷密度

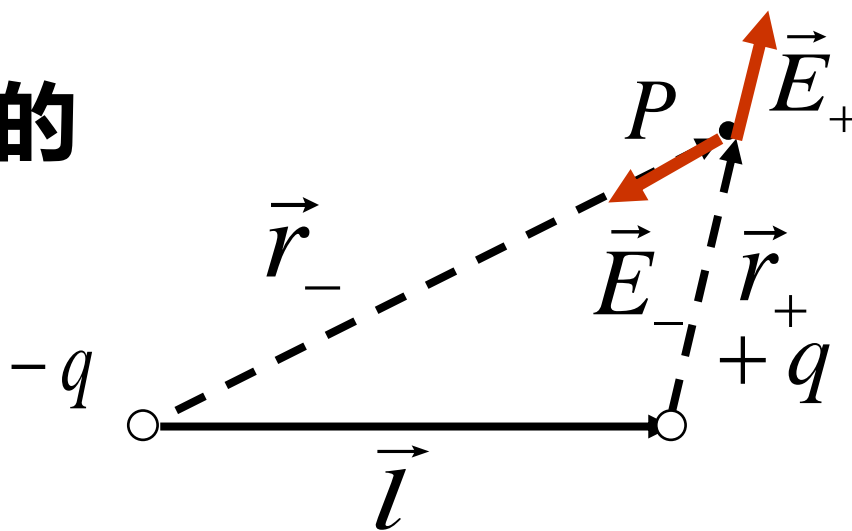
$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$



例1 电偶极子的场

1.首先看

一对相距为 l 的等量异号点电荷的



根据场强叠加原理：

一对等量
异号点电
荷的电场
强度

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- \\ &= \frac{q_+}{4\pi\epsilon_0 r_+^2} \hat{r}_+ + \frac{q_-}{4\pi\epsilon_0 r_-^2} \hat{r}_-\end{aligned}$$

2. 然后看电偶极子的电场强度

若从电荷连线的**中点**向**场点P**画一位矢 \vec{r}

且满足： $r \gg l$ 的条件

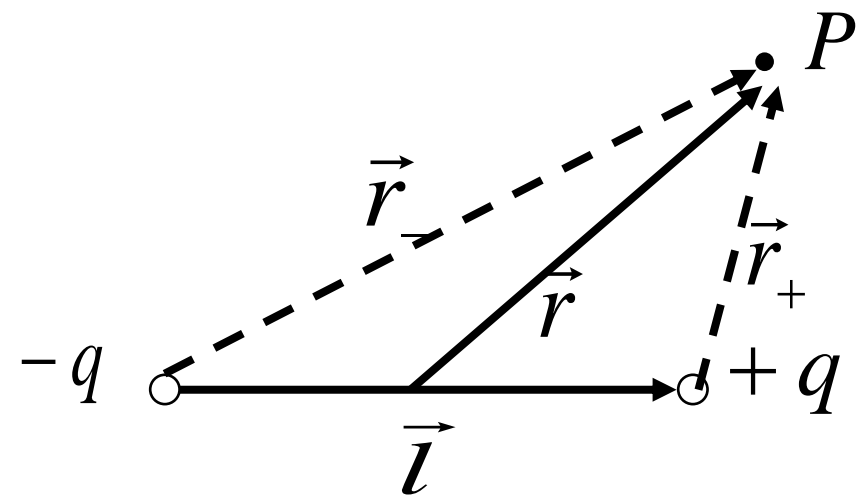
则这一对等量异号点电荷

叫做**电偶极子**(electric dipole)

描述的物理量是电偶极矩

$$\vec{p} = q\vec{l}$$

方向：从负点电荷指向正点电荷



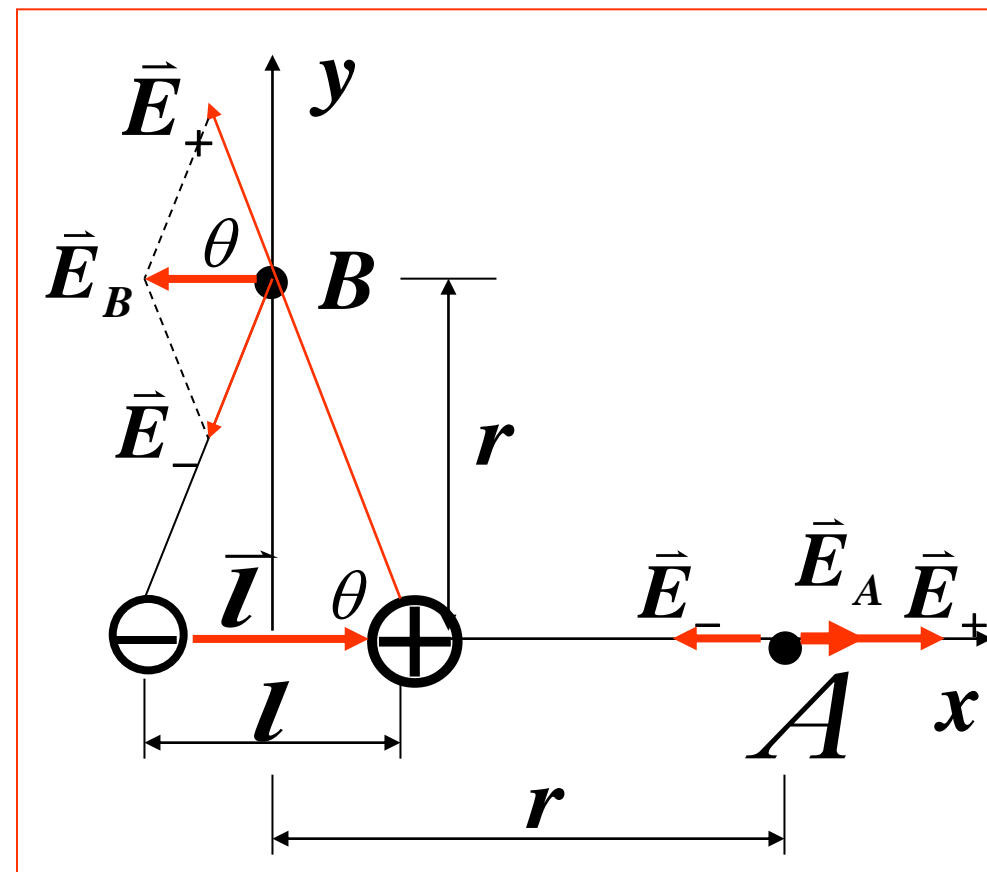
A 点

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r - l/2)^2}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r + l/2)^2}$$

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{2qrl}{4\pi\epsilon_0(r^2 - \frac{l^2}{4})^2}$$

$$\because r \gg l \quad \therefore E_A = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



B 点

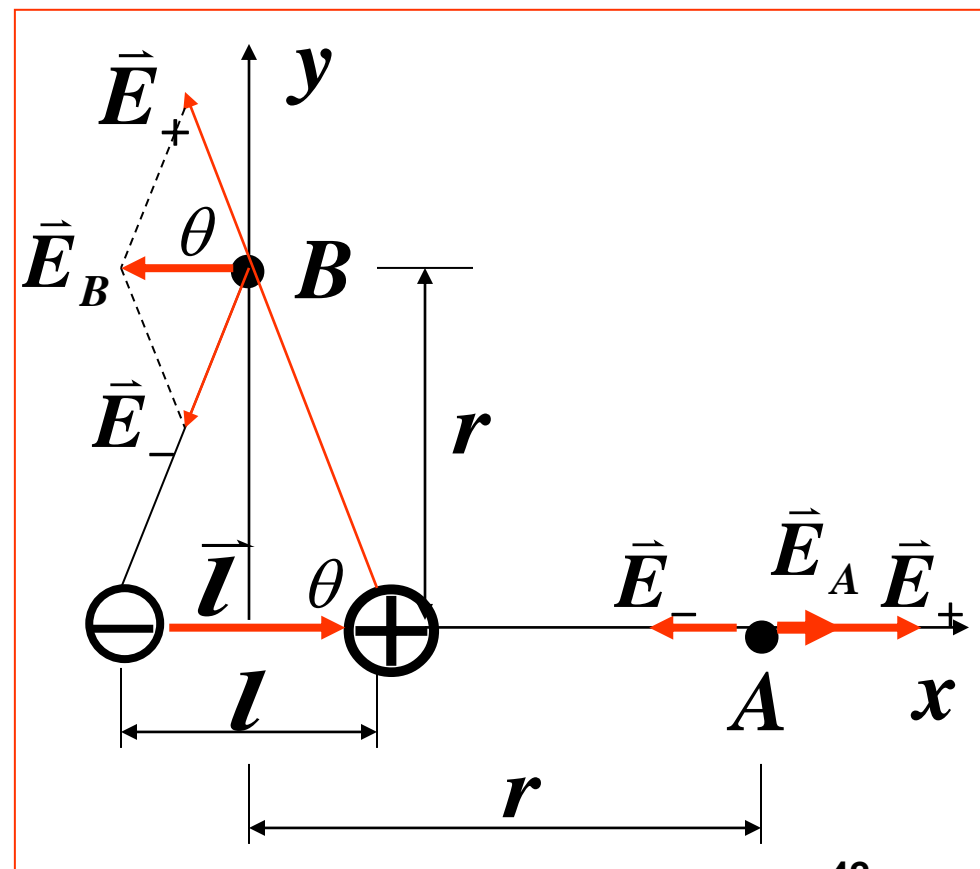
$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2 + l^2/4)} \quad \cos\theta = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}}$$

$$E_B = E_+ \cos\theta + E_- \cos\theta = 2E_+ \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(r^2 + \frac{l^2}{4})^{3/2}}$$

$$\because r \gg l \quad \therefore E_B \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

电偶极子场强与距离3次方成反比



例2 计算电偶极子在均匀电场中所受的合力和合力矩

已知 $\vec{p} = q\vec{l}, \vec{E}$

解：合力

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0$$

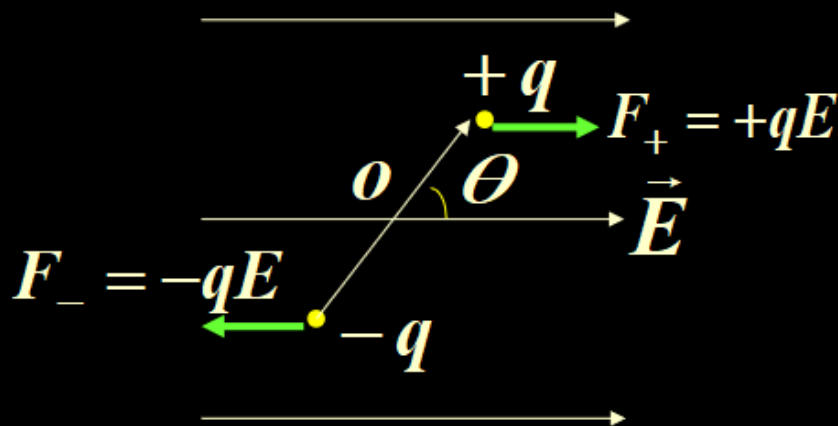
合力矩

$$M = F_+ \frac{l}{2} \sin \theta + F_- \frac{l}{2} \sin \theta = qlE \sin \theta$$

将上式写为矢量式 $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

可见： $\vec{p} \perp \vec{E}$ 力矩最大； $\vec{p} \parallel \vec{E}$ 力矩最小。

力矩总是使电矩 \vec{p} 转向 \vec{E} 的方向，以达到稳定状态



例3 求一均匀带电直线在 O 点的电场。

已知: a 、 θ_1 、 θ_2 、 λ

解题步骤

1. 选电荷元 $dq = \lambda dl$

2. 确定 $d\vec{E}$ 的方向

3. 确定 $d\vec{E}$ 的大小

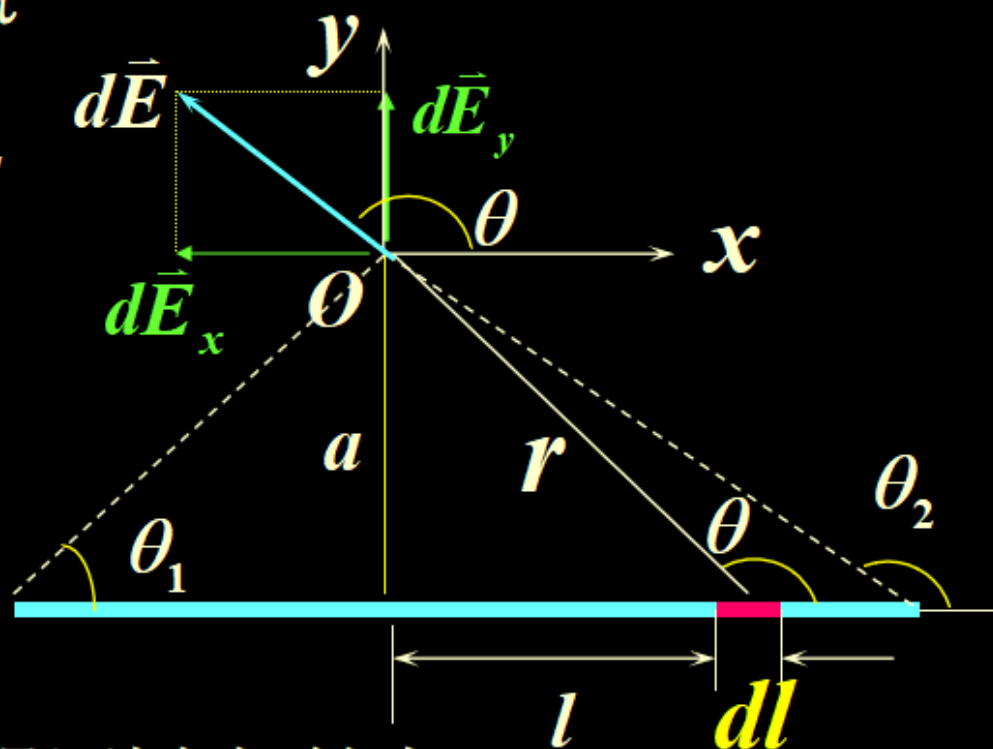
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2}$$

4. 建立坐标, 将 $d\vec{E}$ 投影到坐标轴上

$$dE_x = dE \cos \theta \quad dE_y = dE \sin \theta$$

5. 选择积分变量

r 、 θ 、 l 是变量, 而线积分只要一个变量



选 θ 作为积分变量 $l = a \operatorname{ctg}(\pi - \theta) = -a \operatorname{ctg} \theta$

$$\therefore dl = a \csc^2 \theta d\theta$$

$$r^2 = a^2 + l^2$$

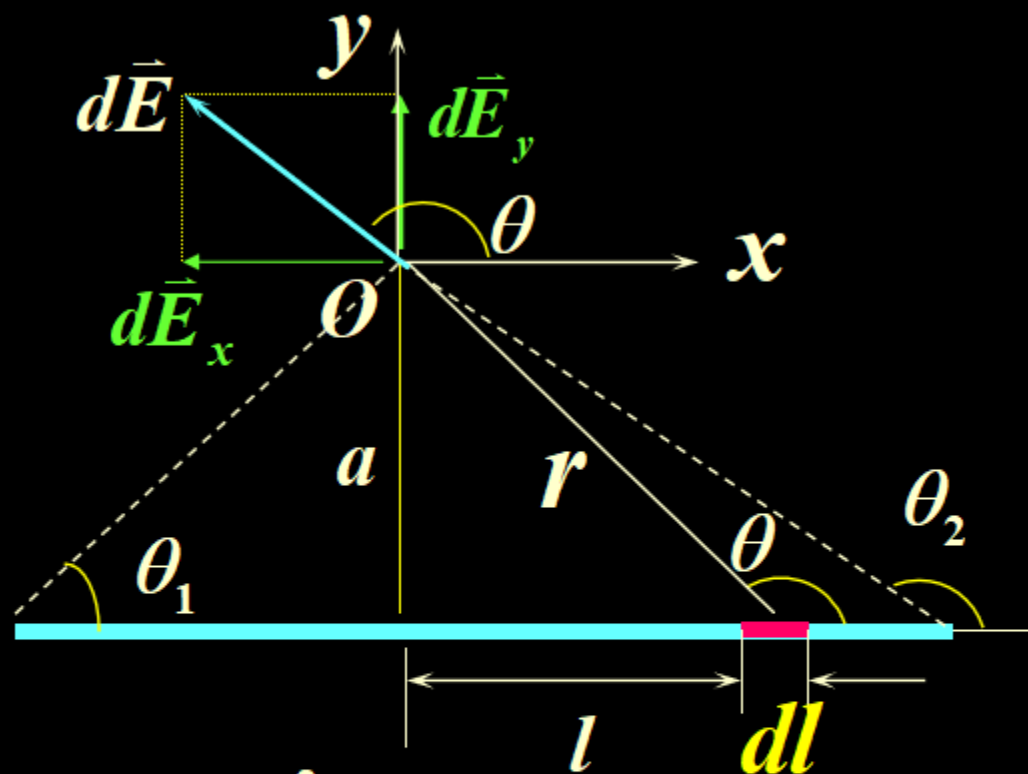
$$= a^2 + a^2 \operatorname{ctg}^2 \theta$$

$$= a^2 \csc^2 \theta$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{a \csc^2 \theta d\theta}{a^2 \csc^2 \theta} \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \theta d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$



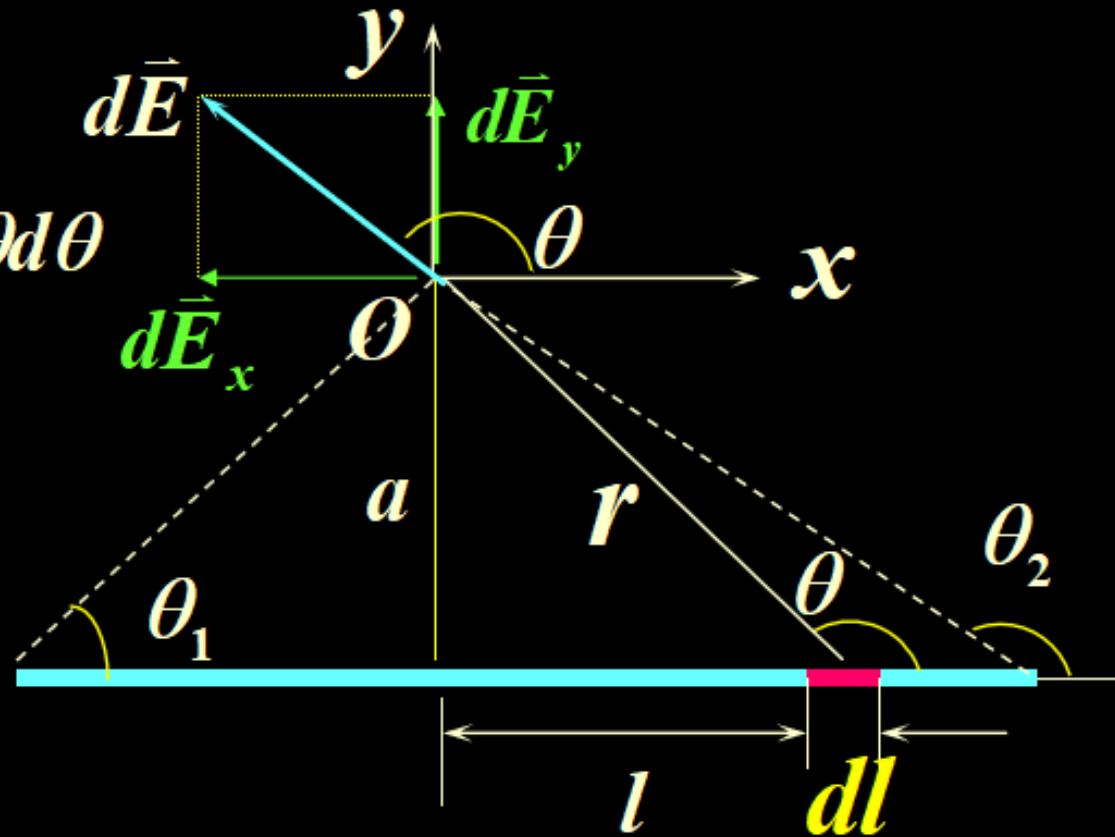
$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta d\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$\arctg(E_y/E_x)$$



$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

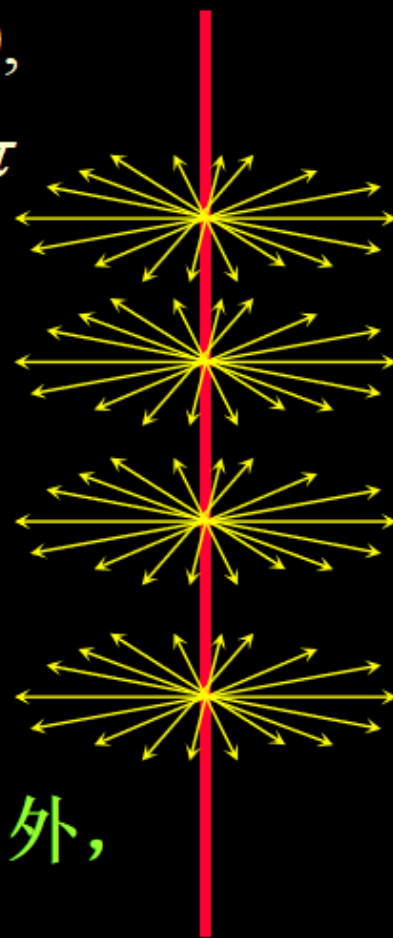
$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

讨论 当直线长度 $L \rightarrow \infty$ 或 $a \rightarrow 0$ $\begin{cases} \theta_1 \rightarrow 0, \\ \theta_2 \rightarrow \pi \end{cases}$

$$E_x = 0 \quad E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

无限长均匀带
电直线的场强

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

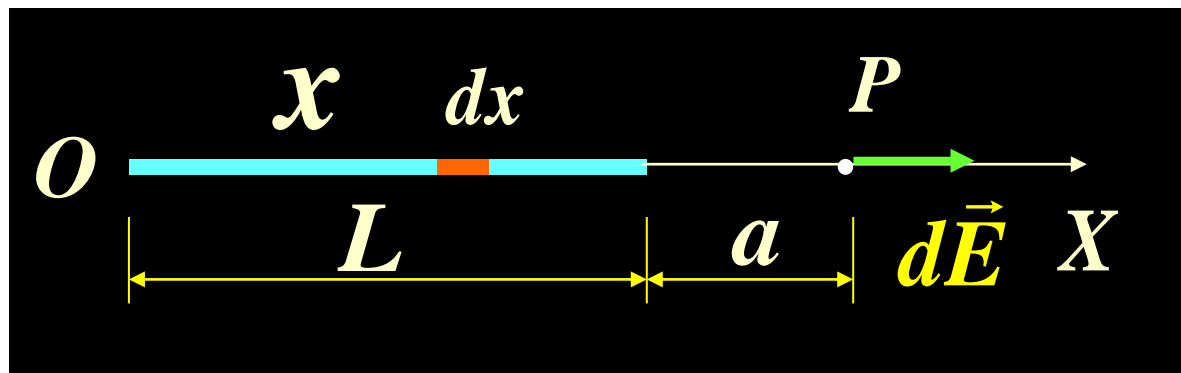


当 $\lambda > 0$, $E_y > 0$, \vec{E} 方向垂直带电导体向外,

当 $\lambda < 0$, $E_y < 0$, \vec{E} 方向垂直带电导体向里。

练习

2. 求均匀带电细杆延长线上一点的场强。已知 q, L, a



$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(L+a-x)^2}$$

$$E = \int_0^L \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(L+a-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a} \right)$$

$$= \frac{qL}{4\pi\epsilon_0 a L(L+a)} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(L+a)}$$

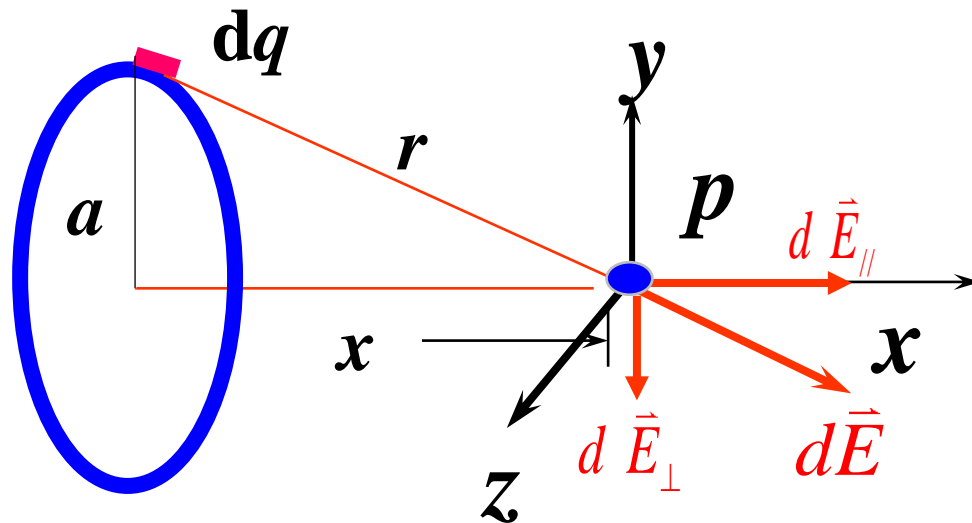
例4 求一均匀带电圆环轴线上任一点 x 处的电场。

已知: q 、 a 、 x 。

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dq = \lambda dl$$

$$= \frac{q}{2\pi a} dl$$

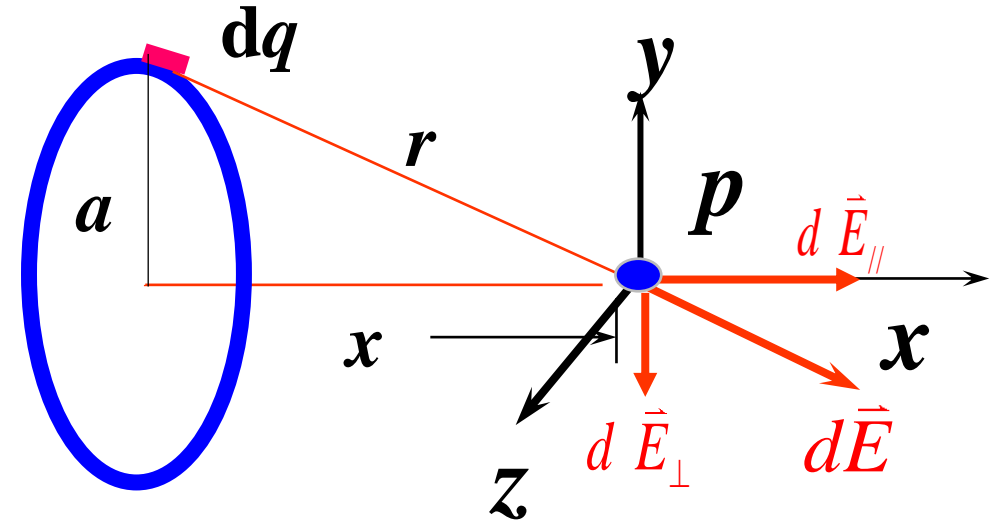


$$E = \int dE_{\parallel}$$

$$= \int dE \cos \theta$$

$$\cos \theta = x/r$$

$$r = (a^2 + x^2)^{1/2}$$



$$E = \oint_{2\pi a} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{xq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2)^{3/2}} \vec{i}$$

讨论

$$\vec{E} = \frac{xq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + a^2)^{3/2}} \vec{i}$$

(1) 当 $q > 0$, \vec{E} 的方向沿 x 轴正向

当 $q < 0$, \vec{E} 的方向沿 x 轴负向

(2) 当 $x=0$, 即在圆环中心处, $\vec{E} = 0$

当 $x \rightarrow \infty$ $\vec{E} = 0$

(3) 当 $x \gg a$ 时, $x^2 + a^2 \approx x^2$ $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2}$

这时可以把带电圆环看作一个点电荷这正反映了点电荷概念的相对性

练习:

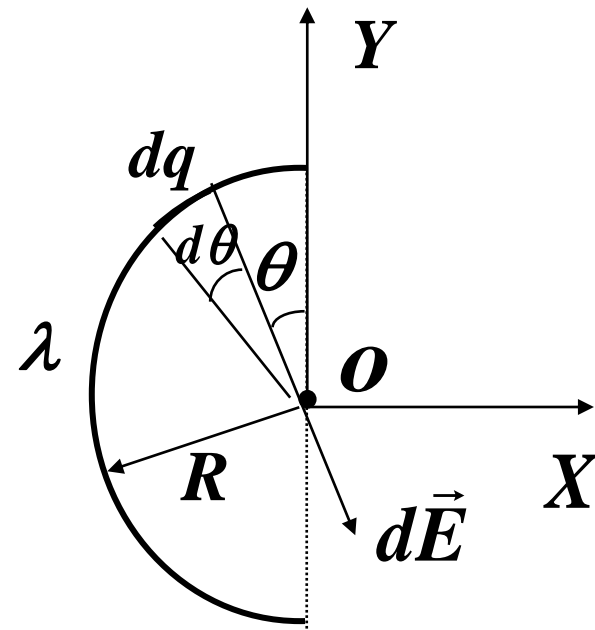
1. 求均匀带电半圆环圆心处的 \vec{E} , 已知 R 、 λ

电荷元 dq 产生的场 $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}$

根据对称性 $\int dE_y = 0$

$$E = \int dE_x = \int dE \sin \theta = \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin \theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R^2} (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$



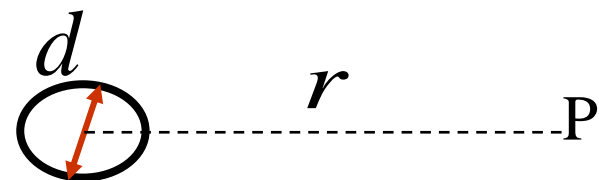
理想模型

点电荷

条件

$$r \gg d$$

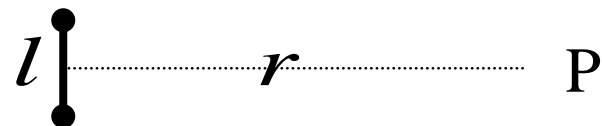
带电体



P场点

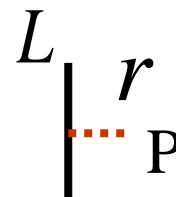
电偶极子

$$r \gg l$$



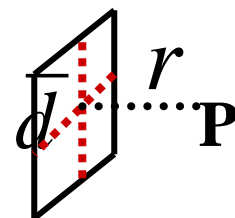
无限长带电线(柱面 柱体)

$$r \ll L$$



无限大带电面(板)

$$r \ll d$$



例6. 两块无限大均匀带电平面，已知电荷面密度为 $\pm\sigma$ ，计算场强分布。

解：由场强叠加原理

$$\text{两板之间: } \mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\text{两板之外: } \mathbf{E} = 0$$

