

## 2.3 线性链表及其运算

- 线性表的顺序存储结构容易实现，可以随机存取表中的任意元素。
- 顺序表缺点是：
  - 难于插入、删除操作；
  - 需要预先分配空间，不管这些空间能否最大限度地利用。
- 链表存储结构在这两个方面恰好是优点：
  - 容易插入、删除操作
  - 不需要预分空间。

# 链表基本概念

**定义：** 线性表的链式存储结构称为线性链表

**结点 (*NODE*)**：表中元素的存储单元。由数据域和指针域组成。数据域存放元素数据，指针域存放指向下一结点位置的指针。

结点形式为：



数据域

指针域

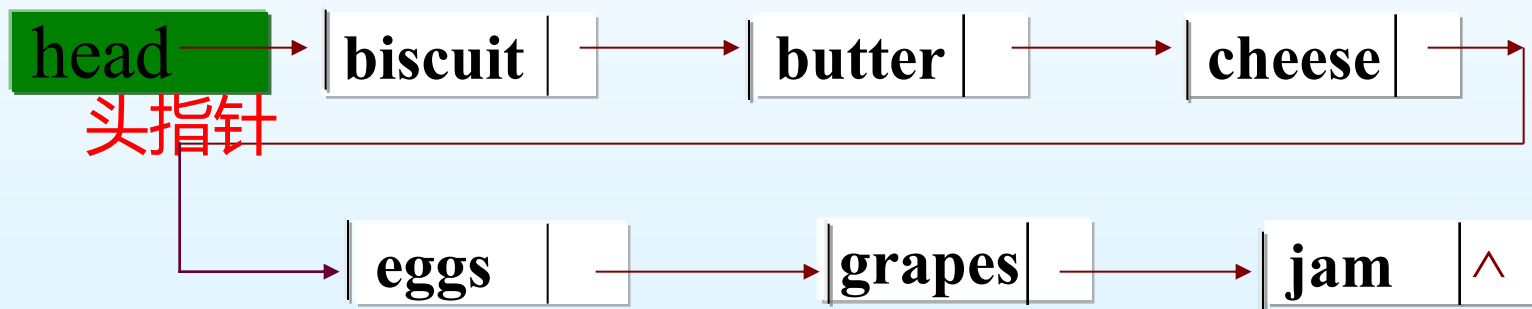
**链表（Link）：** 由结点组成的表。

**头指针（head）：** 指向链表中第1个结点的指针。

# 举例

- 由食品组成的单链表

(biscuit,butter,cheese,eggs,grapes,jam)



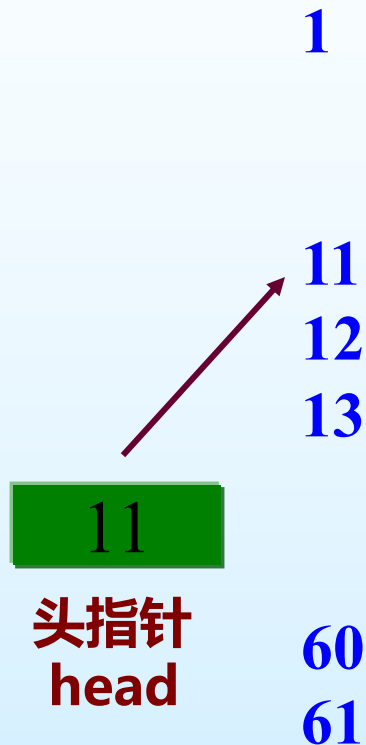
最后一个结点  
指针域为空

# 单链表的物理存储

- ( biscuit,butter,cheese,eggs,grapes,jam)

存储地址

数据域 ( data ) 指针域 ( next )



grapes	60
biscuit	61
cheese	13
eggs	1
jam	NULL
butter	12

## 1.单链表的基本运算

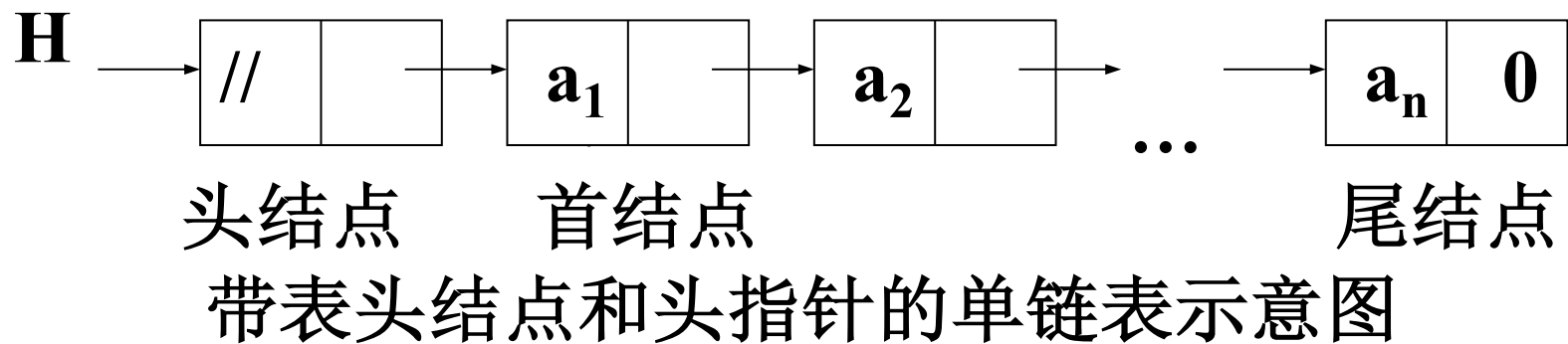
单链表结构类型定义如下[结点可按需定义]:

```
typedef struct node
{
    ElemType data; /*数值域*/
    struct node *next; /*指针域*/
}ListNode, *LinkList;
```

**头结点：**为了便于实现插入、删除结点的操作，通常在单链表的第一个结点之前增设一个表头结点。该结点的结构与表中其他结点的结构相同，其数据域可以不存储任何信息，也可以存储如线性表的表名、长度等附加信息；若线性表为空表，则表头结点的指针域为空，**设H为单链表的头指针，指向头结点；**

**首结点：**存储单链表的第一个元素的结点称为开始结点（或称首结点），其**指针域存放第二个结点的地址；**

**尾结点：**称存储最后一个元素的结点称终端结点（或称尾结点），其指针域为空。



依据新结点插入位置的不同，将生成的单链表分为先进先出、后进先出及有序三种。

① 先进先出单链表：在建立单链表时，将每次生成的新结点，总是插入到当前链表的表尾作为尾结点。



若用换行符 ‘\n’作为输入结束标志，用 rear作为总是指向链表尾结点的尾指针，则建立带表头结点的先进先出单链表的算法如下：

```
LinkedList CreateList_ff( )
{
    LinkedList H,p,rear;
    char ch;
    H=(LinkedList)malloc(sizeof( L
istNode)); /*生成表头结点*/
```

```
if (!H)
{
    printf("\n 存储分配失败");
    exit(1);
}
H->next=NULL;    /*表初值为空*/
rear=H;          /*尾指针指向表头结点*/
while ( (ch=getchar()) != '\n' )
{
    p=(LinkedList)malloc(sizeof(
LinkedList));    /*生成新结点*/
```

```
if (!p)
{
    printf("\n 存储分配失败");
    exit(1);
}

p->data=ch;
rear->next=p;
rear=p;    /*尾指针指向新结点*/
}
return (H);    /*返回头指针*/
}
```

② 后进先出表：在建立单链表时，将每次生成的新结点，总是插入到当前链表的表头结点之后作为当前链表的首结点。

```
LinkList CreateList_fr( )
```

③ **有序单链表**：是指原表中结点的数据值，按从小到大（或从大到小）的顺序排列。为了建立一个有序单链表，每次生成的新结点，总是插入到当前链表的合适位置。在带表头结点的单链表中，所有位置上的插入操作都是一致的，不需要做特殊处理。

**LinkedList** **CreateList\_or**( )

以上3个算法的**时间复杂度均为 $O(n)$** 。

## 2) 查找结点

在对单链表进行插入或删除运算时，总是首先要找到插入或删除的位置，这就需要对线性链表进行扫描查找。

通常，有查找第 $i$ 个结点或查找具有给定元素值的结点，两种情况。

### ① 查找单链表中的第 $i$ 个结点

```
LinkList GetElem(LinkList H,  
    int i )  
{  
    int j=1;    /*j累计当前扫描的结点数*/  
    LinkList p;  
    p=H->next;    /*p指向第一个结点*/  
    while (p&& j<i) /*沿指针向下搜索*/  
    {  
p=p->next;  
j++;  
    }
```



```
if (j==i && p)
return (p) ; /*找到返回指向该结点的指针*/
else
    return (NULL) ; /*第i个结点不存在，返回
NULL*/
}
```

## ② 在单链表中查找给定值的结点

在带表头结点的单链表H中查找x的算法:

```
LinkList LocateElem(LinkList H,  
ElemType x,int *i)
```

```
{  
    LinkList p;    /*p为指针*/  
    p=H->next;    /*p指向第一个结点*/  
    *i=1;  
    while (p&& p->data!=x) /*向下搜索*/  
    {  
        p=p->next;  
        (*i)++;  
    }
```

```
if (p->data==x)
return (p) ; /*找到返回结点位置*/
else
return (NULL) ; /*没找到返回NULL*/
}
```

以上两个，查找算法的时间复杂度均为  $O(n)$ 。

### 3) 单链表的插入

单链表的插入，是指在单链表中插入一个新结点。有**两种情况**：在单链表的第*i*个位置插入一个新结点和在**有序单链表**中插入一个新结点**(略)**。

## ①在单链表的第*i*个位置插入一个新结点

假设单链表中有*n*个结点，插入位置*i*的允许取值范围为1至*n*+1。

首先，要找到第*i*-1个结点，

指针

```
pre
```

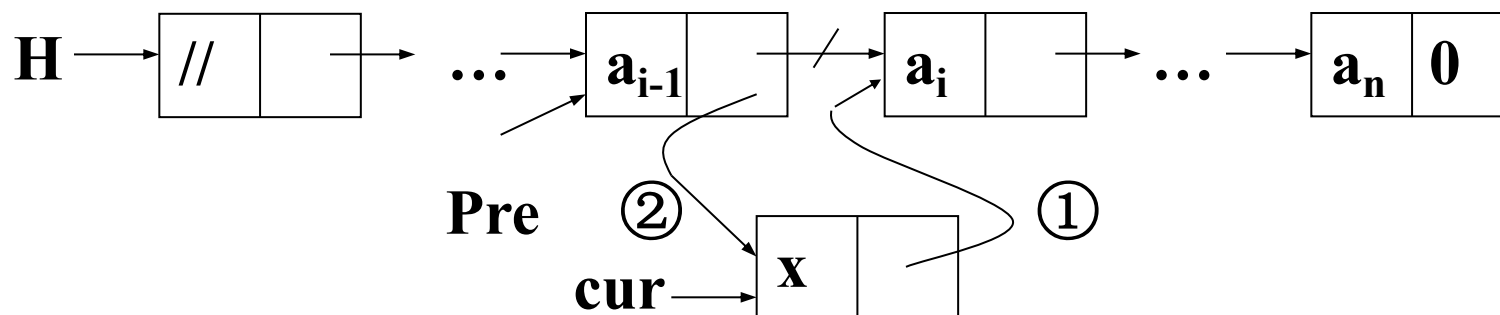
指向第*i*-1个结点，

```
cur
```

指向新结点，

```
cur->next=pre->next,
```

```
pre->next=cur。
```



在单链表的第i个位置插入结点示意图

在第i个位置，插入一个值为x的新结点算法：

**InsertList**(LinkedList H, int i, ElemType x)

{

LinkedList pre, cur;

pre=GetElem(H , i-1); /\*调用查找函数使pre  
指向第i-1个结点\*/

```
if(!pre)
{ printf("\n i值不合法");
exit(1);
}
cur=(LinkedList)malloc
(sizeof(ListNode)); /*生成新结点*/
if(!cur)
{
printf("\n 存储分配失败");
exit(1);
}
```

```
cur->data=x; /*新结点的值为x*/  
cur->next=pre->next; /*新结点的指针  
域值指向原来的第i个结点*/  
pre->next=cur; /*第i-1个结点的指针域值  
指向新结点*/  
}
```

在以上两个插入结点的算法中，时间复杂度的数量级均为 $O(n)$ 。

#### 4) 单链表的删除操作

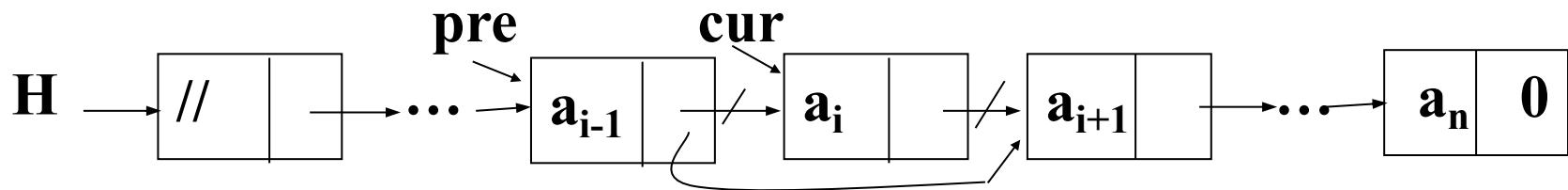
单链表的删除操作，是指在单链表中，删除包括指定元素的结点。

一是删除单链表的第*i*个结点；

二是删除单链表中，具有给定值*x*的结点。



## ① 删除单链表的第*i*个结点



删除单链表的第*i*个结点示意图

```
DeleteList1(LinkList H,int i,
ElemType *x)
{
LinkList pre,cur;
pre=GetElem(H,i-1);
/*用GetElem函数找第i-1个结点并使pre指向它*/
```

```
if (pre==NULL || pre->next==NULL)
{
    /*判断i值是否合法*/
    printf("\n i值不合法!");
    exit(1);
}

cur=pre->next; /*cur指第i个结点*/
pre->next=cur->next; /*使第i-1个结点的指针指向第i+1个结点*/
*x=cur->data; /*第i个结点的值由x返回*/
free (cur) ; /*释放第i个结点所占的空间*/
}
```

## ② 删除单链表中具有给定值的结点

在带表头结点的单链表H中，搜索具有给定值x的结点，若找到，就删除该结点。这种删除情况的算法如下：

```
DeleteList2 (LinkList H ,  
ElemType x)  
{  
    LinkList p,pre;  
    p=H->next; /*p指向链表的第1个结点*/  
    pre=H; /*pre指向第1个结点的前件*/
```

```
while (p && p->data != x)
    {pre = p;          /*记住前一结点*/
    p = p->next; /*指针p后移一个结点*/ }
if (p->data == x)
    {pre->next = p->next; /*删除值为x的
    结点*/
    free(p); /*释放值为x的结点空间*/
    } else
printf("\n 链表中没有具有值为x的结点
"); }
```

此算法的时间复杂度的数量级为 $O(n)$ 。

# 例子

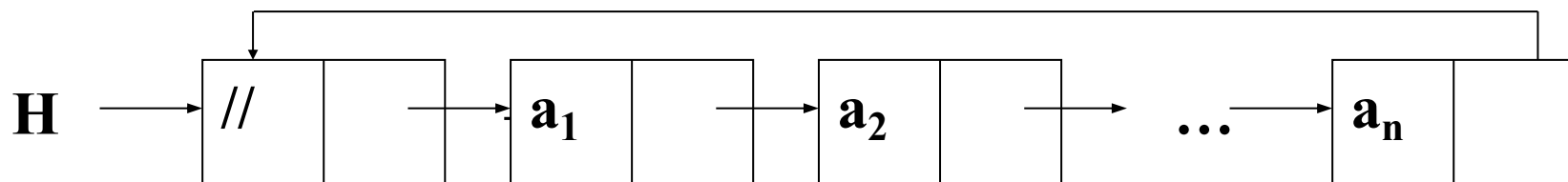
## 课堂练习

- 1) 建立单链表（想想怎么做）
- 2) 依次在链表的尾部插入1--100
- 3) 删除链表中数据能被3整除的结点

## 2.循环链表及其基本运算

使带表头结点的单链表中的最后一个结点的指针指向头结点，使整个链表构成一个环形，这种链式存储结构被称为**循环链表**。

特别地，只有头结点的循环链表称为**空循环链表**。



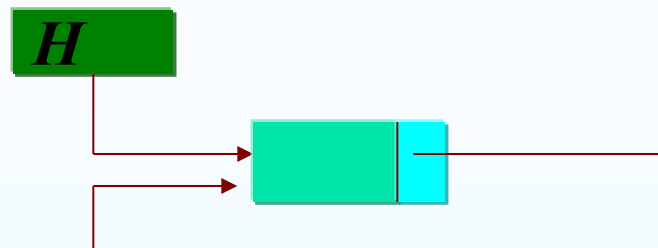
循环链表示意图

## 单循环链表特点：

- 从表中任一结点出发，均可以找到表中其它结点。
- 找其前件结点的时间复杂度是  $O(n)$ 。

单循环链表为空的条件:  $H \rightarrow next = H$

表示形式为:



循环链表的插入和删除的方法与线性单链表基本相同，不再赘述。

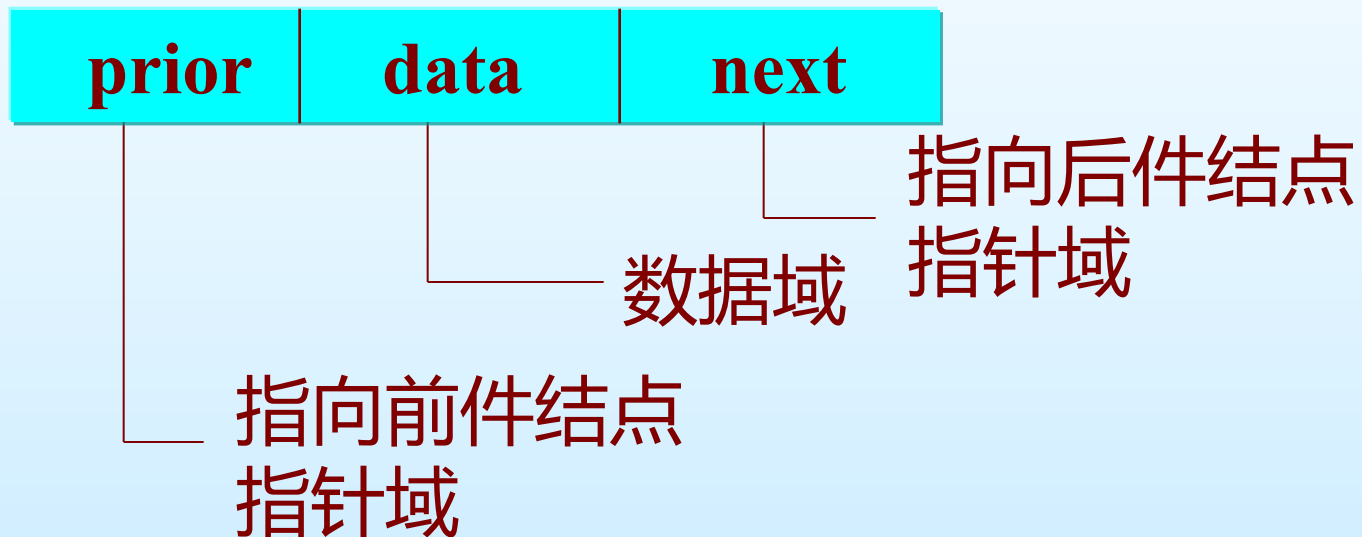
只须注意一点：在单链表的结构中，空表的条件是 $H \rightarrow next == NULL$ ,而在循环链表结构中，空表的条件是 $H \rightarrow next == H$ 。

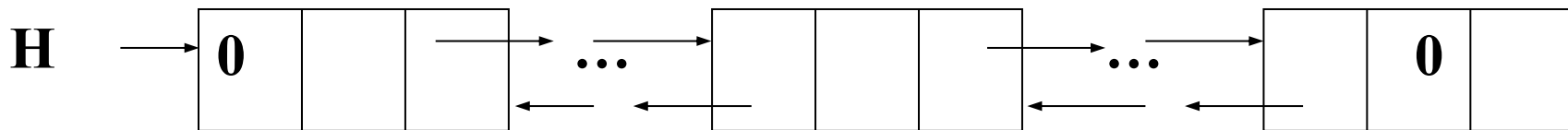


### 3. 双向链表

从循环链表的结构特征可看出，若要找一个结点的直接前件结点需要兜一个圈子才行，这当然是很不方便的。就像乘单向环行的公交车一样，若坐过了站，就要多坐许多站才能到达预定的地点。

双向链表的每个结点含有两个指针域：一个指向其直接前件结点，称为**prior**；一个指向其直接后件结点，称为**next**。



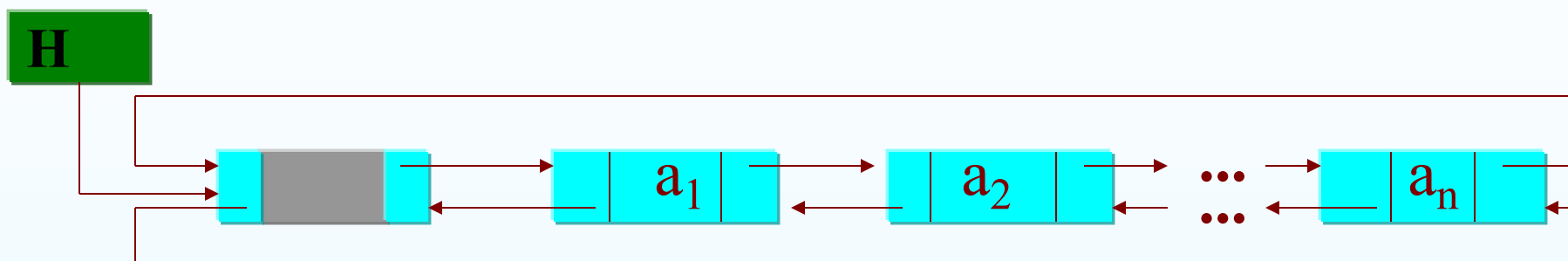


双向链表示意图

有了两个方向的链指针之后，在链表上进行访问非常方便，但是在双向链表上进行插入和删除运算，要涉及两个指针的链接，故比单链表的插入与删除运算复杂些。

# 双向循环链表表示形式

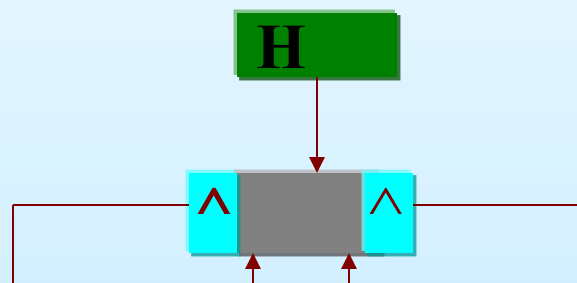
双向循环链表表示形式:



双向循环链表为空的条件:

$$H \rightarrow \text{prior} = H \rightarrow \text{next} = H$$

表示形式为:



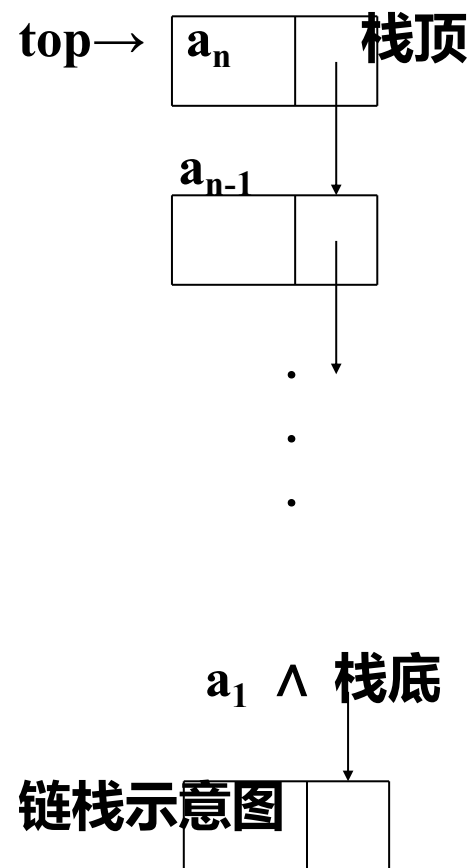
# 带链的栈

- 栈也是线性表，可以采用链式存储结构
- 顺序栈最多可用于2个栈的共享，对于更多的栈就难于表达了。
- 对于最大空间需要量事先不知的情况，就不能使用顺序栈了。这时，就需要采用链栈。

**链栈：栈的链式存储结构**

# 栈的链式存储结构 及运算

栈的链式存储结构  
可通过单链表来实现



```
typedef char ElemType;
    /* 新类型ElemType是字符型 */
typedef struct stacknode
{
    ElemType data; /* 栈的值域是字符型 */
    struct stacknode *next;
} StackNode; /* StackNode为结构型 */
typedef struct
{
    StackNode *top; /* 栈顶指针 */
} LinkStack; /* LinkStack为结构类型 */
```

# 链栈的基本操作

## ①构造一个空链栈

```
void InitStack (LinkStack *s)
{
    s->top=NULL; /*栈顶指针置空*/
}
```

## ②判断链栈是否为空栈

```
int StackEmpty (LinkStack *s)
{
    /*若栈空，则返回1否则返回0*/
    return s->top==NULL;
}
```



### ③进栈（入栈或压栈）

```
void push(LinkStack *s, ElemType x)
{ StackNode *p;
  p=(StackNode *)malloc(
sizeof(StackNode));
if(!p)
{ printf("\n 存储分配失败！");
  exit(1);
}
p->data=x;    /*新结点值域赋值x*/
p->next=s->top; /*新结点*p插入到栈顶*/
s->top=p;      /*修改栈顶指针*/
}
```

## ④退栈（出栈）

```
ElemType pop(LinkStack *s)
{
    ElemType x;
    StackNode *p;
    p=s->top;
    if (StackEmpty(s))
    { /*调用判断栈是否为空的函数，若栈空，则下溢*/
        printf("\n 栈已空，下溢！");
        exit(1);
    }
```

```
x=p->data;
```

```
/*x  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  */
```

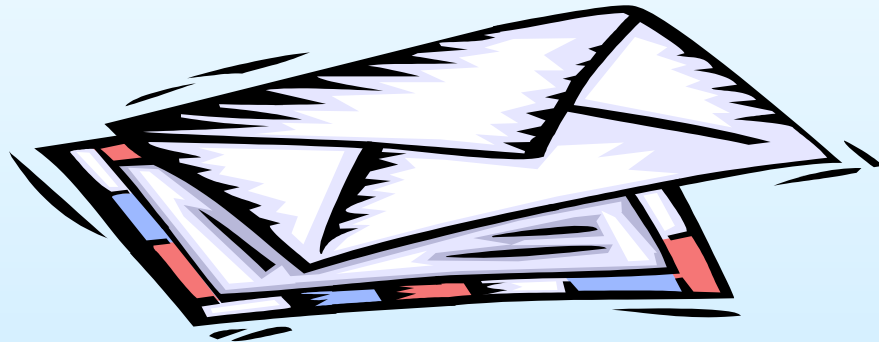
```
s->top=p->next;
```

```
/*?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  */
```

```
free(p); /*?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  */
```

```
return x; /*?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  ?  */
```

```
}
```



## ⑤读链栈的栈顶元素

```
ElemType GetTop(LinkStack *s)
{
    if (StackEmpty(s))
    {
        printf("\n 栈已空！");
        exit(1);
    }
    return s->top->data; /*若链栈非空，
    则返回栈顶元素，但不删除*/
}
```

# 课堂练习

- 建立空链栈并初始化;
- 入栈 **10,20,30,40,50**;
- 退栈**2**次, 然后输出栈中所有的元素;

## 4 带链的队列

1). 队列也是线性表，可以采用链式存储结构。

2). 存储结构的C语言描述，



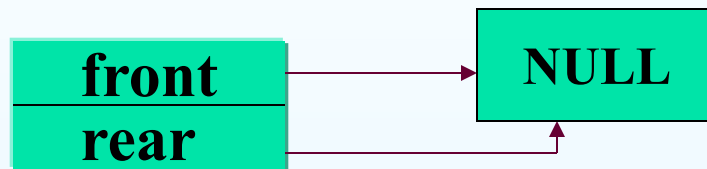
```
typedef char ElemType;
typedef struct queuenode
{
    /*链队列中的结点类型 */
    ElemType data;
    struct queuenode *next;
} QueueNode;
typedef struct
{
    /*将两个指针封装在一起*/
    QueueNode *front; /*队头指针*/
    QueueNode *rear;  /*队尾指针*/
} LinkQueue;
```

# 链队列为空的表示

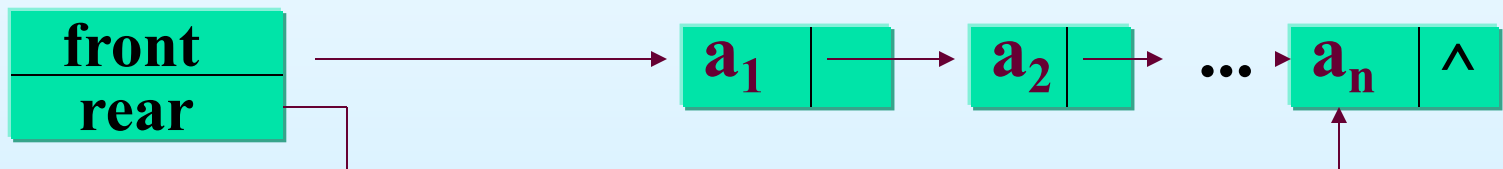
链队列为空，

$\text{Queue.front} = \text{Queue.rear}$

表示形式：



非空队列：



链队满的条件为： $T = \text{NULL}$ 。T 为新创建的结点，



# 链队列的入队操作

要求：在链队列中插入一个元素 $x$ （入队运算）。

算法操作步骤：

Step1：申请建立一个新结点 $p$ ；

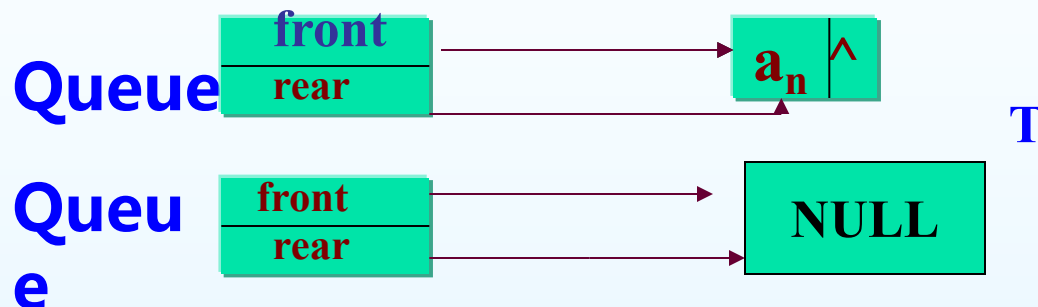
Step2：判别 $p$ 是否为空；若空，表示队列已满；

Step3：非空，将 $p$ 插入链中，修改 $rear$ 指针。

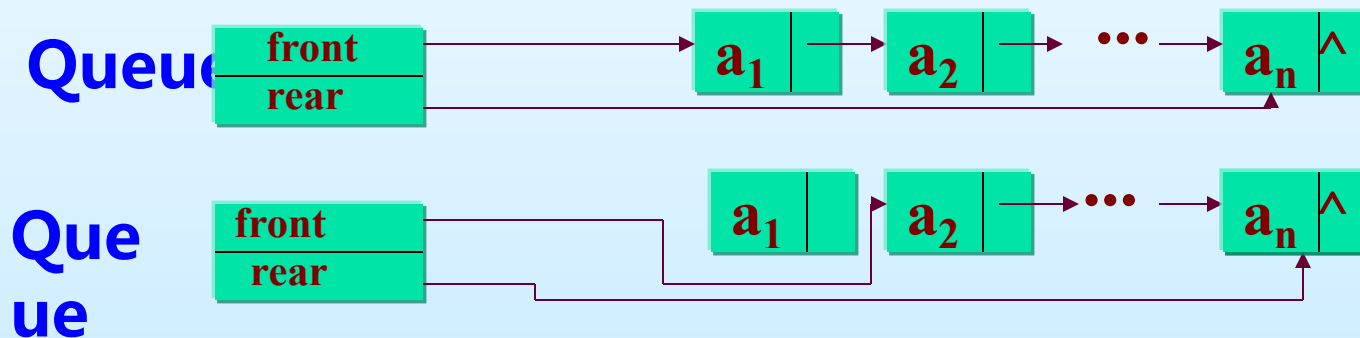
# 链队列的出队操作

出队操作要考虑两种情况：

- 当队列长度为1时，除了修改队头指针外，还要修改队尾指针。



- 当队列长度大于1时,只修改队头指针即可



# 链队列的出队操作

要求：在链队列中删除一个元素（退队运算）。

算法描述：

Step1：判别队列是否为空；若空，则显示队列‘下溢’；

Step2：非空，则判别队列长度是否为1；

Step2.1：不为1，修改头指针；

Step2.2：为1，则修改头、尾指针；

Step3：释放T。

# 链表存储结构的特点

- 插入、删除操作极为方便
- 数据非连续存放、顺序存取
- 逻辑上相邻，物理上不一定相邻
- 存储结构较复杂、需要额外的存储空间

## 结论:

链表存储结构适合于表中元素频繁变动的线性表。

## 作业

- 1) 假设一单循环链表的长度大于1，且表中即无头结点也无头指针。已知S为指向链表中某结点的指针。试写出删除表中结点S 的算法。
- 2) 假设以数组sequ[m]存放循环队列的元素，设变量rear和quelen分别为指示队尾元素位置和队中元素个数，试写出入队和出队算法。

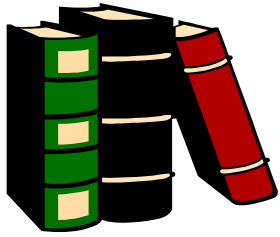


## 2.4 数组

2.4.1 数组的顺序存储结构

2.4.2 规则矩阵的压缩

2.4.3 一般稀疏矩阵的表示



## 2.4.1 数组的顺序存储

- 数组是相同类型数据元素的有限集合；
- 数组中的各个分量称为数组元素；
- 每个数组元素值可以用数组名和一个下标值唯一地确定；

数组是有限个数组元素的集合。

数组中所有元素有相同的特性。

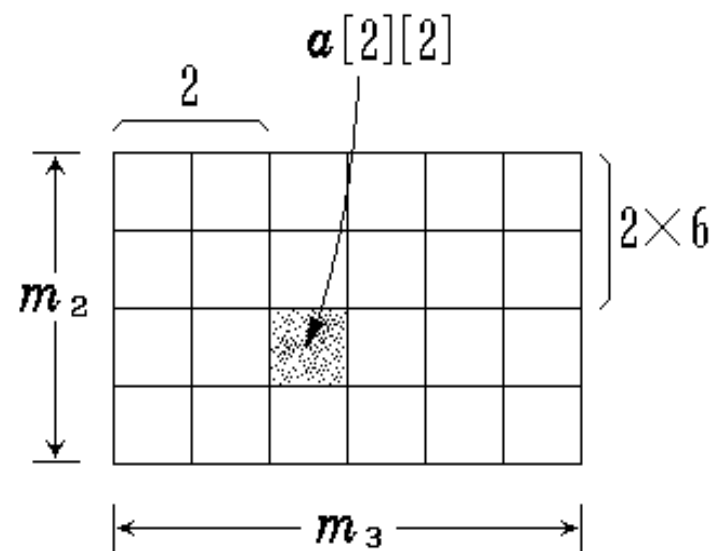
每个数组元素由数组名和下标组成。

每个具有下标值的数组元素有一个与该下标值对应的数组元素值。

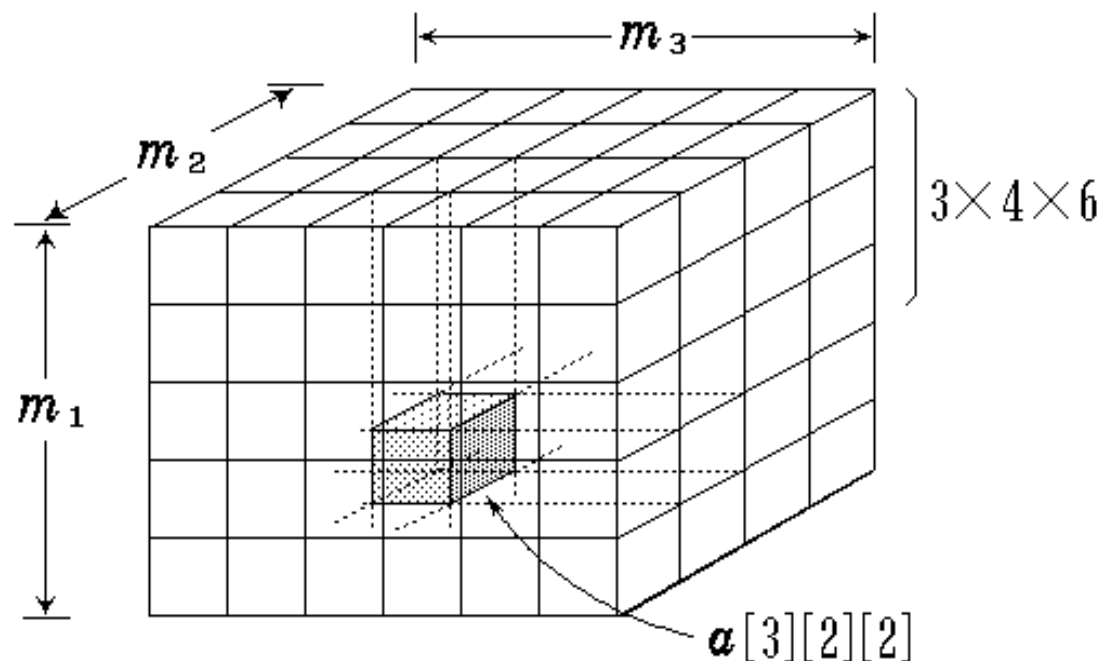


# 二维数组

$$m_1 = 5 \quad m_2 = 4 \quad m_3 = 6$$



# 三维数组



■ 行向量      下标  $i$

■ 列向量      下标  $j$

页向量      下标  $i$

行向量      下标  $j$

列向量      下标  $k$



# 数组元素之间的关系

二维数组m行n列可以看作是m个或n个一维数组:

$$A_{m \times n} = ((a_{11}a_{12} \dots a_{1n}), (a_{21}a_{22} \dots a_{2n}), \dots (a_{m1}a_{m2} \dots a_{mn}))$$

$$\text{或 } A_{m \times n} = \left[ \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} \right]$$

# 数组的操作

数组有两种基本的操作：

- 给定下标，读取相应的数组元素；
- 给定下标，修改相应数组元素的值。

# 数组的顺序存储结构

- 数组元素是连续存放的，因此采用顺序存储结构。
- 无论几维数组，在计算机中都是按一维数组来存放。数组存放通常采用两种方式：
  - 按行优先顺序(Pascal, C)
  - 按列优先顺序(Fortran)

# 1).按行优先顺序存储结构

例如：二维数组 $A_{m \times n}$ ，可以看作 $m$ 个行向量，每个行向量 $n$ 个元素。数组中的每个元素由元素的两个下标表达式唯一确定。

地址计算公式：

$$LOC(a_{ij}) = LOC(a_{11}) + ((i-1) \times n + (j-1)) \times L$$

其中， $L$  是每个元素所占的存储单元。

# 二维数组按行优先存储举例

有二维数组如下：

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{LOC}(a_{23}) = \text{LOC}(a_{11}) + (2-1) \times 4 + (3-1) = 7$$

$$\text{LOC}(a_{34}) = 1 + (3-1) \times 4 + (4-1) = 12$$

$$\text{LOC}(a_{14}) = 1 + (1-1) \times 4 + (4-1) = 4$$

## 2).按列优先顺序存储结构

按列优先顺序存放是将数组看作若干个列向量。

例如，二维数组 $A_{m \times n}$ ，可以看作 $n$ 个列向量，每个列向量 $m$ 个元素。数组中的每个元素由元素的两个下标表达式唯一确定。

地址计算公式：

$$LOC(a_{ij}) = LOC(a_{11}) + ((j-1) * m + (i-1)) * L$$

其中， $L$  是每个元素所占的存储单元。

# 二维数组按列优先存储举例

有二维数组如下：

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{LOC}(a_{23}) = \text{LOC}(a_{11}) + (3-1) * 4 + (2-1) = 10$$

$$\text{LOC}(a_{34}) = 1 + (4-1) * 4 + (3-1) = 15$$

$$\text{LOC}(a_{14}) = 1 + (4-1) * 4 + (1-1) = 13$$

## 2.4.2 规则矩阵的压缩

实际工程问题中推导出的数组常常是  
高阶、**含大量零元素的矩阵**，或者是一些  
有规律排列的元素。为了节省存储空间，  
通常是对这类矩阵进行压缩存储。

**压缩的含义是：**

- 相同值的多个元素占用一个存储单元；
- 零元素不分配存储单元。



# 能够采用压缩存储的矩阵

- 对称矩阵: 存储主对角线以上（下）的元素;
- 上（下）三角矩阵: 只存储三角阵元素;
- 带状矩阵: 只存储带状元素;
- 稀疏矩阵: 只存储非零元素;

# 1 下三角矩阵的压缩存储

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

开辟一个长度为  $n(n+1)/2$  的一维数组 **B**，  
然后一行接一行地依次存放 **A** 中下三角部分的  
元素。

## 以行为主压缩存储

$$a_{ij} = \begin{cases} B[i(i-1)/2 + j] & (j \leq i) \\ 0 & (j > i) \end{cases}$$

## 以列为主压缩存储

$$a_{ij} = \begin{cases} B[(2n-j+2)(j-1)/2 + i-j+1] & (j \leq i) \\ 0 & (j > i) \end{cases}$$

## 2 对称矩阵的压缩存储

对称矩阵的元素满足： $a_{ij} = a_{ji} \quad 1 \leq i, j \leq n$

因此将 $n*n$  个元素压缩存放到  $n(n+1)/2$  个单元的一维数组S（ $(n+1)*n/2$ ）中。

（按行存放） $a_{ij}$ 的地址为：

$$\text{LOC}(a_{ij}) = \begin{cases} i(i-1)/2 + j & \text{当 } i \geq j \\ j(j-1)/2 + i & \text{当 } i < j \end{cases}$$

# 对称矩阵的压缩存储举例

设有 $A_{3 \times 3}$ 矩阵:  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & & \\ a_{21} & a_{22} & \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

存于一维数组S[6]

$$S[6] = (a_{11}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32}, a_{33})$$

1    2    3    4    5    6

$$LOC(a_{31}) = 3(3-1)/2 + 1 = 4$$

$$LOC(a_{22}) = 2(2-1)/2 + 2 = 3$$

$$LOC(a_{21}) = 2(2-1)/2 + 1 = 2$$

### 3 三对角矩阵的压缩存储

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & & 0 \\ & a_{32} & a_{33} & a_{34} & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & a_{n-1,n-2} & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ & & & & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

在三对角矩阵中，三条对角线以外的元素均为零，并且，除了第一行与最后一行外，其他每一行均只有三个元素为非零，因此，**n**阶三对角矩阵共有**3n-2**个非零元素。

# 对角矩阵的压缩存储

以行为主存放：

$$a_{ij} = \begin{cases} B[2(i-1) + j] & (i-1 \leq j \leq i+1) \\ 0 & (j < i-1 \text{ 或 } j > i+1) \end{cases}$$

以列为主存放：

$$a_{ij} = \begin{cases} B[2(j-1) + i] & (i-1 \leq j \leq i+1) \\ 0 & (j < i-1 \text{ 或 } j > i+1) \end{cases}$$

## 2.4.3 一般稀疏矩阵的表示

- 如果一个矩阵中绝大多数的元素值为零，只有很少的元素值非零，则称该矩阵为稀疏矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



# 1 三列二维数组表示

- (1) 非零元素所在的行号 $i$ ;
- (2) 非零元素所在的列号 $j$ ;
- (3) 非零元素的值 $V$ 。

即每一个非零元素可以用下列三元组表示：

$(i, j, V)$

- 例如，上述稀疏矩阵A中的8个非零元素可以用以下8个二元组表示（以行为主的顺序排列）：

(1, 3, 3)    (1, 8, 1)    (3, 1, 9)    (4, 5, 7)  
(5, 7, 6)    (6, 4, 2)    (6, 6, 3)    (7, 3, 5)

- 为了表示的唯一性，除了每一个非零元素用一个三元组表示外，在所有表示非零元素的三元组之前再添加一个三元组：(I, J, t)
- 其中I表示稀疏矩阵的总行数，J表示稀疏矩阵的总列数，t表示稀疏矩阵中非零元素的个数。

- 上述稀疏矩阵A可以用以下9个三元组表示：

(7, 8, 8) (3, 1, 9) (5, 7, 6)

(6, 6, 3) (1, 3, 3) (4, 5, 7)

(6, 4, 2) (7, 3, 5) (1, 8, 1)

- 其中第一个三元组表示了稀疏矩阵的总体信息（总行数，总列数、非零元素个数），
- 其后的8个三元组依次（以行为主排列）表示稀疏矩阵中每一个非零元素的信息（所在的行号、列号以及非零元素值）。

为了使各三元组的结构更紧凑，通常将这些三元组组织成三列二维表格的形式，一般又表示成三列二维数组的形式，并简称为三列二维数组。

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 8 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & 9 \\ 4 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 2 \\ 6 & 6 & 3 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

- ❑ 为了便于在三列二维数组**B**中访问稀疏矩阵**A**中的各元素，通常还附设两个长度与稀疏矩阵**A**的行数相同的向量**POS**与**NUM**,
- ❑ **POS** (**k**) 表示稀疏矩阵**A**中第**k**行的第一个非零元素（如果有的话）在三列二维数组**B**中的行号，
- ❑ **NUM** (**k**) 表示稀疏矩阵**A**中第**k**行中非零元素的个数，
- ❑ 这两个向量之间存在以下关系：

$$\text{POS}(1)=2$$

$$\text{POS}(k)=\text{POS}(k-1)+\text{NUM}(k-1), \quad 2 \leq k \leq m$$

# 课堂练习

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 请用三列二维数组表示；
- (2) 写出其POS和NUM向量；

## 2 线性链表表示

- 稀疏矩阵运算后非零元素个数变化时，采用三列二维数组表示不方便；
- 可采用链表的方式来表示
- 结点定义：

行域	列域	值域	指针域
----	----	----	-----

### 3、十字链表

row	col	val
<b>行域</b>	<b>列域</b>	<b>值域</b>
<b>向下域</b>	<b>向右域</b>	
down	right	

每个结点有五个域：行域、列域、值域、向下域与向右域。



# 十字链表表示稀疏矩阵



- (1) 稀疏矩阵的每一行与每一列均用带表头结点的循环链表表示。
- (2) 表头结点中的行域与列域的值均置为-1（即 $\text{row}=-1$ ， $\text{col}=-1$ ）。
- (3) 行、列链表的表头结点合用，且这些表头结点通过值域（即 $\text{val}$ ）相链接，并再增加一个结点作为它们的表头结点H，其行、列域值分别存放稀疏矩阵的行数与列数。

例如，稀疏矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

**注意：** 其十字链表表示的稀疏矩阵如图所示。 **P110**

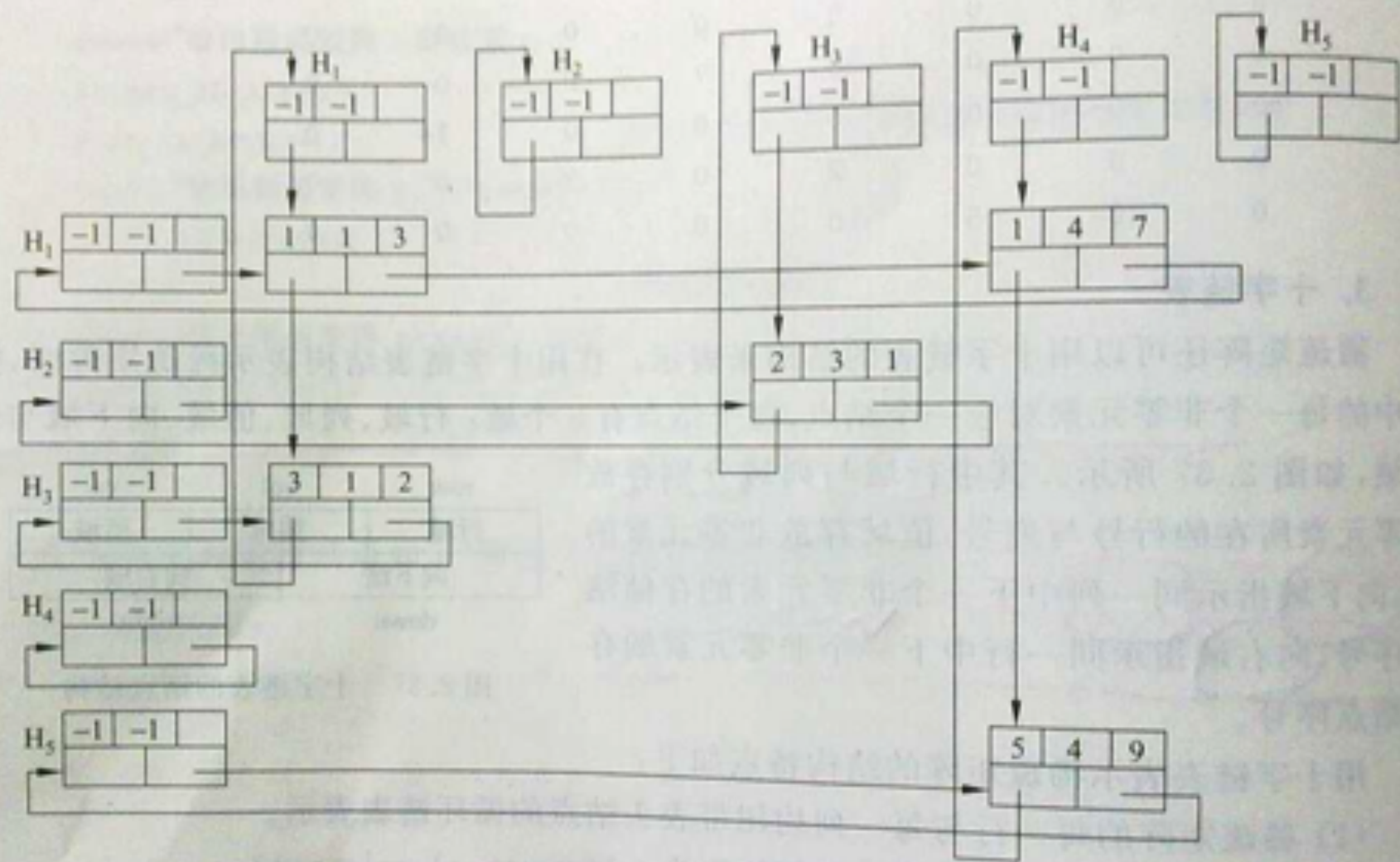


图 2.38 十字链表例