Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии. Вариант 12

Жижченко Глеб Михайлович

Содержание

# Цель работы

Рассмотреть задачу об эпидемии, как пример одной из задач построения математических моделей.

# Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если

# Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

Постоянные пропорциональности , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и .

Код для случая на языке Modelica

model lab06  
parameter Real alpha = 0.01;  
parameter Real beta = 0.02;  
  
parameter Integer N = 18000;  
parameter Integer I0 = 118;  
parameter Integer R0 = 18;  
parameter Integer S0 = N - I0 - R0;  
  
Real I(start=I0);  
Real R(start=R0);  
Real S(start=S0);  
equation  
der(I) = -beta \* I;  
der(R) = beta \* I;  
der(S) = 0;  
end lab06;

Код для случая на языке Modelica

model lab06\_part2  
parameter Real alpha = 0.01;  
parameter Real beta = 0.02;  
  
parameter Integer N = 18000;  
parameter Integer I0 = 118;  
parameter Integer R0 = 18;  
parameter Integer S0 = N - I0 - R0;  
  
Real I(start=I0);  
Real R(start=R0);  
Real S(start=S0);  
equation  
der(I) = alpha \* S - beta \* I;  
der(R) = beta \* I;  
der(S) = -alpha \* S;  
end lab06\_part2;

График для случая можно видеть на рис. 1.

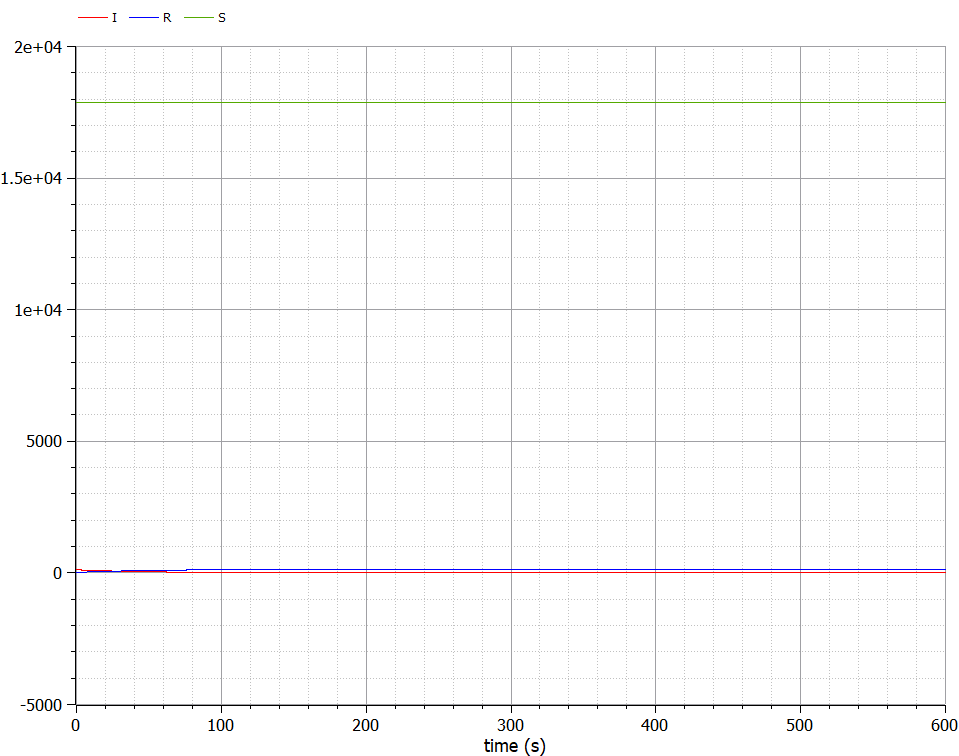


Figure 1: График для случая

График для случая можно видеть на рис. 2.

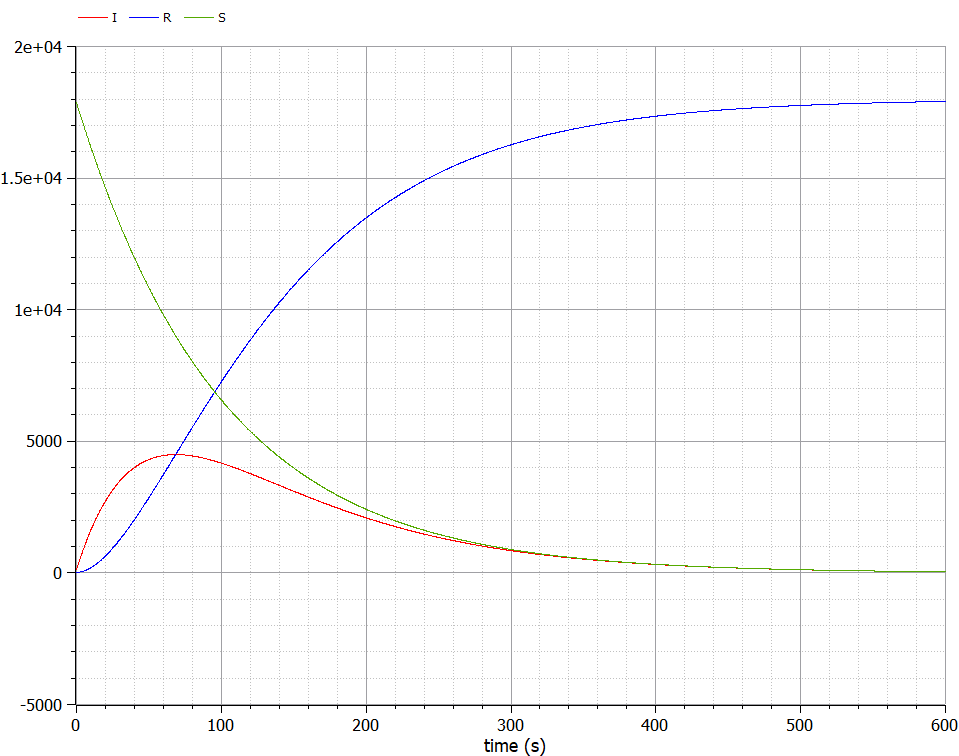


Figure 2: Графики для случая

Коэффициенты .

# Выводы

Рассмотрели задачу об эпидемии. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений.