2-2 电容与电容器 (导体的应用之二)

1. 孤立导体的电容
2. 电容器
3. 三种典型电容器的电容
4. 电容器的连接

11-2 电容及电容器 (导体的应用之二)

一.孤立导体的电容

孤立导体的电势 $U \propto Q$

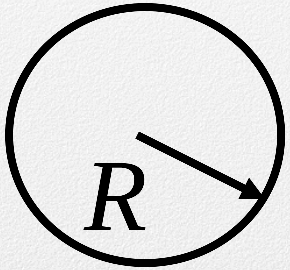
定义 $\boxed{C \equiv \dfrac{Q}{U}}$

电容——使导体升高单位电势所需的电量。

电容只与几何因素和介质有关，固有的容电本领

SI 法拉 F $1F = 10^6 \mu F = 10^{12} pF$

例　求真空中孤立导体球的电容(如图)



解：　设球带电为Q

导体球电势　$U = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

导体球电容　$C = \dfrac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 R$

介质

几何

欲得到1 *F* 的电容　孤立导体球的半径?

由孤立导体球电容公式知

$$R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\,\mathrm{m} \approx 10^3 R_E$$

困难!

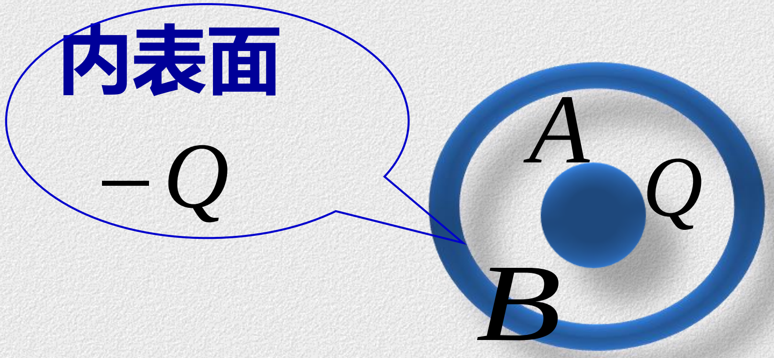
二.导体组的电容

电容器：**导体组合**，使之不受周围导体的影响

定义

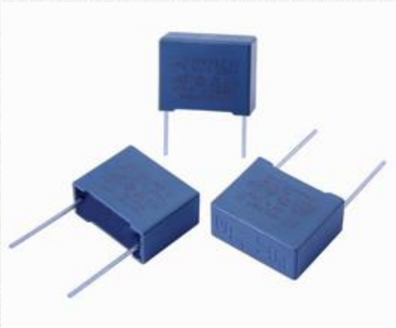
当电容器的两极板分别带有**等值异号电荷为**Q时，电量Q与两极板间相应的电势差U_A-U_B的比值。

$$\boxed{C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{Q}{U}}$$



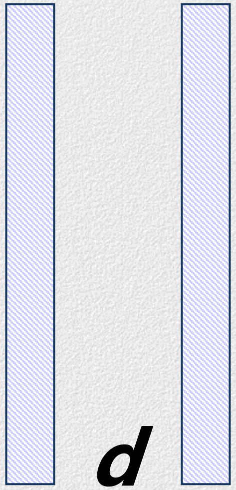
典型的电容器

电容的计算

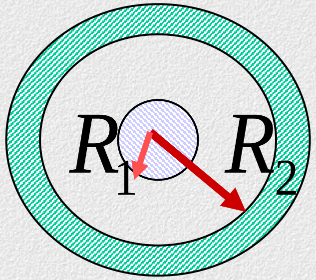


设 $Q \longrightarrow \vec{E} \longrightarrow U_{AB} \longrightarrow C=\dfrac{Q}{U}$

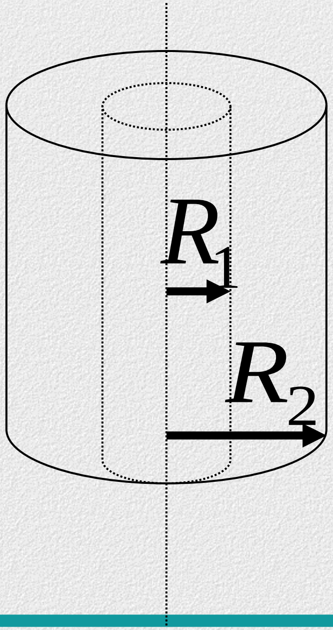
平行板



球形



柱形

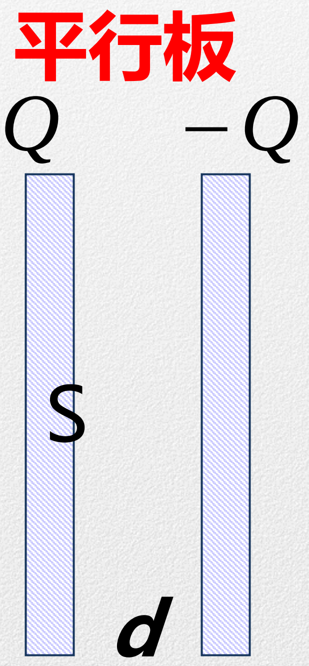


平行板电容器的电容

平行金属板相对表面积：S；两板之间的距离：d

设两板上相对的两表面分别带上+Q和-Q电荷，

忽略边缘效应，两板间电场为



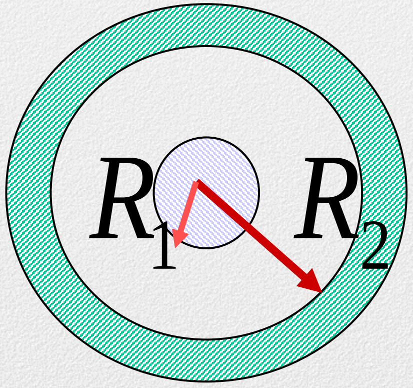
$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

电 压 $$U=Ed=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

电 容 $$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

例 求**球形电容器**的电容，已知R_1，R_2为两球的半径，两球壳间充满电介质

解： 设内球带电量为 Q



$$R_1 < r < R_2 \qquad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

$R_2 >> R_1$ 或$R_2 \to \infty$ $\quad C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$ **孤立导体的电容**

例　求圆柱形电容器单位长度的电容

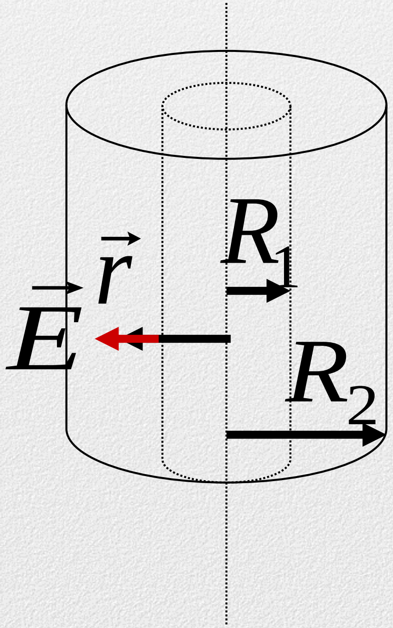
解：　设单位长度带电量为 λ

$$R_1 < r < R_2 \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr \quad = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{\lambda}{U} \quad = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

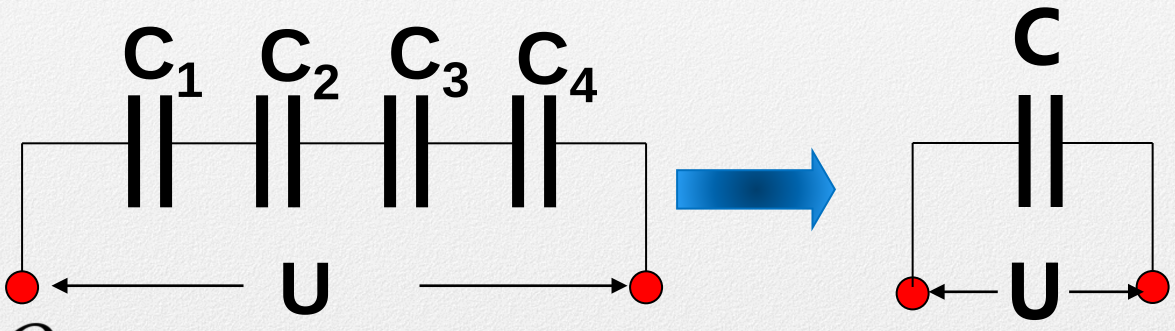
柱形



真空电容器充满某种电介质 $C = \varepsilon_r C_0$

三. 电容器的联接

1. 电容器的**串联**



$$U_1=\frac{Q}{C_1},\quad U_2=\frac{Q}{C_2}\quad ,\cdots,U_n=\frac{Q}{C_n}$$

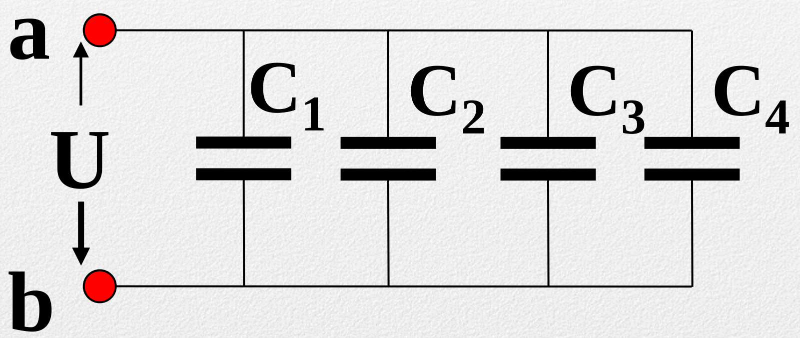
$$U=U_1+U_2+\cdots+U_n\quad =Q(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n})$$

$$\frac{1}{C}=\frac{U}{Q}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

$$\frac{1}{C}=\sum_i\frac{1}{C_i}$$

三. 电容器的联接

2. 电容器的**并联**



$$q_1 = C_1U,\ q_2 = C_2U\ ,\cdots, q_n = C_nU$$

$$Q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n = (C_1 + C_2 + \cdots + C_n)U$$

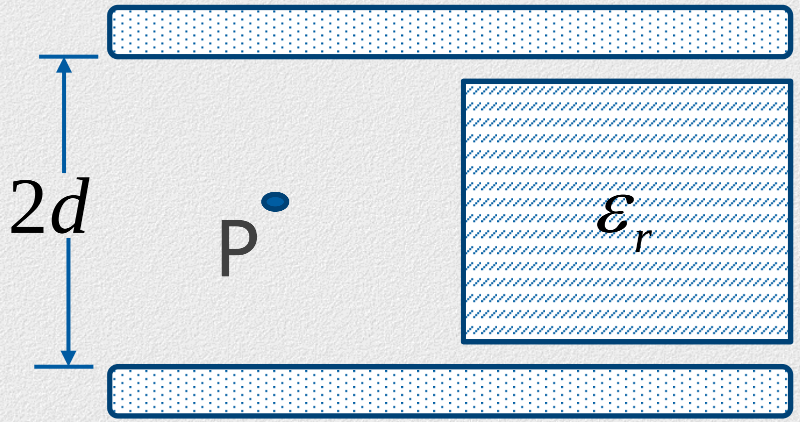
$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

$$C = \sum_i C_i$$

例1：　如图所示，板间距为2d的大平行板电容器水平放置,电容器的右半部分充满相对介电常数为 ε_r 的固态电介质,左半部分空间的正中位置有一带电小球P, 电容器充电后，P恰好处于平衡状态。拆去充电电源,将固态电介质，快速抽出, 略去静电平衡经历的时间,不计带电小球P对电容器极板电荷分布的影响,则P将经多长时间与电容器的一个极板相碰。

解:

拆去电源后，将介质抽出过程中，总电量Q不变，电场分布改变



设小球质量m，电量q，极板面积S，Q，介质抽出前，真空和介质看成两个电容并联，两个电容两端电压相同，所以两个电容的场强一样都为E_0，介质抽去后，Q不变，场强E变化了，P 受力的变化关键是求E。

介质抽出前

$$C_0=\frac{Q}{U}=\frac{Q}{E_0 2d}=\frac{\varepsilon_0 S/2}{2d}+\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S/2}{2d} \qquad qE_0=mg$$

介质抽出后

$$C=\frac{Q}{E2d}=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}$$

两式相比得

$$E=\frac{1+\varepsilon_r}{2}E_0=\frac{1+\varepsilon_r}{2}\frac{mg}{q}$$

介质抽出后，小球受力为：

$$F = qE - mg = \frac{1+\varepsilon_r}{2}mg - mg$$

加速度为：

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(\varepsilon_r - 1)}{2}g$$

时间为：

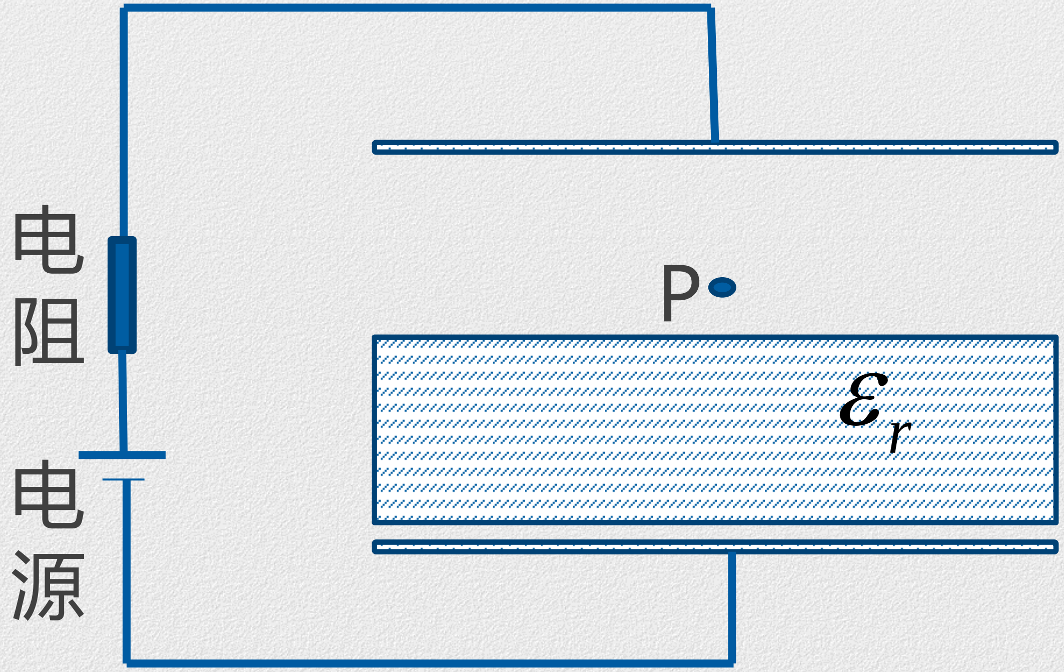
$$d = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{4d}{(\varepsilon_r - 1)g}}$$

例2：如图所示,一直流电源与一大平行板电容器相连,其中相对介电常数为 ε_r 的固态介质的厚度恰为两极板间距离的二分之一,两极板都处于水平位置, 假设此时图中带电小球P恰好能处于静止状态。现将电容器中的固态介质块抽出,稳定后试求带电小球P在竖直方向上运动的加速度a大小和方向。

解：

P处于平衡状态，则其带负电，
由于电容器极板始终与电源相连，
电压U一定

思路： $U \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow a$



有介质:

$$U = E_1 d + E_1 d / \varepsilon_r = E_1 d(1 + 1/\varepsilon_r)$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + 1}\frac{U}{d} \qquad (1)$$

初始时P平衡: $qE_1 = mg$

无介质: $U = E_2 2d \qquad (2)$

$$E_2 = \frac{U}{2d} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r}E_1$$

$$E_2 < E_1$$

抽掉介质后，P受合力向下:

$$F = mg - qE_2$$

$$= mg - \frac{\varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r}qE_1$$

$$= \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}mg$$

加速度 a :

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}g$$

内　容　提　要

电容器的电容： $$C = \frac{Q}{U}$$

平行板电容器： $$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

串联电容器组： $$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

并联电容器组： $$C = \sum_i C_i$$